

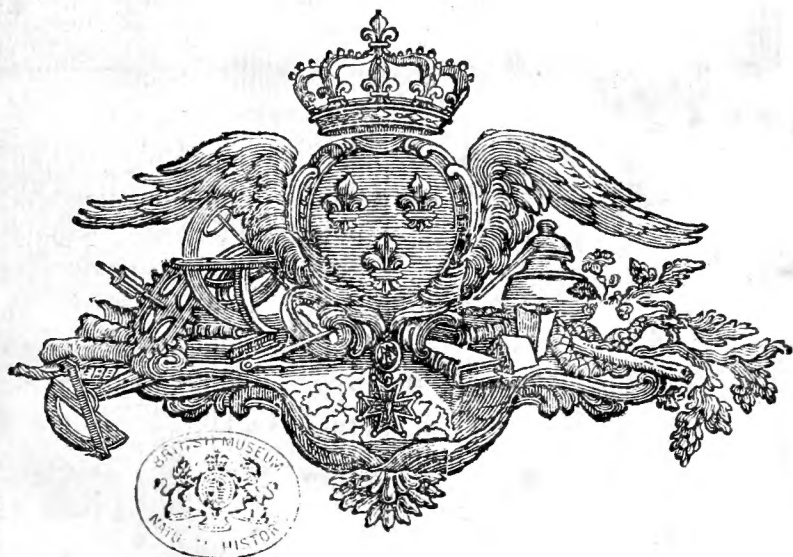
S. 804 B.



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

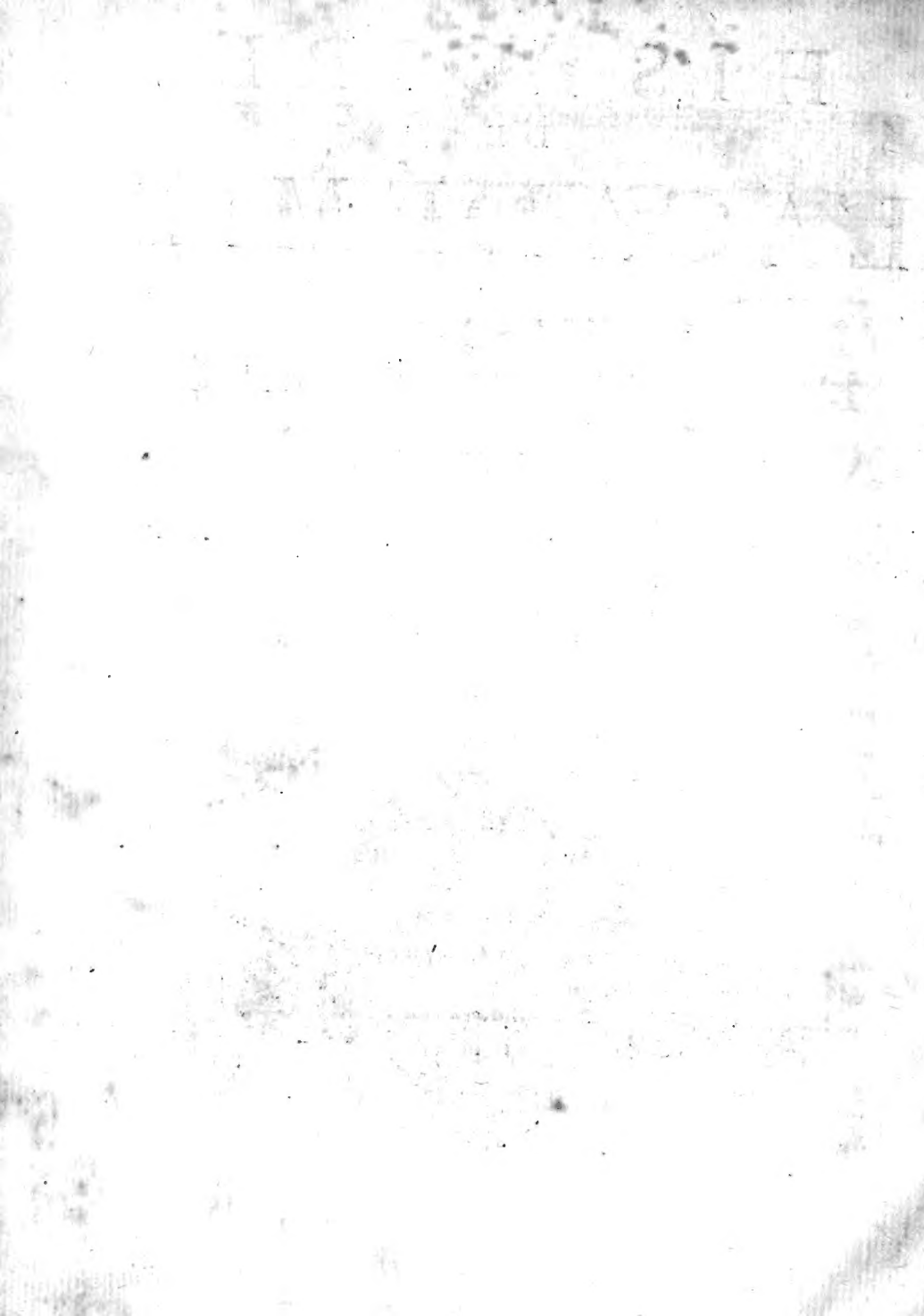
ANNÉE M. DCCLXX.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,
Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIII.





T A B L E

POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>SUR les Solfatares des environs de Rome.</i>	Page 1
<i>Sur la nature de l'Eau.</i>	5
<i>Sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée.</i>	7
<i>Sur le Pétrole de Parme.</i>	9
<i>Sur les Barres métalliques préservatrices du Tonnerre.</i>	14
<i>Sur la comparaison d'un morceau de Bois fossile, trouvé à Saint-Germain-en-Laye, avec le Jayet.</i>	17
<i>Observations de Physique générale.</i>	19

A N A T O M I E.

<i>Sur les Parties de la génération de la Femme.</i>	33
<i>Sur la structure du canal Thorachique, & sur celle du réservoir du Chyle.</i>	37
<i>Sur divers points d'Anatomie.</i>	40
<i>Sur quelques conformations monstrueuses des doigts dans l'Homme.</i>	46
<i>Observations Anatomiques.</i>	49

C H I M I E.

<i>Sur la séparation des Métaux.</i>	59
<i>Sur la pierre Calaminaire.</i>	61

1770. * ij

T A B L E.

<i>Sur les Mines en général & en particulier sur celles de Cornwall.</i>	63
<i>Observation Chimique.</i>	67

G É O M É T R I E.

<i>Sur les Équations aux différences ordinaires, finies & partielles.</i>	69
---	----

A S T R O N O M I E.

<i>Sur la parallaxe du Soleil, déduite du passage de Vénus, du 6 Juin 1769.</i>	74
<i>Sur les observations faites par M. l'Abbé Chappe, en Californie.</i>	76
<i>Sur le diamètre du Soleil qu'on doit employer dans le calcul des passages de Vénus.</i>	79
<i>Sur le passage de Vénus sur le Soleil, du 3 Juin 1769.</i>	80
<i>Sur la théorie de la Comète qui a paru au mois d'Avril 1769.</i>	87
<i>Sur les Éclipses sujettes aux Parallaxes.</i>	90

H Y D R O G R A P H I E.

97

D I O P T R I Q U E.

<i>Sur les Lunettes achromatiques.</i>	103
--	-----

M É C A N I Q U E.

<i>Sur la filature des Soies.</i>	106
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1770.</i>	112
<i>Éloge de M. l'Abbé Nollet.</i>	121
<i>Éloge de M. Rouelle.</i>	137
<i>Éloge de Milord Morton.</i>	149



T A B L E

POUR LES MÉMOIRES.

<i>M</i> ÉMOIRE sur les Solfatares des environs de Rome. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROV.	Page 1
<i>M</i> émoire sur la parallaxe du Soleil, qui résulte du passage de Vénus, observé en 1769. Par M. DE LA LANDE.	9
<i>A</i> nalyse de la Pierre Calaminaire du comté de Sommerjet & de celle du comté de Nottingham. Par M. SAGE.	15
<i>O</i> bservation & théorie de la Comète qui a paru au mois d'Août 1769, avec quelques Réflexions sur les théories d'une même Comète, établies dans différentes apparitions. Par M. CASSINI le Fils.	24
<i>P</i> remier Mémoire sur le Pétrole de Parme. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROV.	37
<i>S</i> econd Mémoire sur le Pétrole, & sur des vapeurs inflammables communes dans quelques parties de l'Italie. Par le même.	45
<i>M</i> émoire sur les Verges ou Barres métalliques, destinées à garantir les Édifices des effets de la foudre; avec la manière dont ces barres doivent être disposées pour que leur effet soit aussi certain qu'il est possible. Par M. LE ROY.	53
<i>P</i> rocédé des Anglois pour convertir le Plomb en Minium. Par M. JARS.	68
<i>P</i> remier Mémoire sur la nature de l'Eau, & sur les Expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité de son changement en terre. Par M. LAVOISIER.	73
<i>E</i> xtrait des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites par M. l'Abbé Chappe, en 1769. Par M. CASSINI DE THURY.	83
<i>S</i> econd Mémoire sur la nature de l'Eau, & sur les Expériences par	

T A B L E.

<i>lesquelles on a prétendu prouver la possibilité de son changement en terre.</i> Par M. LAVOISIER.	90
<i>Mémoire sur les Équations aux différences finies.</i> Par M. le Marquis DE CONDORCET.	108
<i>Recherches sur quelques conformations monstrueuses des doigts dans l'homme.</i> Par M. MORAND.	137
<i>Mémoire sur les Équations aux différences partielles.</i> Par M. le Marquis DE CONDORCET.	151
<i>Remarques sur les hauteurs de la Lune, prises au Cap-François à Saint-Domingue, pour en déduire la longitude géographique.</i> Par M. LE MONNIER.	179
<i>Observations sur la structure des parties de la génération de la Femme.</i> Par M. PORTAL.	183
<i>Mémoire sur les Équations différentielles.</i> Par M. le Marquis DE CONDORCET.	191
<i>Contact interne du disque de Vénus au disque du Soleil, observé à Saron par M. le Président Bochart de Saron, & communiqué à l'Académie.</i> Par M. LE MONNIER.	232
<i>Supplément aux observations du Printemps de l'année 1735.</i> Par le même.	233
<i>Observations sur divers points d'Anatomie.</i> Par M. PORTAL.	236
<i>Mémoire sur la nature du terrain de la montagne de Saint-Germain-en-Laye, & la comparaison d'un morceau de bois fossile qui y a été trouvé avec le jayet.</i> Par M. FOUGEROUX DE BONDAROT.	252
<i>Éléments de l'orbite de la Comète découverte par M. Messier, le 14 Juin 1770.</i> Par M. PINGRÉ.	255
<i>Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Huitième Mémoire, dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.</i> Par M. DU SÉJOUR.	257
<i>Remarques sur la structure du canal Thorachique & sur celle du réservoir du chyle.</i> Par M. PORTAL.	393

T A B L E.

<i>Mémoire sur le diamètre du Soleil qu'il faut employer dans le calcul des passages de Vénus.</i> Par M. DE LA LANDE.	403
<i>Explication du prolongement obscur du disque de Vénus, qu'on aperçoit dans ses passages sur le Soleil.</i> Par le même.	406
<i>Observations sur la structure de quelques parties du Veau marin.</i> Par M. PORTAL.	413
<i>Observations de M. l'Abbé Chappe, faites en Californie pour le passage de Vénus, avec les conséquences qui en résultent.</i> Par M. DE LA LANDE.	416
<i>Observations métallurgiques sur la séparation des Métaux.</i> Par M. JARS.	423
<i>Second Mémoire sur la filature des Soies.</i> Par M. DE VAUCANSON.	437
<i>Variation de l'Aimant à Paris.</i> Par M. LE MONNIER.	459
<i>Détermination de la réfraction & de la dispersion des rayons dans le Crown-glas & le Verre de Venise, & dans le Flint-glas ou Cristal blanc d'Angleterre, avec les dimensions des Objectifs achromatiques, composés de deux, de trois, de quatre & de cinq lentilles, calculées depuis deux pouces de foyer jusqu'à vingt pieds.</i> Par M. JEAURAT.	461
<i>Précis d'un Voyage en Amérique, ou Essai géographique sur la position de plusieurs Isles, & autres lieux de l'Océan atlantique; accompagné de quelques Observations concernant la Navigation.</i> Par M. PINGRÉ.	487
<i>Observations métallurgiques sur la séparation des Métaux.</i> Par M. JARS.	514
<i>Réflexions sur les Aréomètres, particulièrement sur les Principes d'après lesquels on peut en faire de comparables; avec la description d'Aréomètres d'argent, destinés à déterminer les pesanteurs spécifiques des Esprits-de-vin & des Eaux-de-vie, & des moyens d'en faire de pareils ou de comparables.</i> Par M. LE ROY.	526

T A B L E.

<i>Observations sur les Mines en général, & particulièrement sur celles de la province de Cornwall, en Angleterre.</i> Par M. JARS.	540
<i>Examen critique des Observations du passage de Vénus sur le disque du Soleil, le 3 Juin 1769; & des conséquences qu'on peut légitimement en tirer.</i> Par M. PINGRÉ.	558
<i>Observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769.</i> Par M. DU HAMEL.	584
<i>Mémoire qui explique la construction d'une Tour portative, faite pour servir d'Observatoire.</i> Par M. DE BORY.	612
<i>Addition aux Mémoires de M. le Marquis de Condorcet, pages 108, 151 & 191 de ce Volume.</i>	615
<i>Observation de l'Eclipse partielle de Lune, du 29 Avril 1771; faite à l'Observatoire de la Société Royale des Sciences, à Montpellier.</i> Par M. ^{rs} DE RATTE & POITEVIN, de la Société Royale de Montpellier.	619
<i>Mémoire sur l'effervescence & la chaleur du Vin dans la fermentation spiritueuse.</i> Par M. POITEVIN, de la Société Royale de Montpellier.	620

ERRATA POUR L'HISTOIRE.

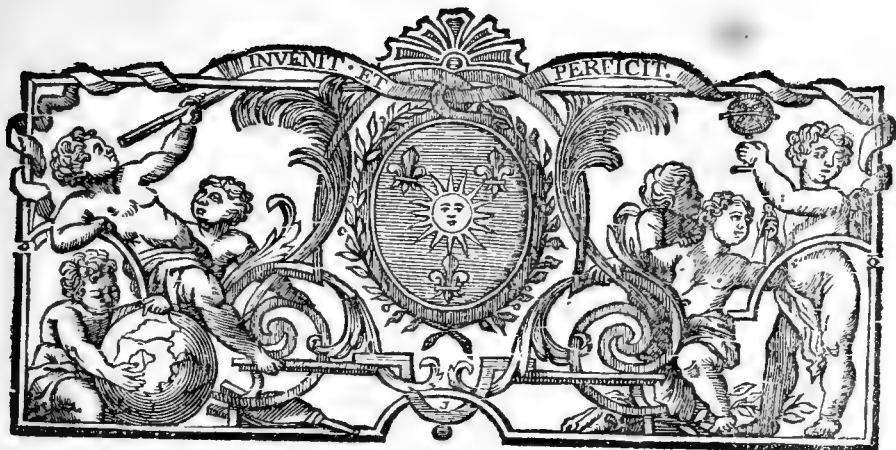
<i>Page 19, ligne 27, sont situées, lisez sont situés.</i>
<i>Page 20, ligne 14, qu'elle produisit; lisez qu'elle fournit,</i>
<i>Page 26, ligne 1, 16 lignes, lisez 16 pouces.</i>
<i>Page 32, ligne 30, détaillés, lisez détachés.</i>
<i>Page 52, ligne 34, par-derrrière, lisez derrière.</i>
<i>Page 73, ligne 12, purs, lisez pures.</i>
<i>Page 87, ligne 5, les a mis, lisez les a mises.</i>
<i>Page 125, ligne 5, Cartésienne, de la, ôtez la virgule.</i>
<i>Page 142, ligne 7, Borichius, lisez Borrichius.</i>
<i>Page 148, ligne pénultième présid, lisez présidé.</i>
<i>Ibid, dernière, incessammée, lisez incessamment.</i>

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1768.

<i>Page 287, ligne 27, 11^d 39' 42", lisez 11^d 38' 30".</i>
--



HISTOIRE



HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCLXX.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

*SUR LES
SOLFATARES DES ENVIRONS DE ROME.*

PRESQUE toute l'extrémité de l'Italie offre des phénomènes qui annoncent la présence de matières sulfureuses & inflammables. Nous avons rendu compte en 1750* des observations de M. l'abbé Nollet sur la Solfatare qui est aux environs de Naples; nous avons à parler ici de celles que M. Fougereux a faites dans son voyage d'Italie, sur les solfatares
Hist. 1770.

V. les Mém.
page 1.

* *Voy. Hist.*
1750, p. 20.

des environs de Rome, qui n'ont presque de commun avec celle de Naples que de produire du soufre & des matières vitrioliques. On diroit presque, en empruntant le langage de la Chimie, que dans le laboratoire de Naples la Nature s'est proposé de travailler uniquement par la voie sèche, tandis que dans celui de Rome elle n'opère que par la voie humide.

Le soufre des environs de Rome est fourni par des sources qui tiennent ce minéral en dissolution, sous la forme de *foie de soufre*, qu'on ne reconnoît que trop à son odeur insupportable qu'on sent de très-loin. La principale source de ces eaux est environ à quatorze milles ou près de cinq lieues de Rome; elle forme deux petits lacs d'environ trente-cinq ou quarante toises de large dans leur plus grande étendue. Près d'un de ces bassins sont des restes d'anciens édifices construits, à ce qu'on prétend, par Agrippa pour la commodité des bains; car les Romains connoissoient les propriétés de ces eaux, & Pline* les cite comme très-favorables aux blessés.

* Voy. *Hist. Nat. de Plin.*, liv. XXI, ch. 2.

Au fond de ce lac est une espèce de goufre ou une ouverture extrêmement profonde; les sondes qui y ont été faites, en donnent la profondeur au moins de 80 brasses; mais il y a grande apparence qu'au milieu où l'on n'a pu aller, elle seroit beaucoup plus grande. On voit sur le lac plusieurs petites îles flottantes, que M. Fougeroux regarde comme produites par la corrosion de l'eau, qui en détruisant la terre de ses bords, forme des végétaux qui y croissent une espèce de tourbe sur laquelle elle n'a plus de prise.

L'eau du lac offre un phénomène singulier, elle semble bouillir quand on y jette une pierre ou quelque corps qui s'y enfonce: M. Fougeroux pense que cet effet n'est dû qu'à l'air qui se dégage de la vase que la chute de ce corps vient troubler, & cette explication paroît d'autant mieux fondée, que le bouillon est d'autant plus long-temps à paroître que l'endroit du lac où l'on jette la pierre est plus profond.

L'eau de ce bassin a une couleur bleuâtre & une forte odeur de foie de soufre qui se fait sentir à plus d'une lieue, & même quelquefois jusqu'à Rome qui, comme nous venons de le dire,

en est distante de près de cinq lieues; elle va se jeter dans le Téverone par un canal de trois, quatre ou cinq pieds de profondeur, dans lequel elle coule assez rapidement; les bords de ce canal sont remplis d'une pâte de soufre grasse au toucher & très-reconnoissable à son odeur.

Cette eau mise dans un verre y conserve long-temps sa limpidité, sa couleur bleuâtre & son odeur de foie de soufre; ce qui prouve bien la parfaite dissolution de cette substance dans l'eau.

Ces eaux contiennent encore une espèce de sélénite qui paroît avoir produit les carrières de travertin dont on bâtit la plupart des édifices de Rome; ces pierres sont d'un grain très-fin, & percées de plusieurs trous: on pourroit soupçonner que la pâte soufrée dont nous venons de parler est le débris de ces pierres que l'eau soufrée décompose journellement. Cette même sélénite recouvre les plantes & les substances étrangères baignées par cette eau, & les habitans savent ajouter à ce jeu de la Nature, en arrosant fréquemment avec cette eau les corps qu'ils veulent incruster; on trouve encore sur le chemin de ces eaux, des pierres blanches si semblables à des dragées, qu'elles en ont retenu le nom de *dragées de Tivoli*.

M. l'abbé Nollet avoit observé que la chaleur de ces eaux étoit de 20 degrés, tandis que celle de l'atmosphère étoit de 18; elles n'ont donc par elles-mêmes qu'une chaleur médiocre. La vapeur qu'elles répandent est très-désagréable, elle fatigue la gorge & la poitrine; elle ternit très-promptement les métaux & le galon, précisément comme le fait la vapeur du soufre.

On assure que la vapeur de ces eaux pourroit faire périr les oiseaux qui passeroient au-dessus, & qu'ils l'évitent avec soin. M. Fougeroux n'avoit pas un oiseau sous la main pour s'en assurer, mais il présume que la rapidité de leur vol les mettroit à l'abri des mauvais effets de cette vapeur, & qu'ils ne s'en éloignent que comme d'une odeur qui leur est désagréable & qui pourroit leur nuire s'ils se trouvoient dans le cas d'y être long-temps exposés; l'instinct est en pareil cas un guide plus sûr que le raisonnement.

On juge bien que M. Fougeroux n'a pas oublié de soumettre ces eaux à l'examen chimique; une bouteille épaisse & très-exac-

tement bouchée qu'il avoit apportée à Paris, fut examinée par M. Cadet, & voici le résultat de cette analyse.

Cette eau puisée depuis près d'un an, ayant été débouchée, parut avoir encore une couleur bleuâtre quoique peu foncée, & elle répandoit une odeur de foie de soufre assez vive.

Une partie de cette eau ayant été évaporée, déposa un peu de soufre & une terre calcaire blanche qui fermenta avec l'acide du vinaigre, & produisit par son union avec cet acide une terre foliée à base terreuse.

Ce qui restoit de l'eau de la bouteille fut soumis aux épreuves suivantes.

L'huile de tartre par défaillance y forma un précipité d'un brun presque noir; celui qu'occasionna le vinaigre de Saturne étoit d'un brun plus clair, la dissolution de cuivre n'en précipita rien, mais cette même dissolution avec une goutte d'alkali volatil prit une belle teinture bleue, qui mêlée avec l'eau, la rendit un peu rouge: d'où il suit que ces eaux ne contiennent presque aucun acide surabondant.

Elles paroissent composées uniquement d'un soufre très-volatil & d'une terre absorbante, d'où résulte un foie de soufre formé de ce soufre & de l'alkali terreux, peut-être de l'alkali marin, peut-être même de l'alkali volatil.

Il est au moins certain que le soufre sublimé par les volcans contient plusieurs matières étrangères qui se dissipent avec le temps, & qui, lorsqu'il est nouvellement tiré des crevasses du volcan, altèrent sa couleur & son odeur naturelle, qu'il ne reprend que lorsque l'évaporation les lui a enlevées.

M. Fougéroux a observé quelque chose de semblable dans une seconde bouteille de ces eaux qu'il fit venir; celle-ci étoit moins épaisse & apparemment moins bien bouchée que la première; cependant il ne s'en étoit pas échappé une goutte d'eau, mais en arrivant à Paris elle avoit absolument perdu son odeur & sa couleur, elle étoit très-claire & sans aucune odeur; le phlogistique du soufre s'étoit dissipé, & l'acide vitriolique devenu oisif y avoit formé avec la substance terreuse une espèce de sélénite que le mouvement avoit fait précipiter, & un autre sel neutre en très-petite quantité.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire & des expériences de M. l'abbé de Mazéas sur ces mêmes eaux, rapportées par M. Fougeroux, que le soufre de ces eaux est extrêmement volatil, & qu'il s'y fait en peu de temps des décompositions & des recompositions assez singulières; mais il faut avoir, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, le tact bien fin en Physique pour les reconnoître & pour les saisir.

SUR LA NATURE DE L'EAU.

ON peut regarder l'Eau comme une terre très-simple, qu'un très-foible degré de chaleur peut tenir en fusion, qui affecte une forme régulière, qui est dure & transparente lorsqu'elle est en masse, & qui devient une poudre blanchâtre lorsqu'on la réduit en très-petites parties. Mais cette terre est-elle absolument inaltérable, en sorte que lorsqu'elle est pure on ne puisse en rien séparer ni la faire changer de forme? c'est une question qui a jusqu'ici partagé les Chimistes, & que M. Lavoisier s'est proposé d'examiner dans les deux Mémoires qu'il a lûs à l'Académie sur ce sujet.

V. les Mém.
pages 73 &
90.

Pour établir nettement l'état de la question, il falloit d'abord rapporter les moyens qu'on avoit cru devoir employer jusqu'ici pour l'éclaircir, & dont le résultat avoit pu faire penser que l'eau pouvoit être changée en terre, c'est ce que M. Lavoisier a fait dans son premier Mémoire. Ces moyens sont en général de deux espèces, la distillation & la végétation; il résulte du premier, que l'eau de pluie recueillie avec toutes les précautions nécessaires pour en exclure toute matière étrangère, avoit toujours donné dans un très-grand nombre de distillations successives une petite quantité de terre, d'où on avoit cru être en droit de conclure qu'une partie de l'eau se changeoit en terre à chaque distillation. Mais étoit-il bien sûr que l'eau de pluie ne contînt pas une terre ou poussière assez fine pour être enlevée avec elle dans les vaisseaux distillatoires, sans que les distillations répétées pussent jamais l'en séparer entièrement? Il est vrai que dans ce cas, le sédiment devoit diminuer à chaque distillation, & c'est ce

qui n'arrive pas. D'autres ont attribué ce sédiment à la poussière répandue dans l'air, mais en ce cas il ne devoit pas avoir lieu dans les vaisseaux exactement fermés, où cependant on l'observe. Nous verrons bientôt ce qui avoit pu leur faire illusion dans cette recherche, & les expériences de M. Lavoisier ne laisseront aucun doute sur cette matière.

Les preuves de la transmutation de l'eau, tirées de l'accroissement des plantes dans l'eau pure, étoient plus spécieuses; on avoit élevé des plantes, même des arbres, dont les racines n'avoient jamais été que dans de l'eau pure & filtrée, & les uns & les autres avoient pris de l'accroissement: on croyoit donc être en droit d'en conclure que cette eau avoit changé de nature & s'étoit transformée pour fournir la substance solide de ces végétaux. Mais la végétation est un phénomène trop peu connu & trop compliqué pour qu'on puisse l'employer ici; l'air de l'atmosphère dans lequel les feuilles sont plongées, sert autant à l'accroissement des végétaux que l'eau qu'ils pompent par leurs racines. Cet air n'est rien moins que pur, & il peut entraîner avec lui, soit les matières qu'il tient en dissolution, soit même une poussière très-fine qui y est presque toujours suspendue; il n'y a donc que des opérations chimiques qui puissent décider la question dont il s'agit, & nous venons de voir que toutes celles qu'on avoit faites jusqu'à présent étoient insuffisantes.

M. Lavoisier s'est proposé dans son second Mémoire d'examiner de nouveau chacune de ces opinions & d'interroger la Nature par de nouvelles expériences; elles lui ont fourni une explication du phénomène, à laquelle on ne se seroit pas attendu, & que toutes les circonstances des observations faites jusqu'ici contribuent à confirmer.

Si la distillation n'avoit fait que séparer de l'eau une terre étrangère qui y auroit été suspendue, l'eau distillée auroit diminué de pesanteur spécifique à chaque distillation; or cette diminution n'existe pas, ou est beaucoup moindre qu'elle n'auroit dû l'être dans cette hypothèse; ainsi il en faut conclure que le sédiment est étranger à l'eau & est fourni par la cucurbite, ou bien qu'il y a une véritable transmutation. Pour être en droit de prononcer

avec certitude, M. Lavoisier a renfermé de l'eau dans un pélican bien bouché; on sait que cette espèce d'alembic reporte dans le corps de l'instrument le produit de la distillation, qui par ce moyen se répète continuellement.

Après une distillation de cent un jours, le poids total du vase & de l'eau est demeuré le même, mais l'eau en ayant été tirée avec son sédiment, le pélican s'est trouvé diminué de poids sensiblement, & l'eau augmentée de la même quantité; enfin l'eau séparée de son sédiment & distillée de nouveau à l'ordinaire, a déposé un nouveau sédiment semblable au premier, qui y étant joint étoit un peu supérieur en poids à ce que le pélican avoit perdu: d'où il résulte deux vérités également importantes; la première, que la nature de l'eau n'est pas altérée par la distillation; & la seconde, que le verre est dissoluble dans l'eau, & que cette dissolution qu'on ne s'étoit pas avisé jusqu'ici de regarder comme cause de ce phénomène, s'opère dans nos laboratoires sans le secours de ces grands moyens dont la Nature semble s'être réservé le secret. L'alkali fixe qui entre dans la composition du verre est probablement l'intermède qui rend possible la dissolution du sable dans l'eau: mais il s'agiroit de déterminer quelle est la proportion du sable & de l'alkali dans cette partie dissoluble? si elle est la même pour la terre dissoute dans l'eau & pour le sédiment terreux? quels phénomènes présenteroit la distillation répétée de l'eau dans des vaisseaux de grès ou de métal? tous Problèmes dont la lecture des Mémoires de M. Lavoisier fait desirer la solution, & qui peuvent être le sujet de bien des recherches & la matière de plusieurs Mémoires. Nous devons espérer que M. Lavoisier ne négligera rien pour satisfaire l'impatience des Physiciens, & pour confirmer la belle découverte que nous venons d'exposer.

SUR LA

DÉCLINAISON DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.

LA déclinaison de l'Aiguille aimantée a certainement des loix V. les Mém. prescrites par la Nature, mais elles nous sont inconnues jusqu'ici, & si l'on peut parvenir à les connoître, ce ne peut être

qu'en observant avec soin les différens changemens qu'on observe dans ce phénomène, la vitesse avec laquelle s'opèrent ces changemens, & toutes les circonstances dont ils sont accompagnés.

M. le Monnier a entrepris ce travail, qui exige une recherche exacte des plus anciennes observations, une critique judicieuse de leur degré d'exactitude & une comparaison suivie de toutes celles qu'on y peut employer. Nous allons rendre compte de ses premiers essais.

La première observation de l'aiguille aimantée que M. le Monnier emploie, est de 1541; elle déclinait alors à Paris de 7 degrés vers l'Est: de-là jusqu'à 1600. les observations donnent sa direction comme stationnaire; elle semble même avoir peut-être encore avancé vers l'Est avant que de se rapprocher du Nord. Le mouvement de l'aiguille pour se rapprocher de ce terme, est ensuite devenu plus rapide; il a été d'abord de 4 degrés en quarante ans, puis de 3 degrés en vingt-six ans.

L'année 1666, époque de la fondation de l'Académie, a été aussi, pour Paris, celle de la direction de l'aiguille aimantée vers le point précis du Nord, comme si la Nature s'étoit empressée d'offrir un phénomène remarquable à une Compagnie qui naissoit pour l'étudier. L'aiguille a changé depuis sa direction, en se tournant de plus en plus vers l'Ouest, & ce changement s'est fait d'abord assez promptement, & ensuite avec une bien plus grande lenteur. On en jugera aisément si l'on fait attention que depuis 1758 jusqu'en 1771, son mouvement moyen a été de 8 minutes par an, tandis que de 1666 à 1769, ce même mouvement moyen a été de 12 minutes par année, & que de 1666 à 1702 il avoit été de 15 minutes & demie, en sorte que l'instant de la plus grande vitesse répond environ à l'année 1684. Ce ralentissement de mouvement donne lieu à M. le Monnier de conjecturer que l'aiguille approche du terme où elle sera stationnaire, & peut-être pour devenir rétrograde.

Indépendamment de la marche de la variation de l'aiguille, observée dans un même lieu, il y a encore d'autres changemens de cette variation, qui dépendent du changement de lieu; mais la marche en est si irrégulière qu'on n'a pu jusqu'ici la réduire à aucune

aucune règle constante, & il en faut toujours revenir à suivre les observations faites dans un même lieu.

Celles que M. le Monnier rapporte dans cet Ouvrage, sont tout ce qu'on a de plus certain sur cette matière; & si elles ne sont pas absolument suffisantes pour découvrir la loi que suit ce phénomène à Paris, elles mettent sur la voie de nouvelles observations qu'on pourroit faire pour la découvrir, en faisant voir; comme nous l'avons dit, que l'extrémité de l'aiguille semble tendre vers un point qui s'écarte un peu du Nord à l'Ouest, comme un pendule tend au centre de la Terre, & faire autour de son centre, en vertu de cette tendance, de lentes oscillations dont chacune dure environ deux siècles, & qui pour le temps & la grandeur sont divisées en deux parties à peu-près égales.

SUR LE PÉTROLE DE PARME.

LES Huiles végétales essentielles ou grasses, ne sont pas les seules que nous connoissons; il y en a de naturelles & de minérales qui sortent d'elles-mêmes de la terre ou des rochers en quelques endroits, & qu'on nomme pour cette raison *Pétrole*, *Petroleum* ou *huile de pierre*. V. les Mém. P. 37 & 45.

L'Académie a rendu compte en 1715 * de l'analyse que feu M. Boulduc avoit faite de cette huile minérale, d'où il résulta que c'étoit un bitume liquide qui ne différoit des bitumes solides que par sa fluidité. L'huile de pétrole qui avoit été soumise aux expériences de M. Boulduc, venoit du bailliage de Mont-Festin dans le duché de Modène; mais le Mémoire de cet Académicien ne contient aucun détail sur la manière de le recueillir & sur les endroits où on le trouve; connoissance cependant nécessaire, si l'on veut essayer de connoître comment cette huile se forme dans la terre, & ce qui entre dans sa composition.

C'est à quoi M. Fougereux a essayé de remédier dans les deux Mémoires desquels nous avons à parler. M. Ferrarini, Chimiste de S. A. R. l'Infant Duc de Parme, l'a mis à portée de décrire avec exactitude la manière de retirer le pétrole, usitée dans les États de ce Prince.

Hist. 1770.

; B

* Voy. *Hist.*
1715, P. 153.

Le village de *Miano* d'où on le tire, n'est éloigné de Parme que d'environ cinq lieues; on y creuse de certains puits qu'on ne perce pas jusqu'à l'eau, dans le fond desquels le pétrole se ramasse & desquels on le tire avec des espèces de seaux destinés à cet usage. Il y a dans ce lieu plusieurs de ces puits abandonnés, mais il n'y en a que cinq qui travaillent, dont trois donnent du pétrole blanc, & deux autres du pétrole roux. Tous ceux de ces puits qui fournissent du pétrole, ne sont pas à plus de dix pieds de distance des anciens & à environ 40 pieds les uns des autres, ils ont à peu-près cent quatre-vingts pieds de profondeur. Les habitans assurent qu'il y a cinquante ans le pétrole se trouvoit à une bien moindre profondeur.

On ne connoît point d'indices certains qui puissent indiquer à la surface du terrain, s'il contient du pétrole à la profondeur que nous venons de dire; il faut en courir le hasard: souvent diverses circonstances locales obligent d'abandonner les puits plus ou moins creusés; quelquefois étant percés à leur profondeur, on n'y trouve qu'une quantité de pétrole insuffisante pour indemniser des frais.

Une longue expérience a cependant appris aux habitans de *Miano* quelques règles qui leur servent de guide dans leurs travaux; ils observent de ne jamais fouiller près d'un endroit où l'on ait anciennement tiré du pétrole, la veine en doit être épuisée: ils regardent comme un signe avantageux de trouver près de la surface de la terre un lit assez épais d'une espèce d'argile d'un gris verdâtre, coupée de six en six pieds par une autre terre plus commune. Cette argile qu'ils nomment *terreno cocco*, est d'autant plus dure qu'elle est plus profonde; ils veulent que dès la profondeur de cinquante pieds on sente une odeur de pétrole, & qu'elle s'augmente à mesure qu'on approfondit le puits, jusqu'à devenir insupportable aux ouvriers qui, vers la fin, ont besoin d'être relevés de quart-d'heure en quart-d'heure.

Lorsque tous ces signes se trouvent, on continue de percer jusqu'à ce qu'on voie suinter le pétrole des terres, souvent il s'en élance par jets; il est même arrivé qu'en perçant un puits de cette espèce, on trouva au fond une cavité naturelle dans laquelle il

s'étoit rassemblé environ huit cents livres de cette huile minérale.

Deux raisons font qu'on rétrécit le fond des puits; on en enlève plus aisément le pétrole, & on abrège le travail des ouvriers; que l'odeur pénétrante de cette huile rend presque impraticable. Ces puits fournissent peu en hiver, aussi sont-ils abandonnés dans cette saison, & on n'y vient puiser que depuis le printemps jusqu'à la fin de l'automne.

Des trois puits de Miano qui fournissent du pétrole blanc, deux le donnent pur & sans mélange; le troisième, fait depuis quatre ans, le fournit mêlé avec de l'eau un peu salée. Le pétrole qu'on en retire & qui surnage cette eau, n'en est pas moins bon; il sortoit pur d'abord, & l'eau n'y est venue qu'après. Le seul inconvénient qui en résulte est la nécessité de l'épuiser plus souvent; l'eau, si on la laissoit trop s'accumuler, boucheroit les sources de l'huile & l'empêcheroit de couler.

La quantité d'huile fournie par chaque puits dans le même temps n'est pas égale; il y en a qui ne donnent par jour qu'une demi-livre de pétrole, tandis que d'autres en fournissent depuis une livre jusqu'à quatre.

L'huile au sortir des puits est toujours un peu louche à cause de la terre qu'elle tient, & elle est d'autant plus colorée que cette terre est plus brune; on la lui enlève en la distillant avec de l'eau, l'huile monte la première & est alors très-claire & très-blanche. Les montagnes voisines de Miano & que côtoie le Taro, fournissent aussi une petite quantité de pétrole; & tout ce canton contient des lits de coquilles fossiles en partie détruites.

Dans les puits de *Salso maggiore*, d'où l'on tire l'eau salée qui fournit de sel tout l'État de Parme, on trouve aussi du pétrole qui surnage l'eau; la plupart des puits n'en donnent qu'une quantité trop petite pour la recueillir, mais il y en a un duquel on en tire assez pour qu'on emploie cette huile à éclairer les ouvriers pendant la nuit, parce que sa mauvaise qualité l'empêcheroit d'être marchande. M. de Montigny a aussi observé dans les salines de Franche-comté, que leurs eaux contenoient des parties grasses & bitumineuses qui avoient une assez forte odeur de pétrole.

A Vellèia qui n'est qu'à environ sept lieues de Plaisance, il y a

au pied d'une montagne une source qui semble bouillir, quoique le thermomètre n'y indique aucune chaleur sensible. Ce phénomène n'est pas rare en Italie, & l'Académie en a déjà donné l'explication dans son Histoire*; mais ce qui s'offre de singulier, c'est que sur cette eau s'observe une vapeur sombre, qui a une odeur de pétrole, & qu'au-dessus de cette source, pour peu qu'on creuse la terre, il en sort une vapeur semblable qui prend feu à l'approche d'un corps enflammé, & brûle pendant plusieurs jours.

* Voy. Hist.
1750, p. 21.

Ce phénomène a fourni à M. Fougeroux l'explication très-naturelle de ces feux, ou plutôt de ces vapeurs inflammables qui s'observent en tant d'endroits de l'Italie; & c'est ce qui fait la matière de son second Mémoire.

Il en a observé plusieurs dans sa route, mais ils se ressemblent si fort par les circonstances essentielles, que nous ne parlerons que des plus considérables pour venir plus promptement à l'explication très-plausible qu'il en donne.

Ces feux sont ceux de la montagne de *Canida* près *Pietra-mala*; ils sont au nombre de quatre, & les habitans leur donnent des noms différens; la première bouche se nomme *di Legno*, parce que la vapeur allumée donne une flamme claire & semblable à celle du bois enflammé; la seconde s'appelle *del Piglio*; la troisième *del Montaggiolo*; & la quatrième porte le nom général de la montagne de *Canida*.

La seconde bouche ou celle *del Piglio* est située plus bas que celle *di Legno*, sur la même montagne, à environ 70 toises de son sommet. Dans celle-ci, d'un léger enfoncement ayant environ sept pieds de diamètre, il sort une vapeur très-volatile qui ne devient visible que lorsqu'on l'allume en lui présentant une lumière. Cette flamme n'est en aucune manière nuisible, elle n'occupe pas à la fois toute la superficie de ce terrain; du papier, du bois sec jetés dans ce feu ne s'y enflamment pas comme dans un feu ordinaire, mais ils s'y consument assez promptement. La vapeur seule est susceptible d'inflammation, & la terre n'a aucune chaleur à quelques pouces de profondeur; elle est dans cet endroit couleur de cendre huileuse, ayant une odeur très-sensible de pétrole, & si l'on fouille

un peu plus profondément, on en voit suinter de cette huile; on y observe aussi des débris de végétaux détruits: ces végétaux entreroient-ils dans la composition du pétrole? si on jette de cette terre dans de l'eau chaude, il y surnage une liqueur huileuse; cette même liqueur paroît encore s'élever sous une forme laiteuse, dans la distillation de cette terre.

On n'observe aux environs de ces feux aucun des phénomènes qui constatent la présence d'une bouche de volcan, quoiqu'on puisse soupçonner assez légitimement qu'il y en ait eu autrefois & qu'il puisse même y en avoir, mais très-profondément. Il résulte de cette structure que ces vapeurs inflammables pourroient bien n'être qu'une évaporation de l'huile de pétrole contenue dans la terre & enlevée par l'action de ce feu profond. Si cette vapeur légère est assez abondante, elle continuera de brûler dès qu'elle aura pris feu; mais si elle est moins abondante, elle s'éteindra dès que le feu n'aura plus d'aliment, & ne pourra s'allumer de nouveau que lorsqu'elle sera renouvelée.

On n'est jamais plus sûr d'avoir deviné le secret de la Nature; que lorsqu'on peut parvenir à en imiter les effets; c'est effectivement ce qui est arrivé à M. Fougeroux, & voici comment il est parvenu à imiter en petit ce qu'il avoit vu en grand dans son voyage.

Il a mis dans une grande terrine de la terre glaise trouvée au fond des puits de Miano, dans laquelle il avoit mêlé de cette terre légère que dépose le pétrole dans les vaisseaux où on le met; il a recouvert ce mélange avec plusieurs pouces de terre légère, en mettant le tout sur des charbons allumés. La vapeur s'est élevée à une très-foible chaleur; elle s'est allumée dès qu'on lui a présenté un corps enflammé, & a produit comme les feux d'Italie, une flamme bleue qui a couru sur ce terrain factice; abandonnant souvent une place pour passer dans une autre, détruisant les corps aisément inflammables sans les enflammer, & qui s'éteignoit dès qu'on souffloit dessus un peu fort; en un mot cet effet en petit étoit si semblable à ceux que M. Fougeroux avoit observés en Italie, qu'il n'est presque pas possible qu'il n'en ait deviné la véritable cause.

SUR LES BARRES MÉTALLIQUES PRÉSERVATRICES DU TONNERRE.

V. les Mém.
page 53.

* Voy. Hist.
1748, p. 35;
1752, p. 9;
1753, p. 78;
1755, p. 25;
1764, p. 1;
1767, p. 28.

ON connoît depuis long-temps l'analogie qui existe entre le Tonnerre & l'Électricité; l'Académie en a rendu compte en plusieurs endroits de son Histoire *, elle a de même rapporté l'ingénieuse application faite par M. Franklin, de ce principe à un moyen de préserver du tonnerre les édifices, en élevant au-dessus de ces mêmes édifices, des verges ou pointes métalliques qui communiquassent par des conducteurs de même nature avec le terrain, & au moyen desquelles on pouvoit, selon lui, soutirer, pour ainsi dire, le feu électrique qui s'approcheroit de ces édifices, & le faire dissiper en silence & sans explosion.

Cette idée étoit assez intéressante pour mériter qu'on en fit de nombreuses expériences, c'est cependant ce qu'on n'a point fait; les uns ont traité ce moyen d'inutile, d'autres l'ont regardé comme plus propre à provoquer la foudre qu'à s'en défendre, & presque personne ne l'a mis en pratique.

C'est ce qui a déterminé M. le Roy à discuter de nouveau cette matière dans le Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & à y faire voir que, malgré tout ce qu'on a pu dire, l'utilité de ces barres est fondée sur l'analogie la plus suivie & la mieux établie.

Le premier pas dans cette recherche doit être de mettre, pour ainsi dire, sous les yeux du lecteur la marche du fluide électrique, que la plus grande partie des Physiciens regardent aujourd'hui avec la plus grande probabilité, au moins comme très-analogue avec la matière du tonnerre, s'il n'est pas absolument le même. Il résulte de l'examen qu'en a fait M. le Roy, quelques principes établis par l'expérience, & qu'on ne peut en aucune façon révoquer en doute.

La matière électrique passe avec une rapidité prodigieuse d'une extrémité à l'autre des corps électrisables par communication, sur-tout s'ils sont métalliques, & cela quelque longueur qu'on leur suppose.

Si l'un de ces corps prenant l'électricité d'un conducteur par l'un de ses bouts, touche par l'autre la terre ou l'eau d'un bassin, d'un puits, &c. l'électricité du conducteur disparaît, & il n'est plus possible de l'électrifier tant que cette communication subsiste.

Le fluide électrique passant librement dans un corps métallique, n'est disposé à éclater que lorsque cette route lui manque, & qu'il se trouve vis-à-vis de corps qui ne le reçoivent que difficilement; alors il ne manque pas de les briser & de les détruire.

Quelque quantité de matière électrique qu'on suppose couler dans le corps métallique, pourvu qu'il la puisse contenir, il ne communique aucune impression aux corps qui en sont les plus voisins.

Nous avons dit, pourvu qu'il la puisse contenir; car s'il étoit trop menu pour la recevoir toute, elle le fondroit & le briserait.

Les corps métalliques fort aigus attirent de très-loin l'électricité.

Si un corps métallique est surmonté d'une partie saillante, même assez peu élevée, l'électricité se portera sur cette partie, sans toucher au reste du corps.

Tels sont les phénomènes les plus constans que présente l'électricité excitée par le frottement; examinons présentement l'analogie qui se trouve entr'eux, & les effets du tonnerre qu'on a observés.

Il est certain que toutes les fois que le tonnerre tombe sur un édifice, ce sont presque toujours les parties métalliques saillantes, comme les croix, les girouettes, les timbres d'horloge, &c. qu'il attaque de préférence; & il n'est pas moins connu que si ces corps communiquent à des barres de fer, fils d'archal, fentons de cheminées, la foudre suit constamment ces corps jusqu'à leur extrémité. M. le Roy rapporte plusieurs exemples qui prouvent cette marche du tonnerre, qu'il regarde comme si constante qu'il n'hésite pas d'assurer que si on avoit des observations suivies, on ne trouveroit pas un seul exemple du contraire.

On observe de même que toutes les fois que les fils sont trop menus pour contenir tout le feu électrique qui s'y jette, il les fond, les brise, & les détruit.

Lorsque le tonnerre a une fois enfilé un conducteur métallique, il suit cette route paisiblement tant qu'il lui est possible de la suivre;

mais où elle lui manque, il éclate & brise tous les corps qui s'opposent à son passage, à moins que ces conducteurs métalliques n'aboutissent au terrain ou à une grande masse d'eau, où il se perd. Ces propriétés de la foudre sont prouvées par un grand nombre de faits, dans lesquels elles ont constamment été observées.

Si présentement on veut prendre la peine de comparer les effets de l'électricité & ceux du tonnerre, que nous venons de rapporter, il sera difficile de se refuser à l'identité qui se trouve entre l'une & l'autre, & d'en conclure que les mêmes moyens qu'on emploie pour dissiper l'électricité artificielle, peuvent être également employés pour dissiper celle des nuées orageuses. Examinons présentement comment ces moyens peuvent être mis en usage pour préserver les édifices de la foudre; & voici la manière dont M. le Roi pense qu'on les peut employer.

On placera au plus haut de l'édifice une barre de fer de cinq à six pieds au moins de longueur, & de deux pouces de diamètre, & cette barre sera presque cylindrique, & terminée par en haut par une pointe qui ne sera pas trop aiguë, afin de ne pas attirer le feu du tonnerre de trop loin. Cette barre communiquera très-intimement avec une autre barre, qui descendra depuis le haut de l'édifice jusque dans la terre ou dans un bassin plein d'eau, où elle se plongera; & si le lieu est fort exposé à de violens orages, on établira au-dessous du comble des barres horizontales, soutenues sur des appuis ou consoles de pierre, qui communiqueront aux barres descendantes.

Ces dernières barres, qui doivent servir de conducteurs à la foudre pour la perdre dans le terrain, auront au moins huit à neuf lignes d'équarrissage : on peut assez raisonnablement présumer que cette grosseur sera suffisante pour recevoir toute l'électricité orageuse, sans que les barres soient rompues; mais la seule expérience peut fixer ces dimensions d'une manière invariable. En observant bien toutes ces circonstances, il y a tout lieu de croire que la foudre tombant sur un édifice, enfilera de préférence l'appareil métallique qu'on lui présente, & ira se perdre dans la terre sans causer aucun dommage à cet édifice.

Il ne reste plus qu'à répondre à deux objections qui pourroient se

se faire contre cet usage des barres préservatrices; on pourroit les regarder comme inutiles, ou même comme dangereuses.

La première ne mérite pas qu'on s'y arrête; l'établissement de ces barres est si peu coûteux & si facile, si on le compare aux frais d'un bâtiment, & l'utilité dont elles peuvent être est si grande, qu'on ne doit certainement pas hésiter à faire cette petite dépense.

Quant au danger, l'objection est plus forte, mais il est aisé de la détruire: ces barres ne pourroient être dangereuses, qu'en ce qu'elles attireroient le tonnerre; mais si elles peuvent l'attirer elles le transmettront infailliblement au terrain, & si elles ne l'attirent pas, elles ne produiront aucun effet.

Il est donc prudent d'employer ce préservatif pour les grands édifices, & pour ceux qui contiennent des matières combustibles. Aussi le Grand-Duc de Toscane, dont le suffrage mériteroit d'être compté, quand on ne le regarderoit que comme Physicien, a-t-il fait placer de ces barres sur tous ses magasins à poudre. La République de Venise a, dit-on, pris le même parti, & le Chapitre de Saint-Paul de Londres consulta il y a deux ans la Société royale sur les moyens de préserver ce grand édifice des effets du tonnerre. Des exemples de cette espèce, prouvent au moins que cette invention est mise au rang des choses possibles & utiles.

*SUR LA COMPARAISON
D'UN MORCEAU DE BOIS FOSSILE
Trouvé à Saint-Germain-en-Laye,
AVEC LE JAYET.*

IL est peu de personnes dans le royaume qui ignorent les V. les Mém. magnifiques travaux qui ont été faits à la montagne de Saint-Germain-en-Laye, pour l'adoucissement de la grande route de Normandie qui y passe. Un des principaux inconvéniens qu'y a rencontré M. Perronet, sous les ordres duquel ces travaux ont été faits, a été une source d'eau assez abondante qui y couloit de temps immémorial, & qui ruinoit, par les éboulemens qu'elle occasionnoit, les ouvrages les plus solides.

Hist. 1770.

C

On n'a pu se délivrer de cette source incommode , qu'en ouvrant de profondes tranchées pour pénétrer jusqu'à son lit , & en détourner le cours. Ces tranchées ont fait voir l'intérieur de la montagne, composé de différens lits parallèles entr'eux , & ayant à peu près la pente de dix-huit à vingt pouces par toise , qui est l'inclinaison naturelle de la montagne.

Ce n'est que sur le cinquième lit , composé d'une glaïse couleur d'ardoise , & placé à environ vingt-deux pieds de profondeur , qu'on a trouvé celui de la source ; & vers le bas de ce lit , qui est à vingt-neuf pieds de profondeur , & où la glaïse est plus noire & mêlée de craie de différentes couleurs , on a trouvé dans le fond du banc de glaïse un morceau de bois fossile qui traversoit la tranchée , & dont on n'a pu par cette raison déterminer la longueur , ses extrémités étant engagées de part & d'autre bien avant dans le terrain. Ce bois , dans la partie découverte , étoit très-lourd , couleur de café brûlé , & très-noir en quelques endroits ; il avoit quatre ou six pouces de grosseur , & ses nœuds & ses fentes étoient remplis de pyrites ferrugineuses & sulfureuses , qui s'y étoient moulées comme dans une lingotière.

Ces pyrites introduites dans le bois fossile , n'ont au reste rien qui doive surprendre , puisqu'immédiatement au-dessous on a trouvé un lit entier de ces mêmes pyrites , qu'on soupçonne , avec beaucoup d'apparence , de donner la qualité minérale à une source qui sort de la même colline au-dessous du château neuf.

Le morceau de bois fossile fut enlevé par ordre de M. Perronet , qui l'apporta à l'Académie , & M. Fougereux fut chargé d'en examiner la nature.

La ressemblance de ce bois fossile avec le jayet frappa M. Fougereux. On sait que cette substance se trouve dans des carrières plus ou moins profondes , par morceaux posés assez souvent les uns sur les autres , & presque toujours formés de lames dans lesquelles on aperçoit des fibres ; tous caractères qui semblent appartenir à un bois pétrifié.

Des morceaux de jayet brut comparés à celui de Saint-Germain , offrirent la plus grande ressemblance ; même couleur à l'extérieur , même poli & même noir dans les cassures , même degré de dureté ,

même facilité de se polir, même brillant après l'avoir été; en un mot, rien de ce que le coup d'œil pouvoit offrir ne parut différent: M. Fougereux passa à d'autres épreuves. On sait que le jayet est susceptible de se brûler, & qu'en se brûlant il répand une odeur de bitume ou de pétrole; quelques morceaux de celui de Saint-Germain mis sur les charbons ardens offrirent les mêmes phénomènes, en observant seulement de choisir ceux qui ne contenoient point de pyrites; car dans ceux-ci l'odeur du soufre masquoit absolument celle du pétrole, & la faisoit disparaître. Enfin des morceaux du bois de Saint-Germain, bien exempts de pyrites & soumis à la distillation dans des vaisseaux clos, ont donné absolument les mêmes principes que des morceaux de jayet mis à la même épreuve.

Il résulte donc de tout ce que nous venons d'exposer, que le morceau de bois pétrifié trouvé à Saint-Germain étoit du véritable jayet, & qu'il est très-probable que ce dernier est produit par des végétaux plus ou moins pénétrés de matières inflammables. Il seroit, sans doute, curieux de savoir quelle est l'espèce de bois qui produit le jayet; s'il est du genre des résineux, & les circonstances nécessaires pour qu'il se convertisse en jayet. Mais on sent bien que de nouvelles observations peuvent seules éclaircir ces doutes; celles de M.^{rs} Perronet & Fougereux peuvent mettre sur la voie, & ouvrent une nouvelle carrière aux recherches des Naturalistes & des Physiciens.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

LA ville de Remiremont & le bourg de Plombières, célèbre par ses eaux minérales, sont situées dans des vallées qui reçoivent les écoulemens de plusieurs montagnes voisines, dont elles sont entourées. Le 25 Juillet 1770, il y eut à Remiremont un orage très-violent avant le coucher du Soleil; les habitans se crurent quittes de tout danger par la cessation de cet orage, ils étoient

cependant bien éloignés de l'être ; & cet orage , tout violent qu'il avoit été , n'étoit que le prélude de la scène affreuse qui alloit se passer : l'air n'avoit pas même été rafraîchi. Bientôt on vit des nuées très-noires se rassembler en masses énormes , & se mouvoir d'une façon effrayante au gré du vent , qui paroïssoit souffler à la fois de tous les points de l'horizon.

Bientôt il se déclara un second orage plus furieux que le premier ; & que l'obscurité des nuées , jointe à celle de la nuit , rendoit encore plus terrible ; cependant les ravages du vent , les éclairs redoublés & le tonnerre , qui rouloit & éclatoit presque sans interruption , ne furent que la moindre cause du dégât qu'éprouva ce malheureux canton.

L'énorme quantité de pluie que cet orage versa sur les montagnes voisines , en fut , à proprement parler , le fléau destructeur ; la quantité d'eau qu'elle produisit , eut bientôt produit un nombre prodigieux de torrens , qui , roulant impétueusement par toutes les gorges des montagnes , entraînèrent tout ce qui se trouva sur leur route , & couvrirent les vallées , qui formoient auparavant des prairies riantes & des terres bien cultivées , d'un amas informe de débris , de terre , de sable , d'arbres & de rochers ; en sorte que ce canton n'offre plus aujourd'hui que l'image du chaos.

Les collines , & sur-tout celles dont le terrain n'étoit pas extrêmement tenace , ont été coupées & entamées en un très-grand nombre d'endroits , & il s'y est creusé de profonds ravins qui ont l'air de précipices.

On jugera aisément que dans ce désordre général , les habitations ne furent pas épargnées ; toutes celles qui se trouvèrent sur la route des torrens , furent entraînées avec tout ce qu'elles contenoient , & celles qui se trouvoient en bas , furent ensevelies sous les énormes monceaux de débris que les eaux y avoient amenés. On n'entendoit de tous côtés que les cris des malheureux habitans qui périssoient accablés sous leurs maisons ruinées , ou qui trouvoient dans leur fuite la mort qu'ils avoient voulu éviter ; & ces cris , joints à l'obscurité & au fracas que faisoient les vents , les eaux & le tonnerre , imprimoient la dernière touche d'horreur à cet affreux tableau.

Dans le nombre des maisons détruites avec leurs habitans , on

à sur-tout mentionné une huilerie, placée dans une petite plaine au pied des collines. Cette petite plaine, autrefois prairie agréable, est devenue un amas de rochers, de cailloux, de terre & de sable, entourée de côteaui à moitié détruits; & ce vaste amas de décombres sert aujourd'hui de tombeau à l'Huiliér & à toute sa famille, dont aucun n'a pu échapper au danger.

On a regardé comme un phénomène singulier, ce qui est arrivé dans une autre plaine pareille; le torrent l'a comblée du débris d'une masse énorme de terrain qu'il a sapé par le pied, & des arbres d'un bois de sapin qui la couvroit. Ces arbres renversés, & entraînés pêle-mêle avec les rochers & la terre, forment une masse confuse dans l'endroit où étoit la plaine; un seul de ces arbres, au milieu de tout ce ravage, a glissé parallèlement à lui-même, & se trouve aujourd'hui planté debout au milieu de tous ces débris : il seroit peut-être difficile d'assigner le degré de probabilité d'un tel événement. Plombières ne pouvoit manquer, par sa situation, d'avoir part à ce désastre; la vallée où ce bourg est situé est si étroite, qu'elle n'a pu comporter qu'un seul rang de maisons, au nombre d'environ quatre-vingts. La petite rivière d'Eaugrogne qui y passe, y porte non-seulement les eaux de la source, placée sur la montagne d'Olichamp, à une lieue & demie de Plombières, mais encore les écoulemens des eaux pluviales qu'elle reçoit dans ce trajet. Aussi Plombières avoit-il essuyé déjà du dommage en 1660 par le débordement de cette rivière; & on avoit fait pour s'en garantir un large canal, revêtu de grosses pierres de taille dans toute sa longueur de ce bourg.

Malgré cette précaution, Plombières ne fut pas en cette occasion exempt du ravage qu'essuya tout le canton. Dès quatre heures après midi la rivière commença à croître, vraisemblablement par l'écoulement de la pluie du premier orage, & une demi-heure après elle étoit augmentée d'environ trois pieds, mais toujours dans son lit. Vers dix heures du soir elle commença à déborder, & mit un pied d'eau dans la rue, & en moins d'une heure elle étoit montée jusqu'à six pieds au-dessus du sol des maisons, desquelles il y eut plusieurs de renversées & quelques-unes fort entamées. Vers minuit les eaux baissèrent considérablement, mais bientôt après elles

remontèrent; parce que les foins entraînés par l'eau, & les débris des maisons engorgèrent le canal; mais enfin elles s'écoulèrent, & la rivière rentra dans son lit : les petits bains, les deux étuves qui étoient vis-à-vis, & le grand bain, ont été détruits ou comblés de décombres.

Ce qu'il y a de singulier, c'est que les sources minérales n'ont pas paru donner avec plus d'abondance qu'à l'ordinaire, pendant que les sources d'eau commune étoient considérablement augmentées; vraisemblablement l'origine des premières est assez profonde & assez éloignée, pour qu'elles n'aient rien pu recevoir des eaux de cette espèce de déluge, qui a ravagé la superficie du terrain.

Il est au reste impossible de se former une idée du bouleversement affreux de tout ce canton, dans une étendue de pays de plus de douze lieues carrées; il est tel, que ceux qui l'avoient vu la veille s'y trouvoient comme étrangers, & la quantité d'eau étoit si énorme, que quinze jours après l'accident les torrens couloient encore, & dans plusieurs endroits assez sensiblement. Tout ce détail est tiré d'une relation très-circonstanciée de ce funeste phénomène, envoyée à M. Morand fils, par M. Deguerre, Docteur en Médecine, stipendié de la ville & de l'abbaye de Remiremont, qui passe ordinairement toute la saison des eaux à Plombières : on peut juger s'il a été à portée de recueillir toutes les particularités de ce fait, malheureusement trop intéressant.

I I.

Le 6 Juin 1770, vers les dix heures du soir, M. du Séjour, père de M. du Séjour, Académicien, étant à Chambourcy près Saint-Germain-en-Laye, avec M. Leblanc, connu par son talent pour la Poësie, & M. de Verriere, ils aperçurent un arc-en-ciel causé par la Lune; cette planète étoit alors presque au méridien, & distante de son plein seulement d'un jour & demi. L'arc-en-ciel paroissoit du côté du Nord, où il pleuvoit actuellement, & tomboit jusqu'à terre sur la forêt de Saint-Germain. On n'y distinguoit point les couleurs, comme on les voit dans l'arc-en-ciel produit par le Soleil; on apercevoit seulement des nuances entre les différens cercles concentriques dont l'arc étoit composé.

Ces arcs-en-ciel lunaires sont rares, mais ils ne sont pas sans exemple. Nous apprenons d'Aristote qu'on en observa deux de son temps, mais il ajoute qu'ils étoient blancs. Gemma, Frisius, Verdries & Senner, assurent en avoir observé dans lesquels les couleurs étoient sensibles. Snellius en a vu deux en deux ans de temps, & Plot en a observé un en 1675. En 1711 il en parut un avec de belles couleurs dans le Derbshire en Angleterre; il est vrai que selon la remarque de M. Musschenbroek, on pouvoit soupçonner que dans quelques-unes de ces observations on avoit pris pour des arcs-en-ciel de ces couronnes qui entourent quelquefois la Lune; & cela d'autant plus, qu'on y fait mention de cercles entiers, figure que l'arc-en-ciel ne peut jamais avoir. Le célèbre M. Weidler observa en 1719 un arc-en-ciel lunaire, formé par les rayons de la Lune en quartier, reçus sur une petite pluie; aussi n'y put-il presque pas reconnoître les couleurs. M. Musschenbroek lui-même en rapporte deux dans ses Essais de Physique*; le premier, du 1.^{er} Octobre 1729, entre 9 heures & demie & 10 heures. Dans celui-ci, quoique la Lune répandit beaucoup de lumière, & que la pluie sur laquelle se forma l'arc-en-ciel fût très-forte, il ne put distinguer aucune couleur; & le second, observé à Yffelstein; celui-ci étoit fort grand & fort éclatant; mais il ne paroissoit que d'une couleur jaune, & par-tout uniforme.

* V. Ess. de
Phys. de Mus-
chenbroek, &c.
1613.

III.

L'Académie a déjà fait mention dans son Histoire, de plusieurs échos singuliers; en voici encore un qui peut en augmenter le nombre. M. l'abbé Guynet, Ecclésiastique du grand Séminaire d'Autun, étant pendant les vacances de 1769 au château de la Rochepot, & se promenant sur le chemin de Châlons, qui passe au-dessous du village, il heurta sans dessein assez rudement une pierre contre une autre; le bruit qu'il avoit fait lui fut rendu après quelques secondes, & il jugea par le temps que l'écho avoit mis à répondre, qu'il répéteroit peut-être un demi-vers, & effectivement il le répéta; il fit plus, il répéta un vers Alexandrin tout entier. Le lendemain Madame la comtesse de la Rochepot, que M. l'abbé Guynet avoit avertie, étant venue en cet endroit, l'écho

répéta quatorze syllabes bien articulées. M. l'abbé Guynet voulut voir si, à l'exemple de celui dont il est fait mention dans l'Histoire Naturelle d'Oxford, le silence & la fraîcheur de la nuit lui en feroient répéter un plus grand nombre; il y revint à 10 heures du soir avec le Curé de la paroisse, & effectivement l'écho répéta jusqu'à seize syllabes; il est vrai qu'alors le temps étoit presque calme : il rendit de même une partie d'un air joué sur le violon. Cet écho est, comme nous venons de le dire, sur la route de la Rochepot à Châlons, vis-à-vis le château de la Rochepot, qui est bâti sur un rocher très-élevé & creux en quelques endroits : c'est vraisemblablement dans ces rochers que la voix se réfléchit si parfaitement.

I V.

M. du Tour, Correspondant de l'Académie, lui a envoyé plusieurs morceaux de Tripoli tirés des carrières de ce fossile, qui sont à Ménac en Auvergne. Ces morceaux sont comme feuilletés, & portent les empreintes assez bien marquées de feuilles qui paroissent avoir appartenu à des arbres, mais sans qu'on puisse juger de l'espèce d'arbre, ou de ce pays ou étranger qui les a produites; il a paru seulement qu'elles différoient sensiblement de celles dont on trouve les empreintes dans les premiers bancs de charbon de terre. Ce fait ajoute un nouveau degré de probabilité au sentiment de M.^{rs} Ludwig & Gardeil, qui croient que le tripoli est formé en tout ou en partie de végétaux. M.^{rs} Guettard & Fougereux y avoient déjà reconnu plusieurs morceaux de matières végétales; mais l'observation de M. du Tour peut répandre un nouveau jour sur cette matière. On a cru aussi apercevoir dans les morceaux de tripoli envoyés par M. du Tour, un rapport assez marqué avec les schistes, ce qui s'accorde avec le sentiment donné par M. Fougereux dans un Mémoire lû en 1769 *, & seroit voir que la classe des schistes est beaucoup plus étendue qu'on ne le pense communément.

* Voy. *l'Hist.*
1769, p. 8.

V.

Le P. Fourcault, Minime, a fait voir à l'Académie, des Oiseaux desséchés, conservés dans des bocaux de cristal, dont l'orifice n'étoit que d'une médiocre grandeur : la manière de les y faire
entrer,

entrer, est un secret qu'il a déposé cacheté à l'Académie ; mais à condition de n'être ouvert qu'après sa mort. On juge bien que cette manière d'introduire des Oiseaux dans des bocaux à goulot étroit, a ses bornes ; elle ne peut être mise en pratique que sur des Oiseaux depuis la grosseur de l'Oiseau-mouche, jusqu'à celle d'un étourneau ou d'une pie ; ceux qui seront plus gros, auront besoin d'être conservés sous des cloches de verre, qu'on mastiquera bien sur la base de bois qui les soutiendra. On pourroit aussi conserver de même ceux que le P. Fourcault enferme dans les bocaux ; mais ils y sont plus aisés à garantir des insectes destructeurs, & il ne se cache pas même d'avoir été bien aisé de vaincre la difficulté de les y faire entrer. Quoi qu'il en soit, ces oiseaux sont extrêmement bien conservés dans ces bocaux, & on peut aisément les tourner & retourner pour les considérer en tout sens ; avantage réel pour ceux qui s'occupent de cette partie de l'Histoire Naturelle, qui ne pourroient sans injustice refuser au P. Fourcault leur reconnaissance.

V I.

Voici encore un fait de même espèce, M. Hérissant a fait voir à l'Académie, plusieurs animaux, & même un sujet humain, conservés au moyen d'une poudre dont il avoit déjà parlé, & de laquelle il a déposé la composition au Secrétariat de l'Académie. Il a présenté de même à la Compagnie, quantité de poissons & d'insectes conservés dans toute leur fraîcheur, par le moyen d'une liqueur très-claire & très-limpide, incapable d'altérer ni de dissoudre le lut dont il se sert pour boucher les bocaux, & qui ne reviendra pas à plus de six sous la pinte. Que d'avantages offerts aux amateurs de l'Histoire Naturelle !

V I I.

D. Antonio de Ulloa, Correspondant de l'Académie, a remis à M. le Gentil, à son passage à Cadix, deux coquilles pétrifiées, tirées en 1761, de la montagne où est une mine de vif-argent, dans le gouvernement de *Oñanca-Velica*, au Pérou. A l'endroit où elles ont été trouvées, le mercure se soutient à 17 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$, ce qui répond à 2222 toises $\frac{1}{2}$ au-dessus du niveau de la mer. Au plus haut de cette montagne, qui n'est pas à beaucoup près la plus élevée de ce canton, le mercure se soutient à

Hist. 1770.

D

16 lignes, ce qui répond à 2337 toises de hauteur perpendiculaire; & à la ville de *Oïanca-Velica*, le mercure se soutient à 18 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$; d'où il suit que cette ville est placée à la hauteur de 1949 toises au-dessus du niveau de la mer, plus haut qu'une grande partie des nuées que nous voyons communément passer sur nos têtes. D. Antonio de Ulloa a dit à M. le Gentil, qu'il avoit détaché ces coquilles d'un banc fort épais, dont il ignoroit encore l'étendue; & a promis de faire passer à l'Académie la suite de cette découverte.

V. les Mém.
p. 526.
Page 524.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires:
L'Écrit de M. le Roy, sur les Aréomètres:

Et les observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769, par M. Duhamel.

CETTE année parurent les deuxième & troisième volumes des Mémoires sur différentes parties des Arts & des Sciences, par M. Guettard.

* Voy. *Hist.*
1768, p. 38.

Nous avons rendu compte en 1768 * du premier volume de ces Mémoires, & des raisons qui avoient déterminé M. Guettard à les publier à part.

Les Polypiers fossiles forment l'objet de la plus grande partie de ceux de ces Mémoires dont nous avons à parler. M. Guettard a cru, avec raison, qu'il ne pourroit donner de ces substances une histoire satisfaisante & instructive, s'il ne la faisoit précéder par celle des corps analogues qui se trouvent dans la mer. Ces corps sont les seules productions de la Nature qu'on ait placées successivement dans les trois règnes; & celui auquel ils appartiennent réellement, a été le dernier auquel on se soit avisé de les attribuer.

Les Anciens les ont regardés comme des plantes, & la plupart des Botanistes ont embrassé ce sentiment, poussés peut-être, sans qu'ils s'en aperçussent, par un desir secret d'étendre les objets de leur science; cette opinion même fut regardée comme absolument

démontrée, lorsque M. le Comte Marfigli eut découvert les prétendues fleurs du corail, & en eut donné la description. En vain les produits de l'analyse chimique des coraux se trouvoient les mêmes que ceux des matières animales, cette objection, toute forte qu'elle étoit, paroissoit très-foible; & on croyoit y répondre d'une manière satisfaisante, en citant l'exemple des plantes crucifères, qui donnent aussi ces mêmes produits.

Lorsque M. Peyssonel osa avancer en 1726, que les prétendues fleurs du corail étoient de véritables animaux, tous les Naturalistes s'élevèrent contre lui; cependant les insectes furent observés par d'autres, & les sectateurs obstinés de l'ancien système, furent réduits à dire que ces animaux, qu'ils ne pouvoient s'empêcher de reconnoître pour tels, étoient étrangers aux corps sur lesquels on les trouvoit; ils tenoient cependant à leurs tuyaux, desquels on ne pouvoit les séparer sans les déchirer; il se trouvoit d'ailleurs une très-forte analogie entre ces animaux & les polypes d'eau douce, découverts & décrits par M. Trembley. Tout invitoit à regarder nos substances marines comme des groupes de polypes, susceptibles de devenir os, ou pour parler plus juste, coquilles; mais ce n'étoit encore qu'une opinion, lorsque M. Hérissant fit sur ces substances les mêmes expériences qu'il avoit faites sur les coquilles; on vit alors qu'une membrane animale, flexible & continue, formoit le corps des coraux, & il fut bien prouvé que le tuyau de chaque petit polype s'ossifioit précisément comme les coquilles; & comme la partie pierreuse est plus épaisse que le tuyau d'un polype ne peut être long, il en résulte que les plus anciens polypes ont dû cesser de vivre, ou plutôt ont dû être réduits à cette membrane ossifiée; dont le tissu continu appartient à tous les polypes, & ne peut par conséquent être regardée comme morte dans toutes les parties.

Cette histoire des polypiers a conduit M. Guettard à discuter plusieurs points importants & plusieurs opinions qui se sont introduites dans quelques Écrits d'Histoire Naturelle, tels que l'existence & le mouvement de ce que l'on nomme *molécules organiques* dans les infusions des plantes, de la reproduction des parties coupées aux animaux, ou celles des animaux entiers par bouture; il résulte des réflexions de M. Guettard sur le premier objet, que s'il n'est

peut-être pas aussi prouvé qu'il le pense, que ce mouvement observé dans les infusions des plantes ne soit que mécanique, il ne l'est pas non plus à beaucoup près qu'il soit spontané; & que cette question ne peut être décidée que par des observations très-déliées, qui exigent des yeux exercés à ces sortes de recherches, & des esprits qui ne soient pas susceptibles d'illusion, & qui sur-tout ne soient pas prévenus de systèmes.

M. Guettard observe qu'il y a des animaux qui ne reproduisent que des parties qui ne paroissent point nécessaires à l'économie animale, & dont ils pourroient absolument se passer; que d'autres reproduisent des parties même essentielles, & qu'enfin d'autres sont tels, qu'une de leurs parties détachée du tout, produit un animal semblable à celui dont elle a été détachée; & ces différentes reproductions sont liées à des différences essentielles dans l'organisation de ces espèces. Il y a dans tous ces faits des circonstances bien singulières, & qui prouvent bien que si on veut introduire, peut-être assez inutilement, quelques vues de Métaphysique spéculative dans l'étude de la Physique, au moins doivent-elles être sévèrement soumises aux expériences; les Sciences naturelles n'étant & ne pouvant être que le résultat des observations faites sur les phénomènes de la Nature.

M. Guettard termine ce qu'il dit des polypiers marins, par une discussion d'un autre genre, en faisant voir, contre le sentiment de M. du Tour & de M. Donati, que ce ne sont ni les Anciens ni les Italiens, mais les Naturalistes françois de ce siècle qui ont découvert les polypiers marins. Il est, sans doute, avantageux de faire voir comment l'esprit humain s'est élevé par degré jusqu'aux plus grandes découvertes; mais il faut avouer aussi que souvent les disputes d'antériorité roulent sur des idées vagues, qui, si les choses avoient été tout autrement qu'elles ne sont, auroient encore pu s'y appliquer.

Dans les recherches sur les polypiers fossiles, M. Guettard examine dans quels lieux de la terre ils se trouvent, & avec quelles substances ils sont mêlés. Il les distingue, & les classe ensuite d'après leur différente forme; & ce qui est bien plus difficile & plus important, d'après la nature de leurs analogues vivans.

Les tuyaux de mer doivent, suivant M. Guettard, former une classe à part, & n'être pas confondus avec les coquillages ni avec les polypes; & il donne l'histoire des tuyaux, ou marins ou fossiles, sur le même plan que celle des polypiers. On y trouve tout ce qui a été fait sur cette matière, & même jusqu'à l'exposition de tout ce qu'elle a occasionné de systèmes ou d'opinions absurdes.

L'ouvrage de M. Guettard contient encore des recherches physiques & géographiques sur les eaux, sur les attérissemens qu'elles ont formés en France; & il est précédé d'observations détachées sur différens objets d'Histoire Naturelle, de Chimie, de Physique, de Médecine & d'Anatomie. Cette collection peut être regardée comme un ample trésor d'observations utiles & curieuses, & qui méritera toujours la plus vive reconnoissance de la part des Naturalistes & des Physiciens.

CETTE même année parut un Ouvrage de M. l'abbé Nollet, intitulé : *L'Art des expériences, ou Avis aux Amateurs de la Physique, sur le choix, la construction & l'usage des instrumens, & sur la préparation & l'emploi des drogues qui servent aux expériences.*

Dans toutes les Sciences fondées sur l'expérience ou sur l'observation, la connoissance des instrumens est une partie nécessaire de la science; mais dans la Physique expérimentale, cette partie est, pour ainsi dire, la plus importante. Le résultat de chaque expérience n'est souvent qu'un fait aisé à observer, mais dont on ne peut connoître les conséquences ou les causes, que par l'examen des moyens qu'on emploie pour le produire, & en s'assurant qu'il n'a pu être le résultat de ces moyens que d'une seule manière.

L'art de faire ces expériences, que donne ici M. l'abbé Nollet, seroit donc un ouvrage utile, & sans lequel les Leçons de Physique seroient demeurées incomplètes, quand même il ne contiendrait qu'une théorie détaillée des instrumens & de leurs usages; mais il contient de plus la manière de construire ces instrumens, & de choisir les matériaux qui doivent entrer dans leur construction, & de préparer toutes les pièces qui y entrent; en sorte qu'il n'y a point de Maître de Physique qui, à l'aide de ce livre, ne puisse

faire exécuter la plupart de ces machines par des ouvriers tels qu'on en trouve dans presque toutes les grandes villes. On juge bien que cette partie de l'ouvrage de M. l'abbé Nollet est remplie d'une infinité de détails minutieux, mais nécessaires; & qu'il ne pouvoit espérer d'autre récompense de ce pénible travail, que d'avoir contribué aux progrès de la Physique, qui étoit son unique passion. En effet, sans un pareil secours, l'étude de la Physique expérimentale ne pourroit faire partie de l'éducation dans les Colléges de province, & les Savans qui, dans les pays éloignés de la capitale, voudroient tenter des expériences nouvelles, ne pourroient s'y procurer les instrumens nécessaires. C'étoit dans cette vue que M. l'abbé Nollet avoit, pour ainsi dire, pris avec le public l'engagement de lui donner cet ouvrage, qu'il jugeoit lui-même nécessaire à la parfaite intelligence de ses Leçons, & sur-tout à répandre le goût de l'étude de la Physique, en facilitant les moyens de s'y livrer. C'étoit-là l'espèce de succès qui flattoit le plus M. l'abbé Nollet; sa modestie & son amour pour les Sciences & pour le bien public, lui faisoit préférer à tout autre honneur, celui d'avoir le premier fait sentir à la Nation, & à ceux qui la gouvernent, l'agrément & l'avantage que peuvent procurer les connoissances physiques.

CETTE même année parut une seconde édition *des Lettres de M. de Mairan au P. Parennin, Jésuite, Missionnaire à Pékin.*

* *Voy. Hist.*
 1752, p. 41. L'Académie a rendu compte en 1759 * de la première édition de cet ouvrage, qui n'étoit alors composé que des trois lettres écrites au P. Parennin; mais l'édition s'en étant épuisée, M. de Mairan s'est déterminé à en donner une seconde, de laquelle nous avons à rendre compte.

Nous ne parlerons donc pas dans cet article des trois lettres au P. Parennin, dont l'Académie a déjà rendu compte à l'endroit cité de son Histoire; mais de plusieurs morceaux séparés, la plupart déjà publiés, & que M. de Mairan a joints à cette seconde édition de son ouvrage.

De ce nombre sont ses Conjectures sur la fable de l'Olympe,

lûes à l'Académie royale des Inscriptions & Belles-Lettres. Personne n'ignore qu'Homère, & presque tous les Mythologistes Grecs, avoient fixé le séjour de leurs Dieux sur le mont Olympe, & que les Phrygiens avoient fait de leur mont Ida celui de Jupiter, & de quelques autres Dieux tutélaires de leur pays. Un passage de Diodore de Sicile fit soupçonner à M. de Mairan, que ces fables pouvoient avoir un fondement dans la Physique, & que l'apparence de la lumière qui couronnoit respectivement ces deux montagnes pour les peuples de la Grèce ou de la Troade, & qui n'étoit que l'effet de l'Aurore boréale, toujours basse dans ces climats, leur avoit persuadé que c'étoit le séjour ou l'assemblée des Dieux. D'autres monumens antiques sont venus à l'appui de cette idée très-vraisemblable, & ont formé un corps de preuves qui la rendent aussi certaine que le peut être une conjecture de cette espèce.

Le second ouvrage que M. de Mairan a joint à ses Lettres au P. Parennin, est sa Dissertation sur la Balance des Peintres de M. de Piles, qu'il avoit lû en 1755 à l'Académie qui en avoit alors rendu compte dans son Histoire *, à laquelle nous prions le lecteur de vouloir bien recourir.

* Voy. *Hist.*
1755, p. 79.

Le troisième, est l'extrait d'un Mémoire de M. Winslow, sur les Monstres, relatif à la dispute que ce célèbre Anatomiste avoit alors sur ce sujet avec M. Lémery. Cet extrait, fait alors par M. de Mairan lorsqu'il exerçoit à l'Académie la fonction de Secrétaire, est imprimé dans l'Histoire de l'Académie pour 1743 *, & n'est que répété ici presque sans aucun changement.

* Voy. *Hist.*
1743, p. 53.

Le quatrième, est une Lettre écrite à M. le Comte de Caylus par M. de Mairan, sur l'explication d'une pierre antique gravée, que M. de Mairan fait voir être relative à l'horoscope d'Auguste & à la comète qui parut après la mort de Jules César. Cette lettre avoit été publiée dans le Journal des Savans, au mois de Décembre 1764, & nous en avons rendu un compte détaillé dans l'Histoire de l'Académie de la même année *, à laquelle, pour éviter des redites inutiles, nous prions le lecteur de vouloir bien recourir. Nous ajouterons seulement ici, que dans cette seconde édition M. de Mairan a joint à sa première lettre à M. de Caylus une seconde Lettre au même Académicien, dans laquelle il répond à quelques

* Voy. *Hist.*
1764, p. 41.

objections qui lui avoient été faites sur l'époque de la comète de César, ou, ce qui est la même chose, sur celle de la célébration des jeux de Vénus mère, par Auguste, & dans laquelle il discute quelques passages d'Historiens qu'on avoit allégués contre son sentiment; mais cette discussion polémique est trop étrangère aux occupations de l'Académie, pour trouver place dans son Histoire; & nous ne pouvons qu'exhorter le lecteur à la voir dans l'original.

Le dernier article ajouté par M. de Mairan à cette seconde édition de ses lettres au P. Parennin, est une courte histoire de ce qui s'étoit passé lorsque M. de Mairan, n'étant pas encore Membre de l'Académie, envoya en 1715, à cette Compagnie, sa Dissertation sur *la roue d'Aristote*. On y verra dans un avertissement l'état de la question, on y trouvera la Lettre de M. de Mairan à M. de Fontenelle, alors Secrétaire, en lui envoyant la solution de ce singulier problème, pour être communiquée à l'Académie; la réponse qu'il en reçut, & enfin l'extrait que M. de Fontenelle lui-même fit de cette Dissertation dans l'Histoire de l'Académie*.

* Voy. Hist.
1715, p. 30.

Et comme cet extrait contient tout ce qui peut être dit sur cette question dans le plus grand abrégé, & de la manière la plus claire, nous ne pouvons qu'engager le lecteur à y recourir.

Ces ouvrages, dont on peut regarder quelques-uns comme les délassemens de M. de Mairan, ont mérité l'attention des Juges les plus éclairés en cette matière, & ont obtenu leur approbation & leurs suffrages. Nous pouvons mettre dans ce nombre celui de l'Académie royale des Inscriptions & Belles-Lettres, qui a bien voulu adopter la Dissertation sur l'Olympe. Ils peuvent servir de preuve, que l'esprit propre aux hautes Sciences, n'exclut pas toujours celui qui est propre aux discussions littéraires & le goût pour les Arts de pur agrément; & il y a tout lieu d'espérer que le public verra avec plaisir ces morceaux détaillés réunis en un même corps.



ANATOMIE.

SUR LES

PARTIES DE LA GÉNÉRATION DE LA FEMME.

LES parties de la génération sont un des principaux objets de l'Anatomie. Indépendamment de leur importante fonction dans l'accomplissement des vues générales de l'Auteur de la Nature pour la perpétuité des espèces, elles sont encore, & sur-tout dans la femme, le siège de plusieurs maladies cruelles & dangereuses qu'on ne peut espérer de guérir qu'autant que la structure de ces parties & leurs différens rapports à toutes celles qui composent le corps animal, seront parfaitement connues.

V. les Mém.
P. 183.

C'est ce qui a déterminé M. Portal à en faire le sujet de ses recherches; il commence dans le Mémoire dont nous avons à rendre compte, par l'examen de la matrice & des liens qui servent à la fixer dans sa position; les parties internes de ce viscère, & ensuite les externes doivent devenir le sujet de plusieurs autres Dissertations.

On auroit peine à croire combien sont différentes les unes des autres les descriptions qu'ont données les Anatomistes, de cet important organe; ils n'étoient d'accord ni sur sa figure, ni sur sa position, ni même sur sa nature. Les uns le regardoient comme une espèce d'animal fixé par des liens au sein d'un autre animal; d'autres voyoient dans ce viscère un vaisseau avec des voiles & des rames: on juge bien que toutes ces idées ne tendoient pas à faire connoître la structure de la matrice & à faciliter la guérison des maladies dont elle peut être le siège.

Il a donc été nécessaire à M. Portal de porter sur cette matière, encore si obscure, le flambeau de l'Anatomie; & voici le fruit de ses recherches.

La matrice dans le fœtus est placée entièrement au-dessus du bassin, dans l'enfant qui vient de naître elle commence à y descendre, mais elle excède encore sensiblement le niveau du haut

Hist. 1770.

. E

des os pubis; dans la fille de quinze ans elle est au-deffous de ces os, & enfin elle est très-enfoncée dans une vieille femme.

Sa situation ne varie pas moins que le lieu qu'elle occupe; elle est presque verticale dans le fœtus, & presque horizontale dans un âge avancé.

La matrice change aussi de figure avec l'âge; dans le fœtus elle est presque prismatique, dans l'adulte elle ressemble à certains flacons de cristal, qui approchent de la forme triangulaire; & enfin dans un âge plus avancé elle est irrégulièrement arrondie. La différence d'âge en apporte même dans sa couleur; elle est blanche dans le fœtus, rouge dans la fille nubile, & pâle dans la vieillesse.

La matrice est recouverte presque entièrement par une lame du péritoine; cette lame se replie vers l'orifice de la matrice, & forme les deux ligamens ronds, composés de la duplicature de cette lame & d'un cordon de vaisseaux qui vont à la matrice, & qu'elle enferme; en s'étendant sur les côtés de la matrice, elle forme la lame antérieure des ligamens larges qui s'attachent aux muscles iliaques; la lame postérieure forme, par deux replis, deux ligamens circulaires qui embrassent le rectum. Lorsque la matrice se développe dans la grossesse, la hauteur des ligamens larges diminue; & il paroît qu'en général la matrice n'est suspendue par tant de ligamens flexibles, que pour pouvoir s'enfler librement & se prêter au développement du fœtus.

La matrice suspendue dans le bas-ventre par ses ligamens, & enveloppée de la lame du péritoine, qui la recouvre, présente une espèce de ressemblance avec une chauve-souris qui étend ses ailes. Aussi cette ressemblance lui en a-t-elle fait donner le nom par quelques Anatomistes.

Cette même lame du péritoine partage, par sa position, le bassin en deux espèces de chambres, l'une antérieure, & l'autre postérieure. Dans l'adulte la chambre antérieure est plus petite que la postérieure, parce que l'os sacrum se penchant en arrière, augmente la capacité de cette dernière; mais dans l'enfance, où cet os est presque à plomb, la capacité des deux chambres est à peu près égale.

Les deux portions de cette lame qui enveloppent la matrice, peuvent s'en séparer, mais cependant en déchirant toujours quelques productions cellulaires qui s'enfoncent entre les fibres, pour y former aux vaisseaux des gaines ou capsules assez semblables à celle qui, dans le foie, revêt la veine-porte, & qu'on connoît communément sous le nom de *capsule de Glisson*, quoique, selon M. Portal, la découverte en soit due à *Walaus*, qui l'a décrit le premier.

Ces gaines cellulaires des vaisseaux se trouvent dans quelques sujets surchargées de graisse; dans d'autres elles deviennent le siège d'une hydropisie singulière, contenue entre la paroi externe de cette gaine & le vaisseau. M. Portal l'a quelquefois observée; il a même observé une hydropisie de l'aorte à peu près semblable, qu'il a décrite dans l'*Historia Anatomico Medica* de M. Lieutaud, dont il a donné une nouvelle édition en 1767.

Il résulte de ce que nous avons dit de la position de la matrice, qu'elle est suspendue & comme fixée par huit ligamens. De ces huit, les quatre supérieurs ont été connus & décrits par tous les Anatomistes; mais très-peu ont observé les quatre inférieurs. On en avoit successivement attribué la découverte à plusieurs illustres Anatomistes, nos contemporains; mais M. Portal trouve qu'elle appartient à Hermondaville, qui professoit l'Anatomie en France vers le milieu du treizième siècle, & dont la Chirurgie est conservée manuscrite dans la Bibliothèque du Roi & dans celle de Sorbonne; & M. Portal les trouve depuis décrits dans les Ouvrages postérieurs, & sur-tout dans ceux de Sanctörini & de Gunzius, dans lesquels il est impossible de les méconnoître.

La cavité de la matrice varie comme sa grosseur & sa position dans les différens âges. Dans l'enfance elle est formée de quatre plans, qui lui donnent assez la figure d'une pyramide triangulaire tronquée par sa pointe, & dont la base seroit en haut. Elle est alors bien plus épaisse vers son col que vers son fond; ce qui est absolument différent dans l'adulte, où elle est bien plus épaisse à son fond qu'à son col: observation absolument due à M. Suë, Chirurgien de Paris, & célèbre Anatomiste.

Ce qu'on observe de plus singulier dans l'intérieur de la matrice,

est une ramification de plusieurs lignes saillantes, qui, dans une jeune personne, forment la ressemblance d'un palmier. Cette ramification se voit dans les planches de Graaff, quoiqu'il n'en dise rien dans son Ouvrage : le Dessinateur avoit apparemment les yeux meilleurs que l'Anatomiste.

Entre les branches, & principalement auprès du tronc de cet arbre, on observe les orifices des canaux excréteurs de plusieurs corps *ganglioformes*, desquels sort une matière visqueuse quand on comprime la paroi de la matrice ; on les aperçoit encore plus aisément en faisant rôtir une matrice à grand feu.

Dans l'adulte l'arbre & ses branches s'effacent, & la cavité devient lisse & se rétrécit avec le temps.

Dans les matrices de tous les âges, les parois latérales sont toujours plus épaisses que les antérieures & postérieures, parce que c'est-là que se trouvent les troncs des artères & des veines qui fournissent le sang à cet organe & l'en remportent ; & comme ils ne pénètrent la matrice qu'à une certaine distance de son col, il doit nécessairement arriver que le fond en soit plus épais que le col, toutes les fois que ces vaisseaux seront gorgés de sang, comme il arrive dans la grossesse.

M. Portal a observé fréquemment des excroissances sur la paroi interne de la matrice des vieilles femmes, même dans celles qui n'avoient pas eu d'enfans ; ces excroissances étoient connues, mais on ne les croyoit pas si communes.

La surface interne de la matrice est très-irritable ; quelques gouttes de vinaigre jetées dans celle d'une chienne vivante, qu'on avoit ouverte, y ont produit à l'instant des mouvemens très-marqués. Harvée avoit observé à peu près la même chose ; mais la surface extérieure ne paroît pas jouir de la même sensibilité. M.^{rs} Senac & Haller avoient aussi trouvé que la surface externe du cœur n'étoit presque pas irritable, quoique la surface interne des ventricules le fût beaucoup.

Les observations de M. Portal sur la matrice, dont nous venons de rendre compte, jettent un très-grand jour sur la structure de cet organe, & sont bien propres à faire désirer la suite de ce travail, qu'il promet de donner.

SUR LA

STRUCTURE DU CANAL THORACHIQUE,
ET SUR CELLE DU RÉSERVOIR DU CHYLE.

SI l'organe qui a fait le sujet de l'article précédent, est un des plus essentiels à la conservation des espèces, celui duquel nous avons à traiter dans celui-ci ne l'est pas moins à celle de chaque individu.

V. les Mém.
P. 393.

Les anciens Anatomistes n'ont eu aucune connoissance du canal Thorachique, qui cependant fait la communication entre les organes de la digestion & ceux de la sanguification. Eustache l'aperçut le premier dans le cheval; mais la découverte de cet organe dans l'homme est entièrement dûe au célèbre Pecquet, autrefois Membre de cette Académie. Vanhorne, son condisciple & son ami, en donne une description plus détaillée; & enfin du Verney enchérit encore sur leurs travaux.

Pour mieux comprendre le but des recherches de M. Portal sur cette matière, il ne sera peut-être pas inutile de remettre sous les yeux du lecteur la position, la structure & l'usage du canal thorachique, tel qu'il avoit été décrit par les Anatomistes qui l'ont précédé.

Les alimens une fois digérés dans l'estomac, passent dans les intestins grêles; là s'ouvrent les orifices d'un grand nombre de canaux très-déliés, qui, en se réunissant, forment ce qu'on nomme les *veines lactées*, qui, après avoir rampé quelque temps sur le mésentère, vont se rendre à un tuyau, nommé le *canal thorachique*, placé verticalement le long de l'épine du dos, & qui va s'insérer dans la veine souclavière, à quelques doigts de son embouchure dans l'oreillette gauche. Ces vaisseaux séparent des alimens digérés, qui passent dans les intestins grêles, la partie destinée à la nourriture de l'animal, qui, dans cet état, est sous la forme d'une liqueur blanche un peu épaisse, qu'on nomme *chyle*, & la vont verser dans la souclavière, & de-là dans le cœur, où elle se mêle avec le sang.

Pecquet, qui n'avoit d'abord observé cet organe que dans le chien, avoit aperçu que l'insertion des veines lactées dans le canal thorachique, se faisoit dans une espèce de vessie, ou que le bas de ce canal se renfloit & formoit un réservoir, auquel les Anatomistes avoient même donné son nom; il crut pouvoir en inférer que le même réservoir se trouvoit aussi dans l'homme. Cette conclusion étoit précipitée; mais Pecquet étoit d'autant plus excusable, que quoique ce réservoir ne s'y trouve pas, l'extrémité inférieure du canal où se fait l'insertion des veines lactées, est enveloppée d'un tissu cellulaire, qui lui en donne l'apparence. C'est ce point anatomique dont M. Portal a voulu s'assurer; & voici le résultat de ses observations.

Le réservoir prétendu du chyle n'existe point dans l'homme; dans plus de trente sujets que M. Portal a disséqués, il a trouvé les vaisseaux lactés communiquant immédiatement avec l'extrémité inférieure du canal, qui forme en cet endroit une espèce de sac ou d'anneau vasculaire, recouvert d'une lame de tissu cellulaire. On peut même avec de l'adresse dégager les veines lactées du tissu cellulaire qui les enveloppe; & il y a apparence que les Anatomistes ont été trompés par l'apparence de membrane que prend ce tissu cellulaire avec l'âge.

Ce réservoir du chyle, qui n'existe pas dans l'homme, existe dans plusieurs animaux. On le trouve dans le chien, où Pecquet l'avoit effectivement vu; l'écureuil & le singe ont plusieurs réservoirs & plusieurs canaux. Dans quelques poissons ils sont encore plus nombreux; M. Ferrein en a vu jusqu'à sept dans le dauphin.

Il est essentiel d'être en garde contre une illusion qui peut en imposer dans cette recherche; il se trouve quelquefois des ramifications d'artères sanguines vides de sang, & d'autres fois des vaisseaux lymphatiques qui rampent sur l'extrémité inférieure du canal thorachique, sans le pénétrer, & qu'on prendroit aisément pour des veines lactées, si l'on n'étoit prévenu qu'ils n'en sont pas, & qu'ils ne s'ouvrent pas dans le canal.

Au-dessus de l'insertion des veines lactées, le canal thorachique s'élève presque perpendiculairement, en suivant à peu près la colonne vertébrale; mais à son extrémité supérieure il se détourne un peu,

pour se jeter dans la souclavière gauche; quelquefois, mais rarement, cette extrémité se partage en deux canaux, dont l'un va s'ouvrir dans la souclavière gauche, & l'autre dans la jugulaire du même côté.

Le canal thorachique va en s'élargissant à son extrémité supérieure. Cet élargissement fit soupçonner à M. Portal qu'il devoit y avoir en cet endroit des vaisseaux de communication qui y aboutissent, & il les chercha. Sa recherche ne fut pas vaine; il poussa de l'air dans les vaisseaux lymphatiques de Willis, qui rampent à l'extérieur du poumon, & cet air pénétra dans le canal par deux tuyaux lymphatiques qui s'y insèrent: il en a depuis trouvé jusqu'à vingt-deux de cette espèce. Quelques Anatomistes, du nombre desquels sont Bartholin & Albinus, paroissent en avoir connu quelques-uns; mais aucun n'avoit aperçu ceux qui naissent de la partie antérieure du canal jusqu'à M. Portal, qui y en a démontré six, qui paroissent partir de l'œsophage & de la graisse du médiastin. On ignore encore l'usage de ces vaisseaux; mais c'est beaucoup en Anatomie que d'être certain de leur existence: toutes les embouchures de ces tuyaux dans le canal sont garnies de valvules.

La ressemblance du chyle avec le lait, avoit fait imaginer à quelques Anatomistes qu'il devoit y avoir une communication immédiate entre le canal thorachique & les mamelles; mais cette communication n'existe pas, & M. Portal n'a pu en trouver aucun vestige, quelques recherches qu'il ait faites sur ce sujet; preuve bien frappante que les conjectures les plus plausibles, ne doivent jamais être regardées comme des faits, ni reçues sans un sévère examen.

Lorsque M. Portal lut à l'Académie le Mémoire dont nous venons de parler, M. Pinson, Chirurgien, y fit voir tout ce système vasculaire, pour ainsi dire, réalisé dans une pièce en cire colorée, qui en représentoit jusqu'aux plus petites branches, & leur position. L'exactitude de la ressemblance, & la perfection de l'exécution, attirèrent à l'auteur les justes éloges que méritoit une pièce, qui étoit en même-temps une preuve subsistante de ses connoissances en Anatomie, & de son adresse en ce genre.

SUR DIVERS POINTS D'ANATOMIE.

V. les Mém.
p. 236.

LE Mémoire duquel nous avons à parler dans cet article, est moins une Dissertation, qu'un recueil de plusieurs observations importantes, qui n'ont entr'elles aucune liaison, & desquelles nous allons essayer de présenter une légère idée.

Les Anatomistes avoient beaucoup insisté sur la dilatation contre nature de la vessie, & sur les mauvais effets qui en résultoient; mais très-peu d'entr'eux avoient détaillé les inconvénients qui naissent de la diminution & du racornissement de la vessie, plus commun qu'on ne le pense dans les sujets qui sont parvenus à un âge avancé. Les trois premières observations de M. Portal lui furent offertes par hasard.

La première fut faite sur le cadavre d'une vieille femme, dans lequel il trouva la vessie réduite à la grosseur d'une noix, & l'ouverture de son col presque entièrement oblitérée; aussi paroissoit-il des vestiges d'inflammation dans les reins & dans les parties voisines, & il y a bien de l'apparence que cette femme étoit morte d'une suppression d'urine.

Dans le second & le troisième cadavres, il observa le même racornissement de la vessie; mais il remarqua que la membrane interne étoit la seule qui se fût épaissie, & que dans le premier de ces deux sujets, il s'étoit formé un canal de communication entre l'ombilic & la vessie.

Ces deux observations ayant mis, pour ainsi dire, M. Portal sur la voie, il examina un grand nombre de cadavres de vieillards, dans lesquels il trouva très-fréquemment, non-seulement la même diminution de la vessie, mais encore un pareil racornissement dans l'estomac, sur-tout dans ceux qui ont fait un grand usage de liqueurs spiritueuses. Il résulte de ces observations, que les ischuries ou suppressions d'urine occasionnées par cette cause, ne sont pas rares chez les vieillards, quoique la plupart des Anatomistes n'en aient point parlé.

Les Anatomistes ne connoissent que depuis peu de temps la maladie nommée *Spina bifida*, qui n'est qu'une espèce d'hydropisie dans

la moelle épinière; les uns ont cru que l'eau étoit infiltrée dans la membrane qui enveloppe cette moelle, & les autres qu'elle étoit amassée entre la pie & la dure-mère. Les observations que fit M. Portal sur le cadavre d'un fœtus hydrocéphale, dans lequel il trouva une communication libre d'un bout à l'autre de cette moelle, lui fit soupçonner que ce canal pouvoit exister dans l'état naturel, & l'engagèrent à faire des recherches sur ce sujet. Il a trouvé effectivement ce canal décrit dans deux Auteurs; Charles Étienne en fait mention dans sa description de la moelle épinière, & ajoute qu'il se remplit quelquefois d'une liqueur jaunâtre; Colombus a été plus loin, il en a donné la grandeur & une description exacte & très-détaillée. M. Portal croit que cette cavité, qui dans l'état naturel est presque toujours vide, est destinée à faciliter les mouvemens de la moelle épinière; mais il est bien singulier que ce canal, décrit par deux Anatomistes très-anciens, ait été ignoré ou mal connu de la plupart des Anatomistes modernes.

Les anciens Anatomistes avoient tous regardé les deux ventricules latéraux du cerveau, comme deux cavités distinctes & indépendantes l'une de l'autre. Varoli a pensé le premier qu'ils communiquoient l'un avec l'autre; & son sentiment a tellement été adopté par tous ceux qui l'ont suivi, que le célèbre M. Winslow n'a pas hésité à décrire fort au long les ouvertures par où se fait cette communication. M. Portal a cependant trouvé dans plusieurs sujets la cloison qui les sépare bien entière; & même dans une de ses observations, où il trouva ces deux ventricules remplis de liqueur, il put faire écouler celle qui remplissoit un des deux ventricules, sans que l'autre en perdît une seule goutte. Il a trouvé une observation semblable dans Tulpus, qui avoit trouvé un des ventricules rempli d'eau, tandis que l'autre étoit absolument vide; le même fait fut encore observé par Baglivi à l'ouverture du corps du célèbre Malpighi. Il n'est pas étonnant au reste qu'il ait pu se glisser quelque incertitude en cette partie, la cloison qui sépare ces deux cavités étant si mince, qu'il faut une extrême adresse pour ne pas la déchirer en enlevant la voûte qui les recouvre. Il n'arrive que trop souvent aux Anatomistes de détruire ou d'altérer, sans s'en apercevoir, les parties qu'ils veulent observer; c'est une

partie essentielle de cet Art, que de savoir diriger les coupes & les observations.

Il y a long-temps que Charles Étienne & Riolan se sont élevés contre l'usage des corps baleinés, destinés à redresser la taille ou à en cacher les défauts. Leur sentiment a été adopté par tous les Anatomistes qui les ont suivis; M. Winslow lui-même en a fait la matière d'un de ses Mémoires, & M. Portal vient encore de traiter la même matière; mais malgré l'accord de tous les Anatomistes sur cette matière, on a toujours continué d'en faire usage. Voici un fait qui fait voir quelles suites cet usage peut avoir.

Une femme de qualité, âgée de soixante-six ans, qui faisoit usage de ces corps pour cacher les défauts de sa taille, se trouva attaquée d'une douleur périodique assez vive au pied gauche; cette douleur revenoit tous les jours quelques heures après le repas, elle augmenta avec l'âge, & elle étoit plus violente quand cette Dame avoit mangé plus qu'à l'ordinaire. Elle mourut d'une maladie qui n'avoit aucun rapport à cet accident; M. Portal l'ouvrit, & il trouva que les corps dont elle s'étoit servie avoient forcé les deux dernières des fausses côtes du côté gauche à se renverser dans le bas-ventre; elles appuyoient en cet état sur le colon, & lorsque cet intestin s'emplissoit de matières, comme les côtes renversées s'opposoient à sa dilatation de ce côté, il pressoit alors les nerfs lombaires, & cette pression qui affectoit aussi les nerfs cruraux, étoit la cause de la douleur qu'elle sentoit au pied gauche. Combien de faits singuliers tiennent à des causes qu'on ne s'aviseroit pas même de soupçonner, & que l'observation seule peut faire connoître!

La question qui roule sur l'égalité ou l'inégalité des ventricules du cœur, a partagé jusqu'ici les plus célèbres Anatomistes, & chaque parti peut citer en sa faveur des noms respectables: les observations multipliées étoient donc seules capables de la décider. C'est aussi le moyen qu'a employé M. Portal; & il a en effet trouvé par-là la raison de la diversité d'opinions qui règne sur ce point entre les Anatomistes, & il l'a tirée du changement de capacité que les ventricules éprouvent dans les différens âges. Le ventricule gauche est plus grand que le droit dans le fœtus; dans l'enfance,

les deux ventricules sont à peu près égaux ; & enfin le ventricule droit devient le plus grand dans l'adulte.

On ne fera pas étonné de cette différence , pour peu qu'on fasse réflexion que la circulation ne se fait pas de la même manière dans le fœtus & dans l'homme qui a respiré. Dans le fœtus , c'est le ventricule gauche qui reçoit le plus de sang ; dans l'homme , c'est au contraire le ventricule droit qui en reçoit davantage. Il doit donc nécessairement arriver que chacune de ces cavités se distende & s'agrandisse à proportion de la quantité du sang qu'elle reçoit , & que le développement du cœur se fasse dans cette même proportion.

Il y a cependant des exceptions à cette règle générale. M. Portal a trouvé dans ses nombreuses dissections quelques cadavres dans lesquels elle n'étoit pas observée ; mais cela même ne doit pas surprendre. La construction de tous les individus d'une même espèce est la même , si on ne la considère qu'en gros ; mais il s'y trouve pourtant une foule de variétés de détail dès qu'on les examine séparément. L'intérieur de nos corps ne se ressemble pas plus que nos visages , qui , bien que tous composés des mêmes parties , ont toujours entr'eux des différences suffisantes pour les faire distinguer.

Le dernier article du Mémoire de M. Portal , est un recueil de plusieurs observations sur les muscles. Les premières roulent sur les muscles que M. Portal nomme *capsulaires*. Ces muscles existent dans presque toutes les articulations ; ils sont attachés d'une part à l'os , & de l'autre à la capsule articulaire. Ils remplissent les plus grandes fonctions dans l'économie animale ; car tandis que les muscles les plus puissans élèvent l'os , ils élèvent en même-temps la capsule , & empêchent , en l'éloignant de l'os , qu'elle n'en soit blessée ou comprimée ; ce qui fait dire à M. Portal , que sans eux le mouvement des extrémités seroit ou douloureux , ou même impossible. Cependant malgré l'importance de l'usage de ces muscles , & leur présence dans presque toutes les articulations , plusieurs d'entr'eux avoient échappé aux recherches des Anatomistes ; & parmi ceux qui en avoient connu une partie , plusieurs leur attribuoient des fonctions très-différentes de celles auxquelles ils sont réellement destinés.

Il y a plus, il se trouve plusieurs muscles bien connus & bien décrits par les Anatomistes, qui, selon M. Portal, doivent être rangés dans cette classe. De ce nombre sont le *sus épineux*, qui sert à l'élévation de l'humérus & de la capsule; le *petit fessier*, qui soulève la capsule de la hanche dans l'extension du fémur; le *poplité*, le *long palmaire*, le *plantaire grêle* & les *lombricaux*. Le travail de M. Portal sur ces muscles, l'a mis à portée de les décrire avec exactitude, & de donner à cette partie d'anatomie le degré de perfection qui lui manquoit.

Les muscles dentelés postérieurs, ont fait aussi le sujet des recherches de M. Portal. Ces muscles sont souvent confondus par une large aponévrose, dont les feuillets sont continus dans plusieurs sujets, mais séparés dans d'autres. Malgré une membrane qui recouvre ces muscles, & l'aponévrose du grand dorsal qui les maintient en situation, il arrive quelquefois qu'ils se déplacent; & M. Portal rapporte un exemple très-singulier de ce déplacement, qui coûta la vie au malade.

Un homme ayant fait une chute assez considérable, sentit une douleur très-vive au dos entre la huitième, la neuvième & la dixième côte, & assez près des vertèbres; on y sentoît une tumeur dure, & il ne pouvoit fléchir le tronc, quelque effort qu'il fit, & le plus léger étoit accompagné de douleurs très-vives: il périt dans les convulsions. A l'ouverture du cadavre, M. Portal trouva que cette tumeur étoit formée par une partie du muscle grand dorsal, qui avoit été déplacée, & s'étoit introduite entre les feuillets de l'aponévrose commune des deux dentelés, où elle étoit pincée; d'où il conclut avec raison, que pour guérir ce malade, il auroit fallu faire une incision à la peau, inciser le ligament, & débrider les parties, pour détruire l'étranglement & favoriser la réduction.

Les muscles des yeux font le dernier objet des recherches que M. Portal a communiquées à l'Académie dans ce Mémoire. Galien avoit admis sept muscles destinés au mouvement de l'œil, & il fut suivi par Vésale. Fallope osa le contredire, & réduisit les sept muscles de Galien à six, à l'un desquels (le grand oblique) il reconnut la singulière propriété de passer par une espèce de poulie, au moyen de laquelle il fait faire à l'œil un mouvement presque

contraire à la première direction. Arantius travailla sur la même matière, & vit que ces muscles s'attachoient autour de cette espèce d'anneau, qu'on nomme le *trou optique*, parce qu'il donne passage au nerf de ce nom; excepté cependant le petit oblique, qui, selon lui, a son attache à la partie inférieure & externe de l'orbite.

Valsalva pensa dans la suite que les muscles de l'œil formoient par leur réunion un anneau qui embrassoit le nerf optique, & que par conséquent ils étoient tous égaux, parce qu'il supposoit cet anneau concentrique à l'axe de l'œil. M. Winslow découvrit que le trou optique étoit plus près de l'angle interne de l'œil, que de l'angle externe; & comptant toujours que l'attache des muscles étoit sur l'anneau qu'on supposoit l'entourer, il en conclut que les muscles étoient inégaux en longueur. Cette conclusion fut attaquée par M. Lieutaud, dont les recherches lui avoient fait voir que les quatre muscles étoient égaux en longueur, & qu'ils formoient par leur réunion un cône droit, dont l'axe passoit par le centre de la prunelle; mais que le trou optique étoit éloigné d'environ trois lignes de cet axe.

M. Portal a été plus loin, & ses recherches lui ont fait voir que les muscles interne, inférieur & externe, se réunissent en un seul tendon grêle & court, attaché au bord inférieur & postérieur du trou optique; mais que dans les enfans ils paroissent se ramifier dans l'os. Quant au muscle droit supérieur & au releveur de la paupière, le tendon dans lequel ils se réunissent a son attache à la partie supérieure & antérieure du trou optique.

Les attaches de ces muscles ne forment donc par leur réunion aucun anneau qui embrasse le nerf optique, comme Valsalva l'avoit avancé; & il étoit d'autant plus important de détruire cette erreur, qu'elle étoit préjudiciable à l'art de guérir, puisqu'elle entraînoit une erreur considérable, plusieurs Médecins attribuant la cause de quelques gouttes sereines à la contraction subite de cet anneau qui comprimoit le nerf optique, & traitant leurs malades en conséquence; mais il est visible que l'anneau étant un être de raison, la pression sur le nerf optique, & les effets qu'on lui attribue, tombent d'eux-mêmes, & qu'il faut chercher une autre cause de cette maladie. Il arrive rarement que les recherches anatomiques

portées à un certain point, manquent de procurer quelque avantage à la Médecine & à l'humanité.

S U R

*QUELQUES CONFORMATIONS MONSTRUEUSES
DES DOIGTS DANS L'HOMME.*

V. les Mém.
P. 137.

IL n'est pas rare de voir des hommes nés avec un ou plusieurs doigts superflus ; mais ces variations méritent d'être examinées & rapprochées, & peuvent par ce moyen donner lieu à des recherches intéressantes & utiles.

C'est dans cette vue que M. Morand a entrepris de recueillir tous les faits de cette espèce qu'il a pu trouver, & dont l'histoire compose une partie du Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & qu'il en a tiré des inductions qui pourront jeter quelque jour sur cette matière.

Les doigts surnuméraires qu'on observe, sont en général de deux espèces ; ils peuvent être symétriques avec les autres, & pour lors c'est réellement un doigt surnuméraire, ou bien il part de la première phalange du cinquième doigt, soit par une espèce de bifurcation, soit par une articulation lâche entre deux surfaces plates.

Un doigt surnuméraire peut avoir du mouvement ou en être privé ; s'il en a, & qu'il soit symétrisé comme les autres, il faut qu'il soit organisé comme eux, & qu'il ait ses os, ses muscles, ses nerfs & ses tendons ; s'il n'a pas de mouvement, il est alors formé d'un ou de plusieurs os revêtus de leur périoste, & couverts en dehors de la peau ; mais il n'a entre l'os & cette peau qu'une graisse de la consistance du suif, qui en remplit l'intervalle : ce dernier cas est le plus commun.

M. Morand rapporte beaucoup d'exemples de cette espèce de monstruosité ; mais dans le nombre de ces exemples il s'en trouve deux, qui font voir qu'elle peut devenir comme héréditaire dans une famille.

Le premier exemple est tiré d'une observation communiquée à l'Académie par M. le Commandeur Godeheu, son Correspondant; dans son séjour à Malte il y avoit vu un habitant nommé Gratia Kalleia, qui étoit né avec six doigts aux mains & aux pieds; celui-ci avoit eu quatre enfans, dont trois avoient hérité en tout ou en partie de cette conformation de leur père, & l'aîné qui lui étoit le plus semblable en ce point, s'étant marié, a eu quatre enfans dont trois étoient semblables plus ou moins à leur père.

Il résulte de ce court exposé, que cette espèce de monstruosité peut se communiquer par les pères & se transmettre à toute une famille, mais se peut-elle aussi transmettre par les mères? l'observation suivante, publiée par M. de Maupertuis, va répondre à cette question.

Élisabeth Horstman, de Rostoch en Allemagne, étoit née avec six doigts à chaque main & à chaque pied, elle eut une fille conformée de même, celle-ci fut mariée & eut quatre enfans, qui apportèrent en naissant la même singularité, & quatre autres qui n'avoient rien d'extraordinaire; un des premiers s'étant marié à une fille bien conformée, en eut six enfans, dont deux garçons avoient vingt-quatre doigts; cette conformation monstrueuse se communique donc aussi par les mères, & s'altère par les alliances avec des sujets bien conformés; il y a plus, quelques Naturalistes assurent qu'il y a dans l'Inde une montagne dont les habitans ont tous huit doigts à chaque pied; il y a grande apparence que ces montagnards, séparés par leur situation des autres Indiens, ont perpétué chez eux cette monstruosité par des alliances constamment faites entr'eux.

Une circonstance singulière que le hasard a offerte à M. Morand, l'a mis à portée de voir dans le plus grand détail l'organisation d'un sujet sexdigital qui vivoit à Paris en 1754, & qu'il fit voir à l'Académie la même année; ce sujet étoit un jeune homme qui avoit six doigts à chaque main & autant à chaque pied; ce jeune homme étant mort, M. Morand trouva moyen de disposer de ses mains & de ses pieds qu'il disséqua & qu'il examina soigneusement.

L'examen anatomique lui offrit une disposition d'os, de muscles, de tendons, tel qu'on n'y pouvoit méconnoître tout l'appareil nécessaire pour rendre ces parties surnuméraires utiles, & pour leur procurer les mouvemens qui leur étoient nécessaires, il y avoit seulement une addition d'organes, mais on n'y remarquoit presque rien qui ne fût plus ou moins dans l'exacte symétrie & conforme à l'ordre naturel.

De cette observation anatomique naît presque nécessairement une question physique; nous n'avons en Physique que deux systèmes pour expliquer la formation des monstres; savoir celui des germes primitivement monstrueux & celui de la confusion accidentelle de deux ou de plusieurs germes dans le sein de la mère; le premier regarde les monstres comme l'ouvrage de la toute-puissance & de la volonté du Créateur, & le second les croit produits par l'action des causes secondes.

On peut aisément concevoir que les doigts surnuméraires sans mouvemens & sans fonctions, qui ne sont, s'il m'est permis d'user de ce terme, que des simulacres de doigts, soient les restes d'un germe détruit qui se soient collés au germe subsistant lors de son développement, mais comment imaginer que des organes travaillés avec soin, ayant tout l'appareil nécessaire pour exécuter leurs mouvemens, puissent avoir été produits sans dessein & par une rencontre fortuite; la probabilité d'un tel événement est physiquement nulle, & que sera-ce si on fait réflexion à la suite de la même monstruosité dans la même famille; en vain allégueroit-on le dérangement des molécules organiques, ces mots aussi vides de sens que les formes plastiques d'Aristote, ne peuvent être pris pour une explication, & M. Morand pense que ces deux systèmes si débattus en 1740 & 1743 par M.^{rs} Winslow & Lémery peuvent & doivent être adoptés tous deux, que les parties monstrueuses pourvus d'une organisation régulière, doivent être regardées comme des suites de la volonté immédiate du Créateur, & celles qui manquent de ces caractères, comme les débris de quelque germe détruit.

Les doigts surnuméraires sont un avantage quand ils sont bien organisés, & ce seroit une folie que de se priver de ce présent de la

la Nature, mais lorsqu'ils sont difformes & sans mouvement, il est possible de s'en débarrasser; la Chirurgie offre des moyens de les retrancher, M. Morand ne les a pas oubliés dans ses recherches, il les rapporte & les soumet à l'examen d'une sage critique, propre à éclairer sur le choix de ces moyens, ceux qui seroient dans le cas d'en faire usage; il a même poussé son exactitude encore plus loin; les monstruosités de cette espèce dont nous venons de parler, sont l'ouvrage de la Nature, il a porté ses regards jusque sur celles qui ne sont dûes qu'aux écarts de l'imagination des Peintres, il a trouvé des mains à six doigts dans un tableau de la Cène, peint par Léonard Vinci, qu'on voit dans le réfectoire des Dominicains de Milan, & dont il y a une copie à Luzarches; il a vu aussi dans le réfectoire d'une grande Abbaye un tableau représentant la Pentecôte, dans lequel un des Apôtres est représenté avec six doigts à chaque main; on peut juger par le soin que M. Morand a pris de rassembler jusqu'à cette espèce de superflu, qu'il n'a sûrement omis aucune recherche pour s'assurer du nécessaire.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M^{LLE} BIHÉRON, bien connue de l'Académie par son talent pour l'imitation des pièces anatomiques, a fait voir cette année une pièce ou fantôme relatif à la manœuvre des accouchemens; ce fantôme représente le bas-ventre & la moitié des cuisses, il est formé sur un bassin dont le coccx est mobile; la matrice & ses dépendances, la vessie & le rectum y sont disposés comme dans l'état naturel; l'entrée du rectum, celle des grandes lèvres, l'orifice de la matrice, peuvent être resserrés ou dilatés à volonté; le corps de la matrice & son fond, sont inclinés d'un côté ou de l'autre, selon qu'on le desire; ils peuvent se contracter en se rapprochant graduellement vers l'orifice: au moyen de cette construction & en plaçant un fantôme d'enfant dans la matrice avec son cordon & son délivre, on peut imiter ce qui se passe

Hist. 1770.

. G

dans l'accouchement naturel, depuis le moment où l'enfant est au couronnement jusqu'à celui auquel la femme est délivrée; on peut aussi mettre l'enfant ou les enfans dans quelque position que ce soit, pour imiter tous les accidens qui peuvent traverser l'accouchement; & comme la vessie & l'urètre sont dans leur position naturelle, on peut pratiquer sur ce fantôme l'opération de la sonde, comme on est quelquefois obligé de faire pendant le travail. On peut aisément juger de l'avantage que peut procurer cette machine, en facilitant sans danger aux Élèves, des essais qui souvent ne se font pas sans risques sur le vivant, & combien M.^{le} Bihéron mérite de reconnoissance en ce point.

I I.

M. Morand a fait voir à l'Académie un pied de Lièvre très-singulier; indépendamment du coup de fusil qui avoit tué cet animal, il en avoit long-temps auparavant reçu un autre, qui lui avoit emporté l'extrémité de la patte qu'on nomme le pied; cette partie avoit été remplacée par une masse osseuse qui lui en tenoit lieu, c'étoit une espèce de jambe de bois, dont la Nature seule avoit fait les frais.

I I I.

M. du Hamel a fait part à l'Académie de l'observation suivante; un Payfan âgé d'environ quarante ans, s'étant endormi au fort de l'été en rase campagne, fut frappé d'un coup de soleil qui lui fit tomber tous les cheveux; il demeura chauve pendant près de dix ans & en avoit pris son parti, lorsqu'il s'aperçut à l'âge de cinquante ans que ses cheveux repoussaient, & ils revinrent en effet plus forts & plus drus que ceux qu'il avoit perdus: il n'est peut-être pas aisé de donner une raison plausible de ce phénomène.

I V.

Un Correspondant de l'Académie, aussi distingué par ses talens dans le Génie, que par son exactitude à bien observer, communiqua à l'Académie un fait singulier qui lui étoit arrivé; il est âgé d'environ cinquante-cinq ans & a un des deux yeux assez foible pour qu'il le compte pour rien; il s'est accoutumé de bonne heure à l'usage de verres de différens foyers, & ses yeux ont

conservé assez de flexibilité pour se prêter à la différente force de ces verres, depuis les lentilles de microscopes jusqu'aux conserves les plus foibles. Ayant voulu pendant l'hiver de 1770 transcrire un ouvrage assez long, sous un petit volume, & par conséquent d'un caractère beaucoup plus fin qu'à son ordinaire, il fut obligé de se servir d'un verre de 18 pouces; & ce travail dura près de deux mois: au bout de ce temps il fut surpris de ne pouvoir plus lire avec ses lunettes ordinaires les livres même qu'il lisoit avant ce travail avec le plus de facilité; il conjectura avec raison que son œil fixé pendant un si long-temps au même point, avoit perdu une partie de sa flexibilité; il tenta de la rappeler en employant successivement des verres de plus longs en plus longs foyers, son attente ne fut pas trompée & en moins de deux jours il eut rétabli la flexibilité de son œil au point de lire avec ses lunettes ordinaires de 60 pouces de foyer.

V.

Une Dame très-replète, âgée de près de soixante-cinq ans; se plaignoit depuis long-temps d'une difficulté de respirer qui devenoit très-incommode dès qu'elle avoit quelque chagrin ou qu'elle montoit un escalier; cette difficulté de respirer étoit accompagnée de palpitations de cœur très-vives, pendant lesquelles le pouls étoit très-irrégulier: les digestions n'étoient cependant pas troublées, & ce qui est très-particulier, c'est que la malade soutenoit beaucoup mieux les voitures rudes que les douces: on employa différens remèdes, les saignées seules apportoit quelque soulagement momentané, les autres remèdes faisoient plus de mal que de bien; la maladie augmenta toujours & la malade mourut.

A l'ouverture du corps qui fut faite en présence de M.^{rs} Vernage, Malouin & Portal, on trouva dans le ventre un médiocre épanchement de sérosités, le foie étoit engorgé & très-dur; la vésicule du fiel fort rétrécie, ne contenoit aucun liquide, sa cavité étoit absolument remplie par quatre pierres biliaires cylindriques mises bout à bout, & qui lui avoient fait prendre la forme d'un canal de diamètre égal dans toute sa longueur, les autres viscères du bas-ventre étoient dans l'état naturel.

La poitrine offrit des phénomènes plus singuliers, les poulmons,

& particulièrement le droit, étoient très-adhérens à la plèvre dans une grande étendue, & ils étoient imbibés de sang; le péricarde prodigieusement distendu, paroissoit contenir un fluide; en effet il en sortit, lorsqu'on l'ouvrit, une grande quantité de sang; le cœur étoit énormément gros & les oreillettes monstrueuses; le ventricule droit étoit au moins deux fois plus ample que le gauche & leurs parois que cette distension avoit semblé devoir rendre plus minces, étoient au contraire plus épaissies, mais ce qu'il y avoit de plus singulier, c'est qu'elles étoient percées de plusieurs déchirures ou crevasses par lesquelles le sang avoit passé dans le péricarde; le ventricule gauche même, malgré la grande épaisseur de ses parois, l'étoit en trois endroits; les valvules étoient endurcies & hérissées de concrétions pierreuses ou osseuses, un amas de même matière placé derrière elles, ne leur permettoit de donner au sang qu'une issue très-étroite, & ce passage étoit encore gêné par des ossifications dont l'aorte étoit incrustée, & tous ces obstacles n'étoient que de trop justes causes de la rupture du cœur; le sang comprimé par ce muscle ne pouvant couler par l'aorte en quantité suffisante, a dû agir contre les parois du cœur même, les distendre & à la fin les déchirer.

On a plusieurs exemples de ruptures du cœur, mais on n'avoit pas observé de ruptures du ventricule gauche, & encore moins en aussi grand nombre que M. Portal l'a observé dans cette Dame; on juge bien que cette maladie n'étoit pas susceptible de guérison, mais on peut légitimement présumer que si dès le commencement de son mal elle eût été fréquemment saignée, on auroit pu en retarder les progrès & en éloigner la fin.

V I.

M. le Vacher de la Feutrie, Médecin de la Faculté de Paris, a communiqué à l'Académie l'observation suivante : dans le cadavre d'une femme de soixante-cinq ou soixante-dix ans qu'il disséquoit, il remarqua un dérangement très-considérable dans les parties de la génération & dans la vessie; l'orifice du vagin étoit oblitéré & par-dérrière cette espèce de digue, étoit ramassée une grande quantité de matière noirâtre, épaisse & inflammable; le vagin en étoit soulevé & occupoit dans le bassin le lieu qu'y

occupe ordinairement la vessie qu'il avoit jetée de côté; il partoît de cette dernière deux conduits, l'un étoit ouvert & perceoit l'extrémité antérieure du vagin, l'autre que M. de la Feutrie reconnut pour le véritable urètre, étoit entièrement oblitéré dans son extrémité antérieure: le dérangement observé dans la situation de ces parties fit conjecturer à M. de la Feutrie, que le vagin ayant été fermé vraisemblablement par la suite d'un accouchement laborieux, le sang menstruel privé de son issue, avoit formé par son amas & son séjour, cette grosse masse qui avoit déplacé la vessie; que dans ce déplacement l'urètre naturel ayant été plié & contourné, l'urine a cessé de pouvoir y couler; & que les uretères étant libres & fournissant toujours cette liqueur; elle a forcé la membrane interne de s'échapper par une des mailles du réseau musculeux & s'étoit frayé une nouvelle route; c'est ainsi qu'il rend raison du dérangement qu'il a observé dans ce cadavre. Quoique cette observation ne soit nouvelle presque en aucun de ses points, cependant il a paru singulier de voir tous ces accidens réunis dans un même sujet, & cette singularité a engagé l'Académie à la publier avec toutes ces circonstances.

V I I.

Bernier, auteur d'une histoire de la Médecine & des Médecins; a avancé que les fractures & les luxations étoient incurables dans les chevaux: voici un exemple qui prouve que cette règle n'est pas générale, & que la Nature se procure quelquefois des ressources pour faire marcher ces animaux après une luxation de la cuisse.

Un cheval de cinq ans fit une chute après laquelle il boita; on fut un an sans pouvoir s'en servir, au bout de ce temps on lui fit reprendre le travail, qu'il soutint pendant treize mois, puis il mourut d'une maladie qui parut tout-à-fait étrangère à la chute.

M. Tenon, auquel l'Académie doit la relation de ce fait, l'ouvrit & il trouva toute la cavité cotyloïde droite, dont étoit sortie la tête du fémur, remplie d'une substance osseuse, mais il s'étoit formé une autre cavité articulaire, qui recevoit cette tête au-dessus & en avant du bord sourcilier sur une partie de l'os

des isles, naturellement convexe & fort étroite dans le cheval; cette cavité ne paroissoit point avoir été creusée dans l'os par l'action de la tête du fémur, l'os n'étoit pas moins épais à cet endroit que l'étoit la partie correspondante gauche dans l'os sain, elle avoit été produite par le concours de plusieurs causes dignes d'attention; l'os des isles du côté malade & sur-tout dans le lieu affecté par la maladie, s'étoit considérablement élargi & sur le penchant de sa convexité où il est communément fort mince, il avoit acquis beaucoup d'épaisseur, parce qu'il s'étoit amassé & élevé sur cet endroit beaucoup de substance osseuse; c'étoit au milieu de cet amas nouvellement produit, que s'étoit formée la nouvelle cavité, la tête du fémur paroissoit considérablement usée à sa surface interne, & on ne trouva à cette nouvelle articulation aucun vestige du ligament rond ni du ligament capsulaire, qui avoient été vraisemblablement détruits.

Cet exemple incontestable & peut-être unique, prouve invinciblement qu'à la suite d'une luxation arrivée à la cuisse d'un cheval il s'étoit formé une articulation nouvelle, une cavité cotyloïde différente de l'ancienne, qui n'est point l'effet de l'excavation de l'os; & qu'enfin la Nature a voulu faire voir qu'on ne devoit pas tant se défier de ses ressources, même dans le cas de la luxation en haut & en avant, qui arrive fort rarement même dans l'homme.

V I I I.

M. Tenon a eu occasion d'observer un homme, qui dans son enfance avoit eu, à la suite de la petite vérole, les deux avant-bras attaqués d'une carie qui en détacha plusieurs esquilles; depuis les os n'étoient parvenus qu'au tiers de leur longueur naturelle, la carie avoit produit cet effet en détruisant une partie des vaisseaux qui servent à la nutrition & à l'accroissement; dans un adulte elle n'eût occasionné que l'amaigrissement du membre attaqué; les muscles de l'homme observé par M. Tenon, avoient pris toute leur longueur, elle n'étoit plus proportionnée avec celle des os, en sorte que l'avant-bras n'étoit plus susceptible de mouvement spontané, on lui rendoit cette faculté en empoignant les muscles de manière à les tendre & à en diminuer la longueur, les mains

n'avoient point perdu le sentiment, elles distinguoient toutes les qualités sensibles, & la carie n'avoit ni détruit ni affoibli les organes du toucher.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires :
L'Écrit de M. Portal sur la structure de quelques parties
du Veau marin.

V. les Mém.
P. 413.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Lieutaud, intitulé :
Synopsis universæ praxeos Medicæ in binas partes divisa, &c.
nova editio : deux vol. in-4°, à Paris, chez Didot.

La première édition de cet ouvrage de M. Lieutaud avoit été publiée en françois, sous le titre de Médecine-pratique, en un seul volume in-8.° en 1759, & l'Académie en rendit compte dans son Histoire de cette année*, ce livre a eu le sort de tous les bons ouvrages, l'édition en a été bientôt épuisée ; il a été traduit en latin, & on en a fait plusieurs éditions qui se sont multipliées chez l'Étranger, on juge bien que ce n'a pas été sans qu'il s'y soit introduit des fautes ; c'est en grande partie cette raison qui a déterminé M. Lieutaud à donner une édition latine de son ouvrage qu'il pût avouer, & qu'il a considérablement augmentée ; c'est de cette dernière que nous avons à parler dans cet article, en supprimant toutefois ce que cette édition peut avoir de commun avec la première, de laquelle elle est la traduction & dont le Lecteur trouvera l'analyse en 1759 à l'endroit cité.

* Voyez Hist.
année 1759,
page 91.

L'édition de laquelle il est ici question, est divisée en deux parties, la première n'est à proprement parler qu'une traduction du premier ouvrage françois de M. Lieutaud, à laquelle il a joint quelques observations nouvelles ; mais la seconde est un ouvrage absolument neuf & tout différent du premier, c'est un précis de la matière médicale auquel l'Auteur a ajouté un Traité des alimens & des boissons ; la réunion de ces trois ouvrages forme le corps le plus complet de Médecine-pratique qui ait paru jusqu'à présent ; il commence par les médicamens internes en général & en particulier, il donne la définition des médicamens les plus usités & s'étend beaucoup sur la manière de reconnoître

les cas qui exigent un remède plutôt qu'un autre; & comme les meilleurs remèdes deviendroient impuissans & souvent funestes s'ils n'étoient administrés à doses convenables, M. Lieutaud a joint à la notice qu'il donne des remèdes, un tableau très-instructif & très-détaillé des doses des médicamens & sur-tout de celles des remèdes actifs ou violens, tant liquides que solides qui sont le plus en usage dans la pratique de la Médecine.

Les médicamens externes, c'est-à-dire ceux qui s'appliquent à l'extérieur, forment la seconde classe des remèdes; M. Lieutaud suit à leur égard le même ordre qu'il a suivi pour les médicamens internes, en allant toujours du général au particulier, mais dans l'une & dans l'autre partie, il préfère toujours les remèdes les plus simples & les plus communs dont les propriétés sont bien reconnues, à ceux qui sont rares ou que l'art ne procure à la Pharmacie qu'avec beaucoup de peines & de frais; comme il est cependant des cas qui les exigent, il donne une idée claire & précise des médicamens qui se trouvent tous préparés chez les Apoticaire, & indique la nature des drogues ou substances simples des trois différens règnes de la Nature qui entrent dans leur composition, il y ajoute une idée des opérations & des procédés chimiques nécessaires pour les obtenir, & il n'a point oublié de parler des différentes formes sous lesquelles ces remèdes peuvent être administrés, soit relativement à la maladie, soit pour en diminuer le dégoût, des intermèdes avec lesquels on les peut introduire, & d'avertir soigneusement des précautions qui ne peuvent être négligées sans mettre en risque le malade qui en fait usage.

Les alimens sont, s'il m'est permis d'user de ce terme, les remèdes des gens sains, ils peuvent dans plusieurs cas, servir à rétablir la santé, mais toujours ils doivent servir à l'entretenir, & souvent notre intempérance les met dans le cas de la détruire; le choix de ces alimens est donc une partie essentielle de la Médecine, & c'est pour cette raison que M. Lieutaud a joint à son Ouvrage un ample traité des alimens & des boissons, dans lequel il examine les différentes qualités de ceux qui sont en usage & indique les cas dans lesquels on doit préférentiellement se servir des uns ou des autres.

La disposition de cet Ouvrage offre à ceux qui en feront usage, une exposition claire & abrégée de ce qu'il y a de plus important dans la pratique de la Médecine, dans la connoissance de la matière médicale & dans la manière de conserver la santé.

Le plan sur lequel il est exécuté est absolument neuf, & on peut assurer qu'il répond parfaitement à la haute réputation que l'Auteur s'est si justement acquise.

CETTE même année parut un Ouvrage de M. Portal, intitulé *Histoire de l'Anatomie* ; six volumes in-12.

Tout Anatomiste jaloux d'étendre les limites de sa science, doit avant tout être instruit des travaux, des recherches & des observations que les Anciens & les Modernes ont faits & consignés dans leurs Écrits : il doit être en état d'analyser & de comparer les faits, de fixer les époques des découvertes, de faire connoître la suite & la chaîne des connoissances acquises, de démêler & de rectifier les erreurs en remontant à leurs sources, & dégageant ainsi le connu de l'inconnu, se frayer une route assurée à de nouvelles recherches. Au point où en est actuellement l'Anatomie moderne, cette voie de procéder est celle qui promet le plus de succès pour perfectionner les connoissances.

C'est en associant ainsi la partie scientifique de l'Anatomie aux dissections répétées ou à la pratique de l'art que M.^{rs} Morgagni, Haller & quelques autres se sont illustrés, & qu'ils ont donné à leurs ouvrages un degré de mérite & d'utilité qui sera toujours reconnu & avoué par les Anatomistes.

M. Portal ayant bien compris les avantages d'une étude dirigée sur ce plan, s'y est entièrement livré ; & pour en retirer tout le fruit possible il a entrepris de faire une analyse détaillée, suivie & raisonnée de tous les ouvrages qui ont été publiés sur l'Anatomie en remontant jusqu'aux temps les plus reculés, & présentant siècle par siècle la suite des faits, le fil des progrès & la chaîne des découvertes jusqu'à nos jours.

L'Ouvrage est terminé par une Table très-étendue, qui doit en lier toutes les parties, rapprocher tous les objets & former

par ce moyen un corps d'Anatomie des plus curieux & des plus intéressans.

Quelques Auteurs ont prétendu donner une espèce d'histoire de l'Anatomie, en publiant des Listes nombreuses des ouvrages anatomiques, mais le mérite, quoique réel de ce travail, n'est que celui des Bibliographes : il faut cependant en excepter Goëlike, car en indiquant les Ouvrages, il en donne quelquefois une courte notice assez bien faite, en rappelant des observations qui sont propres à l'Auteur dont il parle ; mais personne avant M. Portal, n'avoit traité cette matière avec autant d'étendue & de détail, n'avoit présenté une suite aussi nombreuse de faits bien analysés & ramenés à leurs véritables époques ; personne enfin n'avoit travaillé sur le plan que nous venons de tracer, pour composer une vraie Histoire de l'Anatomie. On ne peut certainement que savoir gré à M. Portal d'avoir exécuté cet utile projet.



CHIMIE.

SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

LA Chimie & les Arts qui en dépendent, ont souvent un but très-différent. Il suffit au Chimiste que les résultats soient exacts & qu'il voie clairement par où & comment il les a obtenus. La peine, la dépense, & quelquefois même le risque n'entrent point en ligne de compte. Dans les Arts dépendans de la Chimie, ce n'est pas assez que d'obtenir les résultats qu'on desire, il faut encore les obtenir avec profit, & par conséquent choisir entre les procédés Chimiques, qui conduisent à un même but, ceux qui y mènent avec le plus grand profit possible. Dans la réduction ou la séparation des métaux, par exemple, on n'a pas, pour but d'obtenir la plus grande quantité possible de ces métaux, ou, ce qui revient au même, de tirer de la mine tout ce qu'elle contient, on cherche seulement à rendre la différence entre le produit & la dépense, la plus grande possible. Et pour en donner un exemple, si l'on veut séparer le cuivre & l'argent mêlés ensemble, rien n'est plus aisé que d'y parvenir, en suivant le procédé usité dans les laboratoires des Chimistes, qui consiste à fondre le mélange avec du plomb qui se charge du fin, & à le passer à la coupelle pour vitrifier le cuivre & le plomb, & avoir le fin absolument séparé. Mais si l'on vouloit suivre en grand la même méthode, on consommeroit en pure perte une grande quantité de plomb, & il resteroit après l'opération une masse métallique, contenant beaucoup de cuivre & même une portion d'argent mêlée avec la litarge.

M. Jars, dans ses Voyages, avoit examiné en Chimiste, les travaux de la plupart des mines. Il donne dans ce Mémoire, un moyen de séparer du cuivre, le plomb & l'argent, avec bien moins de frais : ce moyen est le fruit de ses observations sur les

travaux de Blakembourg, & des expériences qu'il a eu occasion de faire sur de grandes masses de litarge mêlées de cuivre & d'argent, restées aux affineurs, après avoir coupelé des matières de billon : en voici le procédé.

En soumettant à l'action d'un feu doux & modéré, ces matières mêlées avec de la poussière de charbon, la litarge se revivifie en plomb, & comme ce métal se fond à une chaleur bien moindre que celle qu'exige le cuivre, il coule dans un bassin disposé pour le recevoir, & entraîne avec lui l'argent qu'il a séparé du cuivre, & qui pour lors n'est plus mêlé qu'avec le plomb, duquel on peut toujours aisément le séparer, en le coupellant dans des fourneaux disposés pour faire cette opération en grand. Le cuivre qui reste après cette opération contient encore de l'argent, mais en très-petite quantité. On pourroit, en y ajoutant du plomb nouveau, retirer cet argent par la même méthode; mais M. Jars a trouvé par ses expériences & par le succès des travaux de Blakembourg, dont le célèbre M. Cramer a dirigé les opérations, qu'il valoit mieux employer, pour cet effet, un mélange de plomb & de pyrites martiales; par ce moyen, le plomb en se fondant, entraîne l'argent & le soufre surabondant des pyrites, s'unit au cuivre avec lequel il a plus d'affinité qu'avec l'argent, & l'en sépare. Il résulte de cette ingénieuse combinaison que le culot de plomb qui contient l'argent, tient moins de cuivre, & que les scories dans lequel le cuivre est réduit, & sur lesquelles on peut, s'il est besoin, répéter la même opération, contiennent moins d'argent.

On fond en basse Bretagne des mines de plomb, tenant argent; en y ajoutant de la chaux éteinte à l'air, & du charbon. La chaux s'unit à l'acide vitriolique, qui se dégage du soufre que contient la mine, & forme avec lui une espèce de sélénite, & la chaux métallique se revivifie en plomb tenant argent, par le phlogistique du charbon.

D'après l'examen de toutes ces méthodes, M. Jars en propose une pour la réduction & la séparation des matières métalliques. Elle consiste à employer à la fois les moyens exposés ci-dessus, tant pour traiter les mines de plomb, que pour celles tenant argent

& cuivre, parce que les procédés dans l'un & dans l'autre cas, tendent également à avoir le plus d'argent qu'il est possible, en employant le moins de plomb; en effet, il est aisé de voir que l'argent & le plomb ayant moins d'affinité avec le soufre & avec l'acide vitriolique, que le fer & le cuivre; & ces derniers métaux ayant plus d'affinité avec le soufre qu'avec l'argent & le plomb, l'addition des pyrites martiales, du charbon de terre & de la chaux, facilite la revivification du plomb, qui se saisit de l'argent, & la séparation de ces deux métaux d'avec le cuivre.

Les mêmes principes qui ont donné à M. Jars sa méthode de séparer l'argent qui se trouve dans les mines de plomb & de cuivre, lui ont aussi fourni un moyen de séparer l'or qui se trouve dans les mines d'argent ou de cuivre. Si l'or est mêlé avec l'argent, on l'en séparera en grande partie, en mêlant dans le fourneau des pyrites martiales, avec les morceaux de mine. Ces pyrites sont très-abondantes en soufre, & comme l'argent a plus d'affinité avec le soufre qu'avec l'or, la plus grande partie restera dans les scories, & le culot qui tombera au fond du creuset sera très-riche en or. Si au contraire l'or étoit mêlé avec le cuivre & l'argent, on tirera sûrement le fin, en employant à la fois des pyrites sulfureuses & de la litarge. Car alors, quoique le cuivre ait plus d'affinité que le plomb avec l'or; cependant, comme il en a moins avec l'or qu'avec le soufre, il abandonne l'or que la litarge entraîne à mesure qu'elle se revivifie en plomb, par le phlogistique du charbon. C'est dans la plus profonde théorie Chimique, & par le plus savant usage de la table des affinités, que M. Jars a trouvé les moyens que nous venons de décrire, de diminuer les frais & la durée des opérations qu'on est obligé de faire en grand pour la séparation des métaux.

SUR LA PIERRE CALAMINAIRE.

L'INTÉRIEUR de la terre peut être regardé comme un V. les Mém., vaste laboratoire, où la Nature exécute en grand, & dans P. 15. l'espace de plusieurs siècles, des opérations souvent supérieures aux

forces des hommes : l'analyse des corps qui en résultent , peut , si elle est bien faite , nous aider à deviner les loix qui dirigent ces combinaisons : nous 'disons , si elle est bien faite , car les Chimistes ne pouvant le plus souvent produire , par la composition , des matières semblables , il ne leur reste en ce cas , aucun moyen direct de vérifier les erreurs dans lesquelles une mauvaise méthode d'analyser auroit pu les faire tomber. Il n'y a d'ailleurs presque point de bonne analyse d'un corps un peu composé , de laquelle il ne résulte ou un fait nouveau , ou la confirmation de quelque vérité qu'on ne faisoit encore que soupçonner , ou qui du moins ne fasse naître de ces idées vagues , mais heureuses , qui , comme une espèce d'instinct , dirigent la marche du génie.

Les voyages qu'a faits M. Sage en Angleterre , l'ont mis à portée d'examiner les pierres Calaminaires qui se trouvent dans les comtés de Sommerfet & de Nottingham , & lui ont fait naître l'envie de faire une exacte analyse de l'un & de l'autre.

La pierre Calaminaire du comté de Sommerfet est en cristaux imparfaits , durs , faisant feu avec le briquet , creux dans leur intérieur , y contenant quelquefois de l'espèce de mine de plomb qu'on nomme *galène* , & dont la figure a beaucoup de rapport à celle d'un spath , qui se rencontre aux environs de la mine ; en sorte qu'il y a tout lieu de croire que les cristaux de spath ayant été détruits , la matière de la pierre calaminaire a pris leur place & s'y est moulée.

Dans le comté de Nottingham , la pierre calaminaire se trouve en deux états différens , l'une est blanche , son intérieur paroît sillonné comme un bois vermoulu , & ces sillons sont remplis d'une terre brune ; l'autre est cristallisée & d'un vert tendre : ces deux espèces ne font point feu avec le briquet , & ne produisent point d'effervescence avec les acides.

Ces deux pierres calaminaires ayant été distillées sans intermède , & seulement en les mêlant avec la poudre de charbon , il s'est formé des cristaux de sel marin dans le balon que M. Sage avoit pris la précaution d'enduire d'huile de tartre par défaut , ce qui prouve incontestablement qu'elles contiennent l'acide de ce sel , comme une grande quantité de mines , dans lesquelles

la partie métallique n'est minéralisée que par l'action de cet acide. La quantité même qu'elles en contiennent n'est pas peu considérable. M. Sage l'évalue à trente-quatre livres par quintal, il est vrai que ce résultat lui a été contesté, mais il a offert de convaincre les incrédules, en répétant l'opération devant eux.

Les expériences de M. Sage lui ont fait voir encore que ces pierres calaminaires contenoient du fer, que toutes les substances salines contenoient une matière grasse, différente du phlogistique, & que lorsqu'elle s'y trouve en grande quantité, elle les rend indissolubles à l'eau.

Puisque l'analyse fait reconnoître dans ces pierres calaminaires, une matière métallique minéralisée avec l'acide marin; il étoit assez naturel de croire que le zinc mêlé avec du sel ammoniac, qui contient cet acide, formeroit un corps à peu-près pareil. Il n'en a rien été. L'opération n'a produit qu'un beurre très-aisé à sublimer; & le sel ammoniac s'est décomposé malgré l'extrême volatilité du zinc: mais ce beurre qui en est provenu, est moins caustique que celui d'antimoine, moins coûteux & plus aisé à préparer, & par toutes ces raisons il pourroit être utilement employé en Médecine: ce sera un fruit surnuméraire du travail de M. Sage.

SUR LES MINES EN GÉNÉRAL,

Et en particulier sur celles de CORNWALL.

MJARS, dans ses Voyages, avoit examiné en Physicien, la plus grande partie des mines de l'Europe. Il se proposoit d'en donner une description, & d'y joindre les réflexions que ses observations lui avoient donné lieu de faire, & les procédés nouveaux qu'elles lui avoient fait imaginer: sa mort a interrompu ce travail important, dont le Mémoire sur les mines de Cornwall en Angleterre, n'est qu'une petite partie.

V. les Mém.
P. 540.

De toutes les mines, celles d'étain sont les moins connues en France. Il y a cependant une très-grande apparence qu'il s'y en trouveroit si on savoit les chercher; c'est ce qui a déterminé M. Jars à décrire l'exploitation des mines de la province de Cornwall en Angleterre, qui sont les plus abondantes de l'Europe.

Cette province est une espèce de péninsule qui forme une langue de terre dirigée à peu-près de l'Est à l'Ouest, dans la partie occidentale d'Angleterre, & dont une des extrémités forme le cap-Lézard, si connu des Navigateurs : elle n'est séparée de la province de Devonshire, que par de hautes montagnes, dans lesquelles on a exploité quelques mines : ces montagnes vont en s'abaissant vers l'Ouest. C'est dans cette dernière partie que les mines sont très-abondantes, & M. Jars fait observer que les mines les plus riches ne se trouvent presque jamais dans les montagnes les plus élevées, mais dans ce que les mineurs nomment *demi-montagne*, c'est-à-dire, dans celles qui sont dominées par d'autres plus élevées.

L'étain se trouve dans cette province, sous deux différentes formes. On y a autrefois travaillé beaucoup de mines d'étain, mais aujourd'hui la plus grande récolte de ce métal se fait en lavant les terrains du fond des vallées, pour en tirer le minéral qui s'y trouve en petites parcelles arrondies, & qui paroissent avoir été roulées par les eaux. La plus grande partie de ces morceaux, tient pour la grosseur, le milieu entre le gravier & le sable. M. Jars croit que ces morceaux de minéral, sont des déblais d'anciennes mines, qui ont été antérieurement travaillées, & que les eaux ont entraînés dans les vallons, ce qui est d'autant plus vraisemblable, que quoique les eaux aient pu détacher quelque portion du rocher qui contient la mine, il seroit comme impossible qu'elles eussent entraîné tout ce qui se trouve de minéral dans les vallées ; & il vaut d'autant mieux, selon lui, rapporter ces débris de minéral à quelques mines anciennement travaillées, qu'on sait qu'alors l'exploitation des mines n'étoit pas portée au point de perfection où elle est aujourd'hui ; & qu'il étoit presque impossible qu'il ne restât une très-grande quantité de minéral dans les déblais qu'on jetoit, & que les eaux pouvoient entraîner très-aisément. Il ose même prédire d'après la manière dont il a vu travailler les mines de plomb du Northumberland, que dans un siècle on trouvera dans les vallées qui sont au-dessous, du minéral de plomb en poudre, comme on en trouve d'étain dans la province de Cornwal.

Il s'y est aussi rencontré un morceau de quartz cristallisé qui contenoit

contenoit de l'étain en nature , & qu'on donnoit pour étain vierge ou natif : mais M. Jars ayant bien examiné les fragmens de ce morceau, est bien plus porté à croire que ce quartz très-commun dans le canton , avoit servi anciennement de sol ou de paroi à un fourneau , & que l'étain coulant avoit rempli les vides qui se trouvoient entre les cristaux ; & il embrasse d'autant plus volontiers ce sentiment que malgré toutes les recherches il n'avoit encore jamais pu voir un seul morceau d'étain vierge ou natif.

On trouve dans la même province, des mines d'étain de même nature, mais dont cependant une partie est en roche; cette roche est de la nature du granit, mais très-friable , & elle contient par-tout un peu de minéral d'étain, & il y en a qui contiennent des petites veines noires, plus riches que le reste, dont quelques-unes même contiennent quelques grains d'étain pur; ces veines sont toutes parallèles, & vont constamment de l'est à l'ouest : ce rocher se travaille en plein air , & comme il se réduit facilement en sable, on y fait passer, sur-tout en hiver & dans les temps humides, des petits courans d'eau qui l'entraînent; on remue l'eau chargée de ce sable, & le minéral d'étain, comme le plus pesant, tombe au fond de ce ruisseau d'où on le retire, le reste du rocher que l'eau n'a pu attaquer, est cassé à coups de masse & transporté au bocard pour le piler; & pour l'y conduire plus facilement, on a creusé un canal par le moyen duquel on le transporte par bateau; ce rocher devient moins friable & plus dur, à mesure que la mine s'approfondit. Tous les filons métalliques de cuivre ou d'étain de la province de Cornwall, ont leur direction de l'est à l'ouest, & presque tous leur pente au nord; il y en a cependant quelques-uns inclinés au midi, mais c'est le cas le plus rare : on y observe encore, en bien moindre nombre, quelques filons en plateau & horizontaux. Dans l'étendue de la province de Cornwal, le minéral dominant est l'étain. M. Jars y avoit cependant remarqué des mines où ce minéral est joint à du cuivre, & quelques autres où ce dernier métal est seul; mais en général l'étain domine, & il y est quelquefois engagé dans une roche de granite : on en voit de cette espèce au Mont-Saint Michel en Angleterre, qui n'est séparé comme le nôtre, du continent, que par un bras de mer, qui disparoît de basse marée; on en a

même extrait autrefois , mais le Seigneur du lieu qui a craint pour la montagne & pour la solidité du château bâti dessus en a fait cesser l'exportation.

Il sort de la province de Cornwall , environ pour 46 millions d'étain chaque année, & pour à peu-près la même somme de cuivre.

M. Jars a remarqué dans tous ses voyages , que tous les filons avantageux à exploiter , étoient parallèles aux rivières principales ; observation importante , & qui peut jeter un très-grand jour sur la recherche & sur la formation des veines minérales. La direction de l'est à l'ouest qu'affectent les filons de Cornwall , ne permet pas d'espérer qu'on en trouve le prolongement en Bretagne , mais il pourroit s'y en trouver de parallèles ; on y voit plusieurs rochers de la même nature que ceux qui contiennent l'étain ; on en trouve même dans plusieurs autres provinces du royaume.

On ne doit pas cependant être étonné qu'on ne se soit pas appliqué jusqu'ici en France , à rechercher ces mines ; les filons des autres mines s'annoncent , pour ainsi dire , à la surface de la terre , par du quartz , du spath , de la pyrite ; souvent ces dernières prises par leur brillant pour des mines d'or , ont fait découvrir des mines avantageuses ; mais les filons d'étain ne présentent rien à la surface du terrain qui semble annoncer une mine ; ils offrent tout au plus une espèce de matière d'un brun rougeâtre , qui ne ressemble en rien à du métal : cette mine d'ailleurs est très-difficile à essayer , il n'est donc pas étonnant qu'on n'ait pas fait beaucoup de recherches à ce sujet , ou qu'elles n'aient pas eu de succès ; on doit donc exhorter ceux sur-tout qui vivent à la campagne , à rechercher s'ils ne trouveroient pas quelques-unes de ces mines ; & M. Jars prescrit la manière de se conduire dans cette recherche. On ne peut que regretter la perte de cet Académicien zélé , qui prive le Public d'une infinité de matériaux précieux qu'il avoit ramassés avec des peines & des fatigues incroyables.

V. les Mém.
P. 68.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires :
L'Écrit de M. Jars , sur la manière usitée en Angleterre , de convertir le Plomb en *Minium*.

OBSERVATION CHIMIQUE.

M DE LA LANDE avoit rapporté de son voyage d'Italie, de la terre, de l'eau & quelques matières salines tirées de la grotte du Chien. Il pria à son retour M. Cadet d'en faire l'analyse, dont voici le résultat.

La terre de la grotte du Chien, n'est ni sulfureuse, ni arsénicale, ni métallique ; elle paroît être un mélange de gyps, de portions de quartz différemment colorées, de sable, de végétaux détruits, & d'un peu de terre calcaire.

L'eau de la grotte du Chien mise en expérience, a donné du sel marin à base terreuse, & un peu de terre calcaire ; on peut évaluer cette quantité à 8 grains de sel, & deux grains de terre calcaire par pinte de cette eau ; le sel pris dans les fentes ou lézardes des murs des bains de vapeurs, est un sel alumineux qui participe d'un peu de fer ; ce sel, d'après les expériences auxquelles il a été soumis, ne peut être soupçonné de contenir du cuivre, ni aucune substance arsénicale.

CETTE année M. de Machy Apothicaire de Paris, lut à l'Académie, un Mémoire sur la nature des sels volatils, tirés des substances animales. L'occasion de son travail fut le phénomène singulier d'une liqueur composée de phlegme saturé avec de l'alkali volatil, tiré du sang de Bœuf qui se cristallisoit au froid, & dont la cristallisation se dissipoit par la chaleur ; il soupçonna que cette liqueur contenoit un sel neutre, susceptible de cristallisation dans le froid, & que la chaleur décomposoit lentement, ne laissant subsister que la partie acide.

Dans la vue de s'en assurer, il prit du sel volatil concret de sang de Bœuf, qu'il soumit à toutes les expériences nécessaires pour s'assurer qu'il passoit dans la distillation du sang, assez d'acide pour saturer l'alkali volatil qui en résulte.

Une plus grande quantité de ce sel montant à 3 onces, fut exposée

à l'air sur une fenêtre pendant un mois , & il s'en dissipa une once ; qui étoit la portion d'alkali combinée avec l'acide , qui formoit un sel neutre & transparent. M. de Machy croit y avoir aperçu des petits cristaux cubiques , sur lesquels il a versé de l'huile de vitriol , qui en a dégagé des vapeurs blanches , qu'il croit être de l'esprit de sel , qu'il considère par conséquent comme un des principes constitutifs des alkalis volatils.

Les expériences de M. de Machy , prouvent très-bien la présence de l'acide , mais elles n'ont pas paru suffisantes pour déterminer sa nature. Comme elles ouvrent la route à une recherche intéressante , l'Académie a cru devoir communiquer au Public cette idée de M. de Machy , dont le travail lui a paru mériter des éloges , & d'être suivi par ceux qui s'intéressent au progrès de la Chimie.





G É O M É T R I E.

*SUR LES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES
ORDINAIRES, FINIES ET PARTIELLES.*

LE Calcul intégral a été jusqu'ici l'unique objet des travaux de M. le Marquis de Condorcet, l'Académie a rendu compte dans plusieurs endroits de son Histoire, des différens Mémoires qu'il a donnés sur cette matière, en voici encore trois relatifs à ce même objet, desquels nous allons essayer de présenter l'esprit & la marche, autant qu'il sera possible de le faire sans calcul.

L'un de ces Mémoires a pour objet les différences ordinaires, l'Auteur y compare la méthode d'intégrer plusieurs équations sans avoir éliminé, avec celle d'intégrer après l'élimination l'équation qui reste entre les variables; & il montre que dans l'une & dans l'autre il ne suffit pas pour obtenir le dernier résultat, d'avoir trouvé autant d'équations qu'il en faut pour chasser les différences des variables qui doivent être éliminées; mais qu'il faut les avoir telles, que cette élimination soit possible. Ainsi, par exemple, si l'on a une équation du second ordre entre deux variables, ou deux du premier entre trois, il ne suffit pas d'avoir deux intégrales, pour que la proposée soit résolue; mais il faudra souvent en chercher de nouvelles, jusqu'à ce qu'on en ait de telles, que l'élimination de chacune des variables, ou celle de chacune des différences, soit possible.

V. les Mém.
P. 191.

Le facteur d'une équation rationnelle, peut ne pas être rationnel, même pour le premier ordre, & M. Euler a traité des équations rationnelles, où ce facteur contient des radicaux. M. de Condorcet détermine ici la forme irrationnelle que peut avoir le facteur pour les différens ordres, & il montre que cette forme dépend du nombre d'intégrales essentiellement différentes que peuvent avoir les équations proposées.

V. les Mém.
p. 108.

La théorie des Équations aux différences finies, fait le sujet d'un autre Mémoire, où elle est traitée d'une manière plus directe & plus générale qu'elle ne l'a été jusqu'ici. M. de Condorcet trouve leurs équations de conditions, & celles des *maxima* & *minima*, par la même méthode qui les donne pour les différences ordinaires, & à laquelle il n'a fallu ajouter qu'une remarque fort simple; quant à leur intégration, il marque le nombre & la forme des transcendentes & des arbitraires que l'intégrale peut contenir lorsqu'une des variables a une différence constante; ces arbitraires peuvent être une fonction quelconque de cette variable; mais fonction dont la différence soit nulle, en sorte que si l'on regarde l'équation comme représentant une courbe, la variable dont la différence est constante comme l'abscisse, & qu'on ait un nombre donné de points de la courbe égal à l'ordre de l'équation, tous les points de la courbe répondans à une suite d'ordonnées, distantes entr'elles de la différence constante, ne seront pas absolument indéterminés. Cela peut paroître paradoxal, parce que les points déterminés paroissent être les seuls qui appartiennent à la solution du Problème; mais il faut observer que les arcs de courbes décrits entre les points déterminés, doivent être tels que si on en suppose une ordonnée une fois connue par une abscisse quelconque, toutes les ordonnées distantes de la différence constante soient déterminées, ce qui ne peut arriver que lorsque l'équation qui détermine les portions des courbes est composée de fonctions déterminées de x & de fonctions arbitraires, dont la différence soit nulle. Toute équation possible aux différences finies a une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, mais il n'y a pas un nombre égal à l'exposant de son ordre, dont la différentiation puisse produire la proposée. C'est une différence essentielle entre ces équations & celles aux différences infiniment petites.

De même, la différence de x étant constante & finie, toute fonction de x peut être regardée comme une différentielle exacte; mais il n'est pas toujours possible de l'exprimer en termes finis, quoiqu'il soit toujours possible de l'avoir par une série infinie; ce qui doit distinguer ces fonctions de celles qui seroient données par des équations absurdes, & qu'on ne peut exprimer par aucune forme.

Les équations aux différences partielles, sont l'objet d'un troisième Mémoire, elles diffèrent encore plus des équations aux différences totales, elles n'ont point nécessairement d'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, & les fonctions arbitraires qu'elles contiennent peuvent n'avoir pas disparu successivement, mais toutes à la fois; enfin le nombre de fonctions transcendentes y est indéfini; mais l'ordre de l'équation différentielle ordinaire qui peut les faire disparaître est déterminé; ainsi pour le premier ordre l'intégrale peut contenir un nombre infini de fonctions logarithmiques simples.

V. les Mém.
P. 151.

Il n'est ici question que des équations qui peuvent avoir une intégrale en termes finis, toutes n'en sont pas susceptibles, quoique d'ailleurs au nombre des équations possibles. L'auteur a fait sur cette matière également importante & épineuse, de nouvelles Recherches qui paroîtront dans les Mémoires de 1772.

M. de Condorcet termine celui-ci par des réflexions sur la méthode de résoudre les problèmes en déterminant *à priori* les formes dont leurs solutions sont susceptibles, & cherchant ensuite par la méthode des coefficients indéterminés, celle qui convient à chaque problème. On sent aisément de quelle utilité peuvent être les Recherches de M. de Condorcet, dans une matière si importante & qui mérite tant d'être éclaircie.

CETTE année parurent les premier & deuxième volumes du *Cours de Mathématique, à l'usage de l'Artillerie*, par M. Bézout.

Sous le nom d'*Éléments d'une Science*, on peut entendre ou l'enchaînement de ses principes fondamentaux & l'analyse des opérations qu'elle emploie, ou bien seulement l'exposition des vérités les plus simples & les plus utiles pour l'usage ordinaire. Dans le premier cas, c'est la métaphysique de la Science, la génération des idées sur lesquelles elle est fondée, qui sont l'objet des éléments, & c'est sur cette science même que doivent porter les réflexions de l'Auteur. Dans l'autre cas il est question de rendre

les vérités les plus faciles à saisir qu'il est possible, sans cependant rebuter par une exposition trop longue; il faut savoir s'écarter de l'ordre naturel sans nuire à la rigueur des démonstrations, toutes les fois que l'ordre naturel exigeroit une attention trop forte, il faut entrer dans de longs détails sur les opérations fréquentes dans la pratique; enfin il faut être assez détaillé pour ne pas fatiguer les esprits médiocres, & cependant être assez court pour ne pas dégoûter des esprits plus pénétrants, & c'est alors d'après les observations sur les hommes à qui les élémens sont destinés, que l'Auteur doit établir l'ordre de son ouvrage.

M. Bézout a déjà publié des *Éléments* destinés aux Gardes de la Marine, & le succès en a prouvé la bonté; il y avoit ajouté des remarques importantes, & même de nouvelles méthodes d'analyse où l'avoient conduit les réflexions qui s'étoient offertes à lui pendant la composition de son ouvrage. Celui dont nous annonçons ici les deux premiers volumes, étoit destiné pour les *Élèves* de l'Artillerie, ils renferment l'Arithmétique, la Géométrie, la Trigonométrie rectiligne, l'Algèbre, & l'application de l'Algèbre à la Géométrie.

Dans ces *Éléments*, il y a des propositions sans lesquelles il seroit impossible de connoître la Théorie nécessaire aux Officiers d'Artillerie, elles sont destinées à tous les *Élèves*: d'autres moins utiles & plus difficiles, sont destinées seulement à ceux qui ont plus de facilité ou plus de zèle; ainsi cet ouvrage a l'avantage & de ne rien offrir aux esprits ordinaires, qui soit au-dessus de leur portée; & de donner en même-temps aux autres esprits, une occupation suffisante pour le temps de leurs études, & par-là il remédie à l'inconvénient de donner une instruction égale à des esprits inégaux.

Le zèle à remplir les devoirs d'une place importante peut seul engager un Géomètre tel que M. Bézout, à sacrifier une partie de son temps, & par conséquent de sa gloire à la composition d'un ouvrage de ce genre, le mérite de ces travaux n'est que pour très-peu de personnes; ainsi ils servent peu à la réputation d'un Auteur, mais il a le plaisir d'être utile & de l'être sans intérêt.

CETTE même année, M. l'Abbé Marie, Professeur de Mathématiques au Collège Mazarin, présenta à l'Académie une nouvelle édition des *Leçons élémentaires de Mathématiques*, par feu M. l'abbé de la Caille.

Les Elémens publiés par M. l'abbé de la Caille, ont été distingués par leur précision, la rapidité de leur marche & la manière dont l'Auteur a su renfermer dans un très-petit espace la plus grande partie des Théories les plus importantes de l'Analyse; les principes de la Théorie exposés clairement, l'esprit des méthodes principales, & quelques exemples, sont tout ce qu'il a pu donner sur chaque matière. L'édition nouvelle, présentée à l'Académie, par M. l'abbé Marie, contient des élémens de Mathématiques purs, faits sur ce même plan; il y a ajouté des théories qui, lorsque M. l'abbé de la Caille a publié son ouvrage, étoient réservées aux grands Géomètres; & qui depuis, grâce aux progrès immenses qu'a faits l'Analyse, sont devenus communes. On trouve dans ces additions la même précision que dans M. l'abbé de la Caille, & il seroit difficile de distinguer ce qui appartient à l'Auteur, de ce qui appartient à l'Éditeur.





ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL, dédiuite du passage de Vénus, du 6 Juin 1769.

V. les Mém.
p. 9.

* Voy. l'Hist.

1757, p. 97.

1761, p. 98.

1769, p. 93.

L'ACADÉMIE a fait voir dans plus d'un endroit de son Histoire, de quelle importance étoit l'observation des passages de Vénus sur le Soleil *, pour établir la véritable parallaxe de ce dernier astre & de celle qui avoit été déduite de celles des observations qui ont été faites des deux passages arrivés en 1761 & en 1769, qui sont venus jusqu'ici à la connoissance.

Dans le nombre de ces observations, il s'en est trouvé deux dans lesquelles les deux contacts de l'entrée & de la sortie de Vénus sur le disque du Soleil, avoient été observés, & qui étoient assez éloignées pour en pouvoir conclure la parallaxe, sans même connoître avec précision la différence de Longitude de ces deux lieux. Avantage très-grand si l'on considère la difficulté de déterminer avec exactitude ce dernier élément.

Ces deux observations que M. de la Lande emploie à la recherche de la parallaxe du Soleil, sont, celle qui a été faite au Fort du Prince de Galles, sur la côte occidentale de la baye d'Hudson, près de la rivière de Churchill, à $58^{\text{d}} 47' 30''$ de latitude boréale, par M.^{rs} Dymond & Wales, envoyée par la Société royale de Londres; & celle qui a été faite par M. Planman à Cajanebourg en Finlande. Dans l'une & dans l'autre observation, l'entrée & la sortie de Vénus, ont été exactement observées, & par conséquent on a eu dans chacune avec précision, la corde du disque du Soleil, parcourue par Vénus; c'est au moyen de ces cordes que M. de la Lande a pensé à obtenir la véritable quantité de la parallaxe horizontale du Soleil; nous allons essayer de présenter ici l'esprit de la méthode.

Puisque la distance de Vénus a un rapport sensible avec des distances prises sur le globe terrestre, il doit nécessairement arriver, qu'un Observateur placé au centre de la Terre, voie Vénus décrire une certaine corde du disque du Soleil, tandis que d'autres, placés à différens points de la surface du globe, lui en voient décrire d'autres différentes, par l'effet de la parallaxe. Si donc on connoît la quantité de cette parallaxe, on pourra en calculant l'effet qu'elle a dû produire sur chaque observation, les rappeler à celle qui auroit été faite par un spectateur, placé au centre de la Terre; & si la parallaxe est parfaitement exacte, toutes les observations concourront à donner la même pour celle de l'Observateur placé au centre de la Terre : mais si on prend une parallaxe trop grande ou trop petite, alors le même accord ne subsistera plus, & au lieu que dans le premier cas, toutes les observations donnent la même corde pour l'observation du centre; dans le second, les observations en donneront chacune une différente, on sera donc averti par cette différence, que la parallaxe employée, n'est pas la véritable; & on en essayera une autre jusqu'à ce que par cette espèce de règle de fausse position, on soit parvenu à déterminer celle qui ramène toutes les observations à donner la même corde pour les observations du centre.

C'est en employant cette méthode, que M. de la Lande est parvenu à déterminer la parallaxe du Soleil, en employant les observations du Fort du prince de Galles & de Cajanebourg, dans chacune desquelles les deux contacts ont été observés; car il est aisé de voir par ce que nous venons de dire, que cette condition est essentielle; il en résulte qu'en employant la parallaxe de 9 secondes qu'il avoit autrefois adoptée, les observations réduites à celle du centre, ne donnoient pas la même corde; mais qu'en se servant d'une parallaxe de $7''{,}73$, les deux observations donnent précisément la même corde; d'où l'on peut conclure que la parallaxe horizontale est d'environ 8 secondes au lieu de 10 secondes, qu'on avoit long-temps supposées. Les observations faites en Californie, traitées par la même méthode, ont donné la parallaxe moyenne d'environ $8''\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde avec les résultats des observations de 1761. Conséquence d'autant

plus importante que la distance de la Terre au Soleil, fondée sur la connoissance de la parallaxe de cet astre, est un des Élémens primordiaux, sur lesquels est fondée toute l'Astronomie.

SUR LES OBSERVATIONS

faites par M. l'Abbé CHAPPE, en Californie.

V. les Mém.
P. 83.

NOUS venons de parler dans l'article précédent, des Observations faites en Californie, il étoit nécessaire avant que de les employer, de s'assurer du degré de leur précision. La mort de l'Auteur, enlevé, pour ainsi dire, sous ses propres lauriers, ne lui ayant pas permis d'en rendre aucun compte détaillé ; M. de Thury a bien voulu rendre ce service à la mémoire de son ami, & suppléer à ce qu'il n'étoit plus en état de faire, en donnant un extrait circonstancié de ses opérations.

L'observatoire de M. l'abbé Chappe, à Saint-Joseph de Californie, étoit une grange à maïs, du toit de laquelle on avoit détruit une partie qui n'étoit recouverte que d'une toile, qu'on pouvoit hauffer & baisser à volonté. Ses instrumens qui consistoient en une machine parallactique, un quart-de-cercle & un instrument des passages, étoient posés sur des massifs faits exprès, & composés de pierres & de briques, la pendule attachée à un bloc de cèdre très-dur, enfoncé & scellé de deux pieds & demi en terre ; & la lunette de 10 pieds destinée à l'observation des contacts, étoit suspendue à une potence, portée par une poutre de 8 à 9 pouces d'équarrissage ; de manière qu'elle pouvoit aisément se mouvoir dans le sens horizontal & dans le sens vertical.

Tous ces préparatifs étoient finis dès le 28 Mai, la pendule réglée, la longitude du lieu & sa latitude à très-peu près déterminées, & les jours qui précédèrent l'observation, & que M. l'abbé Chappe employa à régler exactement la marche de sa pendule, furent si favorables qu'il pouvoit en répondre à quelque heure que ce fût du jour ou de la nuit.

Les jours qui s'écoulèrent jusqu'à l'observation, furent employés à tout préparer. M. l'abbé Chappe étoit incertain sur le lieu du

limbe du Soleil, où Vénus devoit entrer, sur le disque de cet astre; & ce fut ce qui le détermina à n'observer le premier contact qu'avec la lunette de la machine parallaxique, il l'observa à $11^h\ 59'\ 10''$, d'une façon très-précise, il estima le milieu de l'entrée de Vénus sur le disque à $12^h\ 5'\ 17''$, & le contact intérieur à $12^h\ 17'\ 27''$. M. l'abbé Chappe ne put, quoiqu'il le cherchât avec beaucoup d'attention, trouver aucune trace de ce croissant, que quelques Astronomes croient avoir vu autour de Vénus, avant sa jonction au Soleil dans l'observation de 1761; mais ce qui n'échappa pas à sa vue, & qui avoit déjà été remarqué en 1761, c'est que dans le contact interne, le bord de Vénus, parut s'allonger comme si c'eût été une matière molle, collée au bord du Soleil, & qui ne s'en détachât qu'avec peine.

Pendant toute la durée du passage, il prit continuellement la différence d'ascension droite & de déclinaison entre Vénus & les bords du Soleil, le diamètre de la Planète qu'il trouva de près de 59 secondes; & enfin, la plus petite distance des centres de Vénus & du Soleil.

Dans l'observation de la sortie de Vénus, elle parut, à l'approche du bord du Soleil, s'allonger beaucoup plus qu'elle n'avoit fait à l'entrée; le premier contact se fit à $5^h\ 54'\ 0''$; à $6^h\ 3'\ 57''$, M. l'abbé Chappe estima la sortie du centre; & enfin la sortie totale fut à $6^h\ 13'\ 19''$.

Le lendemain, & tous les jours suivans jusqu'au 11 Juin; qu'il fut attaqué de la maladie dont il mourut, furent employés à constater par des hauteurs correspondantes, la marche de la pendule; il profita d'un intervalle de son mal, pour faire le 18, l'observation de l'éclipse de Lune de ce jour; & il continua dans les intervalles qu'il eut, d'observer malgré son état fâcheux, les éclipses des satellites jusqu'au 19 Juillet, onze jours avant sa mort.

A ces observations du phénomène principal, M. de Thury en a joint plusieurs autres, comme celles d'*Arcturus*, qui ont donné la latitude de Saint-Joseph de $23^d\ 4'\ 0''$; celles du Soleil, qui la donnent de $23^d\ 3'\ 35''$; celles des éclipses des satellites

de Jupiter, qui établissent la différence de longitude, entre Paris & Saint-Joseph, de $7^h 28' 35''$; il y a joint de même quelques observations faites par M. l'abbé Chappe, tant au Havre & à Cadix, que dans sa route, pour constater la marche de la montre marine de M. Berthoud, desquelles il résulte, que cette montre avoit très-bien donné l'atterage des Canaries, & quelques tentatives faites pour l'usage du mégamètre de M. de Charnières. Enfin on trouve encore dans ce Mémoire, le détail de l'observation de l'éclipse de Lune du 18 Juin 1769. On est étonné en lisant ce Mémoire, du nombre prodigieux de matériaux que M. l'abbé Chappe avoit rassemblés dans le court espace de deux mois, & on ne peut, suivant la réflexion de M. de Thury, les examiner sans regretter de plus en plus, celui auquel on en est redevable, & auquel ils ont coûté la vie.

V. les Mém.
p. 416.

Ces mêmes observations ont été examinées par M. de la Lande, & il les a comparées, suivant la méthode dont nous venons de parler dans l'article précédent, aux observations faites à Cajanebourg par M. Planman, & à Wardhus par le P. Hell; il en résulte que l'observation de M. l'abbé Chappe, comparée à celle du P. Hell, avec une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$, fait trouver une plus longue durée pour Wardhus que pour Saint-Joseph, mais seulement de $33''$; il faudroit donc augmenter un peu la parallaxe, & la porter à $8'',81$, pour satisfaire à ces deux observations.

La même observation comparée à celle de Cajanebourg, exige, pour les représenter toutes deux, une parallaxe de $8'',47$: si on compare celle de Cajanebourg avec celle du Fort-au-Prince, on aura la parallaxe de $8'',37$; on la trouve de $8'',54$ par la comparaison de celle du Fort-au-Prince & de celle de la mer du Sud; M. de la Lande croit devoir adopter celle qui se tire de la comparaison des observations de M. l'abbé Chappe & de M. Planman, qui donne pour parallaxe moyenne, $8'',47$.

On voit aisément, par tout ce que nous venons de dire, que toutes les observations s'accordent à donner la même parallaxe dans des limites assez étroites; on peut donc, sans craindre d'erreur sensible, la prendre, selon M. de la Lande, de $8''\frac{1}{2}$, & en partant

de cette parallaxe, il a calculé les distances respectives de toutes les Planètes, leurs diamètres, leurs masses & leurs densités; en un mot, s'il m'est permis d'user de ce terme, toute l'architecture du système solaire, dont il a composé une Table qui termine ce Mémoire.

SUR LE DIAMÈTRE DU SOLEIL

qu'on doit employer dans le calcul des passages de Vénus.

ON s'est aperçu depuis long-temps que le diamètre du Soleil V. les Mém. paroissoit d'autant plus petit que les lunettes avec lesquelles P. 403. on l'observoit étoient plus grandes, & cette apparence vient de ce que la véritable image du Soleil est augmentée par une espèce de couronne lumineuse dépendante de l'aberration des rayons; aberration que la longueur des lunettes rend nécessairement moindre, tant parce que la sphéricité du verre objectif est moindre, que parce que l'image est plus grande.

Dans les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, cette espèce d'augmentation optique ne peut avoir lieu, puisque la Planète, en couvrant le corps réel du Soleil, couvre en même temps, ou au moins fait disparaître en cet endroit la couronne d'aberration qui augmente le Soleil à nos yeux.

L'examen des différentes observations de Vénus sur le Soleil, dans lesquelles les contacts de l'entrée & de la sortie ont été observés, a confirmé M. de la Lande dans l'idée qu'il avoit de cet agrandissement optique du Soleil, & toutes combinées ensemble, lui ont fait voir que le diamètre du Soleil, déterminé par le micromètre, devoit être pris de 6" plus petit, si on veut l'appliquer à ces phénomènes. M. du Séjour avoit trouvé de même, qu'indépendamment de l'inflexion, il falloit diminuer ce diamètre de quelques secondes pour le faire cadrer avec l'Éclipse de 1764.

Cette même couronne d'aberration qui augmente le diamètre apparent du Soleil, a aussi servi à M. de la Lande pour expliquer

V. les Mém. un phénomène observé dans les passages de Vénus sur le Soleil
p. 406. par un très-grand nombre d'Astronomes.

Ce phénomène observé dans les deux passages de 1761 & de 1769, est une espèce de ligament obscur qui semble joindre le bord de Vénus à celui du Soleil, lorsqu'elle en est éloignée de quelques secondes.

M. de la Lande regarde ce phénomène comme tenant à la même cause que l'augmentation de diamètre de laquelle nous venons de parler; l'augmentation du diamètre du Soleil n'est qu'une apparence qui dépend de la lumière de cet astre, & devient, comme une prolongation du bord réel. Il doit donc arriver qu'au moment que Vénus touche le bord réel du Soleil, la partie correspondante de l'augmentation disparoisse, & forme cette espèce de prolongement obscur qui semble aller chercher le bord apparent du Soleil. Cette explication nette & précise rend une raison très-plausible de ce singulier phénomène.

SUR LE PASSAGE DE VÉNUS

sur le Soleil, du 3 Juin 1769.

V. les Mém.
p. 558.

NOUS avons rendu compte dans les articles précédens, de l'usage qu'on avoit fait des différentes observations du dernier passage de Vénus sur le Soleil. Il est évident que le degré de certitude des résultats qu'on en a tirés, dépend de l'exactitude & de la précision des observations sur lesquels ils sont fondés, & qu'il étoit de la dernière importance de les soumettre à un rigoureux examen : c'est aussi ce qu'a entrepris M. Pingré, du Mémoire duquel nous avons à parler.

Les observations qu'a examinées M. Pingré, sont au nombre de vingt-sept. La première est celle de M. Rumowski, faite à Kola en Lapponie; malheureusement le ciel ne seconda pas, autant qu'il auroit été à désirer, le zèle & l'intelligence de l'Observateur; une nuée noire & épaisse cacha précisément la partie du Soleil où Vénus devoit entrer, en sorte qu'on eut l'observation de

de l'entrée de Vénus , beaucoup plus par estime que par observation ; la sortie fut observée plus exactement , le Soleil étoit cependant couvert d'un nuage clair. M. Rumowski croit néanmoins qu'on peut compter sur la précision de cette phase. M. Rumowski, & M.^{rs} Ochtenski & Borodulin ses Associés dans cette observation, observèrent aussi la fin de l'éclipse de Soleil du 4 Juin ; & cette observation calculée très-soigneusement par M. Pingré, a donné la longitude de Kola de $2^h 2' 43''$ à l'orient de Paris, la Latitude avoit été déterminée par les observations de M. Rumowski, de $68^d 52' 56''$.

La seconde est celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Bothnie orientale ; il fut aussi contrarié par le mauvais temps , cependant il obtint l'immersion totale de Vénus à son entrée sur le disque du Soleil, & l'émergence totale à la sortie, la latitude boréale de Cajanebourg est de $64^d 13' 30''$, & la longitude tirée de l'observation de l'éclipse du Soleil, de $1^h 41' 41''$ à l'est de Paris, la lunette dont il s'étoit servi étoit de 21 pieds.

La troisième est celle de Ponoï en Lapponie, faite par M. Jacques-André Mallet, avec une lunette achromatique de 12 pieds ; les deux contacts de l'entrée, furent très-bien observés ; mais les nuages qui survinrent un peu après le milieu du passage, ne lui permirent pas d'observer ceux de la fin ; l'éclipse de Soleil du 4 Juin, n'éprouva pas le même inconvénient, il en eut le commencement & la fin, & cette observation lui donna la longitude de Ponoï, il en avoit déterminé la latitude de $67^d 4' 30''$.

La quatrième est celle de M. Piçlet, faite à Oumba en Lapponie, par $66^d 45' 2''$ de latitude septentrionale ; mais le mauvais temps qui dura toute la journée, l'empêcha d'observer le passage de Vénus sur le Soleil ; il n'obtint que le commencement & la fin de l'éclipse de Soleil. M. Pingré déduit de cette observation, la longitude d'Oumba de $2^h 7' 43''$ à l'orient de Paris.

La cinquième &, selon M. Pingré, la plus complète de toutes, est celle de Wardhus, capitale de la Lapponie danoise, faite par le P. Hell Jésuite, Astronome de Leurs Majestés Impériales, accompagné du P. Sajnovis son confrère, & de M. Borgrewing.

Les deux contacts y ont été observés, & par conséquent la durée du passage : l'éclipse de Soleil l'a été de même avec la plus grande précision ; & le P. Hell a déterminé par son moyen, la longitude de Wardhus, de $1^h 55' 7''$ à l'orient de Paris. Le P. Hell en avoit, au moyen de plus de deux cents observations, déterminé la latitude boréale de $70^d 22' 36''$. On ne doit pas au reste, être étonné que la latitude de Wardhus n'ait été déterminée que par la seule observation de l'éclipse de Soleil : la saison où l'on étoit alors, & pendant laquelle il n'y a pas de nuit dans ces climats, ne pouvoit permettre au P. Hell d'observer aucune éclipse des satellites de Jupiter.

Le long temps qui s'est écoulé entre l'observation du P. Hell & sa publication, avoit donné lieu à quelques Astronomes de jeter quelques doutes sur la fidélité de cette pièce. Mais M. Pingré a entrepris de dissiper ce nuage, en faisant voir l'accord singulier de l'observation du P. Hell, avec celles qui ont été faites dans les principaux observatoires de l'Europe, & par les plus habiles Astronomes ; nous allons les rapporter toutes.

La sixième est celle de Saint-Petersbourg, faite par M. Lexell, le P. Stalh, le P. Mayer, & le Professeur Euler. Le premier contact intérieur à la sortie de Vénus, y fut très-exactement observé, le bord du Soleil paroïssoit un peu ondulant, mais celui de Vénus étoit bien tranché ; le contact extérieur fut observé avec la même précision, & l'éclipse de Soleil fut pareillement observée avec toute l'exactitude possible ; cette dernière donne la longitude de Pétersbourg, de $1^h 51' 56''$ à l'orient de Paris, différente seulement de $4''$ de celle de $1^h 52' 0''$ qu'on a coutume de lui donner. L'Impératrice de Russie, ne s'étoit pas contentée de faire faire des observations de ce phénomène dans la capitale de son empire ; elle avoit encore envoyé des Astronomes dans le Nord, le Sud & l'Est des vastes provinces qu'elle possède en Asie. M. Isenief, fut envoyé à Jakoutzk, il n'y observa que les contacts de la sortie ; mais comme on ne connoît ni la latitude, ni la longitude de ce lieu, M. Pingré n'a pu faire aucun usage de cette observation.

M. Lowitz alla observer à Gurief, il eut le contact intérieur & l'extérieur de la sortie de Vénus, & le commencement &

la fin de l'éclipse de Soleil ; cette dernière donne la différence des méridiens entre Paris & Gurief, de $3^h 18' 28''$ à l'Est ; deux observations de la hauteur méridienne d' α de l'Aigle & de θ d'*Antinoïs*, & de trois hauteurs méridiennes du Soleil, ont déterminé la latitude boréale de cette ville, de $47^d 7' 8\frac{1}{2}''$.

M. Krafft observa à Orenburg, il eut les deux contacts de la fin très-exactement, il observa de même l'éclipse de Soleil. M. Pingré en a déduit la latitude d'Orenburg, de $3^h 3' 1''$ à l'orient de Paris, & M. Krafft en a déterminé la latitude boréale, de $51^d 46'$.

M. Christophe Euler avoit été envoyé à Orsk, où il a fait de nombreuses observations. M. Pingré a conclu de cinquante-quatre des principales, la latitude d'Orsk de $51^d 12' 11''$, il a aussi observé plusieurs immersions & émerfions des satellites de Jupiter, elles donneroient la longitude d'Orsk de $3^h 45' 9''$ à l'orient de Paris ; mais le résultat ne peut se soutenir, & M. Pingré présume qu'il s'est glissé quelque erreur dans ces observations : il observa les deux derniers contacts, & dans le contact intérieur il remarqua le prolongement obscur, dont nous avons parlé, mais il faut qu'il y ait encore ici quelque manque d'exactitude, car la durée de la sortie devoit être selon le calcul, beaucoup plus courte qu'en aucun autre lieu, & elle a été observée beaucoup plus longue, l'éclipse de Soleil qui fut observée à Orsk, ne donne pas la longitude conforme à celle qui résulteroit de l'observation de Vénus, & M. Pingré n'a pas cru devoir en faire usage.

A Stockholm, le passage de Vénus fut observé par M.^{rs} Ferner, Wargentín & Wilk, ils trouvèrent le plus parfait accord entre les observations qu'ils firent avec différens instrumens des deux contacts de l'entrée. A Upsal M.^{rs} Melander, Prosperin, Bergmann & Salenius observèrent, les deux premiers le premier contact ; & tous, le second contact.

A Greenwich, le phénomène fut observé par M.^{rs} Maskelyne, Hitchins, Hift, Horsley, Dollond & Nairne, ils observèrent tous, les deux contacts de l'entrée ; & toutes leurs observations ne diffèrent que d'un petit nombre de secondes.

Au fort du Prince de Galles, dans la baie d'Hudson, situé

selon plusieurs observations, a $50^{\text{d}} 47' 30''$ de latitude septentrionale, les quatre contacts furent observés malgré la brume & le peu de netteté des bords, par M.^{rs} Dymond & Wales.

Une remarque singulière de M. Pingré, est qu'en adoptant le diamètre de Vénus de 58 secondes, tel qu'il a été trouvé par les mesures exactement faites avec le micromètre; presque tous les Observateurs l'ont trouvé plus petit, en le mesurant par le temps écoulé entre les deux contacts; M. Pingré n'en est pas surpris, il pense que la lenteur du mouvement de Vénus, le peu de netteté de ses bords, peut-être aussi l'inflexion des rayons du Soleil, font des causes suffisantes pour expliquer ce phénomène.

Les deux Astronomes anglois dont nous venons de parler; ne sont pas les seuls qui aient fait en Amérique, l'observation de ce phénomène, M. Pingré en a reçu plusieurs; mais l'incertitude de la longitude des lieux où elles ont été faites, lui a d'autant moins permis de s'en servir dans cette recherche, qu'une très-petite erreur dans la longitude du lieu, en produit une considérable dans la parallaxe.

Dans un Écrit publié en 1767 par M. Pingré, sur le choix des lieux où ce phénomène pouvoit être observé avec le plus d'avantage; il avoit donné une Table des lieux du Soleil & de Vénus, depuis 7^{h} jusqu'à 2^{h} , cette Table ne lui a pas paru assez précise & il en a calculé une autre qui représente assez bien toutes les observations faites en Europe; en supposant la parallaxe du Soleil de $9'',2$, le demi-diamètre de cet astre de $15' 47''$, & celui de Vénus de 29 secondes.

En employant cette parallaxe de $9'',2$, M. Pingré trouve que la différence de temps auroit dû être de $8' 6''$, entre la durée totale du passage observé à Wardhus, & celle qui avoit été observée à la baie d'Hudson; & que pour les réduire à donner cette différence, il falloit réduire la parallaxe du Soleil à $9'',132$.

On ne trouve pas dans toutes les observations, celle de l'entrée & de la sortie de Vénus, sur le disque du Soleil; au moyen desquelles on peut déterminer la parallaxe, sans connoître la longitude précise du lieu où l'on a observé; mais aussi dans le nombre des lieux où l'on n'a pu observer que l'entrée ou la sortie, il

s'en trouve plusieurs dont la longitude est très-bien connue; or en combinant dans la supposition d'une certaine parallaxe, le temps qui a dû s'écouler entre l'entrée vue dans un de ces endroits, & la sortie observée dans l'autre, on voit s'il répond exactement à celui que donnent les observations; & s'il n'y répond pas, on réduit la parallaxe à la quantité nécessaire pour l'y faire convenir.

En employant cette méthode, M. Pingré trouve que les observations de S.^t Pétersbourg, comparées de cette manière avec celles de Stockholm, & celles du fort du Prince de Galles, donnent, toute réduction faite, la parallaxe du Soleil de $9''$, 161.

Les mêmes observations faites au fort du Prince de Galles, dans la baie d'Hudson, comparées à celles de S.^t Pétersbourg & d'Upsal, donnent la parallaxe de $9''$, 072.

L'observation de Cajanebourg, comparée à celle de la baie d'Hudson, donne pour parallaxe $9''$, 242; celles de Greenwich $9''$, 302; & $9''$, 747. Enfin celles de Paris, toujours comparées avec celle de la baie d'Hudson, donnent la parallaxe de $9''$, 150. Tous ces résultats diffèrent si peu de celui de l'observation de Wardhus, qu'ils mettent, selon M. Pingré, l'exactitude de cette dernière, à l'abri de tout soupçon.

Puisque l'observation de l'entrée ou de la sortie étant données avec la longitude du lieu de l'observation, on peut obtenir la parallaxe supposée inconnue; il est clair que la parallaxe étant supposée connue, on peut de l'observation tirer la longitude inconnue du lieu où elle a été faite.

En employant cette méthode, M. Pingré trouve qu'en employant la parallaxe du Soleil de $9''$, 15, on auroit la longitude de Norriton en Pensilvanie, de 5^h 11' 44" à l'ouest de Paris; celle de Philadelphie de 5^h 10' 27", celle de Lewestonn de 5^h 9' 52", celle de New-Cambridge de 4^h 54' 1", celle de l'Isle de Coudre près Quebec, de 4^h 50' 20", sur laquelle néanmoins, il pourroit y avoir quelque incertitude; celle du Cap-François de S.^t Domingue, tirée de ses observations & de celles de M. de Fleurieu, de 4^h 58' 43".

Les observations de Coppenhague, donnent la longitude de cette ville de $41'$ 6" à l'orient de Paris; celles d'Ingolstat, de

36' 18"; celles de Vienne en Autriche, de 56' 1"; enfin celles de Cadix, de 34' 37" $\frac{1}{2}$ à l'Ouest de Paris, & celles d'Édimbourg, ou du moins de l'endroit où s'est faite l'observation à un mille & demi au Nord-Est de cette ville, de 22' 20" aussi à l'Ouest de Paris.

Depuis la lecture de ce Mémoire, les observations de feu M. l'Abbé Chappe & celles de Don Vincent Doz, & de Don Salvador de Medina Officiers espagnols, qui l'avoient accompagné, sont parvenues à l'Académie, de même que celles faites à l'île de Taïti ou du Roi George, sous la latitude australe de 17^d 28' 55" & dont la longitude est de 149^d 26' à l'Ouest de Greenwich, par M.^{rs} Green, Cook & Solander. Celle faite à Mexique, du premier contact intérieur, par Don Alzate, Don Gama & Don Bartolachi; & enfin, celle de Batavia, sous la latitude australe de 6^d 12', dans laquelle on n'a eu que le second contact intérieur.

On juge bien que M. Pingré n'a pas négligé de calculer ces observations, & en voici le résultat. La durée totale du passage observé par M. l'Abbé Chappe, comparée à celles de Wardhus a donné la parallaxe de 8", 75, & celles de l'île de Taïti, comparées à celles du fort du Roi George, dans la baie d'Hudson, l'ont donnée de 8", 73.

En admettant donc pour parallaxe du Soleil le 3 Juin 1770, 8", 75, ce que M. Pingré pense qu'on peut faire sans le moindre risque; la parallaxe du Soleil dans ses moyennes distances, sera de 8", 88, différente seulement de quelques dixièmes de seconde de celle de 9 secondes, qu'ont donné la plupart des autres observations que nous avons rapportées.

Cette même parallaxe de 8", 75 appliquée aux observations de Mexique & de Batavia, a donné la longitude de Mexique, de 6^h 50' 1" à l'Ouest du méridien de Paris; & celle de Batavia, de 6^h 57' 50" à l'Est de ce même méridien; ceux qui sont au fait des calculs astronomiques, & qui savent combien il est pénible de déduire par leur moyen, les résultats des observations, sur-tout quand il en faut discuter l'exactitude, sentiront seuls le mérite du travail de M. Pingré & le degré de reconnaissance que lui doivent les Astronomes.

SUR LA THÉORIE DE LA COMÈTE

Qui a paru au mois d'Avril 1769.

L'ASTRONOMIE des Comètes est, pour ainsi dire, encore au berceau, ce n'est que depuis que la Théorie newtonienne les a mis au nombre des Planètes, que les Astronomes en ont fait l'objet de leurs recherches; avant ce temps elles passaient à la honte de l'humanité, pour des phénomènes extraordinaires & menaçans, qui ne paroissent que pour annoncer des malheurs.

V. les Mém.
p. 24.

On ne doit pas au reste s'étonner qu'on n'ait pas regardé les Comètes comme des corps assujettis à des mouvemens uniformes & réguliers; ces planètes ne sont visibles pour nous que pendant une assez petite partie de leur cours; & suivant la position où se trouve la Terre pendant cette courte apparition, la même comète placée au même point de son orbite réelle, peut paroître parcourir dans le ciel étoilé des régions diamétralement opposées. La fameuse comète de 1759 avoit paru passer dans son apparition précédente entre les constellations septentrionales, & dans celle de 1759, quoiqu'à peu-près dans la même partie de son orbite, elle parut dans les constellations méridionales.

Il est donc de la dernière importance pour pouvoir reconnoître si une comète est la même qu'une qui a déjà été vue, de déterminer ou plutôt esquisser la théorie de toutes celles dont on a des observations suffisantes pour remplir cet objet.

Mais sera-t-on toujours sûr qu'une comète dont on aura déterminé l'orbite, par les observations faites pendant une de ces apparitions, suive assez exactement cette orbite qu'on lui a tracée, pour qu'on puisse aisément la reconnoître à cette marque? Son mouvement pendant plusieurs siècles que peut durer sa révolution, ne se trouvera-t-il pas altéré au point de lui faire décrire au moins dans la portion où elle nous est visible, une route assez différente de la première, pour qu'on la prenne pour une comète nouvelle & inconnue?

Cette altération de route, n'est rien moins qu'impossible.

M. Cassini fils, auteur du Mémoire dont nous parlons, fait voir deux causes qui peuvent concourir à cet effet. La première est l'altération qu'éprouvent les comètes par la rencontre & l'approche plus ou moins grande des planètes, qui peut détourner considérablement une comète de sa route, & opérer des changemens considérables dans la position des nœuds, l'inclinaison, le lieu du périhélie.

L'erreur inévitable dans ces sortes d'observations, est la seconde cause indiquée par M. Cassini. Ces astres ne sont pas terminés comme les planètes, très-souvent ils ne paroissent que comme un nuage blanchâtre mal terminé, dont on ne peut distinguer les bords, & dont il est extrêmement difficile de déterminer le passage par les fils de la lunette. Les étoiles auxquelles on les compare, peuvent être mal placées dans les catalogues, & mille circonstances peuvent ôter le moyen de les déterminer; souvent la comète paroît dans une partie de son orbite peu favorable à la détermination de ces élémens; & on n'a pas toujours toutes les observations nécessaires.

Il ne seroit donc pas étonnant, que des cinquante-une comètes qui composent la liste de celles dont on a essayé de déterminer les orbites, il y en eut quelqu'une qui fût réellement la même, qui eût paru plusieurs fois, quoique les diverses apparitions donnassent des différences sensibles dans plusieurs points de sa théorie. M. Cassini pense que celles de 1532 & de 1661, sont dans ce cas, quoiqu'elles paroissent différer de plus de 2 degrés dans le lieu du nœud, & de plus de 5 dans celui du périhélie. M. Cassini croit pouvoir dire la même chose de celles de 1699 & 1742, dont la théorie ne diffère que dans le lieu du nœud. On peut donc regarder comme un principe constant, que toutes les fois qu'il sera question de décider de l'identité de deux Comètes, on ne doit pas exiger un si parfait accord entre leurs théories, surtout s'il est question d'employer des observations anciennes, qui ont été faites avec beaucoup moins d'exactitude, que ne le sont les observations modernes, & peuvent par conséquent être suspectes, non-seulement par les circonstances mais par elles-mêmes.

Il est donc essentiel d'exposer avec quelque détail, les observations

observations que l'on fait à présent sur chaque nouvelle Comète; & de les consigner, pour ainsi dire, à la postérité, exemptes, autant qu'il est possible, de toute équivoque & de tout soupçon; sur-tout si les Comètes ont été vues devant & après leur passage par le périhélie, puisque ce cas est le plus favorable qu'on puisse désirer pour bien établir leur théorie.

C'est dans cette vue que M. Cassini a cru devoir publier les observations de la Comète de 1769, découverte le 8 Août de la même année par M. Messier, & qui ne put, à cause du mauvais temps, être observée que le 21; cette Comète étoit précisément dans le cas dont nous venons de parler, elle alloit alors vers son périhélie, elle devoit reparoitre encore après y avoir passé, & toutes les circonstances se trouvoient favorables pour en déterminer la théorie avec exactitude.

Pour faire voir cependant combien les plus petites différences dans les observations, peuvent influencer sur la détermination des élémens de la théorie, M. Cassini rapporte ceux que ses observations lui ont donnés, & desquels il se croit aussi sûr qu'on puisse l'être en pareille matière, & les compare à ceux que M. Zanotti a publiés.

Il résulte de cette comparaison, qu'il se trouve une différence assez considérable entre les élémens des deux théories, on ne doit pas même en être trop surpris, la théorie de M. Zanotti n'est fondée que sur les observations faites avant le passage par le périhélie, au lieu que celle de M. Cassini, a pour base une longue suite d'observations, faites devant & après le passage par le périhélie, ce qui doit mettre la théorie de M. Cassini au rang des plus certaines.

Mais il résulte de cette différence entre la théorie de M. Zanotti & la sienne, que si on en avoit seulement conservé les résultats, la Postérité auroit sûrement jugé que les deux orbites indiquées, étoient celles de deux différentes comètes, quoiqu'elles appartiennent à une seule; il en résulte encore, que si le plus ou le moins d'observations, & les circonstances dans lesquelles elles ont été faites, peuvent jeter une si grande différence entre les observations de deux Astronomes aussi habiles que M.^{rs} Cassini &

Zanotti, que n'a-t-on point à craindre des résultats qui proviennent d'observations faites par des mains moins exercées, & dont faute de détail, on ne peut apprécier la valeur? Il est donc bien à souhaiter que tous ceux qui font des observations de Comètes, suivent l'exemple de M. Cassini, & veuillent bien les donner dans le plus grand détail qu'il leur sera possible; c'est le seul moyen d'éviter les erreurs si préjudiciables à l'avancement de cette partie de l'Astronomie, & de ne pas ajouter volontairement à la longueur de temps déjà très-grande qu'elle exige pour être portée à sa perfection.

SUR LES

ÉCLIPSES SUJETTES AUX PARALLAXES.

V. les Mém.
p. 257.

* Voyez *Hist.*
année 1764,
page 105.

Nous avons rendu compte en 1764, du commencement de ce travail de M. du Séjour, nous en avons exposé fort au long les principes, & présenté les vues de l'auteur, en parlant de son premier Mémoire sur cette matière; les six qui l'ont suivi, n'ont été que l'application de ces principes: celui duquel nous avons à parler ici, est le huitième de cette suite, & il présente un objet assez intéressant pour mériter un article à part; il s'agit dans ce Mémoire, de déterminer par les observations des Éclipses, la position des lieux de la Terre où elles ont été observées, & les élémens même qui servent à les calculer, c'est par-là que le calcul analytique de ces phénomènes devient utile aux progrès de l'Astronomie; si en effet on a calculé d'après des élémens connus & une position donnée, le commencement d'une éclipse de Soleil, l'instant où elle devient totale ou annulaire; celui où elle cesse de l'être, & qu'ensuite l'observation ne soit point d'accord avec le calcul, cette observation montre évidemment qu'il y a de l'erreur dans le système d'élémens qu'on a choisis, & elle enseigne en même temps à en trouver un autre, qui satisfasse aux phénomènes; c'est en cela que la méthode analytique a un grand avantage, elle donne entre les élémens & les observations, des équations qui restent les mêmes, quelle

que soit la valeur de ces élémens ; en sorte , que si des observations d'un autre genre , ou des théories plus parfaites , obligent de leur donner de nouvelles valeurs , les mêmes observations d'Éclipses , & les mêmes équations peuvent toujours servir , ce qui n'a point lieu avec le calcul purement arithmétique , qui comme on sait , ne peut jamais donner que des solutions particulières.

Si on a observé une phase donnée d'une Éclipse dans un endroit de la surface de la Terre , on a une équation dont les termes expriment les élémens du calcul de l'éclipse , & la longitude du lieu où s'est faite l'observation ; si l'on a observé une autre phase de la même éclipse , on a encore une autre équation qui exprime la longitude ; & comme elle doit être exactement la même dans les deux équations , on a entre les élémens une équation de condition : dans ce cas , si les élémens sont connus d'une manière assez approchée pour qu'on puisse négliger le quarré de ce qu'il faut ajouter à cette valeur donnée pour avoir la vraie valeur ; on aura pour toutes les équations de condition des équations linéaires. Or les élémens du calcul de l'éclipse étant les mêmes pour les différens lieux de la Terre , on aura autant d'équations de condition qu'on peut avoir de lieux où l'on ait fait deux observations de deux phases de la même éclipse ; & si l'on avoit autant d'équations de condition que d'élémens , on pourroit les déterminer tous par le même moyen. Mais la méthode directe d'élimination deviendroit alors trop longue , & il vaut mieux ne déterminer par ce moyen , que ceux des élémens qui sont le moins connus , en regardant les autres comme exacts ; & si l'on vient à découvrir qu'ils ne le soient pas , & qu'on connoisse la correction qu'on doit leur appliquer , une simple substitution donnera celle qu'il faut faire alors , aux élémens déterminés par les équations de condition. M. du Séjour suppose , par exemple , que tous les élémens soient bien connus , hors la parallaxe de la Lune & le diamètre du Soleil , & il cherche à déterminer quelle correction il faudroit faire à ces quantités pour les mettre d'accord avec les observations de l'éclipse de 1764 , faites à Londres & à Vienne , & il la trouve par ses équations de condition : si maintenant il vient à reconnoître qu'un autre élément , par exemple ,

le rapport des axes de la Terre, doit être corrigé d'une certaine quantité, la même formule donnera dans l'instant ce qu'il faut dans ce cas ajouter à la correction du diamètre du Soleil ou de la parallaxe de la Lune; & c'est un grand avantage que cette détermination puisse se faire immédiatement, car indépendamment de toute autre considération, la valeur des élémens étant donnée d'après les observations, & celles-ci n'étant exactes que jusqu'à un certain point, on n'a pu jusqu'ici exiger dans la valeur des élémens, qu'une précision égale à celle des observations, & si on avoit voulu en chercher une plus grande, quelque méthode qu'on eût pu employer, la correction qui en résulteroit, pourroit aussi bien éloigner qu'approcher de la vraie valeur. Il y a donc pour les valeurs des élémens, une exactitude qui tient à la bonté des instrumens, & des corrections qu'on ne peut attendre que du temps.

Nous avons déjà dit que chaque observation donnoit une équation qui déterminoit la longitude du lieu où elle avoit été faite. M. du Séjour l'exprime par une formule analytique, il suppose ensuite que chaque élément est augmenté d'une quantité dont le carré peut être négligé, & par ce moyen il a la longitude égale à une constante, plus une somme de constantes multipliées chacune par la correction inconnue de chaque élément; ainsi à mesure que ces corrections viendront à être connues, on verra de quelle quantité la longitude en sera augmentée ou diminuée. Ses méthodes d'approximation ne sont fondées que sur deux suppositions, l'une que l'on connoît à peu près tous les élémens (tous les Astronomes en conviennent, mais M. du Séjour ne s'est pas contenté d'être sûr que son hypothèse ne seroit pas contestée, il a voulu la rendre incontestable, & c'est à quoi il a employé une partie considérable de son ouvrage); l'autre supposition est qu'on puisse négliger le carré de la correction des élémens. Or il faut d'abord pour qu'on puisse négliger ce carré légitimement, que les équations qui contiennent les élémens, n'aient pas plusieurs racines réelles à peu-près égales, & cet inconvénient ne peut être à craindre ici; il faut de plus que les équations rigoureuses pour chaque élément, n'aient pas de racines égales

car alors la correction indiquée pourroit différer de la vraie valeur d'une quantité très-comparable à cette première correction. Ainsi dans le cas où cette égalité de racines seroit possible, il faudroit s'assurer si elle n'a pas lieu, mais heureusement telle est la nature de ces méthodes analytiques employées par M. du Séjour, que l'on ne peut en vérifier la légitimité sans trouver le moyen de corriger ce qu'elles peuvent avoir de défectueux.

M. du Séjour a déterminé d'après les observations de l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, la valeur du demi-diamètre du Soleil; après avoir apporté dans cette détermination les attentions les plus scrupuleuses, sans être rebuté par toutes les longueurs de calcul qu'elles entraînent nécessairement, il a trouvé ce demi-diamètre plus petit de cinq secondes qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps. M. de la Lande ne croyoit pas que la méthode employée par M. du Séjour pour les éclipses de Soleil, pût en déterminer le demi-diamètre avec assez de précision, & quelques élémens lui paroissent trop incertains dans ce cas particulier; la théorie ne pouvoit décider cette question, & il en falloit attendre la solution du temps & de l'observation; celles des deux passages de Vénus, pouvoient servir à déterminer le demi-diamètre du Soleil, & M. de la Lande qui les a calculées depuis, est parvenu par son calcul, à la même correction proposée par M. du Séjour.

La Figure de la Terre entre nécessairement dans les calculs astronomiques, poussés au degré de précision qui fait le mérite de la méthode de M. du Séjour; mais comme cette figure est encore incertaine, il cherche ici à diminuer les inconvéniens de cette incertitude : premièrement en réduisant toutes les observations au niveau de la mer, secondément en supposant que les méridiens sont des ellipses dont les axes sont variables, & par ce moyen il a une hypothèse qui ne s'éloigne que très-peu de la vérité; & il peut employer pour la correction de cet élément, la même méthode que pour celle de tous les autres.

L'éclipse de 1764 a été pour M. du Séjour, une occasion précieuse d'appliquer sa méthode & d'examiner par son moyen, plusieurs questions importantes dans l'Astronomie; les observations

des deux passages de Vénus sur le Soleil, vont être à présent l'objet de son travail, & nous avons lieu d'espérer que rien de ce que l'Astronomie en peut attendre, n'échappera à une si bonne méthode maniée par un Analyste qui ne voit aucune difficulté au-dessus de ses forces & de son courage.

V. les Mém.
p. 179.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires :

Les Remarques sur les hauteurs de la Lune, prises au Cap françois de Saint-Domingue, pour en déduire la longitude géographique: Par M. le Monnier.

p. 233. Et le Supplément aux Observations du Printemps de 1735: Par le même.

CETTE année M. Caffini de Thury présenta à l'Académie, un *Instrument* de son invention, destiné à prendre hauteur & à trouver l'heure vraie, sans aucun calcul, & lut un Mémoire pour en expliquer la construction & l'usage; ce Mémoire a depuis été imprimé à part.

Tous ceux qui ont quelque connoissance de ce qu'on nomme en Astronomie, la *doctrine sphérique*, savent qu'étant donnée la latitude ou hauteur de pôle d'un lieu, il est possible d'assigner pour un jour donné l'heure à laquelle le Soleil fera à une hauteur donnée, & que réciproquement la latitude & la hauteur du Soleil étant données, on parvient aisément à déterminer l'heure; c'est à obtenir commodément ces hauteurs, qu'est destiné l'*Instrument* présenté par M. de Thury, nous allons essayer d'en donner une idée.

Deux gnomons éloignés l'un de l'autre de 6 ou 12 pouces; sont portés par deux montans de bois de même hauteur, attachés à une tablette mobile, deux règles d'ivoire divisées d'un côté en pouces & lignes, & de l'autre en degrés, reçoivent l'image du Soleil, & marquent la hauteur de cet astre, depuis 0 jusqu'à 45 degrés sur le montant vertical, & depuis 45 degrés jusqu'à 90 sur la tablette mobile horizontale.

La division par degrés est faite par le calcul, & les hauteurs ont été vérifiées avec un quart-de-cercle de 2 pieds de rayon. Vérification si facile que chacun la peut faire ou répéter, dans un beau jour d'été, pris aux environs du solstice.

Un niveau ou un fil-à-plomb, détermine la situation horizontale de la tablette, & celle-ci est appliquée sur une autre, de manière qu'elle peut tourner sans sortir de sa position horizontale; qu'au simple mouvement du doigt elle suit le Soleil, & qu'on prend des hauteurs correspondantes, sans toucher à l'instrument; toute la machine est enfermée dans une boîte noircie en dedans, qui fait l'office d'une chambre obscure pour mieux distinguer l'image du Soleil.

Quelques additions faites à cet instrument par M. de Thury; lui donnent encore d'autres propriétés, & le mettent à portée de servir utilement aux Voyageurs qui voudront contribuer au progrès de la Géographie.

Une simple lunette ajoutée à la tablette mobile, peut servir à prendre la hauteur des Étoiles pendant la nuit, pour avoir la différence des latitudes par les hauteurs méridiennes des Étoiles, & pour avoir les passages de la Lune & des Étoiles de même hauteur pour les longitudes; on peut même rendre cette addition beaucoup plus intéressante en rendant la lunette achromatique, car alors elle pourra servir à observer les éclipses des satellites de Jupiter. M. de Thury donne dans son Mémoire, les dimensions de celle qu'il a fait construire, & les expériences qu'il a faites pour déterminer l'effet & le rapport des petites lunettes à celles dont on se sert communément dans les observatoires, & il insiste beaucoup avec raison, sur la nécessité de connoître le rapport de l'effet des lunettes qu'on veut employer; cet article cependant n'est ici traité qu'en passant, M. de Thury se proposant d'en faire le sujet d'un ouvrage particulier. Ce Mémoire est terminé par un précis des objections qu'on peut faire contre la précision des instrumens qu'il propose, auxquelles il répond de la manière la plus satisfaisante, il ne veut pas même qu'on s'en tienne à ses expériences, il en appelle à celles du Public; & tout ce que l'Académie peut ajouter ici, c'est que le 6 Janvier 1770, l'un

des Commissaires nommés pour examiner cet instrument, vît prendre par son moyen, la hauteur méridienne du Soleil, avec assez de précision, pour donner la déclinaison de cet astre, à moins d'une minute près de celle que donnoit le calcul.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que de la propriété qu'a l'instrument proposé, de donner les hauteurs; pour lui donner celle d'indiquer l'heure avec précision, M. de Thury y a joint des Tables pour la trouver tous les jours de l'année, soit par le Soleil, soit par les Étoiles, sans qu'on soit obligé de connoître les passages par le méridien : ces Tables sont calculées même jusqu'aux secondes pour servir également aux grands instrumens, avec lesquels on pourroit prendre des hauteurs. Cet instrument a paru d'un usage simple & commode, l'explication nette & précise, & on ne peut que savoir gré à M. de Thury d'avoir fait ce présent au Public.



HYDROGRAPHIE.

L'ACADÉMIE a rendu compte en 1767^a, de la relation du Voyage que M. le Marquis de Courtanvaux, avoit entrepris pour la vérification de quelques Instrumens destinés à la détermination des Longitudes en mer; elle a parlé de même en 1769^b de celui de M. Cassini fils, pour le même objet: en voici encore un troisième, pour la même fin, par M. Pingré, sur la frégate du Roi l'*Effis*, commandée par M. de Fleurieu Enseigne des Vaisseaux du Roi, & dont l'armement n'avoit d'autre but que la vérification des méthodes proposées pour obtenir la Longitude en mer; mais quoique l'examen de ces méthodes fût en général le but du Voyage, il étoit expressément porté dans les instructions, de donner la plus grande attention à l'examen des Montres ou Horloges marines, présentées par M. Berthoud horloger de Paris, qui effectivement n'avoient pas été examinées dans les deux précédens Voyages dont nous venons de parler.

La frégate n'ayant d'autre destination, que de vérifier les méthodes de trouver la Longitude en mer, le Roi avoit ordonné à l'Académie de nommer un de ses Astronomes, pour cette expédition, & le choix de l'Académie, tomba sur M. Pingré, qui fut chargé d'agir, toujours de concert avec M. de Fleurieu, dans tout ce qui pouvoit concerner l'objet de leur expédition.

Nous ne pouvons suivre M. Pingré, dans le détail intéressant de son voyage, qui veut être lû dans son Mémoire même, nous nous contenterons d'en tracer, pour ainsi dire, la route, ne nous arrêtant qu'aux endroits qui seront susceptibles de quelques remarques particulières. Les montres marines soumises par M. Berthoud à l'examen, étoient au nombre de deux, cotées n.^o 6 & n.^o 8. L'auteur en les livrant à l'examen, avoit averti qu'il ne comptoit sur leur précision, que jusqu'au point que leur écart n'excéderoit pas quatre minutes en deux mois, & nous aurons bien-tôt

Hist. 1770.

N

V. les Mém.
p. 487.

^a Voyez *Hist.*
1767, p. 120.

^b Voyez *Hist.*
1769, p. 102.

occasion de voir qu'il avoit tenu sa parole, & même au-delà; nous croyons même devoir prévenir le Public, que dans la dernière épreuve qui en a été faite, l'auteur avoit si bien corrigé les petits défauts de ces pièces, qu'elles ont atteint une bien plus grande exactitude; quoi qu'il en soit, l'erreur de ces montres dans les plus grandes traversées qu'ait faites M. Pingré, n'a pas paru aller jusqu'au point d'en causer une de deux minutes de temps, en six semaines, ce qui suffit pour l'usage de la Géographie & de la Navigation.

M. Pingré s'étoit embarqué le 8 Décembre 1768, mais les vents contraires, retinrent le navire dans la rade de l'île d'Aix, jusqu'au 12 Février, & dès le 18 ils eurent connoissance des côtes d'Espagne; le 19 on reconnut la tour de Fer qui est l'entrée de l'ouverture de la Corogne, & on en détermina la position; le 20, on aperçut le cap Finistère, dont le relèvement & les observations faites à bord, donnèrent la position un peu différente de celle qu'avoit déterminée M. de Bory *, aussi M. de Fleurieu prétendoit-il que la pointe relevée, n'étoit pas le véritable cap. Le 21, on releva l'île des Barlingues, & le 22 le cap la Roque; M. Pingré s'étoit bien proposé de reconnoître de même le cap Saint-Vincent, mais la route du navire se trouva trop éloignée de la côte pour l'apercevoir, & ils ne revirent plus la terre qu'à Cadiz où fut leur première relâche.

* Voyez Hist.
1769, p. 109.

La latitude de cette ville avoit été déterminée de $36^{\text{d}} 31' 7''$; par le P. Feuillée en 1724, & cette détermination avoit été confirmée par les observations de Don George Juan & de feu M. Godin; la longitude n'étoit pas à beaucoup près, connue avec la même précision, M. Pingré la tire de plusieurs observations de l'éclipse solaire du 1.^{er} Avril 1764, & qu'il discute avec la plus grande attention, & la détermine de $34' 32''$ de temps à l'Ouest de Paris, ou de $8^{\text{d}} 38'$ de degré. Le 15 Mars, l'*Isis* appareilla pour sortir de Cadiz, & le 19 elle arriva avant midi à la baie de S.^{te} Croix, dans l'île de Ténériffe, l'une des Canaries; cette ville est la résidence du Gouverneur général de ces îles, & la reconnoissance de l'Académie ne permet pas de taire ici l'accueil que nos Observateurs reçurent de Don Miguel-Lopez.

Fernandez de Heredia, qui occupoit alors ce poste ; & qui non-seulement favorisa de tout son pouvoir les opérations qu'ils jugèrent à propos de faire, mais encore ne négligea rien pour leur rendre agréable le séjour de cette île. Le P. Feuillée n'avoit pas observé directement la latitude ni la longitude de S.^{te} Croix, ses observations avoient été faites à la Laguna, ville à un peu plus d'une lieue du port, mais toute réduction faite, M. Pingré conclut que S.^{te} Croix est par la latitude boréale de $28^{\text{d}} 29'$ & $36' \frac{1}{2}$ d'heure à l'Ouest du méridien de Paris, à 2 minutes près de la longitude que donnoit l'horloge marine, n.^o 8.

M. Pingré partit de S.^{te} Croix le 28 Mars au soir, & le 4 Avril au matin, on releva deux montagnes appelées les *ma-melles du cap Vert*, & à midi on avoit presque doublé la pointe d'Almadie, on rangea la côte en passant devant le cap Vert & le cap Manoël ; & à 4 heures du soir on mouilla dans la rade de Gorée, les Observateurs y trouvèrent de beaux jours ; mais le ciel constamment couvert toutes les nuits ; la latitude de cette île, est d'après les observations de M.^{rs} Varin, de Glos & des Hayes, de $14^{\text{d}} 40'$; & les montres marines fixèrent sa longitude à $19^{\text{d}} 47'$ à l'Ouest du méridien de Paris.

L'*Isis* partit de Gorée le 11 Avril, on releva l'île de Mai ; & la frégate mouilla dans la rade de la Praya, après avoir pris toutes les précautions recommandées par M. Daprès, auxquelles M. Pingré ajoute un nouveau point de reconnoissance.

De la Praya, la frégate fit route vers la Martinique, mais en passant on releva l'île de Feu & l'île Brava ; il étoit alors question de déterminer la latitude du vaisseau, mais le Soleil presque vertical, rendoit les observations très-douteuses, & M. Pingré ne put y suppléer que par des hauteurs de Sirius & de la Chèvre, qui donnèrent cette latitude de $14^{\text{d}} 28'$.

Le 3 Mai vers $4^{\text{h}} \frac{1}{4}$ du soir, les Pilotes se croyoient encore à 40 lieues au moins de la Martinique, mais les horloges marines n'en donnoient que 21 : malgré les représentations des Pilotes, M. de Fleurieu fit courir une bordée au Nord, & ensuite une au Sud, pour se tenir à même distance ; vers les 4 heures du matin on reprit la route de l'Ouest, & à 5 heures on aperçut

la terre à 6 lieues, où en auroit-on été sans cette sage précaution? Le même jour on mouilla en rade du fort Saint-Pierre, les horloges marines donnèrent la longitude de ce fort, de $63^{\text{d}} 31'$ à l'Ouest de Paris, à 7 minutes de degré de celle que M. Pingré tire de plusieurs observations précédemment faites dans ce lieu.

Du fort Saint-Pierre, l'*Isis* fit voile pour Saint-Domingue, & elle mouilla dans la baie du Cap-François le 23 Mai après midi.

Ce climat est peu favorable aux observations, les matinées y sont communément assez belles, mais peu après midi, les nuages s'accroissent & il y a chaque jour un orage violent, qui dure jusque bien avant dans la nuit, le Thermomètre s'y soutint jour & nuit entre 25 & 26^{d} , & le mercure dans le Baromètre s'est conservé toujours entre 28 pouces $2\frac{1}{2}$ lignes & 28 pouces $3\frac{2}{3}$ lignes, la même chose avoit été observée à la Martinique; des hauteurs méridiennes d'Étoiles, donnèrent la latitude de l'endroit où l'on observa, de $19^{\text{d}} 46' 40''$; & les horloges marines la longitude de $11^{\text{d}} 12'$ à l'Ouest du Fort-royal de la Martinique; & par conséquent, la longitude absolue de $74^{\text{d}} 38'$ à peu près la même que celle qu'on peut tirer de quelques observations de la hauteur de la Lune. M. Pingré croit pourtant que toute comparaison faite, on peut porter cette longitude à $74^{\text{d}} 39'$.

Ce fut dans cet endroit que M.^{rs} de Fleurieu & Pingré; observèrent à $2^{\text{h}} 44' 44''$ de temps vrai, le contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil.

Ils quittèrent Saint-Domingue le 16 Juin au matin, & observèrent en mer l'Éclipse de Lune, qui arriva la nuit du 18 au 19. Le 2 Juillet, le 3 & le 4, on put encore observer, mais les jours suivans il ne fut plus possible; on étoit environné continuellement d'une brume épaisse, froide & humide, il n'y a pas même lieu de s'en étonner, l'*Isis* traversoit alors le grand-banc de Terre Neuve, où l'on sait que cette température est ordinaire. Pendant qu'on traversoit le grand-banc, on fit un grand nombre de sondes, dont les moindres donnèrent 35 & 33 brasses, mais avant que d'avoir atteint ce banc & immédiatement après l'avoir quitté, on ne trouva pas fond à 200 brasses.

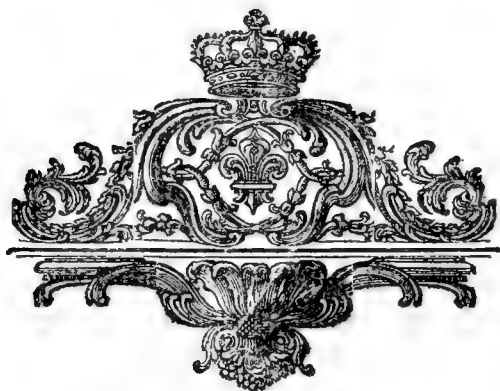
L'*Isis* avoit quitté les Açores de l'Est du grand-banc le 8 au matin, le 18 étant par $39^{\text{d}} 36'$ de latitude, & $30^{\text{d}} 58'$ de longitude, on eut connoissance des îles de Flore & de Corvo, desquelles on fit plusieurs relèvemens; les jours suivans on releva de même les autres îles Açores, comme Fayal, l'île du Pic, celle de Saint-George; & le 23 Juillet, le navire mouilla dans la rade d'Angra capitale de l'île de Tercère & de toutes les Açores, située vers le milieu de la partie méridionale de cette île, où, pour le dire en passant, le Vaisseau du Roi ne fut pas reçu avec les mêmes attentions qu'il l'avoit été à Sainte-Croix de Ténériffe.

Nos Voyageurs levèrent l'ancre le 1.^{er} Août à 9 heures du matin, & dès le lendemain ils eurent connoissance de l'île de Saint-Michel qu'ils relevèrent; le 3 & le 4, ils relevèrent Sainte-Marie, la dernière des îles Açores qui se trouva sur leur route.

Les calmes & les courans, ne permirent pas à M. de Fleurieu, d'attaquer l'île de Madère par le Nord-Ouest, comme il se l'étoit proposé, on la découvrit le 12 Août au matin, mais par la partie du Sud, & M. Pingré observa que le cap qui ferme à l'Ouest l'entrée de la baie de Funchal, étoit assez précisément par $19^{\text{d}} 21'$ de longitude à l'Ouest de Paris, & par $32^{\text{d}} 41'$ de latitude septentrionale.

Le navire étoit cependant parvenu à l'entrée de cette baie, & quoique M. de Fleurieu n'eût pas eu d'abord la pensée d'y entrer, cependant le calme qui régnoit & qui ne permettoit pas de poursuivre la route, l'y avoit invité; il avoit même fait mettre la chaloupe & ses canots à la mer, pour remorquer le Vaisseau, mais le vent qui s'éleva de terre, rendit ces préparatifs inutiles: on continua la route, on reconnut en passant, l'île de Salvage, sur laquelle M. Pingré observa un gros piton ou montagne, dont il détermina la latitude de $29^{\text{d}} 57' 30''$, & la longitude de $18^{\text{d}} 32'$ à l'Ouest de Paris; & enfin l'*Isis* mouilla le 15 Août à S.^{te} Croix de Ténériffe, d'où elle ne repartit que le 24 au soir, & M. Pingré aperçut le 26, la belle Comète qui paroissoit alors, & dont la queue paroissoit avoir 90 ou 100^d de longueur. Dans le commencement du Voyage, l'*Isis* n'avoit

mis que quatre jours pour aller de Cadiz à S.^{te} Croix; dans le retour vingt-deux jours suffirent à peine, pour faire la même traversée de S.^{te} Croix à Cadiz : on cessera au reste de s'en étonner si on fait attention, que les vents constamment à l'Est, au Nord-Est ou au Nord, dans ces parages, sont favorables à ceux qui vont de Cadiz aux Canaries, & par conséquent contraires à ceux qui en reviennent. Le séjour à Cadiz dura jusqu'au 13 Octobre, que les Observateurs reprirent la route de France, où ils mouillèrent dans la rade de l'île d'Aix, le 31 Octobre 1769, après huit mois & dix-neuf jours d'une heureuse navigation.



DIOPTRIQUE.

SUR LES LUNETTES ACHROMATIQUES.

DEPUIS que M. Euler a proposé de détruire les couleurs qui paroissent dans les Lunettes, en faisant passer les rayons dans des verres qui eussent une force dispersive différente; la perfection de ces Lunettes, a été l'objet des Géomètres, des Physiciens & des Chimistes.

V. les Mém.
p. 461.

M. Dollond est le premier qui ait découvert par l'expérience; que la combinaison des verres de *flint-glass*, avec des verres ordinaires, pouvoit produire l'effet que M. Euler avoit annoncé, les expériences qui le conduisirent à ce résultat, avoient été faites par Newton, ou du moins paroissoient l'avoir été, & cependant ce grand homme n'avoit pas aperçu cette différence dans la force dispersive de l'eau & du *flint-glass*. Il n'est certainement pas étonnant qu'il ait pu se tromper dans cette occasion, tout ce qu'il a fait d'ailleurs, a bien mis sa gloire à couvert. Mais un savant Anglois, saisi vraisemblablement de l'enthousiasme national, n'a pas cru qu'on pût même lui reprocher cette légère erreur; il a cherché des moyens de la sauver, & voici celui qu'il emploie, il a supposé que Newton pour augmenter la force réfractive de l'eau, y mettoit souvent des sels, & qu'ainsi il étoit vraisemblable qu'il avoit comparé avec le *flint-glass*, non de l'eau pure, mais une dissolution de sel de Saturne, & répétant ainsi l'expérience, il a trouvé le même résultat que Newton. Idée singulière, mais qui prouve bien la vénération qu'on a en Angleterre, pour la mémoire de ce grand homme; heureuse la nation où l'on fait honorer le génie, avec cette espèce de superstition, & où les hommages qu'on lui rend, même après la mort, sont inspirés par cette espèce d'enthousiasme, si différent des louanges froides,

plus souvent inspirées par le desir d'abaisser les contemporains, que par celui d'honorer ses prédécesseurs !

M. Jeurat qui s'étoit proposé de travailler à la perfection des Lunettes achromatiques, a cru devoir, avant que de donner les Tables nécessaires à leur construction, déterminer par de nouvelles expériences, la différente force de réfrangibilité & de dispersion du verre de Venise & du *flint-glass*; les résultats sont très-peu différens de ceux de M.^{rs} Dollond, Clairaut, & l'Abbé de Rochon, & il les a tirés des expériences semblables à celles de ce dernier.

Il y a deux sortes d'aberrations à craindre dans les lunettes; celle de sphéricité & celle de réfrangibilité; il est impossible de les anéantir entièrement toutes deux, si l'on n'emploie que des verres sphériques, & on est convenu dans la pratique de n'en point employer d'autres; cette erreur, si c'en est une, avoit séduit Descartes, & peut-être s'est-on trop tôt rebuté des obstacles: quoi qu'il en soit, puisqu'on ne se sert que de verres sphériques; il faut du moins rendre l'aberration inévitable, la moindre possible. Ce problème qui est du genre des problèmes indéterminés, exige bien de la finesse, pour être résolu d'une manière à satisfaire à tout ce que la Physique y fait entrer de considérations particulières, & plusieurs célèbres Géomètres en ont fait l'objet de leurs recherches.

M. Jeurat proposé ici de s'en tenir à détruire totalement l'aberration de réfrangibilité, qui est la plus grande, parce qu'en la détruisant, on détruit une partie de l'aberration de sphéricité; & qu'en multipliant le nombre des verres, on la détruit entièrement ou presque entièrement; les verres étant ainsi multipliés, il est évident que la quantité de lumière sera aussi diminuée, mais M. Jeurat trouve par expérience, qu'elle ne l'est pas assez pour que cette diminution puisse nuire à la bonté de la lunette.

Quand on veut ici appliquer la théorie à la pratique, il faut introduire dans les formules analytiques, la valeur des différentes réfractions, & ces valeurs sont données par l'expérience. M. d'Alembert a employé des réfractions telles, que si dans cette hypothèse, on veut détruire en entier l'aberration de réfrangibilité; il

il faut donner aux verres une grande courbure, mais l'épaisseur des verres étant limitée, il en résulteroit que les lunettes auroient une petite ouverture, & il est essentiel qu'elles en aient une grande. Les valeurs de réfraction que M. Jeurat a trouvées par les expériences, donnent après leur substitution dans les formules analytiques, des dimensions plus favorables ; aussi la lunette construite d'après ses principes, & qui a cinq pouces de long, a-t-elle 18 lignes d'ouverture, tandis que les lunettes angloises de 6 pouces n'en ont que 15.

Le but de M. Jeurat étant d'éclairer les constructeurs de lunettes, il a joint à son Mémoire, huit différentes combinaisons de verres, tendantes toutes au même but, & par les mêmes principes ; & dans chaque combinaison, des Tables de la longueur des rayons pour chaque longueur de l'objectif, depuis deux pouces jusqu'à 20 pieds ; & pour ne rien négliger de ce qui peut contribuer à la perfection de ce travail, il a placé à la fin, des notes sur la manière de préparer l'émeril, & de travailler les verres. Ce n'est qu'au moyen d'ouvrages pareils à celui de M. Jeurat, que les Arts peuvent tirer parti des hautes spéculations des Savans.





M É C A N I Q U E.

SUR LA FILATURE DES SOIES.

V. les Mém.
p. 437.

ON est, depuis plusieurs années, extrêmement éclairé sur la théorie abstraite & purement géométrique de la Mécanique. La Géométrie a dicté des loix à cette partie de la science des Machines, & ceux qui s'y appliquent ont des règles certaines, qui ne leur laissent, pour ainsi dire, que le mérite de les appliquer plus ou moins facilement au Calcul. Mais pour peu qu'on y fasse d'attention, on verra aisément que ces machines, prises dans l'état purement idéal, ne sont pas celles qui peuvent subvenir aux besoins de l'humanité, & qu'il doit y avoir une autre espèce de Mécanique qui touche de plus près aux machines usuelles. L'immense variété des circonstances physiques qui affectent ces dernières, la multitude & la précision des opérations qu'elles doivent exécuter, souvent sans exiger aucune attention de la part de ceux qui s'en servent, n'a pas jusqu'ici permis de rappeler cette partie de la Mécanique à l'application commode des règles générales; & le Mécanicien proprement dit, est obligé de tirer de son propre fonds des ressources dans une infinité de circonstances. Cette espèce de génie de ressources, les connoissances qu'il exige, & le travail presque continuel nécessaire pour en faire l'application, sont autant de causes de la rareté des grands Mécaniciens, & autant de raisons de leur décerner les honneurs dûs aux bienfaiteurs de l'humanité, sur-tout quand leurs travaux influent sur le commerce national.

L'ouvrage de M. de Vaucanson, sur la filature des Soies, dont nous avons à rendre compte, est précisément dans ce dernier cas.

Le cocon d'un ver à soie n'est, à proprement parler, qu'un peloton de fil, filé par cet insecte; & tirer la soie des cocons est devider ce peloton. Comme cette soie est légèrement gommée par l'animal, on met les cocons dans une bassine remplie d'eau chaude; & après les avoir suffisamment agités, pour en détacher ce qui peut

y rester de bourre, on ramasse, avec quelques brins de bruyères, les bouts des fils qui flottent, pour en réunir plusieurs ensemble, & en former des brins plus ou moins forts, suivant les différens usages auxquels on la destine. Cette opération s'appelle *le tirage des soies*, & c'est d'elle que dépend en grande partie la beauté de la soie, par l'attention qu'on doit avoir à bien purger les cocons de leur bourre, & à ne tirer ensemble que ceux qui peuvent donner de la soie de même qualité.

Ces assemblages de fils de soie simples sont passés, deux à deux, par les yeux des deux branches d'une même fourchette, attachée au tour qui porte le devidoir où ils se vont rendre. Anciennement, on ne faisoit que les croiser sur deux rouleaux cylindriques mobiles, puis ils passaient dans les yeux de deux pièces mobiles, qui les dirigeoient & les obligeoient d'étaler l'écheveau sur le devidoir. Les Piémontois, qui s'étoient mis en possession de travailler mieux la soie qu'aucune nation, avoient ajouté à cette pratique celle de tordre ensemble les deux assemblages de fils, afin que par ce moyen le fil, obligé de couler dans les hélices que formoit ce tors, conservât moins de bourre, se séchât en s'exprimant, & se rendit plus uni & plus brillant. Mais le nombre de tours qu'on faisoit faire aux deux fils ne pouvoit pas trop se mesurer, parce qu'il n'étoit exécuté que par les tireuses, qui rouloient les deux brins entre leurs doigts, devenus presque insensibles par l'habitude de les plonger dans l'eau bouillante: & si les tours se trouvoient en trop grand nombre, il falloit casser les fils pour les détordre; aussi, pour s'épargner cette peine, elles donnoient toujours moins de tours qu'il n'étoit nécessaire. D'ailleurs, sur les tours, même Piémontois, le mouvement du *va & vient*, cette pièce qui conduit le fil sur différens endroits du devidoir, n'étoit pas assez bien exécuté; & ceux qui avoient voulu corriger en France ce défaut, y en avoient introduit de plus considérables. C'est à tous ces inconvéniens que M. de Vaucanson a entrepris de remédier, dans le tour qu'il a fait fabriquer, & qui est en usage depuis plus de douze années à la manufacture de soie d'Aubenas, où l'on fait, par son moyen, des soies aussi belles & aussi propres au moins à être mises en organzin que celles du Piémont; il y

a même apparence qu'elles les surpassent, puisqu'elles se vendent plus cher.

Pour faire disparaître l'inconvénient qui naît de la mauvaise manière de faire la croisure & le roulement des fils, il met entre les filières de la fourchette dont nous avons parlé, & les yeux des guides du *va & vient*, un cercle de cuivre assujéti entre quatre rouleaux, qui lui permettent de tourner sur lui-même, au moyen d'une corde sans fin, qui répond à une manivelle; ce cercle est vide en dedans, & porte aux deux extrémités d'un de ses diamètres, deux crochets de verre dans lesquels on passe les fils, après les avoir fait croiser au sortir des yeux de la fourchette, & on les croise encore avant que de les faire passer dans ceux des guides du *va & vient* : il résulte de cette opération, que la tireuse en faisant aller la manivelle qu'elle a sous la main, fera tourner le cercle de cuivre & donnera à la soie autant de tours qu'elle voudra, & si elle s'aperçoit qu'elle en ait donné plus ou moins qu'elle ne le doit, elle peut sans interrompre le travail, & sans casser le fil, en ajouter ou en ôter : il résulte encore un avantage de cette construction, c'est que les tours qu'on donne aux fils de soie, étant partagés en deux endroits différens, permettent aux fils de glisser bien plus aisément que s'ils étoient réunis, & les exposent bien moins à se casser.

Le mouvement du *va & vient*, qui distribue les fils sur le devidoir, n'est pas moins essentiel à cette opération; les fils de soie malgré les croisures, arrivent toujours un peu mouillés sur le devidoir, & il est nécessaire qu'ils ne se collent pas les uns aux autres, ce qui rendroit la soie difficile à devider & toute écorchée, & il en résulteroit un déchet de 10 à 12 pour cent; il faut donc que le mouvement des guides du *va & vient*, soit tel que le fil de soie qui arrive, ne rencontre jamais celui qui vient d'arriver, mais toujours ceux qui ont eu le temps de se sécher; pour cela il faut que ce mouvement soit relatif à celui du devidoir.

Pour établir ce rapport d'une façon constante, les Piémontois se servoient d'un engrénage de quatre roues dentées, dont la première étoit enarbrée sur l'axe du devidoir, mais cet engrénage

étoit si peu solide, que le règlement Piémontois obligeoit à avoir pour chaque tour, une double garniture des pièces qui composent ce mouvement, parce qu'il étoit rare qu'elles se conservassent en état pendant toute la durée d'un tirage.

Les fileurs François n'avoient jamais voulu adopter cette mécanique, & ils regloient le mouvement des guides, par le moyen d'une corde sans fin passée sur deux poulies de différens diamètres, dont l'une tenoit à l'arbre du devidoir, cette construction étoit simple, elle évitoit les inconvéniens des engrénages, mais elle en avoit elle-même de plus considérables, l'inégale tension de la corde qui lui permettoit quelquefois de glisser, la variation du diamètre de la poulie, des guides que la vapeur de la bassine faisoit renfler pendant le jour, & qui diminueoit la nuit, jetoient une inégalité dans le mouvement des guides, qui dérangoit absolument toute l'opération. M. de Vaucanson avoit bien paré quelques-uns de ces inconvéniens, mais l'expérience l'obligea enfin, de revenir aux engrénages; il les a perfectionnés, il les a éloignés de la vapeur de la bassine, & par ce moyen, il est parvenu à les rendre durables, & à établir cette proportion constante entre le mouvement des guides, & celui du devidoir, qui est si nécessaire à la perfection de l'écheveau; & le résultat de ce travail a été une telle diminution dans le déchet, que la soie bien tirée ne perd pas une once sur cent livres.

Les tours à double croisée, tels que nous venons de les décrire, ont été établis à Aubenas, au nombre de cent, & le succès qu'ils ont eu depuis environ douze ans qu'ils sont établis, a engagé M. de Vaucanson, à en publier la description, une sage défiance l'avoit retenu jusque-là : mais quelque perfection que les tours de M. de Vaucanson puissent donner à la soie, la netteté & l'égalité dans le fil, dépendent de trois manutentions antérieures; 1.^o de tirer chaque qualité de cocon séparément; 2.^o de les bien purger dans la bassine, & toujours en petite quantité à la fois; 3.^o enfin, de ne jamais jeter qu'un brin à la fois pour entretenir l'égalité de grosseur dans le fil de soie.

Malheureusement ceux qui font le tirage en particulier, & pour leur compte, ont peu d'intérêt à rendre la soie parfaite;

bonne ou mauvaise on parvient avec de petites finesses à la vendre à peu-près un prix égal. On ne doit donc attendre de la soie propre à organiser pour faire des chaînes d'étoffes, que des grandes manufactures où le tirage de la soie se fait avec les précautions nécessaires, & où ceux qui tirent trouvent leur intérêt à bien tirer.

Quelques Écrivains ont regardé ce tirage fait dans les grandes manufactures, comme funeste à l'industrie des campagnes; cependant en nous mettant à portée de nous passer de l'Étranger, les manufactures doivent augmenter cette branche de notre commerce, & par conséquent la culture des vers & des mûriers. Si une nation existoit isolée de toutes les autres, les opérations qui exigent le plus de mains, devroient être préférées, mais lorsqu'on a des voisins avec lesquels on peut être en concurrence, il semble que la perfection des travaux doive l'emporter sur toute autre considération. Il faut en France, ou tirer de Piémont la soie des chaînes, ou établir de grandes manufactures semblables à celle d'Aubenas, dont les soies ont déjà dans le commerce, un prix supérieur à celui des soies de Piémont, ou nous passer de belles étoffes, quel parti prendre? Nous ne nous permettrons sûrement pas de prendre le dernier. Tel est l'état de la question, entre M. de Vaucanson & les Écrivains qu'il combat, & il ne nous appartient nullement de prononcer entr'eux.

LES Arts qui ont été publiés en 1770, sont au nombre de quatre.

Le premier est *l'art du facteur d'Orgues*, seconde & troisième partie, par D. Bédos de Celles, Religieux Bénédictin de la Congrégation de Saint-Maur, Correspondant de l'Académie. Il avoit donné, dans la première partie, l'immense détail des parties qui composent un grand Orgue; mais il n'avoit pas enseigné la manière de les fabriquer, ni les différens moyens d'accélérer ce travail, & de le porter à la perfection: c'est l'objet de la seconde partie, où la construction de chaque pièce, & la liaison avec les autres, sont traitées dans le plus grand détail. La troisième est destinée

à enseigner la manière de dresser les devis des Orgues, plus ou moins grands, qu'on peut se proposer de construire; celle de veiller à l'exécution de ces projets; celle de recevoir les orgues quand ils sont exécutés. D. Bédos y enseigne encore le mélange des jeux de cet instrument, en faveur de ceux qui voudroient toucher de l'orgue & qui ne seroient pas au fait de cette partie; & enfin il y fournit, à ceux qui ne sont pas à portée d'avoir aisément des facteurs, les moyens de conserver leur orgue, & d'y faire eux-mêmes les petites réparations auxquelles cet instrument est plus sujet qu'aucun autre.

Le second est l'*art du Menuisier*, seconde partie, par le sieur Ronbo fils, maître Menuisier. L'auteur avoit donné, dans la première, le manuel de cet art, la description des outils, & celle des différens assemblages; dans celle-ci il met en usage ces premières connoissances, & en fait l'application à la menuiserie mobile, telle que les portes, les fenêtres, les volets, &c. à quoi il joint un Traité complet de l'art du trait. Cet art est beaucoup plus savant qu'on ne se l'imagine, & bien des ouvriers le pratiquent sans en connoître les principes, qui deviennent cependant d'une nécessité absolue dans les cas extraordinaires. Enfin il met son lecteur à portée de connoître tout ce qui peut être nécessaire à la fermeture & à la décoration des appartemens, & en état de le faire exécuter lui-même, sans pouvoir être trompé ni sur la bonté de l'ouvrage, ni sur la dépense qu'il exige.

Le troisième est l'*art de l'Indigotier*, par M. de Beauvais-Raseau. Cet art, presque absolument inconnu en France, ne pouvoit être décrit que par quelqu'un qui, comme l'auteur, l'eut vu pratiquer lui-même, & y eut porté des yeux accoutumés à observer. Il décrit les différentes espèces de la plante dont on tire cette matière, sa culture, la manière de la récolter, d'en faire pourrir les feuilles, de battre la teinture qu'elles donnent, pour en séparer la fécule colorante; & enfin de recueillir cette fécule, & de la mettre en état d'être vendue. Toutes ces opérations y sont détaillées avec soin, & on suivra avec plaisir la description nette & précise que l'Auteur en donne.

Le quatrième & dernier art est celui du *Brodeur*, par M. de Saint-Aubin, Dessinateur du Roi. Ceux qui n'ont qu'une connoissance superficielle de cet art, seront étonnés, en lisant cette description, de voir combien il exige de connoissances & d'adresse. L'Auteur en donne une courte histoire, décrit les différens genres de broderie qui sont en usage, les différens points, les différentes étoffes & les différentes matières qu'on y emploie; & le tout est accompagné de plusieurs Dessins exécutés par M. de Saint-Aubin; qui ne sont pas un médiocre ornement pour cet ouvrage, déjà intéressant par lui-même.

MACHINES ou INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE
EN M. D C C L X X.

I.

UN Thermomètre divisé en quatre parties, présenté par M. l'abbé Soumille, Correspondant de l'Académie. Tout le monde physicien connoît les thermomètres de M. de Reaumur, & on sait que c'est à la propriété qu'ils ont d'être comparables qu'on est redevable d'un très-grand nombre d'Observations intéressantes, mais si l'on veut avoir les parties de degrés avec quelque précision, ils doivent être extrêmement grands, & par conséquent très-difficiles à transporter, & si on les réduit à un moindre volume, la petitesse de leurs degrés, empêchera de distinguer leurs divisions. M. l'abbé Soumille a remédié à ce défaut; en coupant, pour ainsi dire, ce grand thermomètre en quatre parties. Dans la première division, le terme de la glace est placé tout au haut du tube; & à mesure que le froid augmente, la liqueur descend, & marque les degrés de condensation jusqu'à 20 degrés, terme suffisant pour ce climat, & qu'il seroit possible de porter plus loin s'il étoit nécessaire; & lorsque le temps devient plus chaud que le terme de la glace, l'esprit-de-vin qui monte est

reçu

reçu dans une boule qui termine le tuyau par en haut, & cette partie de thermomètre devient inutile; la seconde commence où celle-ci finit, c'est-à-dire, que le terme de la glace est tout près de la boule inférieure, & à mesure que la chaleur augmente, l'esprit-de-vin s'élève jusqu'à 20 degrés, après quoi il entre dans la boule supérieure, & cette seconde partie demeure inutile; la troisième commence au 20.^e degré & va jusqu'au 40.^e; & enfin la quatrième, au 60.^e: on voit aisément, qu'un cinquième le porteroit jusqu'à 80, &c. C'est par cet ingénieux moyen, que M. l'abbé Soumille est parvenu à se procurer en plusieurs parties aisément transportables, un thermomètre dont les degrés ont un pouce de long, & peuvent être aisément divisés en douzièmes d'une ligne, sur lesquels il sera encore possible d'estimer de plus petites parties. Ce moyen de faire apercevoir jusqu'aux moindres changemens de la température de l'air, sans trop augmenter la grandeur du thermomètre, a paru ingénieux & fort sûr.

I I.

Une *Machine propre à faire périr les Mulots dans leurs trous; par la vapeur du soufre*, présentée par M. Gasselin; elle consiste en une boîte de tôle garnie de deux tuyaux de même métal; dont l'un répond à un soufflet, & l'autre sert de buse, pour chasser l'air dans les trous des mulots; on allume dans la boîte dont nous venons de parler, quelques morceaux de vieux linge & quelques éclats de bois; dès que ceux-ci sont bien en feu; on jette dessus du soufre concassé, on ferme la boîte, & introduisant le canon de la machine dans un des trous, on fait agir le soufflet: il est évident que par ce moyen, la fumée du drapeau & du soufre, est chassée dans les trous des mulots, on la voit sortir par les ouvertures qui y communiquent & qu'on a soin de fermer, & par ce moyen on force ces animaux destructeurs, à recevoir la vapeur du soufre qui les tue infailliblement. Cette machine a très-bien réussi dans les épreuves, que le Gouvernement en a fait faire; elle a paru ingénieuse, portative & très-propre à remplir le but que l'auteur s'étoit proposé.

I I I.

Une *Canne Gnomonique*, qui sert à indiquer l'heure par les hauteurs du Soleil, présentée par M. de Caire de la Condamine. La méthode de M. de Caire, peut se réduire à ce problème, étant donnée la longueur de l'ombre du bâton à midi, trouver sur le bâton les hauteurs qui à toutes les heures donneroient la même longueur d'ombre ; & en cela elle diffère des méthodes qui ont été décrites jusqu'ici, l'usage en paroît aussi plus commode, parce que M. de Caire n'est pas obligé de mesurer la longueur de l'ombre, qui souvent seroit trop longue & mal terminée lorsque le Soleil est peu élevé ; la superficie cylindrique est partagée longitudinalement en huit par huit lignes qui vont d'un bout à l'autre ; l'une qui est la plus apparente, marque les longueurs de l'ombre à midi de cinq en cinq jours pour une latitude donnée : Des sept autres lignes, les deux extrêmes appartiennent aux solstices, & les cinq autres aux différens signes, & sur ces dernières, il a marqué le nom des heures à côté des différens points qui donnent à ces heures, la longueur de ces ombres égales à celle de l'ombre de midi ; l'usage n'en est pas plus difficile que la construction ; sur un plan uni & horizontal, on mesurera sur l'ombre de la Canne, une portion égale à la longueur de l'ombre à midi, & on en marquera l'extrémité, tenant ensuite la Canne perpendiculaire, on promènera le doigt en travers sur la ligne qui répond au signe où est le Soleil, jusqu'à ce que l'ombre de ce doigt vienne sur l'extrémité marquée pour l'ombre méridienne ; & alors en regardant sur la canne, le doigt indiquera sur la ligne l'heure cherchée. Cette ingénieuse construction a paru devoir être utile & agréable à ceux qui seront fixés dans un même canton, & qui ne se soucieront pas d'avoir l'heure avec une très-grande exactitude.

I V.

Une *Pendule*, présentée par M. Bieſta horloger, qui est suspendue dans sa boîte, de manière qu'elle peut toujours aller, quoiqu'on l'incline même assez considérablement. Dans les pendules ordinaires, le mouvement de la pendule est attaché fixément à

la boîte. Dans celle de M. Bieſta, il en eſt, pour ainſi dire ; indépendant ; il tourne librement autour de deux pivots placés exactement dans le prolongement de l'axe du rochet, ces deux pivots ſont portés ſur les faces extérieures d'une eſpèce de chaffis, qui reſſemble à la cage d'une très-petite pendule, & roulent dans deux pièces fixées dans l'intérieur des platines du mouvement : cette petite cage porte dans ſon intérieur la verge avec l'ancre, & à ſon extérieur la ſuſpenſion du pendule ; d'après ce que nous venons de dire, il eſt aisé de voir que ſi on incline la cage d'un côté ou de l'autre, le mouvement de la pendule ſe mettra toujours dans la verticale ; & comme elle-même tourne autour de ce même point, que la relation de l'ancre & des dents du rochet ne ſera pas changée, & que la pendule reſte en échappement, elle continuera d'aller : il faut ajouter encore que pour ramener avec plus de force, la petite cage à ſa véritable poſition, elle porte un grand cadre de cuivre, dans lequel le mouvement peut aller & venir, & qui a par en bas une épaiſſeur conſidérable, afin d'avoir plus de poids. Cette conſtruction de M. Bieſta pour faire qu'une Pendule ſe trouve toujours en échappement malgré les diverſes poſitions de la cage, a paru neuve & ingénieufe, & pouvoir être utile en bien des occaſions.

V.

Un *Cadran ou Équation mobile*, préſenté par le même Auteur. Ce Cadran a deux faces, ſur l'une ſont marqués les jours de l'année, & ſur l'autre eſt le Cadran, garni de deux aiguilles, l'une de cuivre & l'autre d'acier, l'aiguille de cuivre eſt fixée à une aiguille qui eſt ſur la face poſtérieure du Cadran, & qui ſert à indiquer les jours de l'année, l'une ne peut pas ſe mouvoir ſans faire mouvoir l'autre ; alors ſi l'on met la Montre ſur l'heure vraie un certain jour de l'année, il faut placer l'aiguille poſtérieure ſur ce jour, & l'aiguille d'acier ſur midi du Cadran ; en faiſant alors gliffer l'aiguille poſtérieure ſur les jours ſuivans, l'aiguille d'acier indiquera l'équation du temps, & fera par conféquent connoître combien la Montre ou la Pendule qu'on examine, a dû avancer ou retarder ſur le temps vrai. Ce Cadran ne donne

donc que ce qu'on peut obtenir par le calcul astronomique & qu'on trouve même tout calculé dans la Connoissance des Temps; mais cette manière de trouver l'Équation, la rend sensible aux yeux, & l'Académie a cru qu'elle pourroit par cette raison, être agréable au Public.

V I.

Des Corps de Feutre, présentés par le sieur Gérard, Tailleur de corps à Reims. Ces Corps sont faits d'un feutre préparé, très-fort & cependant souple, qu'on peut revêtir d'une étoffe plus ou moins épaisse suivant la saison. Le sieur Gérard n'y ajoute point de baleine. Ce feutre comprime mollement & avec uniformité, les parties du corps qu'il recouvre : on a cru que ces corps seroient exempts de la plupart des inconvéniens reprochés si souvent aux corps baleinés, & qu'ils pouvoient être approuvés comme beaucoup moins dangereux que ces derniers.

V I I.

Un *Dais*, exécuté uniquement en fer, par le sieur Gérard, Serrurier de Paris, chargé de l'entreprise des ferrures du nouveau bâtiment de Sainte-Geneviève.

Ce *Dais*, entièrement de fer, est composé de quatre colonnes; du haut desquelles partent des ornemens qui, en se réunissant, forment le dessus du Dais; ce dessus est surmonté d'une Gloire, & chaque colonne l'est d'un Ange à genoux, regardant la Gloire: le tout a 16 pieds de hauteur. Du piédestal de ces colonnes partent des ornemens en guirlandes de roses qui s'unissent, & portent au milieu, sur des nuages, le livre scellé de l'Apocalypse & l'Agneau. Les colonnes sont composées de palmes, autour desquelles s'entrelacent des pampres chargés de raisins. Tout cet assemblage est composé de pièces travaillées séparément au marteau, polies & assujetties par des vis entre elles, & à un bâtis de fer qu'elles recouvrent; & le tout est si léger que le Dais tout monté pèse à peine quatre cents livres. L'Académie a regardé cet ouvrage comme un chef-d'œuvre dans l'art de la Serrurerie, & comme une preuve de la possibilité d'employer le fer en ornemens, &

de lui faire imiter parfaitement les plus légers feuillages. C'est, si l'on peut s'exprimer ainsi, une espèce d'extension de l'art de la Serrurerie, & c'est à ce titre que l'Académie lui a donné place dans son Histoire.

VIII.

Une *Machine*, proposée par le P. Bertier, de l'Oratoire, pour *élever de l'eau par la dépression ou élévation du mercure, produite par le balancement d'un pendule*. Il avoit déjà proposé cette même machine en 1735, mais l'Académie, en l'approuvant, l'avoit regardée comme d'une exécution extrêmement difficile : l'expérience est venue au secours de la théorie du P. Bertier ; la machine a été exécutée avec le plus grand succès, & plusieurs personnes l'ont vu faire très-bien son effet, chez feu M. Passement.

IX.

Une *manière*, proposée par le même Auteur, pour *monter les Globes de manière qu'ils puissent servir de Cadran*. Elle consiste à mettre au Globe un demi-méridien mobile sur ses pôles, & qui soit refendu dans l'intervalle entre les tropiques ; dans cette fente coulera un curseur chargé d'une lentille. En plaçant le Globe à la hauteur du pôle de l'endroit où l'on observe, & l'orientant, le demi-méridien étant tourné au Soleil, & le curseur placé selon la déclinaison du Soleil ; dès que l'image de cet astre, produite par la lentille, tombera précisément sur le milieu de l'épaisseur du demi-méridien, celui-ci sera le cercle horaire actuel, & marquera, sur l'équateur, l'heure qu'il est & que l'on desire de savoir. On a cru que cet usage du Globe pourroit être agréable à plusieurs personnes.

X.

Un *Fauteuil roulant*, à l'usage des malades, gens âgés ou convalescens, présenté par le sieur Ferry, Serrurier.

La mécanique de ce *Fauteuil* a trois objets ; 1.^o de faire marcher le fauteuil à la volonté de celui qui y est assis ; 2.^o de baisser le dossier sous tel angle qu'on jugera à propos, jusqu'à la situation presque horizontale ; 3.^o de prolonger le siège assez en avant pour

soutenir les jambes du malade, qui dans ce cas pourroit faire un lit de son fauteuil ; le premier de ces trois objets est rempli par deux manivelles, que le malade peut mouvoir lui-même, & qui, à l'aide d'une bascule, communiquent le mouvement à un engrenage qui fait mouvoir deux roues placées sous les pieds de derrière du fauteuil ; le second objet est rempli par un arc de cercle denté ; qui est mené par une mécanique semblable à celle que nous venons de décrire ; le troisième enfin, qui est le prolongement du siège ; se fait par le moyen d'un double châssis de fer, qui, par le mouvement que lui imprime une autre manivelle, sort de dessous le fauteuil : le mécanisme par lequel l'un de ces châssis s'élève au niveau du siège, pour supporter les jambes du malade, est la partie de la machine la plus ingénieuse ; lorsque le double châssis est sorti, pour la plus grande partie, de dessous le siège, le châssis supérieur se trouve arrêté par un frein, tandis que l'autre continue son mouvement : cette circonstance oblige des espèces de chevalets qui se trouvent entre les deux châssis, de s'élever, de sorte qu'à l'extrémité du mouvement le châssis supérieur se trouve écarté de l'inférieur de toute la hauteur des chevalets, ce qui le met au niveau du siège.

Quoique cette mécanique ait beaucoup de rapport avec celle qui est employée à l'Opéra, pour mettre le parterre au niveau du théâtre, on doit cependant savoir gré au sieur Ferry d'en avoir fait une application ingénieuse & utile ; son Fauteuil a paru bien remplir l'objet qu'il avoit eu en vue : on croit qu'il seroit utile dans le cas pour lequel il est destiné ; mais qu'il seroit seulement à désirer qu'il travaillât à le simplifier, tant pour le rendre moins pesant, que pour en diminuer le prix, qui, dans l'état où il est & vu la multitude des pièces qui le composent, deviendroît certainement considérable.

LE Parlement ayant fait l'honneur à l'Académie de lui demander son avis sur les Lettres patentes accordées au sieur Jean Antoine, Écuyer, par lesquelles Sa Majesté accorde audit sieur Antoine la permission d'établir à Paris, une fabrique de

matelats & de couvertures, avec des laines qu'il prépare lui-même par des procédés particuliers; l'Académie a cru qu'il y avoit d'autant moins d'inconvénient à enregistrer lefdites Lettres, qu'elles ne portent point de privilège exclusif, & qu'elles ne peuvent nuire au progrès de l'industrie dans cette partie.

DANS le nombre de Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, elle a jugé les sept suivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Observations Météorologiques, faites à Pékin depuis 1757 jusqu'en 1763 : Par le P. Amyot.

De Refractionibus Astronomicis : Par le P. Boscowich.

Sur deux Éclipses, visibles le 3 Avril & le 26 Octobre 1772 : Par M. du Vaucel.

Observations de la Comète de 1769, faites à l'Isle de France : Par M. de la Nux, Correspondant de l'Académie.

Sur la Découverte d'une nouvelle Isle, à 75 lieues de Madagascar : Par le même.

Expériences faites au feu, sur un Diamant, des Pierres précieuses & des Métaux : Par M. d'Arcet.

Sur la Cause de la dureté du Ciment des anciens Vénètes : Par M. l'Abbé de Mazeas, Correspondant de l'Académie.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le sujet du Prix de 1768, de perfectionner les méthodes sur lesquelles est fondée la théorie de la Lune; de fixer, par ce moyen, celles des équations de cette Planète qui sont encore incertaines; & d'examiner en particulier si l'on peut rendre raison, par cette théorie, de l'équation séculaire du mouvement moyen de cette Planète.

N'ayant pas été satisfaite des Recherches qu'elle avoit reçues

sur ce sujet, elle l'avoit proposé de nouveau pour cette année 1770; avec un Prix double.

Quoique dans le nombre des Pièces envoyées, il s'en soit trouvé plusieurs remplies de recherches estimables, l'Académie n'a pas cru la question suffisamment résolue; cependant considérant la difficulté du Problème, & ne voulant pas décourager les Concurrans, elle a cru devoir récompenser le travail qui distingue sur-tout une des Pièces, qui a pour devise, *Errantemque canit Lunam*, & en conséquence elle lui a adjugé la moitié du Prix double.

Les Auteurs de cette Pièce sont, conjointement, M.^{rs} Léonard Euler, Associé-Étranger de l'Académie, & Membre de celles de Berlin & de Pétersbourg, & Jean-Albert Euler son fils.

L'autre moitié du Prix double est réservée pour la joindre à celui de l'année 1772, qui sera par ce moyen de 4500 livres; & l'Académie propose de nouveau la même question pour ce Prix.





ÉLOGE

DE M. L' ABBÉ NOLLET.

JEAN-ANTOINE NOLLET, de la Société royale de Londres, de l'Institut de Bologne, de l'Académie des Sciences d'Erford, Maître de Physique & d'Histoire naturelle des Enfans de France, Professeur royal de Physique expérimentale au Collège de Navarre & aux Écoles de l'Artillerie & du Génie, naquit à Pimpré, village du diocèse de Noyon, le 19 Novembre 1700, d'honnêtes habitans de ce lieu, qui y exerçoient la fonction de Laboureur.

Nous ignorons absolument tout le détail de ses premières années, & nous ne commencerons à le suivre que depuis les premiers pas qu'il fit dans la carrière littéraire, dans laquelle il s'est si glorieusement distingué.

Ses premières études furent faites au collège de la ville de Beauvais, où il demeura jusqu'à la fin de ses humanités. A en juger par le stile net & correct avec lequel il écrivoit, & par l'espèce d'érudition qu'il possédoit, nous pouvons assurer sans risque, qu'il avoit dû être au rang des meilleurs écoliers de son temps.

M. l'Abbé Nollet s'étoit destiné à l'état ecclésiastique, & les études théologiques qui lui devenoient nécessaires pour cet objet, l'obligeoient à faire à Paris sa philosophie, ou à renoncer à pouvoir prendre aucun Degré, ce motif le détermina malgré la modicité de sa fortune, à venir s'établir dans la capitale; & il n'eût certainement pas hésité de s'y rendre, s'il eût pu savoir quels fruits il devoit un jour recueillir de ce voyage.

Un des premiers qu'il dut à la régularité de ses mœurs & aux connoissances qu'il avoit déjà acquises, fut que M. Taitbout alors Greffier de l'Hôtel-de-ville de Paris, le choisit malgré sa jeunesse pour lui confier l'éducation de ses enfans, ce poste le mit

Hist. 1770.

. Q

bientôt à portée non-seulement de continuer ses études, mais même de développer ses talens; il trouva moyen d'établir un laboratoire à l'Hôtel-de-ville même : c'étoit-là que le jeune Philosophe alloit s'exercer aux arts dont l'étude de la Physique à laquelle il se livroit déjà, lui faisoit sentir le besoin, & sacrifier les plaisirs que lui offroit une compagnie aimable & brillante, au desir de s'instruire & de se perfectionner; il s'amusoit surtout à travailler en émail à la lampe, art que la multiplicité des instrumens de Physique dans lesquels entrent les tuyaux de cristal, rend si nécessaire à un Physicien. Je me souviens d'avoir vu de lui un ouvrage en ce genre, dont les plus habiles Émailleurs (le célèbre Raux même, qui avoit été son maître en cette partie) se feroient fait honneur, c'étoit un sur-tout de dessert, représentant une colonade surmontée d'une espèce de dôme, ce dôme servoit de réservoir à une quantité d'eau suffisante pour faire aller pendant une heure & plus des jets d'eau & des cascades, qui ornoient cette machine; c'étoit, si l'on veut, une espèce de jeu, mais où se déclaroit déjà le talent de son auteur pour la Physique, & son goût pour la belle décoration.

Du fond de la retraite où vivoit M. l'Abbé Nollet, sa réputation ne laissoit pas de s'étendre. Nous avons dit, en faisant

* *Voyez Hist.*
1765. p. 149.

l'Éloge de M. Clairaut *, qu'il avoit eu part en 1726 à l'établissement d'une Compagnie, qui consacroit entièrement ses travaux à l'avancement des Arts. M. l'Abbé Nollet y fut admis dès 1728, sur la seule réputation qu'il s'étoit acquise, & justifia le choix de cette Compagnie par une grande quantité de travaux, entr'autres, par un Globe céleste, qu'il publia en 1730 & qu'il dédia à Monseigneur le Comte de Clermont, qui avoit honoré cette Compagnie de sa protection. Feu M. Dufay, travailloit alors à ses recherches sur l'Électricité, il crut avoir trouvé une ressource assurée dans les talens du jeune Physicien, & n'hésita pas à l'associer à ses travaux qu'il continua avec lui pendant deux ans; au bout de ce terme M. de Reaumur lui confia son laboratoire, & ce fut dans cette excellente école qui a fourni à l'Académie, plusieurs de ses plus illustres Membres, qu'il acheva de se former; il y avoit en effet si bien profité, que dès

1734, M. Dufay lui proposa de faire avec lui, le voyage d'Angleterre. Cet Académicien si vif & si zélé sur l'honneur de la nation, n'auroit sûrement pas mené avec lui un Physicien qu'il n'eût pas cru capable de le soutenir dignement. Deux ans après il fit un voyage en Hollande, & ce fut-là qu'il eut occasion de voir M.^{rs} Musschenbroek, Allaman, & plusieurs autres illustres Physiciens avec lesquels il étoit déjà digne de figurer, & qu'il lia avec eux une amitié & une correspondance qu'il a toujours entretenue jusqu'à la mort.

Toutes les démarches qu'avoit fait jusqu'alors M. l'Abbé Nollet, l'approchoient de l'Académie; il y étoit connu & désiré. Le passage de M. de Buffon à une place d'Adjoint-Botaniste, fit vaquer en 1739, une place d'Adjoint-Mécanicien, & M. l'Abbé Nollet l'obtint le 19 Avril de la même année, & trois ans après celle d'Associé, vacante par la mort de M. l'Abbé de Molières. La réputation qu'il s'étoit faite n'étoit pas demeurée renfermée dans la capitale, elle avoit percé jusque dans les Cours étrangères; à peine fut-il admis à l'Académie, qu'il fut appelé à la cour de Turin par le Roi de Sardaigne, pour faire un Cours de Physique expérimentale, devant S. A. R. M. le Duc de Savoie; & le Roi de Sardaigne en fut si satisfait, qu'il voulut que tous les instrumens que M. l'Abbé Nollet y avoit portés, demeurassent entre les mains de l'Université, pour perpétuer, pour ainsi dire, les lumières que venoit d'y répandre M. l'Abbé Nollet, qui fera par ce moyen, à jamais l'instituteur & le père de cette florissante école.

Aussitôt après son retour de ce voyage, il donna en trois Mémoires, un travail suivi sur la Machine pneumatique.

Dans le premier, il recherche la cause d'une vapeur qui paroît dans le récipient de la machine dès qu'on commence à y raréfier l'air. On avoit toujours attribué cette vapeur à l'humidité des cuirs qui servent à appliquer le récipient sur la machine; M. l'Abbé Nollet trouva par des expériences décisives & finement imaginées, que cette cause si vraisemblable, n'étoit cependant pas la vraie, qu'en diminuant l'étendue des cuirs ou même en leur substituant un cordon de cire molle, la vapeur paroissoit toujours de la

même quantité, & qu'enfin elle n'est dûe qu'aux matières étrangères suspendues dans l'air, & qu'il laisse tomber dès qu'on le raréfie. On est étonné en lisant ce Mémoire, de voir avec combien de sagacité il a su varier ses recherches pour arracher ce secret de la Nature.

Dans le second & le troisième, il donne une description exacte & détaillée de la Machine pneumatique simple, de celle qui a deux corps de pompe allant alternativement, & de tous les instrumens qui en sont comme les accessoires; il examine en Physicien l'usage de toutes les parties qui la composent; il y ajoute une infinité de moyens ingénieux d'obtenir plus de précision & plus de facilité dans son usage & de multiplier les expériences auxquelles on peut l'employer; il pousse même l'attention jusqu'à rechercher les formes les plus agréables qu'on peut lui donner, sans altérer les qualités essentielles qu'elle doit avoir; ces ornemens sagement répandus seront, s'il m'est permis d'employer cette expression, les fleurs dont la sévérité de la Philosophie lui permet quelquefois d'orner son front.

Il s'éleva en 1741, dans l'Académie, une question qui vint exercer la sagacité de M. l'Abbé Nollet. Descartes voulant expliquer la pesanteur par la force centrifuge de sa matière subtile, avoit avancé, qu'en enfermant dans un globe de verre, un fluide avec des petits corps spécifiquement moins pesans, ces petits corps seroient portés au centre du globe, dès qu'on le feroit tourner rapidement sur son axe, mais il n'en avoit pas fait l'expérience: son assertion fut contredite par M. Hugenius, qui trouva par la Théorie, que les petits corps seroient rappelés non au centre, mais le long de l'axe. M. Bulfinger, fit depuis l'expérience, qui répondit au calcul de M. Hugenius, mais il pensa, que si on pouvoit imprimer au globe deux rotations qui se croisassent à angles droits, les petits corps seroient portés au centre, il imagina même une machine pour cela, mais la mort l'empêcha d'en faire l'expérience; & toute cette question étoit abandonnée lorsqu'en 1741, M. l'Abbé de Molières, prétendit alléguer l'assertion de Descartes, comme une preuve de l'existence des tourbillons de ce Philosophe; cette expérience fut contestée par M. l'Abbé Nollet, elle

fut répétée devant l'Académie & variée de mille façons, M. l'Abbé Nollet exécuta même celle que M. Bulfinger avoit proposée, & il fit voir avec la plus grande évidence, qu'on ne pouvoit rien conclure, ni de l'une ni de l'autre, en faveur de l'explication cartésienne, de la pesanteur.

A peine eut-il fini la lecture de ce travail, qu'il fut demandé à Bordeaux pour y faire un Cours de Physique expérimentale. La célèbre Académie qui subsiste depuis long-temps dans cette ville, crut avoir encore quelque chose à tirer de ce Cours, elle l'honora de son suffrage, voulut être pourvue de l'appareil de machines nécessaires pour répéter ces expériences, & engagea M. l'Abbé Nollet à présider à leur construction.

Cette honorable distraction le tint éloigné pendant près d'une année du travail académique; mais aussitôt qu'il fut revenu il paya cette interruption avec usure.

Il lut en 1743, deux Mémoires; le premier, sur la manière dont se forme la glace qui flotte sur les rivières; & le second sur l'ouïe des poissons.

On s'étoit aperçu depuis long-temps, que les glaçons qui flottent sur les grandes rivières, étoient différens de ceux qui se forment sur les étangs & sur les autres eaux tranquilles; on avoit même tenté d'en rendre raison en disant, que la glace des rivières se formoit la nuit à leur fond, & étoit enlevée le jour par le soleil, à la surface de l'eau, où elle se réunissoit en glaçons; la nature de cette glace, qui est effectivement rare & spongieuse, & les différentes portions d'herbes & de terre qu'on trouve presque toujours sous les glaçons, sembloient favoriser cette opinion universellement adoptée par les gens de rivière, & admise même par plusieurs savans Physiciens: cependant M. l'Abbé Nollet s'étoit assuré, que dans le temps même que les rivières sont glacées, le Thermomètre plongé à leur fond s'y soutient toujours au-dessus de la congélation; ce fait lui rendit toute l'explication suspecte, & il fut si adroitement varier ses expériences, qu'il fit voir que les glaçons se formoient à la surface des rivières, dans les endroits où il se trouve plusieurs particules d'eau allant d'un mouvement égal, & par conséquent dans un repos

relatif les unes à l'égard des autres ; que ces glaçons d'abord extrêmement minces étoient souvent brisés , & que leurs débris flottant sur l'eau , se joignoient les uns aux autres , & à d'autres feuilles de glace , pour former les gros glaçons , & que les herbes & le sable qu'on trouvoit dessous ne venoient que des hauts fonds où ils avoient touché dans leur route : explication nette , précise , conforme à la saine Physique , & démontrée par les expériences de M. l'Abbé Nollet.

Les Anatomistes & les Physiciens étoient partagés sur l'ouïe des poissons ; les uns pensoient qu'ils jouissoient de ce sens comme les autres animaux ; & les autres , qu'ils en étoient absolument privés ; il falloit pour décider cette question , examiner deux points essentiels , le premier si ces animaux avoient un organe semblable ou analogue à notre oreille ; & le second si les sons se pouvoient transmettre dans l'eau , sans quoi les oreilles auroient été absolument inutiles aux poissons.

Ce fut ce dernier point que M. l'Abbé Nollet entreprit de discuter , plusieurs expériences lui apprirent qu'un corps sonore enfermé dans l'eau , se faisoit cependant entendre , & que le son étoit sensiblement aussi fort dans l'eau purgée d'air , que dans celle qui ne l'étoit pas , mais tout cela ne répondoit pas directement à la question : & pour la décider , il prit le parti de se plonger lui-même entièrement dans l'eau , & répéta deux fois cette expérience ; dans la première , il entendit très-bien un coup de pistolet tiré dans l'air , un sifflet & même les paroles qu'on prononçoit au-dessus de lui ; dans la seconde , il observa un fait bien plus singulier , le bruit qu'il avoit excité en frappant deux cailloux l'un contre l'autre , se fit non-seulement entendre à son oreille , mais encore il se fit apercevoir par un fremissement sur tout son corps ; d'où il suit , que l'eau peut d'une part , transmettre aux poissons , le bruit qui se fait dans l'air ; & que de l'autre , ils peuvent être avertis de deux manières , de celui qui s'excite dans l'eau. Nous croyons que le Public nous saura quelque gré d'ajouter ici que la possibilité d'entendre pour les poissons , est aujourd'hui incontestablement prouvée , & que les recherches de M.^{rs} Geoffroy & Camper , ont fait voir évidemment que

ces animaux ont toute la partie essentielle de l'organe de l'ouïe, & qu'il ne leur manque que l'oreille externe.

Il donna encore cette même année une observation singulière, sur la teinture d'orseille dont on se sert pour colorer l'esprit-de-vin des Thermomètres, qui enfermé dans ces instrumens, perd sa couleur avec le temps, & la reprend dès qu'on lui rend la communication avec l'air extérieur.

On sera peut-être surpris que dans la même année où il venoit de donner deux ouvrages aussi pleins de recherches fines & délicates, que ceux dont nous venons de parler, il ait pu en donner encore au Public, un plus considérable : ce fut cependant cette même année qu'il publia les deux premiers volumes de ses Leçons de Physique expérimentale, dont la suite a paru depuis en différentes années jusqu'en 1764, qu'il en publia le sixième volume.

On avoit eu jusque-là quelques ouvrages en ce genre, mais en très-petit nombre, & il s'en falloit bien qu'ils fussent aussi étendus, & que les matières fussent traitées avec l'ordre, la netteté & la précision qui règnent dans celui-ci ; le choix des questions y est fait avec la plus grande intelligence, il les présente avec la plus grande netteté, puis il énonce les expériences qui doivent servir à les décider, décrit les différens instrumens qu'il va employer, explique les effets qui en résultent, & en fait l'application, soit aux phénomènes de la Nature, soit aux procédés les plus intéressans qui sont en usage dans les arts.

Nous ne pouvons passer sous silence, en parlant de cet ouvrage, l'adresse avec laquelle M. l'Abbé Nollet, a su substituer en plusieurs endroits, des preuves d'expériences, aux démonstrations mathématiques qu'il ne fait qu'indiquer ; il se met par ce moyen, à la portée d'un bien plus grand nombre de lecteurs, & ceux même qui sont en état d'entendre les raisonnemens mathématiques, ont le double plaisir de les retrouver sous une forme nouvelle, & de voir des vérités intellectuelles soumises en quelque sorte, au jugement des sens.

C'est encore dans ce même ouvrage, que M. l'Abbé Nollet a avancé le premier, que le tonnerre pouvoit bien n'être que de

l'électricité, fort en grand, idée qui a depuis été confirmée par une infinité de faits, mais il falloit alors avoir le tact bien fin en Physique, pour former une telle conjecture.

Les belles expériences de M. Newton sur la Lumière, que si peu de Physiciens avoient pu parvenir à répéter, & tout ce que l'Optique, la Dioptrique & la Catoptrique offrent de curieux & d'intéressant sur cette matière, font partie de cet ouvrage; & M. l'Abbé Nollet, l'a présenté de telle manière, & si bien détaillé les précautions nécessaires pour y réussir, que ces expériences autrefois si rébelles, n'offrent presque plus aucune difficulté.

Dans le dernier volume il donne un abrégé succinct, mais exact, de l'Astronomie, relativement à la machine nommée *planétaire*; il expose les merveilleuses propriétés de l'aimant, & les curieuses expériences qui servent à les découvrir. Enfin il passe à une autre merveille, découverte de nos jours, je veux dire; à l'Électricité, & donne dans le plus grand détail, les expériences surprenantes, qui ont été faites sur cette intéressante matière; qui a été pendant presque toute sa vie, le principal objet de ses recherches, & de laquelle nous allons bientôt avoir lieu de parler.

L'année 1744 fut marquée par un événement trop honorable à M. l'Abbé Nollet, pour le passer sous silence, il fut appelé à la Cour, pour y faire un Cours de Physique expérimentale, en présence de feu M. le Dauphin, & ce Prince en fut si satisfait, qu'il l'engagea à en faire l'année suivante un second, en présence de feu Madame la Dauphine, Infante d'Espagne. Le Philosophe fut obligé de paroître à la Cour de son Souverain; & grâce à la douceur de son caractère, il ne s'y fit que des amis.

Nous avons dit que M. l'Abbé Nollet s'étoit occupé de l'électricité, pendant une grande partie de sa vie. Cette admirable propriété des corps, entrevue il y a près de deux cents ans, par Otho de Guericke, avoit été oubliée pendant presque tout le temps écoulé depuis ce Philosophe, jusqu'à nous. M.^{rs} Gray & Hauksbée, de la Société royale de Londres, en avoient depuis fait l'objet de leurs recherches. M. Dufay la tenoit de ce dernier, & il avoit, comme nous l'avons dit, associé M. l'Abbé Nollet;

à ses

à ses travaux; tant que M. Dufay vécut, M. l'Abbé Nollet se contenta de contribuer à ses découvertes; mais à la mort de ce célèbre Académicien qui arriva en 1739, très-peu de temps après l'entrée de M. l'Abbé Nollet à l'Académie, il crut pouvoir s'emparer, pour ainsi dire, d'une matière sur laquelle ses travaux précédens lui donnoient une espèce de droit.

Nous disons qu'il s'en empara; en effet, aucune expérience sur cette matière ne lui étoit échappée, non-content de celles qui avoient été tentées par les autres Physiciens, il en avoit inventé une infinité d'autres toutes plus ingénieuses les unes que les autres; de la plupart desquelles, il a fait part à l'Académie, dans plus de dix Mémoires qu'il lui a lûs en différens temps sur ce sujet.

Il étoit bien difficile qu'en retournant en tant de manières les phénomènes électriques, il ne fût tenté de les rappeler à un même principe, & d'en assigner la cause.

Ce fut en effet ce qu'il fit en 1745 & en 1746, en publiant d'abord dans un Mémoire lû à l'Académie, & ensuite dans un ouvrage qu'il fit imprimer à part, sous le titre d'*Essai sur l'Électricité*, l'espèce de théorie qu'il avoit imaginée, & dont les bornes qui nous sont prescrites, ne nous permettent de présenter que la plus légère idée.

Après avoir fait voir que la matière du feu, & celle de l'électricité étoient exactement la même, & ne différoient que par la manière dont elle étoit mise en action; voici, selon lui, celle par laquelle il pense que le corps devenu électrique, la met en jeu.

Lorsque par le frottement, on parvient à rendre un corps électrique, une partie de la matière du feu qu'il contenoit, est chassée de ses pores, & en même temps, remplacée par le même fluide, présent, selon presque tous les Physiciens, dans tout cet Univers. Il se trouvera donc autour de ce corps des rayons ou courans de cette matière, qui s'en élanceront, que M. l'Abbé Nollet nomme *matière effluente*; & d'autres qui viendront vers le corps, qu'il nomme *matière affluente*: les mouvemens que de la poussière exposée au corps électrique prend par son action, & ceux que ce même corps imprime à la fumée, font voir à l'œil, la réalité de ces deux courans.

Mais pourquoi dans cette supposition, un petit corps non électrique, est-il attiré par celui qui l'est, puis ensuite repoussé? rien n'est plus simple selon M. l'Abbé Nollet, ce corps entraîné par quelqu'un des courans de matière affluente, peut à cause de sa petitesse, passer entre les rayons de matière effluente, & être porté vers le corps, mais dès qu'il l'a touché il devient lui-même électrique, & hérissé de rayons qui ne lui permettent plus d'échapper au courant de matière effluente qui l'entraîne & l'éloigne du corps électrisé.

Un autre principe d'expérience, adopté par M. l'Abbé Nollet; est que la matière électrique se meut dans les corps solides, bien plus facilement que dans l'air; d'où il suit qu'elle doit y couler le plus long-temps qu'elle peut, & que lorsqu'elle en sort pour rentrer dans l'air, elle doit s'écarter pour former des aigrettes; de-là naît l'explication de la manière dont elle peut se communiquer par les conducteurs, à une distance immense, & celle d'une infinité de phénomènes.

Ce principe a cependant ses exceptions, il y a, selon M. l'Abbé Nollet, des corps solides moins pénétrables que l'air, à la matière électrique : ce sont les corps résineux, & cette propriété les rend propres à servir de support aux corps qu'on électrise, & à les empêcher de dissiper leur électricité, en la communiquant aux corps voisins. Ces mêmes corps rendus électriques par le frottement, ne le sont jamais autant que le verre, une parcelle de feuille d'or électrisée par celui-ci, ne sera jamais repoussée par eux. Feu M. Dufay en avoit conclu qu'il y avoit deux sortes d'électricités, mais M. l'Abbé Nollet, ne croit pas cette distinction nécessaire, il lui suffit que celle des corps résineux, soit plus foible que celle du verre.

A l'aide de ce petit nombre de principes, il n'est aucun phénomène électrique, qu'il ne puisse expliquer d'une manière très-naturelle & avec la plus grande clarté.

Nous ne dissimulerons cependant pas, que cette explication si simple & si nette, n'ait éprouvé des contradictions, & qu'on n'ait voulu lui en substituer une autre, nous n'entreprendrons point ici de décider laquelle des deux mérite la préférence; c'est

au Public Physicien , à prononcer sur cette contestation , nous nous contenterons de dire , qu'une grande partie de ceux qui ont droit de décider en pareille matière , ont adopté le sentiment de M. l'Abbé Nollet , qui par-là est devenu pour ainsi dire , chef de secte ; c'est presque pour un Physicien , être devenu conquérant , ou , ce qui vaut bien mieux , législateur.

Cette contestation engagea M. l'Abbé Nollet à plusieurs discussions polémiques , qu'il a publiées sous la forme de lettres , en trois volumes in-douze , qui ont paru en différens temps , à quelques autres ouvrages relatifs à cette dispute , à quelques nouveautés sur ce sujet , & enfin à quelques applications de l'électricité , à des usages utiles ou agréables.

Quoique l'Électricité ait fait pendant presque toute la vie de M. l'Abbé Nollet , le principal objet de ses recherches , il ne négligeoit cependant aucune des parties de la Physique , il avoit donné en 1748 , un Mémoire sur la cause de l'ébullition des liquides ; on fut étonné de n'avoir pas été frappé d'un phénomène si ancien & si généralement connu ; on croyoit communément , que la cause de l'ébullition des fluides étoit l'air qu'ils contiennent , & qui , dilaté par la chaleur , soulevoit la liqueur & formoit des bulles qui venoient crever à sa surface , quelque plausible que fût cette explication , elle n'étoit cependant pas vraie : l'eau peut bouillir jusqu'à être entièrement évaporée , d'où lui viendrait cette quantité d'air ? On peut même faire bouillir de l'eau absolument purgée d'air ; il fallut donc chercher une autre cause de l'ébullition des liquides , & voici celle qu'assigna M. l'Abbé Nollet.

Dès que le feu a communiqué au vase qui contient la liqueur ; un degré de chaleur suffisant pour la réduire en vapeur , la portion qui s'évapore augmente environ treize à quatorze mille fois son volume ; elle s'élève donc à la surface de la liqueur , sous la forme de bulles qui viennent s'y crever , d'autres parties succèdent aux premières & l'ébullition continue jusqu'à ce que toute la liqueur soit évaporée.

Il suit de-là , que le soufflé de l'éolipyle & la vapeur qui s'exhale de l'eau bouillante , ne sont que de l'eau réduite en état de vapeur.

Il suit encore que dès que l'eau a pris une fois le bouillon ;

elle ne peut en aucune manière, recevoir un plus grand degré de chaleur, puisque celui-là suffit pour la dissiper, mais que si elle est renfermée, on peut lui en faire prendre un capable de décomposer les os, & beaucoup d'autres corps très solides; que plus le poids de l'atmosphère sera grand, plus il faudra de chaleur pour faire bouillir la même liqueur, que plus la liqueur sera facile à évaporer, plutôt elle bouillira, & qu'enfin les fluides qui comme les métaux fondus, ne peuvent s'évaporer, se consomment au feu sans bouillir, en un mot, il n'est aucun fait de cette espèce qui se refuse à cette explication.

Peu de temps après la lecture de ce Mémoire, il fut envoyé par la Cour en Italie, dans la vue d'y prendre sur les Arts & sur la Physique, plusieurs connoissances intéressantes.

Il en rapporta en effet un très-grand nombre, dont il a consacré une partie dans nos Mémoires, nous ne pourrions sans excéder les bornes de cet Éloge, entreprendre d'en faire mention, nous dirons seulement qu'il examina en Physicien, toutes les raretés qui se rencontrent en si grand nombre dans cette belle partie de l'Europe; & sur-tout la Solfatara & le Vésuve, & qu'il donna même une cause très-vraisemblable, des terribles éruptions de ce dernier. On peut bien juger qu'il n'oublia pas de visiter les plus savans Professeurs des villes où il passa, & de conférer avec eux sur les différens objets de leurs recherches; il eut même occasion de détruire quelques erreurs, qui s'étoient accréditées, mais qui ne purent tenir contre la sagacité de ses recherches.

Il fut en 1756, un Mémoire sur un sujet intéressant, il est quelquefois nécessaire & toujours agréable, de pouvoir rafraîchir les liqueurs qui nous servent de boisson; M. l'Abbé Nollet entreprit d'examiner les moyens qu'on peut employer pour obtenir ce rafraîchissement: son principe est qu'un corps n'en refroidit un autre, qu'en partageant l'excès de chaleur que le premier a sur lui; de ce principe il déduit les moyens de tirer tout le parti possible des caves, des puits, des citernes, &c. & d'obtenir même lorsqu'on est privé de ces ressources, un rafraîchissement encore plus considérable, par le moyen des sels qu'on peut mêler avec l'eau, il enseigne même à économiser ces sels, & à n'en

perdre qu'une portion très-peu considérable. Service important à rendre au Public en général, mais bien plus particulièrement encore aux habitans des pays chauds, où le rafraîchissement des liqueurs devient non-seulement un agrément, mais encore une partie du régime nécessaire à la conservation de la santé.

L'utilité dont avoient été les travaux de M. l'Abbé Nollet sur la Physique expérimentale, avoit fait sentir combien il étoit à desirer qu'il y eût dans l'Université, une Chaire où l'on fit des Cours publics sur cette matière: le Roi voulut bien procurer cet avantage à ses Sujets, par la fondation d'une chaire de Physique expérimentale, au Collège de Navarre; à laquelle il nomma M. l'Abbé Nollet. Le concours prodigieux de ceux qui accoururent à ses leçons, justifia la sagesse de cet établissement, soutenu aujourd'hui par le savoir & les talens de M. Briffon, de cette Académie, qui après avoir secondé M. l'Abbé Nollet pendant une partie de sa vie, est devenu après sa mort, son digne successeur.

Au commencement de 1757, M. l'Abbé Nollet fut appelé de nouveau à la Cour, & reçut le Brevet de Maître de Physique & d'Histoire Naturelle des Enfans de France; il remplit les fonctions de ce poste honorable, auprès des jeunes Princes, avec la même attention & le même zèle, qu'il les avoit autrefois remplies auprès de leur auguste Père.

Cette même année fut encore l'époque de deux événemens honorables à M. l'Abbé Nollet. On avoit senti combien il étoit à desirer que les Élèves de l'Artillerie & du Génie, eussent une connoissance même assez détaillée de la Physique. Ce fut dans cette vue qu'il fut nommé en 1757, Professeur de Physique expérimentale à la Fère, & en 1761 à l'école de Mézières. Vers la fin de la même année, il obtint la place de Pensionnaire, vacante par la mort de M. de Reaumur.

Ces nouvelles fonctions de M. l'Abbé Nollet, lui firent remarquer un abus considérable dans l'Artillerie; la poudre à canon est grénée. c'est-à-dire, qu'elle n'est pas en simple poussière, mais qu'on la réduit en grains qui ont un volume sensible, elle perd avec le temps cette forme que l'art lui a donnée, pour reprendre celle de poussière; & en cet état on la nomme *pulverin*, souvent

même le salpêtre s'en sépare, & on la nomme alors, *poudre décomposée*. Ce pulvérin & la poudre décomposée, avoient toujours été regardés comme inutiles, & on portoit l'un & l'autre aux moulins pour les rebattre.

Malgré le préjugé adopté par tous les Artilleurs, M. l'Abbé Nollet osa penser qu'on se trompoit, il eut de la peine à obtenir qu'on en fit des expériences, elles décidèrent en sa faveur, & il en résulta que le pulvérin & même la poudre décomposée, avoient presque autant de force que la poudre grénée; qu'on pouvoit les employer à faire des salves de réjouissance, & même dans le besoin, à tirer des boulets, en augmentant cependant un peu la charge; ces poudres jusqu'à présent inutiles, que M. l'Abbé Nollet donne le moyen d'employer, sont un véritable présent qu'il fait au Public.

Le dernier ouvrage de M. l'Abbé Nollet, est presque de même date que sa mort; circonstance honorable à sa mémoire, c'étoit l'accomplissement d'une promesse qu'il avoit faite au Public, en lui donnant ses Leçons de Physique expérimentale; pour ne pas grossir cet ouvrage, par le détail de la construction des instrumens, & par le choix des matières qu'on y emploie, il avoit renvoyé cet important objet, à un autre ouvrage qu'il promit alors : cet ouvrage a paru en 1770 en trois volumes, sous le titre de *l'Art des expériences*; il y indique les différens matériaux qui entrent dans la construction des instrumens, la manière de les choisir & celle de les travailler; il passe de-là, au choix des drogues qu'on emploie dans les différentes expériences; il donne la manière de les préparer pour l'usage, de même que celle de les employer; il décrit les différens Arts nécessaires à la construction des instrumens de Physique; en un mot, il n'y néglige rien de ce qui peut mettre son lecteur en état de former un Cabinet de Physique, & de pourvoir à l'entretien des pièces qui le composent; ouvrage utile à tous les Physiciens, & absolument nécessaire à ceux qui par différentes circonstances, se trouvent éloignés des ouvriers habiles dont ils auroient besoin, ou dans le cas de multiplier par une sage & industrieuse économie, les moyens de travailler que la Fortune leur a trop peu libéralement accordés.

M. l'Abbé Nollet avoit jusqu'à l'année dernière, joui d'une assez bonne santé, il étoit seulement sujet à des épanchemens de bile, qui sembloient n'exiger qu'un régime auquel la régularité de ses mœurs, lui permettoit de s'assujettir aisément. Vers la fin de l'année dernière, ces accidens devinrent plus fréquens, & on s'aperçut de quelque dépérissement, cependant il ne se relâchoit sur aucun de ses devoirs; le Roi l'avoit nommé au commencement de cette année, Sous-Directeur de cette compagnie, & je me félicitois de l'avoir pour Adjoint dans la fonction de Directeur que j'ai l'honneur d'exercer en ce moment *.

M. l'Abbé Nollet assista sans aucune interruption, à nos assemblées, jusqu'à la semaine sainte. Il alloit ordinairement passer les vacances à une maison de campagne qu'il avoit à quelques lieues de Paris, je lui souhaitai en le quittant, un bon voyage, j'ignorois & alors il ignoroit aussi, que c'étoit la dernière fois que je lui parlerois. Pendant la semaine de Pâques son incommodité devint plus considérable, & le samedi, il fut attaqué d'un violent mal au côté, qui l'obligea de se mettre au lit, on le ramena à Paris le Dimanche, pour être plus à portée des secours, mais il n'étoit plus temps de les lui donner; il profita de celui qui restoit, pour se disposer à la mort, en Philosophe chrétien; & mourut le mardi 24 Avril, veille de la dernière assemblée publique, avec tous les sentimens de la piété la plus sincère.

M. l'Abbé Nollet étoit grand & bien fait, sa physionomie annonçoit la douceur de son caractère, sur laquelle il ne s'est jamais démenti, non plus que sur la régularité de ses mœurs. Qui avoit vécu avec lui un jour, pouvoit répondre de tout le reste de sa vie, on ignore qu'il soit sorti un seul moment de son assiette ordinaire & de sa constante modération; il ne s'animoit que lorsqu'il parloit de Physique. Les ouvrages que nous venons de citer & bien d'autres, dont les bornes de cet Éloge, ne nous ont pas permis de faire mention, prouvent assez son assiduité au travail; tous ses plaisirs se bornoient à quelques promenades; & à la conversation de ses amis. On juge bien qu'avec un pareil caractère, il a mérité d'en avoir. Il étoit Diacre, mais entraîné

* M. de Fouchy étoit, en 1770, Directeur de l'Académie.

de bonne heure vers des objets étrangers à l'état ecclésiastique ; il ne crut pas devoir aspirer au Sacerdoce, & se contenta de remplir les devoirs d'un Ecclésiastique très-régulier. Nous ne pouvons mieux terminer cet Éloge, que par deux traits, que nous ne pourrions supprimer, sans faire tort à sa mémoire. Cet homme connu de tout l'Univers, accueilli des Souverains, désiré dans les plus illustres Compagnies littéraires, ne faisoit pas un seul voyage à la Fère, sans se détourner au retour, pour aller dans le lieu de sa naissance, passer quelques jours avec sa famille, & y laisser des marques essentielles de sa tendresse & de sa bienfaisance. Avec des tels sentimens, rien ne lui eût été plus inutile que le fameux coffre du Visir*, il étoit bien éloigné d'être enivré de sa gloire.

Il n'étoit pas même nécessaire de lui appartenir, pour éprouver la bonté de son cœur. On a trouvé dans ses papiers des lettres par lesquelles on le remercioit de sommes considérables qu'il avoit données, & dont on n'avoit aucune connoissance ; on fait même qu'il avoit fait seul quelques voyages dont on ignoroit le motif, il y a bien de l'apparence qu'ils étoient entrepris pour quelque cause semblable. Ces lettres ont trahi sa modestie, & donné la clef de ses mystérieuses absences.

La place de Pensionnaire-Mécanicien de M. l'Abbé Nollet ; a été remplie par M. le Roi, Associé dans la même classe.

* Un Monarque Asiatique s'étant égaré à la chasse, trouva un Berger qu'il engagea à le remettre dans son chemin ; ce Berger, qu'il eut le temps d'entretenir, lui parut homme de si bon esprit qu'il le prit à son service, & de poste en poste, l'éleva à la dignité de premier Visir. Cette élévation rapide arma l'envie & la calomnie contre le nouveau Visir ; on l'accusa de s'enrichir aux dépens du Prince, & d'avoir chez lui un cabinet toujours

fermé, dans lequel il entroit seul ; & où étoit un coffre dont il avoit la clef dans sa poche, & qu'il visitoit tous les jours. Le Monarque, sous prétexte d'honorer son favori d'une visite, voulut voir ce qui étoit dans ce coffre, qu'il se fit ouvrir d'autorité ; on n'y trouva que l'habit & l'équipage de Berger, que le Visir visitoit tous les jours, pour se souvenir de son premier état, & qu'il reprit à l'instant sans que le Prince pût empêcher sa retraite.





ÉLOGE DE M. ROUELLE.

GUILLAUME-FRANÇOIS ROUELLE, Apothicaire de Paris, ancien Inspecteur général de la Pharmacie de l'Hôtel-Dieu, Démonstrateur en Chimie au Jardin royal des Plantes, de l'Académie Royale des Sciences de Stockolm, & de l'Académie Électorale d'Erford, naquit au village de Mathieu, à deux lieues de Caen, le 15 Septembre 1703, de Jacques Rouelle & de Marie Bougon, tous deux de bonne famille.

Ils lui donnèrent, dans les premières années, une éducation convenable à l'honnêteté de leur caractère; héritage précieux, que les pères vertueux ne peuvent trop se hâter de transmettre à leurs enfans avant que les passions, compagnes presque inséparables de la jeunesse, puissent empêcher chez eux le développement des vertus.

Le jeune Rouelle donna, dès son enfance, les espérances les plus flatteuses; il avoit une mémoire heureuse, une conception facile, un extrême desir d'apprendre, & une émulation si vive que les amis de son père s'amusoient souvent à la piquer, en parlant exprès devant lui des grands hommes qui avoient illustré sa province; & sur-tout du célèbre Poète Malherbe, qu'une tradition du pays assure être né dans le même endroit que lui. Il entroit alors dans une espèce d'enthousiasme, & se sentoît déjà transporté du desir de les égaler; mais, grâce aux excellens principes qu'il avoit reçus; ce fonds d'amour-propre, si souvent dangereux, ne l'a jamais porté qu'à la vertu.

Des dispositions si avantageuses méritoient bien d'être suivies; elles le furent en effet, & dès qu'il fut en âge de commencer ses études, on l'envoya au Collège du Bois, dans l'Université de Caen. Après ce que nous venons de dire, il est presque inutile d'ajouter qu'il fournit cette carrière avec éclat & avec le plus grand succès.

Le cours des études laissé des intervalles de vacances; ce temps; qu'il venoit passer dans la maison paternelle, étoit communément

employé, non aux amusemens ordinaires à ceux de son âge, mais à cultiver un petit jardin particulier, dans lequel il rassembloit toutes les plantes qu'il pouvoit se procurer; & dans ses promenades, il s'occupoit à ramasser toutes les pièces d'Histoire Naturelle qui pouvoient piquer sa curiosité. Le goût de la Botanique & celui de l'Histoire Naturelle se développoient déjà chez lui, en même temps que les facultés de son esprit.

Le temps de ses études étant fini, il fallut faire choix d'un état. Son inclination le portoit à la Médecine; il en prit les premiers principes à l'Université de Caen, & s'y livra avec encore plus d'ardeur qu'il n'en avoit montré dans ses premières études. A ne considérer que ce que nous avons dit jusqu'ici de M. Rouelle, on seroit tenté de se le représenter d'un tempérament fort, & capable de résister sans peine aux travaux auxquels il s'étoit livré: on se tromperoit cependant beaucoup, & jusqu'à l'âge de dix-huit ans sa santé fut très-chancelante; mais le desir de la gloire & le goût du travail lui tinrent lieu de forces, & lui firent surmonter tous les obstacles que lui opposoit la foiblesse de son tempérament.

Dans le choix qui avoit décidé M. Rouelle pour la Médecine; le motif principal avoit été l'amour de la Chimie, à laquelle il desiroit ardemment de se livrer; mais cette Science exige un laboratoire, des fourneaux, des vaisseaux, & mille autres secours qu'il ne pouvoit se procurer. Son impatience ne lui permit pas d'attendre qu'il pût les avoir, il engagea un Chauderonnier de Caen à lui prêter sa forge, & ce fut-là qu'il établit son premier laboratoire, & qu'il commença l'exercice de la Chimie par des opérations peut-être assez grossières, mais sûrement estimables par le motif qui l'animoit & par le génie qui le conduisoit. Un jour qu'une de ces opérations l'avoit conduit assez avant dans la nuit, il fut obligé de sortir, & laissa la conduite du feu entre les mains d'un de ses frères; celui-ci, moins ardent que M. Rouelle, s'endormit, & à son retour il trouva le feu éteint & l'opération manquée. Cet événement l'anima d'une savante fureur; il saisit le dormeur, le mit hors du laboratoire, lui en interdit l'entrée à jamais, & le remplaça par un autre de ses frères, plus digne d'entrer dans cette laborieuse carrière, & qui en effet l'a fournie avec le plus grand succès.

L'ardeur avec laquelle M. Rouelle se livroit à l'étude de la Chimie, lui eut bientôt fait épuiser toutes les ressources que sa province lui pouvoit offrir en ce genre. Il savoit qu'il pouvoit espérer d'en trouver de nouvelles dans la capitale, mais la médiocrité de sa fortune mettoit un obstacle insurmontable à ce voyage : l'envie de s'instruire le leva. Il osa entreprendre de se réduire à un genre de vie capable d'effrayer quelqu'un moins avide de connoissances, & fut assez heureux pour trouver deux compagnons que la même ardeur, le rapport des caractères & la même honnêteté de mœurs portèrent à l'accompagner dans l'austère genre de vie qu'il méditoit. Une petite chambre, louée en commun, devint leur habitation; leur sobriété faisoit leur abondance, encore la passion de l'étude retranchoit-elle souvent de cet étroit nécessaire, pour l'acquisition de quelques livres. On pouvoit dire, à la lettre, que leur esprit se nourrissoit aux dépens de leur corps.

On juge bien que, dans une pareille retraite, le temps étoit scrupuleusement ménagé; que nos studieux anachorètes eurent bientôt parcouru la carrière dans laquelle ils étoient entrés avec tant de courage, & que M. Rouelle se vit en peu de temps en état d'opter entre les trois parties de la Médecine, pour lesquelles il étoit presque également bien préparé.

L'inclination que M. Rouelle avoit pour la Chimie, étoit par elle-même un motif suffisant pour le déterminer à la Pharmacie; mais il s'y en joignit encore un autre, trop honorable à sa mémoire pour que nous puissions le passer sous silence.

La Médecine & la Chirurgie ont continuellement sous les yeux les misères de l'humanité; ce triste spectacle, & les secours souvent cruels & douloureux que les maux exigent, affectoient si vivement son cœur sensible & vraiment humain, qu'il résolut de se l'épargner en se livrant à la Pharmacie, qui lui offroit presque autant d'occasions d'être utile, & ménageoit en même temps son extrême sensibilité. Cette foiblesse, si c'en est une, avoit sa source dans une qualité de cœur bien estimable & bien précieuse.

M. Rouelle s'étant une fois déterminé, il entra chez M. Spitzley; Apothicaire Allemand, qui tenoit alors le laboratoire du célèbre Lémery, mort il y avoit environ quinze ans. La mémoire de cet

illustre Chimiste y respiroit, pour ainsi dire, encore, & devoit un puissant motif d'émulation pour ceux qui y travailloient : la seule vue des fourneaux leur eût reproché la moindre négligence. Il y resta sept années entières, remplissant le vide des opérations par l'étude de la Botanique & de l'Histoire Naturelle, qui lui valurent l'estime & l'amitié de M.^{rs} de Jussieu.

La lecture des livres de Chimie occupoit le reste de son temps; aucun ne lui échappoit, pas même les plus obscurs & les moins bien raisonnés; il savoit dès-lors en tirer parti, son esprit droit & juste y démêloit le bon par une espèce d'instinct.

Après tant de peines & tant de travaux auxquels M. Rouelle s'étoit dévoué, pour acquérir les connoissances nécessaires à l'état qu'il vouloit embrasser, il étoit bien juste qu'il commençât à en recueillir le fruit. Il s'établit à Paris, en qualité d'Apothicaire-privilégié, & commença en même temps ses Cours particuliers de Chimie.

Tout commencement d'établissement est pénible, sur-tout pour ceux qui, comme M. Rouelle, n'ont qu'une fortune médiocre, & il ne fut pas exempt de ce malheur; mais il faut avouer aussi qu'il s'y procura lui-même des désagréments, par l'inflexibilité de sa vertu & par sa vivacité naturelle, qui souvent l'engagèrent à éclater contre des procédés qui ne méritoient que son mépris, & à négliger des égards & des bienséances desquelles il n'est jamais permis de se dispenser. Ces difficultés, tout-à-fait étrangères à sa capacité, retardèrent considérablement le succès de ses Cours & de son établissement, & il eut besoin de tout son mérite pour les surmonter. Leçon importante pour tous ceux à qui le commerce avec les Sciences pourroit faire oublier que c'est à des hommes qu'ils doivent les communiquer, & qu'il n'y en a point sans défauts. Il arriva cependant ce qui devoit naturellement arriver, le mérite de M. Rouelle triompha enfin de tous ces obstacles, sa réputation s'établit, & avec elle une espèce d'opulence. Il essuya néanmoins encore quelques contradictions, il fut critiqué & même avec assez d'amertume; mais il prit alors le parti qu'il auroit dû prendre d'abord, il laissa parler les critiques & continua d'enseigner : le Public décida en sa faveur, & ses succès le vengèrent bien mieux qu'une réponse.

Cette réputation, qu'il s'étoit si justement acquise, lui procura bientôt d'autres avantages; la place de Démonstrateur en Chimie au Jardin-royal vint à vaquer, en 1742, & il l'obtint sur la seule réputation, & malgré les vives sollicitations de ses compétiteurs.

Il étoit bien difficile qu'un nom répété aussi souvent & aussi avantageusement que celui de M. Rouelle, ne parvînt pas aux oreilles de l'Académie, & plus difficile encore qu'il n'y fit desirer un sujet si généralement estimé; il y fut en effet souhaité, & l'Académie faillit, en 1744, l'occasion de se l'acquérir, en le nommant à la place d'Adjoint-Chimiste, vacante par la promotion de M. Malouin à celle d'Associé.

A peine y fut-il entré qu'il lut un excellent Mémoire *sur les Sels neutres*, dans lequel il essaye d'en donner une division méthodique, fondée sur la théorie de leur cristallisation. Lorsqu'on évapore doucement de l'eau qui tient un sel en dissolution, les molécules salines, jusque-là invisibles dans l'eau, s'unissent & reparoissent sous une forme constante & propre à chaque espèce de sel; & non-seulement chaque sel affecte, en se cristallisant, une forme constante, mais encore chacun retient plus ou moins d'eau dans la cristallisation, & exige un temps d'évaporation plus ou moins long pour se cristalliser. C'est de l'assemblage de ces caractères différemment combinés, que M. Rouelle tire la division des sels en six classes. On avoit bien travaillé jusqu'ici à classer les productions de la Nature, mais on ne s'étoit pas encore avisé de rappeler à une division méthodique les ouvrages de l'art.

Ce premier travail en occasionna l'année suivante un second; *sur la cristallisation du sel marin en particulier*. Il y détermine le degré précis d'évaporation nécessaire pour obtenir les petites pyramides que donne ce sel; il y fait voir que ces molécules salines, spécifiquement plus pesantes que l'eau, s'y précipiteroient nécessairement sans leur adhérence avec l'air; que cette adhérence exige qu'elles soient parfaitement sèches; & qu'enfin la poussière qui voltige dans l'air peut, en favorisant cette dessiccation, faire cristalliser les sels à un degré d'évaporation beaucoup moindre que celui qui est ordinairement nécessaire à cette opération. Cette dernière observation fut fournie à M. Rouelle par l'incommode

circonstance d'un bâtiment qu'on abattoit dans son voisinage, & de laquelle il fut profiter pour découvrir ce petit mystère de la Nature.

Deux ans après il donna un Mémoire sur un sujet différent, & bien propre à piquer la curiosité des Physiciens. On connoissoit depuis long-temps la propriété qu'a l'esprit de nitre, d'enflammer les huiles essentielles. Olais Borichius, célèbre Chimiste Danois; avoit proposé, il y a environ quatre-vingt-onze ans, d'enflammer l'huile de térébenthine par l'esprit de nitre; mais soit que le procédé qu'il donna fût mal énoncé, soit qu'il se fût réservé, comme il y a lieu de le soupçonner, le tour de main nécessaire, les plus habiles Artistes n'avoient pu y réussir; & si Dippel, & M.^{rs} Hoffman & Geoffroy étoient parvenus à enflammer cette huile, ce n'avoit pas été avec l'acide nitreux seul, mais en y joignant l'acide vitriolique, pour le déflagmer plus parfaitement.

Jusque-là l'inflammation des huiles essentielles par l'esprit de nitre seul, avoit été mise au rang des problèmes dont la solution étoit encore à donner. M. Rouelle entreprit cette recherche, & après bien des tentatives inutiles, il parvint enfin à deviner le tour de main jusque-là inconnu, & qui étoit comme la clef de l'opération; l'esprit de nitre s'enflamme à la vérité lorsqu'il peut s'unir avec une matière qui contienne de la matière inflammable; mais il faut que cette matière soit réduite sous la forme de charbon; il imagina donc d'attendre que les premières portions d'acide nitreux versées sur l'huile en eussent produit un, pour lors en versant sur ce charbon une petite quantité de nouvel acide, l'inflammation se fait infailliblement; avec ce tour de main, il est beaucoup plus rare qu'elle manque, qu'il ne l'étoit qu'elle réussit, avant que M. Rouelle l'eût donné; il poussa même la solution plus loin; & par des procédés toujours fondés sur la saine théorie, il parvint à enflammer plusieurs huiles grasses ou tirées par expression.

La liaison entre la Littérature & les Sciences, est plus intime qu'on ne le pense communément, un morceau d'Histoire auquel feu M. le Comte de Caylus travailloit alors, le mit dans le cas de consulter M. Rouelle, il s'agissoit des embaumemens des anciens Égyptiens, il étoit question de deviner quelles étoient les

matières qu'ils employoient, & dont on peut avoir quelques échantillons dans les momies qui nous restent, & la manière dont ils les employoient. Nous disons deviner, car ce qu'en a écrit Hérodote, n'étoit ni assez étendu ni assez exact pour éclaircir suffisamment cette matière.

La confiance de M. de Caylus, ne fut point trompée, la Physique vint utilement au secours de l'Histoire, mais le travail se multiplia si fort entre les mains de M. Rouelle, qu'il devint la matière d'un Mémoire, qu'il lut à une des Assemblées publiques de l'Académie, & qui fut reçu du Public, avec le plus grand applaudissement.

Il y fait voir que l'art des embaumeurs Égyptiens, consistoit à consumer les entrailles, & à dessécher les chairs, par le moyen de l'ancien *natrum* d'Égypte, qu'il démontre être un puissant alkali, l'analyse qu'il avoit faite des matières balsamiques jointes aux momies lui avoit découvert qu'elles étoient composées de bitume de Judée, de succin & de quelques gommés aromatiques. Ces connoissances l'avoient mis à portée de réformer le passage d'Hérodote, où cet historien décrit les embaumemens des Égyptiens, dont vraisemblablement il n'avoit pas suivi les opérations par lui-même. Les différences qui se trouvent dans les momies, lui avoient fait remarquer jusqu'à quatre espèces différentes d'embaumemens, depuis celui qui n'étoit qu'un simple desséchement jusqu'au plus somptueux : il n'oublie pas même que sur les bandes qui enveloppoient extérieurement une de ces momies, richement embaumée, on avoit trouvé une écriture inconnue, mais dont toutes les lignes, de deux en deux, étoient terminées par les mêmes caractères, ce qui sembleroit indiquer des vers rimés, & feroit remonter ainsi la rime jusqu'à la plus haute antiquité. En un mot il étoit, à force de recherches, parvenu à donner une description si complète de cet art, qu'on le pourroit pratiquer aujourd'hui, si l'on vouloit, avec le même succès que les Égyptiens.

Cette même année 1750, fut aussi marquée par deux événemens trop honorables à la mémoire de M. Rouelle, pour pouvoir ici les passer sous silence.

Nous avons dit que M. Rouelle s'étoit établi à Paris, comme

Apothicaire-privilégié, la compagnie des Apothicaires de Paris fut jalouse de s'acquérir un sujet si distingué; elle fit offrir de le recevoir, & le laissa absolument le maître des conditions; elle ne risquoit rien, la noblesse de ses sentimens ne lui eût pas permis d'abuser de cette offre dont il sentoît tout le prix, il l'accepta, & fut reçu.

Peu de mois avant cette réception, l'Académie royale de Stockolm, l'avoit nommé pour un de ses Membres : nomination qui certainement n'étoit pas dûe à l'intrigue & à la cabale, il ignoroit même qu'on eût pensé à lui, & son seul mérite avoit parlé en sa faveur, il ne savoit pas solliciter d'une autre manière.

Non-seulement M. Rouelle ne savoit pas faire de sollicitations, mais même il savoit refuser les places qui s'offroient de la façon la plus flatteuse, dès qu'elles ne pouvoient s'ajuster au plan d'étude qu'il s'étoit proposé; une des places de premier Apothicaire du Roi, vient à vaquer, l'importance de cette place engagea M. le Duc de la Vrillière, à la venir offrir lui-même à M. Rouelle, mais il auroit fallu abandonner ses travaux & ses Cours, & qui plus est, aller habiter un pays où toutes les professions se changent en celle de courtisan : M. Rouelle ne put s'y résoudre, & la place fut opiniâtrément refusée; l'offre & le refus, sont par leurs motifs également dignes de louanges, & l'Académie se fera toujours honneur de compter au nombre de ses Membres, les deux Acteurs de cette scène malheureusement trop singulière; il ne tint pas la même rigueur à la proposition qui lui fut faite peu de temps après, d'accepter la place d'Inspecteur général de la Pharmacie de l'Hôtel-Dieu; celle-ci ne le tiroit point de ses occupations, ne l'entraînoit point à la Cour, & procuroit à son cœur généreux & bienfaisant, des moyens d'être utile sans qu'on le pût soupçonner d'intérêt, aussi n'hésita-t-il point à l'accepter; & cette place lui offrit une occasion bien singulière de faire paroître combien le zèle qui l'avoit porté à l'accepter, étoit désintéressé. Les Marchands qui fournissent à l'Hôtel-Dieu; tout ce qui concerne cette partie, sont dans l'usage d'envoyer tous les ans, une corbeille chargée de présens, à celui qui est chargé de l'inspection. M. Rouelle trouva cette corbeille en

rentrant

rentrant chez lui, il la refusa avec mépris, & ne voulut jamais l'accepter tant qu'il a vécu : c'étoit peut-être pousser le défintéressement, jusqu'à l'excès; mais les excès en ce genre, sont d'autant plus honorables qu'ils sont plus rares : il se mettoit par-là en droit de ne pas ménager les abus; & pour les réprimer plus efficacement, il proposa aux Administrateurs, d'établir dans la maison même un premier Apothicaire, il donna un homme de sa main, & cet utile établissement qui subsiste encore aujourd'hui, en a fait disparaître la plus grande partie.

Ses occupations quelque multipliées qu'elles fussent, ne faisoient pas oublier à M. Rouelle, les devoirs qu'il s'étoit imposés envers le Public en entrant à l'Académie; il donna en 1754, un Mémoire, sur la surabondance d'acide qu'on observe dans quelques sels neutres. On avoit toujours cru jusque-là, qu'un sel neutre étoit composé d'une portion d'acide jointe à autant d'alkali, de matière métallique ou de terre absorbante, qu'il en falloit pour le saturer absolument; M. Rouelle soupçonna que cette saturation pouvoit n'être pas toujours si parfaite, & des recherches qu'il fit sur ce sujet, il résulte qu'il y a des sels neutres dans lesquels il existe une portion considérable d'acide, non uni à leur base; que souvent il se forme du même mélange deux sels, dont l'un a beaucoup d'acide, & l'autre très-peu; que plus les sels sont chargés d'acide, plus ils sont solubles, & que ceux qui en ont le moins sont les plus difficiles à dissoudre. Cette théorie appuyée par-tout sur des faits aisés à vérifier, donne la clef d'une infinité de phénomènes embarrassans, & peut être regardée comme un de ces principes primordiaux, auxquels on peut rappeler une infinité de faits qui en dépendent; il n'est peut-être pas donné aux Physiciens, de les expliquer autrement.

Ce Mémoire a été le dernier qu'il ait lû à l'Académie; presque aussitôt après, il fut chargé par le Ministre de la guerre, d'une opération importante, il s'agissoit de l'examen d'une nouvelle méthode de raffiner & même de composer le salpêtre : cet examen qui fut fait à l'Arsenal & à Essonne, de concert avec feu M. de Vallière, fut pénible & dura plusieurs mois, il en résulta que la méthode proposée, dénatureroit entièrement la poudre, & auroit

causé par-là au royaume, un dommage incroyable; les fatigues de cette opération lui causèrent un agacement dans le genre nerveux, qui a été le germe fatal de la maladie dont il est mort: ce fut-là le seul fruit qu'il recueillit de son travail. L'auteur du projet étoit puissamment protégé, & il se vangea du refus qu'il avoit essuyé, en faisant perdre à l'examineur, la juste récompense qui lui étoit dûe.

M. Rouelle étoit apparemment destiné à essuyer de semblables aventures, l'année suivante il fut encore chargé d'un travail considérable pour l'examen des Monnoies d'or, il s'en acquitta de manière qu'on s'engagea à créer une place en sa faveur, il se fia sur cette promesse, & n'eut point la place; il ignoroit apparemment qu'à la honte de l'humanité, les récompenses les plus justement méritées, ne s'obtiennent ordinairement qu'à force de les solliciter.

L'état de la santé de M. Rouelle, devenoit cependant plus fâcheux, & l'obligeoit souvent à garder la chambre, il avoit obtenu en 1752 à l'Académie, la place d'Associé-Chimiste, vacante par la promotion de M. Bourdelin à celle de Pensionnaire, mais ses absences forcées devenant toujours plus fréquentes, il ne se crut pas en état de remplir la place de Pensionnaire, qui vqua en 1766, par la mort de M. Hellot, & ne se mit point sur les rangs. La même raison l'obligea en 1768, à demander au Roi un successeur à sa place de Démonstrateur au Jardin du Roi, elle fut donnée à ce frère dont nous avons déjà parlé, confident de ses vues & de ses travaux, bien digne à tous égards de lui succéder, & que la Société des Arts de Londres, vient de mettre depuis peu au nombre de ses Membres; enfin il fut forcé de succomber à des douleurs invétérées, qui alloient toujours en augmentant depuis six ans, elles lui avoient ôté presque entièrement l'usage des jambes.

Dans ce fâcheux état, on crut que le changement d'air pourroit faire au moins quelque diversion à ses maux, & on le transporta à Passy, il n'y trouva aucun soulagement; bien loin de là, ses douleurs augmentèrent, & il mourut le 3 Août 1770, âgé d'environ soixante-six ans.

M. Rouelle n'étoit pas d'une grande taille, sa physionomie &

Sur-tout ses yeux annonçoient sa vivacité ; il étoit naturellement assez doux, mais il ne falloit pas le contredire en Chimie, la moindre bévue en ce genre, l'irritoit plus qu'une insulte, & la dispute devenoit bientôt très-vive, au reste cette vivacité n'étoit que du moment & on la lui pardonnoit aisément, en faveur du motif; lors même qu'il ne disputoit pas sur ce sujet, il lui suffisoit d'en parler pour entrer dans un certain enthousiasme, & son geste s'animoit au point, qu'il en avoit contracté une espèce de tic, qui ressembloit à des mouvemens convulsifs, & qui tenoit peut-être à la maladie dont il est mort.

Mais s'il avoit négligé ces agréables dehors de vertu que donne la politesse & le grand monde, il possédoit les vertus mêmes au suprême degré, & il étoit ardent défenseur & religieux observateur de tout ce qu'il y a de sacré parmi nous : nous n'en rapporterons ici que peu de traits, mais qui seront des preuves sans réplique.

Dans le temps de sa jeunesse, un de ses parens avoit sollicité son père, de lui faire embrasser l'état ecclésiastique, dans la vue d'employer le crédit qu'il avoit, pour lui faire obtenir des bénéfices considérables ; la tentation étoit délicate, mais M. Rouelle rejeta durement la proposition, il savoit dès-lors, que l'Etre suprême s'est réservé le choix de ses Ministres, & qu'il menace de sa colère, ceux qui par des motifs humains, osent porter à ses autels une main téméraire, sans y avoir été appelés par lui-même.

Il ne souffroit ni relâche ni désordre dans l'intérieur de sa maison; il s'assuroit avec grand soin des mœurs, des talens & des études de ceux qu'il y admettoit; ceux qui s'y distinguoient par leur exactitude & par la pureté de leurs mœurs, trouvoient bientôt en lui, un ami tendre & zélé; mais ceux qui sortoient de leur devoir & qui n'y rentroient pas après quelques avertissemens, n'y faisoient pas un long séjour, & en étoient sévèrement exclus.

Son cœur & sa maison étoient toujours ouverts à ceux de ses parens que le défaut de ressources, ou un âge trop tendre, mettoient dans le cas de rechercher les secours; il avoit pour eux des entrailles de père, & ne mettoit aucune différence entre eux & ses propres enfans.

La réputation de son savoir n'étoit pas plus répandue que celui de sa probité, & il étoit si bien connu sur ce point chez les Étrangers, qu'ils lui envoyoient leurs Élèves; ils comptoient leur procurer, aux dépens de ce voyage, les moyens de se former également sous ses yeux aux Sciences & à la vertu.

Après tout ce que nous avons dit de M. Rouelle, il est presque inutile d'ajouter ici qu'il n'étoit pas courtisan; jamais, en effet, il ne s'est servi de l'accès qu'il avoit auprès des Ministres pour leur rien demander pour lui-même: peut-être eût-il mieux fait de ne pas pousser ce désintéressement si loin.

Son attachement pour sa patrie étoit extrême: on a pu remarquer qu'il n'avoit donné que peu de Mémoires à l'Académie; mais, indépendamment de ses Leçons publiques, il avoit encore une autre occupation qui lui emportoit une grande partie de son temps. Il travailloit à un Cours complet de Chimie, & quoique cet ouvrage ne fut encore que commencé, on savoit qu'il y travailloit. Un Anglois fit exprès le voyage de Londres à Paris, dans la vue de lui proposer d'acheter cet ouvrage pour en enrichir sa patrie; il lui offrit de lui en payer cinq cents Louis de plus que les Libraires de Paris, s'engageant en même temps à le faire traduire en plusieurs langues; mais, malgré tout le brillant de cette proposition, l'amour de la patrie l'emporta chez M. Rouelle, & elle fut refusée. Il n'a pas eu la consolation de finir cet ouvrage, mais nous nous hâtons d'annoncer au Public qu'il n'y perdra rien, & qu'il le recevra bientôt des mains de M. son frère, parfaitement au fait des vues de l'Auteur, & plus digne que personne de lui faire un pareil présent.

M. Rouelle s'étoit marié presque en même temps qu'il s'étoit établi; il n'avoit jamais regardé le mariage comme une affaire de calcul; il crut que l'honnêteté des mœurs, la décence, l'intelligence dans les affaires, le courage & la modestie pouvoient plus contribuer à son bonheur qu'une dot plus considérable, & il a eu le bonheur de n'être pas trompé, & de jouir long-temps en paix de la sagesse de son choix.

De douze enfans qu'il a eus de ce mariage, il n'en reste aujourd'hui que deux, un garçon & une fille. Il avoit présidé lui-même à l'éducation de son fils, & comptoit le faire incessamment

voyager, pour le perfectionner dans l'Histoire Naturelle, dont il lui avoit inspiré le goût. Le devoir qui l'attachoit à son père, pendant ses longues infirmités, l'en a empêché jusqu'ici; mais il se propose d'honorer sa mémoire en continuant d'exécuter ses volontés, même après sa mort.

La place d'Associé-Chimiste, de M. Rouelle, a été remplie par M. Macquer, déjà Adjoint dans la même classe.



ÉLOGE DE MILORD MORTON.

JACQUES Douglas, Comte de Morton & d'Aberdour; Pair & Surintendant des Archives d'Écosse, Chevalier de l'Ordre du Chardon, & l'un des seize Représentans de la Pairie d'Écosse au Parlement d'Angleterre, Président de la Société royale de Londres, & chargé du soin du *Museum Britannicum*; naquit à Édimbourg en Écosse, en l'année 1707. La maison de Douglas dont il sortoit, étoit l'une des plus anciennes de l'Écosse, & peut-être de l'Europe; & le Comte de Morton tient la cinquième place parmi les Comtes Écossais.

Il commença ses études en Écosse, & vint ensuite les continuer au Collège royal de Cambridge : après les avoir finies, il partit pour faire le tour de l'Europe, suivant l'usage de toute la jeune Noblesse angloise, dont l'éducation finit ordinairement par-là. Mais si tous vont voyager, tous ne tirent pas un égal avantage de leurs voyages. Le génie Philosophique du jeune Comte de Morton, le mit à portée de profiter du sien, & quand il revint en Angleterre, il avoit acquis plus de science & de talens, que n'en rapportent ordinairement de leurs voyages, les personnes de son rang. Bientôt ce goût lui fit faire connoissance avec le célèbre M. Mac-Laurin, il en fit son ami & ce fut par ses conseils & avec son secours, qu'il forma à Édimbourg, une Société de Philosophes, dont il devint le Président; se trouvant ainsi à l'âge de moins de vingt-six ans, fondateur d'une Académie qui est aujourd'hui au rang des plus célèbres de l'Europe.

Plus Milord Morton s'appliquoit à donner des preuves de son amour pour les Sciences, plus il donnoit de droits sur lui à la Société royale. Cette célèbre Compagnie, s'empressa d'en user, & elle le mit en 1733, au nombre des Membres qui la composent.

Cet honneur ne fit que redoubler son ardeur, il crut que la reconnaissance lui impoisoit de nouveaux devoirs, & la Société persuadée de son attachement pour elle, le mit souvent dans le petit nombre de ceux qui composent son Conseil, où il fut plus attentif qu'aucun de ses collègues, à tout ce qui pouvoit intéresser l'avancement des Sciences ou les intérêts de la Compagnie. Enfin en 1763, la Société royale trouva moyen de le placer à sa tête comme elle le desiroit depuis long temps. La place de Président vacante par la mort de Milord Macclesfield, lui fut déferée tout d'une voix.

Dès que le Lord Morton se vit revêtu de cette dignité, il crut avoir contracté un nouvel engagement avec les Sciences & avec la Société royale, il apporta toujours la plus grande attention à encourager les découvertes & à augmenter les connoissances, il s'arma d'une sage sévérité, pour ne laisser proposer dans les élections, que des sujets capables de faire honneur à la Société; & pour maintenir l'ordre dans les assemblées.

Les qualités de Milord Morton, & son zèle pour l'avancement des Sciences, étoient bien connus en France, & sur-tout dans l'Académie, dont plusieurs Membres l'avoient vu, soit dans ses voyages en France, soit en Angleterre, elle desiroit depuis longtemps de le voir dans le petit nombre de ses Associés-Étrangers. La mort de Milord Macclesfield, qui laissoit une de ces places vacante, la mit à portée de suivre son inclination, & il obtint cette place le 30 Mai 1764; il étoit alors occupé de tous les mouvemens qu'il se donnoit à l'occasion du passage de Vénus sur le Soleil, qui devoit arriver le 3 Juin 1769, car son zèle paroissoit se renouveler, quand il se présentoit de ces occasions qui intéressent le bien général de l'humanité; il se donna des peines incroyables dans cette occasion, il travailla à procurer des situations avantageuses pour les observations, il rechercha des

Observateurs, il obtint du roi d'Angleterre, deux vaisseaux pour ces expéditions, & enfin il eut plus de part que personne, aux instructions qui furent données aux Observateurs ; l'Europe entière a été informée du succès de ces savantes expéditions.

Une seconde occasion de cette espèce, se présenta en 1766, & malgré la multiplicité des occupations que lui donnoit la place de Président de la Société royale, il assista régulièrement comme Commissaire des Longitudes, aux conférences qui se tinrent sur cet important objet ; & travailla à proportionner les récompenses promises par la législation, aux services rendus en cette partie, & comme on savoit qu'on ne pouvoit trop l'occuper, il fut encore nommé Commissaire du *Musæum Britannicum* : emploi dans lequel il montra autant d'intelligence que d'activité.

Milord Morton étoit entré dans le monde, long-temps avant la mort de M.^r son père, & ne jouissoit par conséquent pas des titres de sa maison : dès que la mort de ce Seigneur l'en eut mis en possession, le Roi lui conféra l'Ordre militaire du Chardon, & peu de temps après il fut élu pour un des seize Représentans de la Pairie d'Ecosse dans le Parlement ; poste qu'il garda jusqu'à sa mort, & où il soutint toujours avec la plus vive éloquence, les grands intérêts de la nation ; & tout ce qui pouvoit intéresser l'ordre public.

Il avoit été nommé à l'importante place de Surintendant des Archives d'Ecosse, & pour mieux s'acquitter des devoirs de cette place, il avoit formé l'utile projet d'un cabinet d'Archives de ce royaume, il en avoit même commencé l'exécution, lorsque sa mort arrivée en 1768, mit également fin à sa vie, & à ses projets.

Milord Morton aimoit véritablement les Sciences, & il étoit ami né de tous ceux qui s'y distinguoient, il étoit sur-tout lié avec presque tous ceux qui sont à la tête de la Littérature en France, qu'il avoit connus dans ses voyages ; toutes les fois que quelques Étrangers savans passaient en Angleterre, il se croyoit obligé de faire les honneurs de la Nation, de leur offrir ses services, & non-seulement il les traitoit comme il convenoit à un homme de sa condition, mais encore il n'épargnoit rien pour

leur faciliter l'exécution de leurs projets ; on sait la manière dont il en usa avec M. le Monnier, lorsque cet Académicien alla chez lui en Écosse, pour y observer l'éclipse de Soleil de 1748, qui devoit y être annulaire ; le but de cet Académicien, étoit de prouver par cette observation, ce qu'il avoit soupçonné, que le diamètre de la Lune, ne seroit pas autant altéré que le supposoient M.^{rs} de la Hire & Newton ; & en effet, il ne le fut en aucune manière : observation précieuse, confirmée depuis par celles de l'éclipse annulaire de 1764, & à laquelle Milord Morton eut très-grande part, par toutes les facilités qu'il procura à M. le Monnier : en un mot, on peut dire que jamais personne n'eut plus de droit que lui, à l'estime & à l'amitié des gens de Lettres, & à la confiance de sa patrie ; & que personne n'a jamais plus constamment que lui, joui de l'une & de l'autre.

Il avoit été marié deux fois ; la première avec Milady Halyburton, d'une très-ancienne famille d'Écosse, que son amour pour les Sciences nous permet d'associer à cet éloge ; & il a eu de chacun de ses deux mariages, un fils & une fille.





M É M O I R E S
D E
M A T H É M A T I Q U E
E T
D E P H Y S I Q U E,
T I R É S D E S R E G I S T R E S
de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXX.

M É M O I R E

Sur les SOLFATARES des environs de ROME.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

L E S Eaux soufrées sont communes en Italie, & l'on peut regarder la source que l'on traverse en allant de Rome à Tivoli, à un lieu distant de Rome de quatre à cinq lieues mesure de France, comme une de celles qui
3 Mars 1770.
Mém. 1770. A

semble en être la plus chargée (a). On passe à cet endroit, & vers le milieu du chemin de Rome à Tivoli, un pont sous lequel coule un ruisseau large de quatre à cinq pieds; l'eau de ce ruisseau se nomme l'*aqua zolfa*, parce qu'en Italien on appelle le soufre *zolfo*; elle a une odeur de foie de soufre si considérable, qu'elle se fait sentir à plus d'une lieue quand le vent y porte. Nous en avons été infectés à une demi-lieue; & quelquefois, à ce que l'on prétend, l'odeur vient jusqu'à Rome. L'eau est bleuâtre, & prend la couleur de celle dont on se sert pour mettre certain linge au bleu.

Cette eau mise dans un verre paroît claire; elle y conserve cette couleur bleuâtre & son odeur de foie de soufre. Pour que cette eau colorée garde ainsi toute sa transparence, il faut que la dissolution du foie de soufre soit très-complète. Elle coule rapidement, & n'a dans le canal qu'on lui a formé pour la conduire jusqu'au *Teverone*, où elle va se décharger, que trois, quatre ou cinq pieds de profondeur: les bords du canal le long de ce ruisseau, sont garnis d'une pâte de soufre qui semble grasse au toucher, & l'on ne peut pas se tromper à son odeur.

L'eau soufrée contient encore un sédiment qui paroît avoir produit avec le temps les carrières d'où l'on tire aujourd'hui la pierre appelée *travertin*, *tiburine*, ou de *Tivoli*. Ces pierres ont le grain très-fin, & sont percées de plusieurs trous; on en construit aujourd'hui une grande partie des bâtimens de Rome. Pline en parle (*lib. XXXVI, cap. XXII*): ce dépôt seroit-il l'effet de la sélénite que l'eau tenoit en dissolution; & la pâte soufrée dont nous avons parlé, contiendroient-elle aussi une partie de ces mêmes pierres que l'eau auroit décomposées? Si l'on admet cette conjecture, on demandera encore long-temps, sans doute, comment ces eaux ont pu former ces pierres, & ensuite dissoudre & déposer cette même sélénite, & quel est l'agent dans ces

(a) Voyez le Mémoire de M. l'abbé Noilet, année 1750; dans ceux des *Savans Étrangers*, la description que donne M. l'abbé Mazéas; de cette

source & des solfatares des environs de Rome: Kirker, *Latium vetus & novum*.

deux différentes opérations (b) ! La Chimie nous offre cependant un exemple de ce fait dans le *liquor silicum* de M. Pott ; on fait que l'on peut précipiter par un acide les cailloux qui ont été dissous par un alkali ; & qu'après quelques jours, le fluide redissout encore le précipité qu'il avoit formé ; mais ceci n'est propre qu'à appuyer ma conjecture, sans pouvoir donner une raison satisfaisante des moyens & du comment elle pourroit avoir lieu. Il est certain que l'eau soufrée dissout les pierres du canal qu'elle traverse ; car nous avons dit qu'elles sont détruites & percées. Je voudrois avoir rapporté de cette espèce de pâte jaune & soufrée qui se trouve le long de ces pierres, & que je crois formée en grande partie de ces pierres dissoutes. Les eaux déposent encore la sélénite dont nous avons fait mention, sur les plantes ou substances étrangères qui se trouvent sur les bords du canal qu'elles traversent, & les encroûtent ; ces incrustations durcissent à l'air, ainsi que les pierres tiburtines qui acquèrent de la dureté étant employées. Comme en très-peu de temps les différentes substances se trouvent encroûtées, les paysans arrosent avec cette eau des plantes & des fleurs ; elles se recouvrent de ce limon pétifiant, & elles ressemblent pour lors aux confitures de sucre glacées ou candies.

Le loig du chemin qui conduit à ces eaux, on trouve encore de petites pierres blanches qui ressemblent tellement, par leur forme & leur blancheur, à des dragées, que l'on s'y trompe ; aussi le nom de dragées de Tivoli leur a-t-il été donné.

Nous avons été jusqu'à la source de cette eau, elle forme deux petits lacs d'environ quarante toises dans leur plus grande étendue ; proche l'un de ces bassins, sont des restes d'édifices anciens, connus aujourd'hui sous le nom de *Bagni della Regina*. On croit que ce lieu & ces eaux, étoient destinés pour servir de bains aux Anciens qui en connoissoient les propriétés : on les met encore en usage. On nomme l'eau de ces bains *Albula*, à cause de sa

(b) Ces pierres se calcinent & se réduisent en chaux ; cependant quelques Auteurs l'ont regardé comme une lave ou un produit de volcan.

Je ne crois pas la pierre formée par le volcan, mais il me paroît seulement qu'elle contient des parties de volcan.

couleur, qui n'est pas cependant une véritable couleur blanche; Martial, *lib. I, Epigram.* Pline, *Hist. natur. lib. XXXI, cap. II (c).*

M'étant proposé de donner ici l'histoire de ce lieu, j'ai cru devoir même rassembler ce qui a déjà été examiné par ceux qui m'ont précédé, en ajoutant seulement l'idée que je propose sur la formation des pierres de Tivoli, & sur la destruction de cette même sélénite.

Le lieu sous lequel passe ce ruisseau résonne creux quand on frappe sur la superficie, il est sec & aride; les plantes n'y viennent pas, non plus que sur les bords du ruisseau. L'eau du lac paroît bouillir quand on y jette quelque corps étranger; j'ai cru ce phénomène produit par la décomposition qui se faisoit dans cette eau du corps qui y tomboit, & qu'il y occasionnoit une espèce d'effervescence, mais je n'ai pas tardé à perdre cette idée. Tout corps produit le même effet, une pierre de quelque nature qu'elle soit, un caillou, un bâton, &c. suspendu à une corde, ou jeté dans cette eau, y occasionne le même mouvement, & les mêmes bulles d'air: & ces corps quand on les retire, paroissent n'y avoir souffert aucune décomposition. Il semble donc que cet effet singulier, que nous avons examiné avec attention, n'est produit que par des bulles d'air qui se détachent du fond, & qui montent à la superficie de l'eau: mais qu'est-ce qui fait monter les bulles? c'est ce qui reste encore à déterminer: j'imagine qu'elles sortent d'un fond de bourbe chargée d'eau; ce qui paroît d'autant plus constant, qu'ayant descendu une pierre suspendue à une corde, & l'ayant devidée assez longue pour que la pierre ne tirât plus la corde, & qu'elle semblât porter au fond, les bulles étoient d'autant plus de temps à monter & à paroître à la superficie de l'eau,

(c) Les environs de Tivoli étoient garnis de maisons de campagne dans le temps des anciens Romains; aujourd'hui cet endroit est encore un lieu de délices, parce qu'outre sa position agréable, on y trouve les meilleurs matériaux pour y bâtir; la pierre travertine, tiburtine, ou le

travertin, y est commun, la pouzolane, ou une terre semblable, y est aussi en abondance; on y cuit des briques; on fait de la chaux avec le travertin qu'on joint avec un sable tiré de Teverone, pour en former d'excellent mortier.

qu'il avoit fallu filer plus de corde pour parvenir jusqu'au fond, & que les bulles montoient plus précipitamment quand, en changeant de place, le hazard faisoit trouver un fond plus voisin de la superficie, & qu'il falloit lâcher moins de corde pour que la pierre parvint au fond.

M. l'abbé Mazéas croit (*dans le Mémoire déjà cité*) que c'est une terre calcaire unie à du soufre & à une portion de bitume, qui produit ce phénomène : je ne doute pas qu'il n'y ait de la terre séléniteuse dans ce lac ; mais toute terre grasse & chargée d'air qui s'imbibe d'eau, produit ce même effet qui est plus ou moins apparent, suivant qu'il y a plus ou moins d'épaisseur de terre ou de bourbe dans le fond du lac ou bassin, & que cette bourbe contient plus d'air (*d*).

Ce lac, suivant la corde que nous avons été obligé de filer, 2, en certains endroits, jusqu'à 60, 70 & 80 brasses ; nous n'avons pu aller au milieu du lac, où l'eau a sans doute encore plus de profondeur. On voit sur ce lac plusieurs petites îles flottantes (*e*) qui changent quelquefois de place, je les crois produites par la vertu corrosive qu'ont ces eaux ; elles détruisent les terres qui sont au-dessous des végétaux qui ont déjà souffert eux-mêmes une espèce de décomposition : ces plantes deviennent des espèces de tourbes sur lesquelles les eaux n'ont plus de prise ; les plantes restent liées & forment ces îles qui peuvent supporter un homme sans qu'il s'y enfonce : j'ai marché sur celles qui étoient voisines d'un des bords, & je me suis cependant aperçu qu'en appuyant, l'eau sourcilloit de plusieurs endroits sous mes pieds.

On dit que les oiseaux ne passent jamais sur ce lac, & que s'ils le traversoient ils seroient punis de leur témérité par une mort prompte : je pense que s'ils étoient long-temps exposés à cette vapeur, ils pourroient en être suffoqués ; mais je n'imagine

(*d*) L'on voit souvent monter de pareilles bulles d'air des mares bourbeuses, & ceci leur arrive principalement lorsque le temps menace d'un orage prochain.

(*e*) Voyez M. Spon, *Voyage d'Italie*, qui parle des îles flottantes, *livre I.^{er}* M. l'abbé Nollet, *Mémoires de l'Académie* 1750 ; & M. l'abbé Mazéas, *dans le Mémoire déjà cité*.

pas que l'effet en fût aussi prompt ; je crois l'avoir presque prouvé ; cependant il me manquoit un oiseau pour le soumettre à cette expérience.

Depuis l'endroit où nous avons commencé à sentir la mauvaise odeur de cette eau , jusque vers la source , nous avons trouvé nombre de pieds d'arbres de Judée (*f*) , qui sont peu élevés & foibles de tiges , sans doute parce qu'on les coupe pour se chauffer ; ils viennent *spontè* (Voyez *Hist. de l'Acad. 1704.* où il est parlé de cette eau sulfureuse).

J'ai trouvé , comme M. l'abbé Nollet , la chaleur de ces eaux de 20 degrés , tandis que le thermomètre à l'air libre étoit à 18 degrés. Les observations que nous avons faites , n'indiquent donc qu'une très-foible chaleur dans ces eaux , même au fond du lac , malgré l'expérience que cite Kirker , d'un plongeur qui , descendu à dix palmes de profondeur , n'osa aller plus loin , s'y sentant les pieds brûlés ; & quoique les bulles d'air qui s'en élèvent d'espace en espace aient paru indiquer l'effet d'un bouillonnement , nous croyons en avoir donné la véritable origine , qui ne dépend point de la chaleur.

L'eau de ce bassin de couleur bleuâtre répand , ainsi que je l'ai dit , une odeur très-désagréable. Il m'a paru que cette vapeur fatiguoit la gorge & la poitrine : cette vapeur change la couleur des végétaux & celle du cuivre ; en très-peu de temps les boutons de mon habit , des boucles de similor sont devenus rouges , le galon d'or a noirci , & la vapeur a fait plus d'effet sur ces métaux , que l'eau même dont j'ai imbibé une partie du galon.

Voici quelques expériences faites (chez M. Cadet) sur une bouteille de ces eaux que j'ai apportée à Paris ; la bouteille étoit épaisse & bouchée avec tout le soin possible : l'eau , près d'un an après , lorsque je l'ai débouchée , avoit encore une couleur bleue , mais peu foncée , elle répandoit une odeur de foie de soufre très-vive , mais peu foncée , elle répandoit une odeur de foie de soufre très-vive. Après avoir fait évaporer une partie de cette eau , elle a déposé un peu de soufre & une substance blanche , qui est une véritable terre calcaire , & une petite quantité de sel marin à base terreuse :

(*f*) *Siliquastrum. Inft.*

cette substance blanche & terreuse a fermenté avec l'acide du vinaigre; le résultat de ce mélange a laissé une terre folliée à base terreuse.

L'huile de tartre, par défaillance, a précipité une terre calcaire; ayant jeté dans cette eau soufrée une dissolution d'argent, il s'est fait un précipité brun presque noir; avec le vinaigre de Saturne, un précipité brun; une dissolution de cuivre n'a rien produit, tandis que la même dissolution avec une goutte d'alkali volatil a donné une belle couleur bleue; avec la teinture bleue, la couleur est devenue un peu rouge, mais foiblement: ainsi ces eaux ne contiennent que peu ou point d'acide surabondant.

Il paroît donc que ces eaux sulfureuses sont composées d'un soufre volatil & d'une terre absorbante, d'où résulte un foie de soufre produit par la combinaison du soufre avec l'alkali terreux & peut-être marin; ou seroit-ce un alkali volatil? ce qui seroit moins démontré par ces expériences. Je crois convenable de joindre ici quelques remarques que j'ai faites sur le soufre qui se sublime par l'effet d'un volcan.

Du vrai soufre que j'ai pris sur des fentes ou crevasses du volcan, étoit d'une couleur rouge foncée, qui s'est perdue avec le temps; outre cela il répandoit une odeur très-vive & qui tenoit un peu de celle que donne l'acide marin: la couleur, ainsi que l'odeur, se perdent donc ou changent après quelque temps; car ce soufre a repris la couleur d'un jaune-pâle que nous lui connoissons, & a perdu presque entièrement son odeur: d'où viennent ces différences? seroit-ce de l'arsenic qui se trouve souvent mêlé avec les matières du volcan, & qui se seroit volatilisé? ou ne seroit-ce pas l'effet d'une surabondance de phlogistique? Comme nos idées sont encore bien obscures sur cette partie du soufre, nous aurons peine à décider cette question, mais j'ai cru à propos de citer ici ces remarques.

J'ai fait depuis revenir une seconde bouteille de ces eaux, me promettant de la soumettre à de nouveaux examens; la bouteille a été fort balotée en route; elle étoit, à la vérité, bouchée avec moins de précaution, & le verre en étoit plus mince: mais il est arrivé un fait singulier & qui a détruit mes espérances, la bouteille

étoit pleine, & l'eau ne s'est point échappée par le bouchon; mais quoiqu'elle sentit très-mauvais en la mettant dans la bouteille, un an après étant arrivée à Paris, elle n'avoit plus aucune odeur, & étoit très-claire sans être aucunement colorée; le phlogistique du soufre s'étoit dissipé, & l'acide vitriolique s'étant joint à une base alkaline terreuse, y a déposé après l'évaporation, un sel neutre en petite quantité. J'ai trouvé aussi dans la bouteille une sélénite ou substance gypseuse, assez semblable à celle qu'on trouve sur l'eau de chaux: le mouvement que l'on a donné à la bouteille, a contribué sans doute à la faire déposer.

Depuis, en consultant le Mémoire que M. l'abbé Mazéas a donné à l'Académie, & que j'ai cité, j'y ai vu la plupart de mes observations, & en particulier celle-ci: « j'ai rempli, dit » M. l'abbé Mazéas, deux vases d'eau puisée dans la Solfatare; j'ai » placé l'un dans un endroit frais, où la liqueur du thermomètre » ne montoit qu'à dix degrés au-dessus de zéro; j'ai laissé l'autre à » l'air libre pendant les grandes chaleurs; au bout de quinze jours » celui-ci ne conservoit plus son odeur de foie de soufre, & avoit » précipité la terre calcaire: l'incrustation du premier vase étoit » beaucoup plus sensible, & l'odeur de foie de soufre se conservoit encore ».

Cette expérience & l'évaporation qui s'est faite dans la bouteille que l'on m'a apportée, prouvent que l'alkali ou que le soufre est on ne peut pas plus volatil dans cette combinaison, puisque l'un ou l'autre s'est évaporé dans une bouteille bien bouchée; & qu'il est peu resté d'acide, qui, en se joignant à la base alkaline, a formé une très-petite quantité de sel neutre.

Je ne crois pas qu'aucun Chimiste ait fait mention d'un fait pareil. Il y a cependant quelques expériences de Stalh, qui semblent donner à penser qu'il le connoissoit. Voyez *Opusculum Chemicum*, & ses *Trecenta Experimenta*.



M É M O I R E
SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL,
Qui résulte du Passage de Vénus, observé en 1769.

Par M. DE LA LANDE.

Nous attendions avec la plus grande impatience des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites en Amérique, pour que l'effet des parallaxes y fût assez sensible & qu'on pût en déduire, avec une précision suffisante, la distance du Soleil à la Terre: M. Maskelyne, Astronome royal d'Angleterre, m'a envoyé depuis quelques jours diverses Observations faites dans l'Amérique septentrionale, par des Observateurs Anglois; j'en ai trouvé une qui est complète & concluante; je me suis empressé de la calculer pour avoir enfin un résultat de ce passage si long-temps attendu, & une détermination de la parallaxe du Soleil, aussi sûre qu'une observation complète peut la donner.

10 Janvier
1770.

M.^{rs} Dymond & Wales ayant été envoyés par la Société royale dans le nord de l'Amérique septentrionale, ont choisi leur station au fort du Prince de Galles, sur la côte occidentale de la baie d'Hudson, près de la rivière Churchill, à $58^{\text{d}} 47' 30''$ de latitude septentrionale, dans un endroit par conséquent où l'on devoit voir l'entrée & la sortie de Vénus, & ils ont eu le bonheur d'avoir un Ciel favorable le jour de leur observation; ils observèrent le contact intérieur de l'entrée à $1^{\text{h}} 15' 23''$, & le contact intérieur de la sortie à $7^{\text{h}} 0' 47'' \frac{1}{2}$, en prenant un milieu entre deux résultats qui ne différoient que de 3 secondes; ces observations ont été faites avec des télescopes de M. Short de deux pieds de foyer.

Le calcul de cette observation est donc indépendant de la longitude du lieu, avantage considérable à cause de l'incertitude qu'il est si difficile de lever dans les Observations de longitude.

Mém. 1770.

B

Paris & Stockholm sont les deux villes du monde où l'on a le plus observé d'éclipses du 1.^{er} satellite de Jupiter, & cependant l'on dispute encore pour savoir si leur différence de longitude est $1^h 2' 50''$, comme l'a trouvé M. Wargentin, ou $1^h 3' 5''$, comme l'a jugé M. Pingré *. Pour profiter de tout l'avantage de cette observation, il falloit la comparer à une autre qui fût également complète; nous n'avons que celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Finlande, province de Suède, dont j'ai donné le calcul à l'Académie au mois de Décembre dernier, & où la durée du passage a été de même observée, le contact intérieur de l'entrée ayant été vu à $9^h 20' 45'' \frac{1}{2}$, & le contact extérieur à $15^h 32' 27''$ de temps vrai sous une latitude de $64^d 13' 30''$.

Si la parallaxe du Soleil est bien connue, & si elle est de 9 secondes, comme je l'ai supposée dans la première édition de mon *Astronomie*, il faut qu'en employant cette parallaxe, & réduisant les quatre observations au centre de la Terre, la durée du passage entre les deux contacts intérieurs soit parfaitement la même. Si elle est plus petite à Cajanebourg, où l'effet de la parallaxe faisoit paroître la durée plus longue qu'au fort du Prince de Galles, c'est une preuve que la parallaxe employée dans le calcul est trop forte, & c'est ce qui m'est arrivé en supposant 9 secondes de parallaxe. En supposant $7'' \cdot 73$, j'ai concilié si bien les quatre observations, que j'ai trouvé la même durée pour les deux stations de Cajanebourg & de la baie d'Hudson, à un tiers de seconde près. En augmentant de $0'' \cdot 15$ la parallaxe, on a une durée moindre de $6'' \cdot 7$ pour Cajanebourg que pour le fort. J'ai reconnu par ces calculs, qu'il faut mettre dans les données une très-grande précision si l'on veut avoir l'effet des parallaxes avec exactitude; j'ai donc été obligé de recommencer plusieurs fois ces opérations, je ne rapporterai ici que le résultat de la dernière, avec la méthode que j'y ai employée; ces nombres pourront être utiles, soit pour vérifier les calculs, soit pour abréger ceux que l'on fera pour d'autres observations, sur-tout celle de la Mer du sud par M. Green, & celle de Californie par M. l'abbé Chappe, qui tous deux ont dû observer également la durée totale du passage.

* *Mém. Acad.*
année 1766,
page 65.

Soit C le centre du Soleil, MN l'orbite de Vénus, vue du centre de la Terre, V le lieu apparent de Vénus au moment du contact intérieur observé, NV la parallaxe de hauteur dans le vertical ZV , parallèle à CT ; l'angle PCT est supposé formé par le cercle de déclinaison & par la perpendiculaire à l'orbite, c'est la somme de l'inclinaison relative de l'orbite de Vénus sur l'écliptique $8^d 28' 59''$, & de l'angle de position, que je suppose de $7^d 1' 56''$ dans la première observation, mais qui est différent dans les autres, comme on le trouvera dans la Table suivante.

C'est pour le centre de Vénus, & non pour celui du Soleil, que j'ai fait tous mes calculs, car je n'ai pas même voulu négliger la petite différence qu'il y a entre le Soleil & Vénus pour l'angle parallactique & l'angle de position. Pour avoir ces angles avec précision, j'ai calculé d'abord à peu près le temps où Vénus avoit été réellement en N , & en apparence en V pour le lieu de l'Observateur, avec l'angle PCV ; & sachant que CV étoit alors égale à la différence des diamètres du Soleil & de Vénus, que je supposois d'abord de $917\frac{1}{2}$, ou à la somme $976\frac{1}{2}$; j'ai calculé la différence apparente CD de déclinaison, & la différence VD qui, divisée par le cosinus de la déclinaison de Vénus, m'a donné la différence d'ascension droite, ou la différence des angles horaires de Vénus & du Soleil. Ayant ainsi, pour chaque observation, l'angle horaire & la déclinaison apparente de Vénus, j'ai calculé sa hauteur apparente, l'angle parallactique & la parallaxe de hauteur. Je pourrois ne supposer ici la hauteur vraie diminuée que de la différence des parallaxes de Vénus & du Soleil; mais pour plus d'exactitude, il faut en ôter la parallaxe de hauteur du Soleil pour avoir la hauteur apparente de Vénus. Connoissant aussi à peu près le temps que Vénus a mis de M en N , j'en ai conclu l'arc MN , l'angle MCN , & l'angle TCN ou CNV .

Dans le triangle CNV , connoissant l'angle N , le côté NV qui est la parallaxe horizontale, & le côté CV qui est la différence ou la somme des demi-diamètres, j'en ai conclu l'angle NCV dans lequel il faut employer jusqu'aux dixièmes de secondes, & par conséquent l'angle V qui est la somme de l'angle N & de l'angle C , & ensuite le côté CN qui est la distance vraie de Vénus au

centre du Soleil. Dans le triangle CMN , on connoît la plus courte distance CM , que je savois d'avance être de $609,530$, & CN que l'on vient de trouver; on cherche NM qui réduit en temps, à raison de $4' 0'', 115$ par heure, donne la distance de Vénus depuis le milieu M du passage; j'ai cherché aussi cette distance avec la même valeur de CM & la vraie distance des centres CE , égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, que je suppose ici de $15' 43'', 45$ & $29'' \frac{1}{2}$; j'ai trouvé $2^h 50' 10'', 3$ pour la distance EM , vue du centre de la Terre, qui diffère de la précédente de la quantité EN , qui est l'effet cherché de la parallaxe: si au lieu de la différence des diamètres on emploie leur somme, on trouvera $3^h 9' 29'', 9$ pour la distance entre le contact extérieur & le milieu du passage.

Cette méthode pour calculer l'effet des parallaxes, me paroît plus exacte que toutes celles dont les Astronomes ont fait usage jusqu'à présent, & elle donne cet effet avec toute la précision qu'on peut desirer, pourvu qu'on connoisse assez bien les élémens du calcul par des opérations préliminaires.

La figure jointe à ce Mémoire, représente la situation NV du vertical pour les quatre observations, à gauche pour l'entrée, soit à Cajanebourg, soit à la baie d'Hudson; à droite pour la sortie; mais ici il y a deux lignes, l'une NV est le vertical de Cajanebourg, l'autre ZV est le vertical pour la baie d'Hudson, qui est plus oriental, ou plus à gauche du côté du nord, que le cercle de déclinaison PC , parce que la sortie de Vénus y est arrivée le soir, de même que l'entrée.

Au lieu de la distance apparente CV dont j'ai fait usage ci-dessus, on peut se servir de la distance vraie CN , que l'on connoît, ainsi que l'angle CNV , par le temps de l'observation comparé avec le milieu du passage en M . On calculera ensuite la vraie distance de Vénus au zénit, & l'on y appliquera la parallaxe de Vénus seule pour avoir sa distance apparente au zénit; mais la différence de cette méthode à celle que j'ai suivie est insensible.

ÉLÉMENTS DU CALCUL DES PARALLAXES

Dans les Observations

de CAJANEBOURG & de la BAIE D'HUDSON.

CAJANEBOURG.

64^d 13' 30"

FORT DU PRINCE.

58^d 47' 30"

Temps vrai des quatre observations sous leurs méridiens respectifs	9 ^h 20' 45" $\frac{1}{2}$	15 ^h 32' 27"	1 ^h 15' 23"	7 ^h 0. 47" $\frac{1}{2}$
Milieu du passage à peu près connu	12. 18. 3	12. 18. 3	4. 10. 0	4. 10. 0
Distance des observations au milieu du passage	2. 57. 17 $\frac{1}{2}$	3. 14. 24	2. 54. 37	2. 50. 47 $\frac{1}{2}$
Angle <i>NCM</i> formé par la perpendiculaire <i>CM</i> & le rayon du lieu vrai	49 ^d 5' 16"	51 ^d 40' 51"	48 ^d 39' 27"	48 ^d 1' 34"
Angle <i>VCM</i> formé par la perpendiculaire <i>CM</i> & le rayon du lieu apparent	49 30. 20	52. 38. 6	48. 55. 27	49. 23. 49
Différence apparente d'ascension droite entre Vénus & le Soleil	0. 9. 16	0. 9. 16	0. 9. 8	0. 15. 0
Différence de déclinaison à ajouter à celle du Soleil	0. 12. 41	0. 6. 3	0. 12. 46	0. 6. 29
Angle horaire de Vénus	140. 2. 6 $\frac{1}{2}$	126. 36. 53	18. 41. 27	105. 26. 52 $\frac{1}{2}$
Distance de Vénus au pôle	67. 21. 32	67. 26. 22	67. 21. 27	67. 26. 3
Hauteur apparente de Vénus	2. 14. 11	6. 4. 53	51. 27. 59	11. 34. 45
Parallaxe de hauteur de Vénus, en supposant 7",73 pour le Soleil	19",420	19",325	12",107	19",039
Angle de position pour Vénus	7 ^d 1' 56"	7 ^d 5' 43"	7 ^d 1' 57"	7 ^d 5' 28"
Somme de l'angle de position & l'inclinaison de l'orbite 8 ^d 28' 59"	15. 30. 55	15. 34. 42	15. 30. 56	15. 34. 27
Angle parallactique du cercle horaire avec le vertical de Vénus	16. 13. 53	20. 32. 57	15. 27. 42	30. 39. 5
Angle <i>N</i> , qui est la somme ou la différence des angles précédens & de l'angle <i>NCM</i>	17. 20. 28	46. 42. 36	17. 40. 49	85. 4. 54
Angle <i>V</i> formé par le vertical & le rayon apparent <i>V</i>	17. 42. 14,4	47. 32. 18,3	17. 54. 38,9	84. 33. 28,6
Distance apparente <i>CV</i>	913",95	972",95	913",95	913",95
Distance vraie des centres du Soleil & de Vénus ou <i>CN</i>	932,469	986,100	925,478	912,341
Temps correspondant ou distance au milieu du passage	2. 56. 20",0	3. 13. 41",8	2. 54. 1",1	2. 49. 37",9
Distance vraie vue du centre de la Terre	2. 50. 10,3	3. 9. 29,9	2. 50. 10,3	2. 50. 10,3
Effet de la parallaxe en temps, en supposant la parallaxe horizontale 9",01	+ 6. 9,7	— 4. 11,9	+ 3. 50,8	+ 3,4
Temps des quatre observations réduites au centre de la Terre	9. 26. 55,2	15. 28. 15,1	1. 19. 13,8	7. 1. 19,9

Le milieu entre les deux phases réduites au centre de la Terre pour le fort du Prince, donne le milieu du passage à 4^h 10' 17".
A l'égard des phases de Cajanebourg, les deux distances observées

n'étant pas les mêmes, il faut résoudre un triangle dans lequel on connoît deux côtés $913,95$ & $972,95$, avec l'arc parcouru en $6^h 1' 19'',9$ de temps, qui est $1446'',02$; on trouve les deux segmens $684'',516$ & $761'',504$, qui, réduits en temps, donnent $3^h 10' 17'',1$ & $2^h 51' 2'',8$; d'où l'on conclut le milieu $12^h 17' 58''$, & la différence de longitude des deux observatoires, $8^h 7' 41''$. La demi-durée $2^h 51' 3''$ étant la même que celle qu'on tire de l'autre observation, il est prouvé par ce calcul, que la parallaxe étoit en effet ce jour-là de $7'',73$, ce qui donne pour la parallaxe moyenne $7'',86$.

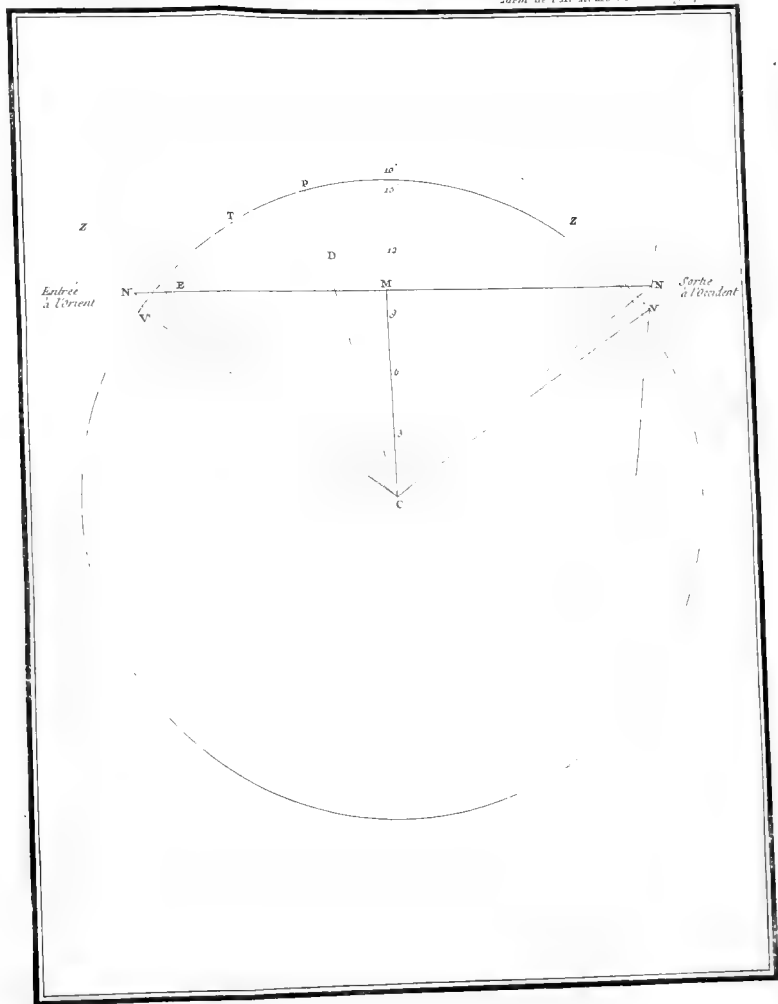
Pour Paris, où le contact a été observé à $7^h 38' 45''$, l'effet de la parallaxe sera $6' 25''$, & le milieu du passage $10^h 36' 13''$, conjonction $10^h 13' 39''\frac{1}{2}$, temps vrai, ou $10^h 11' 26''$, temps moyen; la distance au nœud $1^d 9' 0''$ à ajouter au lieu du Soleil $2^f 13^d 27' 19''$, & le lieu du nœud ascendant de Vénus $2^f 14^d 36' 20''$, déduit de l'observation, plus avancé seulement de 45 secondes que suivant mes calculs de la *Connoissance des Temps*, & de $2' 36''$ que suivant les Tables de M. Halley.

Je dois avertir que j'ai supposé dans ces calculs le demi-diamètre du Soleil de $943'',45$; & celui de Vénus de $29''\frac{1}{2}$: je rendrai compte dans un autre Mémoire des raisons qui m'ont obligé de diminuer ainsi de 7 secondes le diamètre du Soleil dans le calcul de ce passage.

Ainsi la conséquence importante de ces observations est que la parallaxe moyenne du Soleil est d'environ 8 secondes au lieu de 10 secondes qu'on avoit long-temps supposé.

Nota. Depuis la lecture de ce Mémoire, les observations faites en Californie & dans la Mer du sud, nous ont fait porter jusqu'à 8 secondes & demie la parallaxe moyenne du Soleil, ce qui s'accorde avec l'observation du passage de 1761. *Mémoires de l'Académie pour 1761, p. 479. Transf. Philos. 1762 & 1763.*





ANALYSE

*De la Pierre Calaminaire du comté de Sommerfet
& de celle du comté de Nottingham.*

Par M. SAGE.

LA pierre Calaminaire du comté de Sommerfet est rougeâtre à sa surface, & d'un jaune verdâtre dans son intérieur; elle est cellulaire, très-pesante, & donne des étincelles lorsqu'on la frappe avec le briquet; elle est soluble dans les acides avec lesquels elle fait effervescence quoiqu'elle soit minéralisée par l'acide marin, comme je le démontrerai par les expériences suivantes. 22 Déc. 1770.

Cette pierre calaminaire se trouve ordinairement en masses irrégulières, quelquefois on la rencontre cristallisée en pyramides à trois, quatre, cinq & six pans; la grandeur de ces cristaux varie, il y en a qui n'ont pas plus de deux lignes & demie de diamètre vers leurs bases sur deux lignes & demie de hauteur: on en rencontre d'autres qui ont le diamètre de leurs bases de deux pouces sur trois de haut; ces cristaux sont d'un rouge-brun, creux dans leur intérieur qui est cellulaire, l'extérieur paroît poreux & composé de petits mamelons.

J'ai des cristaux de pierre calaminaire du comté de Sommerfet, qui représentent deux pyramides à pans égaux, unies par leurs bases, l'intérieur est creux & cellulaire, leur surface est d'un brun-rougeâtre.

La pierre calaminaire du comté de Nottingham est blanche, compacte, caverneuse & opaque, quelquefois elle a une couleur d'un vert-clair, & est composée de cristaux qui représentent des prismes à six pans, qui sont terminés par des pyramides qui ont autant de pans: ces deux espèces de pierre calaminaire du comté de Nottingham ne font point feu avec le briquet, la dernière espèce est demi-transparente.

Il y a lieu de croire, par les différentes définitions qu'on trouve dans les Auteurs de Minéralogie, que la mine de zinc dont je

présente l'analyse à l'Académie, n'a point encore été examinée : seroit-ce cette espèce que M. Linnæus a voulu décrire dans son troisième volume du *Systema Naturæ*, qui a paru en 1768, page 125, par les phrases :

Zincum crystallisatum musci t. ff. 52, n°. 1. Minera zinci californis pura, indurata, drusica, Anonim. Mineralog. 228, n°. 1.

Habitat in Germaniâ.

Hoc crystallis chalybeiformibus compresso planis, linearibus truncatis margine altero angustato.

La phrase première de zinc cristallisé, du cabinet de M. le Comte de Tessin, ne détermine ni la forme des cristaux, ni ce qui sert à minéraliser le zinc.

Celle qui se trouve dans la Minéralogie de l'anonyme, cité par M. Linnæus, ne peut point désigner la mine de zinc dont je vais parler, il la définit *mine de zinc pure, cristallisée* sous la forme de chaux endurcie.

La phrase par laquelle M. Linnæus exprime que ces cristaux de mine de zinc ressemblent à ceux de l'acier, n'offre point une définition claire, tout le monde ne connoissant point la cristallisation qu'affecte l'acier.

M. Margraff a fait l'analyse d'une pierre calaminaire, qui se trouve dans la paroisse d'Holiwell, dans le comté de Somerset, mais il n'a pas cité qu'elle étoit minéralisée par l'acide marin; il rapporte que c'est une espèce toute particulière qui surpasse les autres en dureté & en pesanteur, & qu'elle produit près de moitié de son poids de zinc; la pierre calaminaire de la paroisse d'Holiwell est plus transparente que les autres; elle m'a paru formée par couches, de même que les stalagmites, elle est minéralisée par l'acide marin.

M. Wallerius, dans sa Minéralogie, décrit trois espèces de pierres calaminaires, une d'un jaune gris, l'autre d'un jaune blanchâtre, & la troisième d'un rouge-brun; il l'a considérée comme une ochre produite par la décomposition du vitriol de zinc; j'ai reconnu ces trois espèces de pierres calaminaires dans celles qu'on a envoyées d'Angleterre.

La pierre calaminaire que j'ai employée dans les expériences suivantes, venoit du comté de Sommerlet; on trouve à la surface de ces morceaux, un enduit d'un rouge-brun; cette couleur est due au fer minéralisé par l'acide marin, qui se trouve dans la pierre calaminaire, & à un commencement de décomposition; j'ai prouvé dans un Mémoire que j'ai lû à l'Académie, sur la mine de fer spathique, que cette mine exposée aux injures de l'air prenoit une couleur brune de même que la mine artificielle formée par l'acide marin & le fer.

Les différentes espèces de pierres calaminaires que j'ai eu occasion d'examiner, m'avoient été données par M. l'Abbé Nollin; j'ai trouvé dans son cabinet des morceaux qui m'ont fait connoître que la forme des cristaux de pierres calaminaires du comté de Sommerlet, est due à des cristaux de spath-calcaire décomposés, & qu'ils se sont formés par incrustation; ces cristaux sont ordinairement creux, cellulaires & poreux: on trouve dans les mêmes endroits, des cristaux de spath-calcaire qui sont semblables, par leur forme, à ceux de la pierre calaminaire, mais ils sont beaucoup plus réguliers; les cristaux de ce minéral ne paroissent offrir que des pyramides à trois, quatre & cinq pans, rarement à six; ceux du spath sont des pyramides à six pans, souvent très-régulières: d'autres fois on y remarque quatre pans égaux & deux plus étroits, qui ne s'élèvent point jusqu'au sommet de la pyramide; les feuilles ou lames dont ces spath sont composés, au lieu d'être disposées horizontalement, le sont obliquement; on en trouve des cristaux réguliers dans des morceaux de pierre calaminaire, les creux qui les renferment représentent les facettes du cristal: c'est ce qui a été mis sous les yeux de l'Académie.

Lorsqu'on trouve un groupe de cristaux de pierre calaminaire, on n'y rencontre point de cristaux de spath; ces cristaux sont ordinairement creux dans leur intérieur, ce qui me fait soupçonner qu'ils se sont formés par incrustation, ils renferment quelquefois de la galène.

Les expériences que j'avois faites pour m'assurer de la présence de l'acide marin dans la mine de fer spathique, dans le plomb blanc, verd & noir, dans les cristaux d'étain, dans l'argent

corné, dans la mine de cobalt, couleur de suie, sont celles que j'ai employées dans l'analyse de cette pierre calaminaire; je l'ai rencontrée dans le même état, & j'ai vu qu'elle avoit les mêmes couleurs que le plomb minéralisé par l'acide marin, dont la couleur varie suivant la quantité de matière grasse qu'il contient; j'ai de la pierre calaminaire blanche, d'autre verdâtre, & d'autre rouge.

Cette pierre calaminaire réduite en poudre & exposée au feu, perd dans la même proportion que la mine de fer spathique, cent grains diminuent de trente-quatre: cette diminution vient de l'acide marin qui se dissipe; en voici la preuve.

J'ai mis dans une cornue un mélange d'une once de pierre calaminaire, réduite en poudre, & d'un gros de charbon; j'ai adapté à son bec un récipient, enduit d'huile de tartre par défaillance; à peine le fourneau de réverbère a-t-il été échauffé, qu'il s'est dégagé de l'acide marin, les vapeurs ne sont point sensibles à la vue; mais les cristaux cubiques, dont l'intérieur du récipient se tapisse, le font reconnoître. Dans cette opération, j'ai fait un feu assez fort pour faire rougir la cornue, je l'ai continué pendant trois heures; pendant ce temps, j'ai ôté plusieurs fois le récipient pour examiner s'il y avoit du zinc de sublimé; à peine l'air eut-il pénétré dans la cornue, qu'il en sortit une flamme semblable à celle du zinc lorsqu'il brûle; je remis aussitôt le récipient, la flamme cessa; je l'ôtai une seconde & une troisième fois, l'inflammation eut toujours lieu. J'ai remarqué que la flamme se faisoit apercevoir en premier au bec de la cornue, qu'elle gaignoit bientôt l'intérieur, & que si l'on interrompoit le contact de l'air, la flamme cessoit sur le champ; la cornue refroidie, je la cassai pour reconnoître ce qu'elle contenoit, la voûte étoit enduite d'une poudre grise, & le bec de *nil album*; le résidu étoit verdâtre, pesoit six gros, & étoit en partie attirable par l'aimant; je m'aperçus, en exposant une partie de ce résidu au feu, dans un creuset, qu'il contenoit encore du zinc, il en sortit une flamme où l'on remarquoit toutes les couleurs de l'arc-en-ciel: cette expérience me fit reconnoître que je n'avois pas employé assez de charbon pour réduire le zinc; c'est pourquoi

je fis un flux avec six gros de ce résidu, deux gros de charbon, un gros & demi de borax & une once de sel marin décrépité; je mis ce mélange dans une cornue & j'entretins un feu de réverbère assez fort pour la tenir rouge pendant deux heures, le col de la cornue se tapissa d'une poudre grise; ayant ôté le récipient, il en sortit une vapeur qui s'enflamma avec un peu de bruit; le récipient remis, la flamme cessa: une heure après j'aperçus au col de la cornue du *nil album*, je découvris dans l'intérieur des nuages blancs; ils avoient un mouvement d'ondulation: peu après le balon fut enduit d'une poudre grise; la cornue refroidie, je la cassai, je trouvai du zinc attaché à la voûte; une partie étoit sous la forme de métal, l'autre de pompholix; la pierre calaminaire me produisit, par ce moyen, moitié de zinc: le résidu étoit noir, contenoit du fer, un peu de zinc & le flux qui ne s'étoit point fondu: la poudre grise dont les parois du balon étoient enduits, étoit du pompholix.

L'expérience suivante démontre que c'est au zinc qui se décompose dans le temps de la réduction par le contact de l'air, qu'est dûe la flamme: j'ai mis dans une cornue deux gros de limaille de zinc & un gros de charbon, j'ai fait un feu de réverbère assez fort pour la rougir, j'ai ôté le récipient; quelques secondes après l'inflammation eut lieu à plusieurs reprises, comme je l'avois prévu: la cornue refroidie, je la cassai, une partie du zinc qu'elle contenoit s'étoit sublimé à sa voûte, sous la forme de petits grains grisâtres, l'autre s'étoit décomposée & dissipée dans le temps de l'inflammation.

La dissolution de la pierre calaminaire de Sommerfet présente différens phénomènes. L'huile de vitriol ne fait point effervescence avec la pierre calaminaire; elle en dégage une odeur d'œufs couvés, si on l'affoiblit d'eau, elle la dissout entièrement sans effervescence.

L'acide marin versé sur la pierre calaminaire de Sommerfet la dissout entièrement; cette dissolution se fait avec effervescence; il s'en dégage une odeur très-fétide, il reste au fond du vase une gelée jaunâtre, qui ne peut point se dessécher; elle est soluble dans l'eau.

La pierre calaminaire se dissout entièrement dans l'eau régale; cette dissolution est accompagnée d'effervescence.

L'acide nitreux dissout la pierre calaminaire de Sommerfet; cette dissolution n'est point accompagnée d'effervescence; il en est de même de l'acide du vinaigre, ce dernier, en s'évaporant, laisse sur les parois du vase des cristaux blancs d'une saveur stiptique.

La dissolution de la pierre calaminaire, faite à l'aide des acides dont je viens de parler, n'est point colorée, si on l'étend d'eau & que l'on y verse de l'alkali phlogistique, il se précipite du bleu de Prusse; si l'on met dedans de la noix de galle, il se fait de l'encre. Ces expériences démontrent que la pierre calaminaire du comté de Sommerfet contient du fer; celle qui suit fera connoître que toutes les substances salines contiennent une matière grasse différente du phlogistique; elle se rencontre quelquefois en très-grande quantité dans les productions salines naturelles, comme dans le fer & le plomb spathique, les cristaux d'étain, l'argent corné & la mine de cobalt couleur de suie; cette même matière grasse est peut-être ce qui les rend insolubles dans l'eau.

J'ai mis dans une cornue de verre lutée trois cents grains de pierre calaminaire du comté de Sommerfet réduite en poudre, j'ai versé dedans une once d'huile de vitriol, j'ai procédé à la distillation au fourneau de réverbère, après avoir adapté à la cornue un récipient dont les parois étoient enduits d'huile de tartre par défaillance; à peine la cornue a-t-elle été échauffée, qu'il s'est dégagé de l'acide marin, il s'est uni à l'alkali fixe & a obscurci le récipient; peu après je l'ai retiré, & j'en ai aussitôt adapté un autre; j'ai augmenté le feu, il s'est dégagé de l'acide vitriolique & de l'acide sulfureux volatil; la distillation finie, la cornue refroidie, je la cassai, & je trouvai dedans une masse saline, cellulaire & blanche; elle pesoit soixante grains de plus que la quantité de pierre calaminaire que j'avois employée.

EXAMEN des produits de la décomposition de la Pierre Calaminaire par la distillation avec l'huile de vitriol.

L'acide marin qui se dégage, est celui qui sert à minéraliser le zinc.

L'acide sulfureux volatil qui passe ensuite, est formé par l'acide vitriolique, qui décompose la matière grasse contenue dans les cristaux de pierre calaminaire.

Ce résidu augmente de plus de vingt livres par quintal, puisqu'il pèse dans cette proportion, même après que l'acide marin, qui servoit à minéraliser le zinc, en a été dégagé par l'acide vitriolique; il est blanc, mais peu de temps après qu'il a été exposé à l'air, il prend une couleur fauve à sa surface; cette couleur est dûe au vitriol martial qui se décompose, ce résidu contient du vitriol martial & du vitriol de zinc, il est soluble dans l'eau; & si l'on verse dedans de l'alkali phlogistique, il se précipite du bleu de Prusse.

Je reviens à la pierre calaminaire du comté de Nottingham; dont j'ai fait l'analyse, elle se trouve dans deux états différens; l'une est blanche, son intérieur paroît sillonné comme un bois vermoulu, les sillons sont remplis d'une terre brunâtre; l'autre est cristallisée & d'un verd-tendre; ces deux espèces ne font point feu avec le briquet, ne produisent point d'effervescence avec les acides.

Cette pierre calaminaire produit, par l'analyse, les mêmes résultats que celle du comté de Somerset.

La décomposition du sel ammoniac, par l'intermède du fer; m'ayant produit une substance saline, semblable par ses propriétés à la mine de fer spathique, j'ai cru que le zinc, uni avec l'acide marin du sel ammoniac, me produiroit une mine artificielle semblable à la pierre calaminaire de Somerset; c'est pourquoi j'ai fait un mélange avec une demi-once de limaille de zinc & une once de sel ammoniac, je l'ai ensuite mis dans une cornue, & j'ai procédé à la décomposition dans un fourneau de réverbère: à peine la cornue fut-elle échauffée, qu'il se dégagèa une vingtaine de gouttes d'alkali volatil; à un degré de feu un peu plus fort, il a passé très-rapidement dans le récipient une liqueur qui s'est figée très-promptement; elle a pris une couleur grise demi-transparente, ayant augmenté le feu jusqu'à faire rougir la cornue, il s'est sublimé à son col du sel ammoniac gris, il n'est rien resté au fond; cette expérience m'ayant produit un beurre très-aisé à sublimer, j'ai cru que le *nit album* n'étant point volatil, pourroit me produire en

s'unissant à l'acide marin, le zinc corné que j'attendois; mais mon espérance a été également déçue, comme l'expérience suivante le démontrera.

J'ai fait un mélange d'une demi-once de *nil album* & d'une once de sel ammoniac; je l'ai introduit dans une cornue, & j'ai procédé à la décomposition au fourneau de réverbère; il s'est dégagé, au plus léger degré de feu, une vingtaine de gouttes d'alkali volatil; en augmentant le feu, le bec de la cornue s'est tapissé d'une matière jaunâtre; à l'aide d'un feu plus fort, il a distillé un beurre semblable à celui de la première expérience, il étoit jaunâtre à sa surface, gris dans son intérieur & moins déliquescent; il est resté au fond de la cornue une douzaine de grains d'une substance saline noirâtre déliquescente, elle m'a paru être composée de zinc & d'acide marin.

EXAMEN des produits de la décomposition du Sel ammoniac par le Zinc.

L'alkali volatil qui s'est dégagé dans la distillation de quatre gros de zinc & d'une once de sel ammoniac, ne fait point effervescence avec les acides, il passe ensuite huit gros d'une liqueur qui, en se refroidissant, devient solide, grise, demi-transparente & fragile, elle ressemble beaucoup au beurre d'antimoine; je la nomme *beurre de zinc*: lorsqu'il est exposé à l'air, il en attire l'humidité & tombe en *deliquium*; si l'on y met de l'eau, la dissolution ne se trouble point, il ne se forme point de précipité, comme il arrive au beurre d'antimoine.

J'ai reconnu que ce beurre de zinc contenoit du sel ammoniac; en versant sur sa dissolution de l'alkali fixe, il s'en dégage de l'alkali volatil; ce sel ammoniac, qui est contenu dans le beurre de zinc, le rend beaucoup moins caustique que le beurre d'antimoine. Il pourroit être employé dans l'usage de la Médecine, comme un escarotique plus foible, moins coûteux & plus aisé à préparer.

Le *nil album* est également propre à décomposer le sel ammoniac que le zinc; mais le beurre qui résulte de l'union de l'acide marin & de cette chaux, est moins volatil, passe en plus petite quantité & est moins déliquescent.

L'analyse comparée de la pierre calaminaire du comté de Sommerfet & de celle du comté de Nottingham , prouve que ces deux espèces de pierres calaminaires sont également minéralisées par l'acide marin , & qu'elles en contiennent trente-quatre livres par quintal : la pierre calaminaire du comté de Sommerfet est plus dure que celle du comté de Nottingham , la première fait feu & est entièrement soluble dans les acides.

L'acide sulfureux volatil qui se forme lorsqu'on décompose les pierres calaminaires par l'acide vitriolique concentré , fait découvrir une matière grasse.

Les expériences que j'ai citées dans ce Mémoire , font voir que le zinc peut décomposer le sel ammoniac , que la chaux de ce demi-métal y est moins propre , parce qu'elle contient moins de phlogistique , que le zinc ou la chaux combinée avec l'acide marin , forment un beurre.



OBSERVATION ET THÉORIE DE LA COMÈTE

Qui a paru au mois d'Août 1769,

*Avec quelques Réflexions sur les théories d'une même Comète,
établies dans différentes apparitions *.*

Par M. CASSINI le Fils.

DEPUIS que les Comètes ont été rangées dans la classe des Planètes, les Observations de ces nouveaux astres sont devenues infiniment précieuses, & les Astronomes apportent, autant qu'il leur est possible, la même exactitude, dans la détermination de leurs mouvemens, que dans celle des autres corps célestes. De-là ce grand nombre de Comètes dont on a essayé depuis quelque temps d'établir, ou plutôt d'esquisser les théories, en attendant que leur retour mette en état de corriger & de fixer des élémens que l'on ne peut regarder jusqu'alors que comme approchés. On s'est encore peu trouvé dans le cas, jusqu'ici, de donner cette perfection aux théories des Comètes; de cinquante-une observées & calculées, il n'y en a qu'une dont le retour observé plusieurs fois, ait mis à portée d'établir une théorie exacte.

Le seul moyen de reconnoître si une Comète est la même que telle autre qui a paru précédemment, est la comparaison de leurs théories, de la ressemblance desquelles se conclut l'identité des deux Comètes: mais les élémens de la théorie d'une même Comète doivent-ils se retrouver absolument les mêmes à chaque apparition? Telle Comète dont nous avons établi la théorie sur des Observations faites il y a deux ou trois siècles, vient à reparaître aujourd'hui, dans chacune des révolutions qu'elle peut

* J'avois lu ce Mémoire au mois de Juin; ayant eu l'honneur depuis d'être reçu de l'Académie, j'en ai répété la lecture le 22 Décembre de cette même année 1770.

avoir achevé dans cet intervalle, son approche tantôt plus grande & tantôt moins grande, des Planètes dont elle a traversé les orbites, a pu faire éprouver à la sienne différentes altérations qui à chaque fois ont dû produire quelque dérangement, ou dans la position des nœuds, ou dans le lieu du périhélie, ou, &c. de sorte que les élémens que nous tirerons de nos observations actuelles seront affectés de ces altérations répétées à chaque révolution précédente, & se trouveront par conséquent différer en quelque chose de ceux qui avoient été déterminés dans l'ancienne apparition.

Une autre cause d'un effet encore plus considérable que celui que produisent les altérations physiques, peut encore venir augmenter cette différence entre les anciens & les nouveaux élémens, & défigurer, pour ainsi dire, l'orbite d'une Comète déjà connue; c'est l'erreur des Observations, & plutôt encore les circonstances de ces Observations.

Une Comète, au commencement de son apparition, ne paroît le plus souvent que sous la forme d'un petit nuage blanc indécis, où l'on ne distingue ni noyau ni queue: que doit-on observer au passage par les fils de la lunette? Les Étoiles auxquelles on compare la Comète, ne sont pas toujours parfaitement déterminées, l'Observateur ou se fie un peu trop aux catalogues, ou par différentes circonstances, ne peut vérifier la position de ces petites Étoiles: les Observations les plus éloignées entr'elles, & les plus distantes du passage par le périhélie, sont les plus favorables pour le calcul de la théorie d'une Comète; mais ce sont communément les plus incertaines, soit par la difficulté de l'Observation, soit par la lenteur du mouvement de la Comète: enfin si les Observations ont été faites près des nœuds, elles seront favorables pour la détermination de cet élément, mais elles le seront bien moins pour déterminer l'inclinaison.

Or c'est d'après des Observations, communément peu favorables par les circonstances que je viens d'exposer, faites souvent en petit nombre, ou dans un court intervalle de temps, que plusieurs des cinquante-une Comètes qui composent notre Table

générale, ont été calculées. Il paroît donc, d'après cette considération, qu'une Comète qui paroîtroit aujourd'hui, pourroit être la même qu'une de celles que nous connoissons déjà, quoique leurs théories différaient dans quelques-uns de leurs élémens : c'est avec raison que l'on croit pouvoir regarder comme la même Comète, celles qui ont paru en 1532 & en 1661, quoiqu'elles diffèrent de plus de 2 degrés dans le lieu du nœud, & de près de 5 degrés dans le lieu du périhélie. Je pense que cette différence pourroit être encore beaucoup plus considérable sans détruire leur identité. On trouve encore, en jetant les yeux sur la Table générale, deux Comètes, celles de 1699 & de 1742, qui ne diffèrent sensiblement que dans un seul élément, le lieu du nœud ; la différence, il est vrai, est trop considérable pour assurer que ce soit la même Comète. Il seroit peut-être intéressant de discuter les Observations & de refaire les calculs de ces deux Comètes pour apprécier l'exactitude des résultats ; car il paroît assez singulier que deux Comètes qui ne sont point la même, ne diffèrent que dans un seul élément. Mais sans nous arrêter pour le présent à cet objet, & sans vouloir fixer ici jusqu'à quel point les causes réunies & des altérations physiques, & des Observations peu favorables, peuvent défigurer certains élémens de la théorie d'une Comète ; l'on peut établir que dans la comparaison des théories de deux Comètes, on ne doit point exiger, pour conclure leur identité, une trop exacte ressemblance dans leurs élémens ; plus les années des apparitions seront éloignées, plus les différences pourront être grandes. Les Observations anciennes, sur-tout par rapport aux Comètes, ont été faites avec beaucoup moins d'exactitude que celles du siècle présent, & peuvent être suspectes, non-seulement par les circonstances, mais par elles-mêmes.

D'après cette exposition des causes qui peuvent nous faire retrouver aujourd'hui les élémens d'une même Comète assez différens de ceux qui ont été fixés précédemment, on conçoit combien il est intéressant d'exposer, avec quelque détail, les Observations que l'on fait sur chaque nouvelle Comète, afin que l'on puisse apprécier les degrés de précision dont est susceptible la

théorie qu'on en déduit : c'est dans cette vue que je rapporterai ici les Observations de la dernière Comète, telles qu'elles ont été faites à l'Observatoire royal, par M. Maraldi, mon Père & moi.

Cette Comète fut découverte par M. Messier le 8 du mois d'Août ; n'ayant été avertis de son apparition que plusieurs jours après, le temps d'ailleurs ayant été peu favorable, nous ne pûmes, mon Père & moi, commencer à l'observer que le 21 du même mois ; nous l'aperçûmes avant minuit, elle étoit alors peu élevée sur l'horizon, & ne paroissoit que comme un petit nuage ; mais bientôt, à mesure qu'elle s'éleva, elle devint plus distincte ; & vers une heure du matin, elle paroissoit à la vue simple avec une petite queue qui eût été beaucoup plus apparente sans la clarté de la Lune. Cette Comète avoit déjà passé son nœud descendant, & sa vraie distance au Soleil n'excédoit alors la moyenne distance du Soleil à la Terre, que de 3219 parties : ainsi au commencement de son apparition, elle étoit déjà inférieure à l'orbite de Mars ; mais sa vraie distance à la Terre étoit de près de 6700 parties, c'est-à-dire la moitié environ de sa distance au Soleil.

Nous observâmes assidûment cette Comète tous les jours que le temps nous le permit, & déterminâmes sa situation en la comparant aux diverses Étoiles connues qui se trouvoient sur son parallèle. Chaque jour le noyau devenoit plus brillant & la queue augmentoit de longueur, ce qui nous annonçoit que la Comète s'avançoit vers son périhélie ; cette apparence au reste ne provenoit pas seulement de l'approche de la Comète vers le Soleil, mais aussi de son approche de la Terre qui étoit le plus considérable, comme le montre la théorie.

Lors de nos premières Observations, la Comète n'avoit un mouvement en ascension droite que d'environ $1^{\text{d}} 25'$ en 24 heures, & de 7 minutes seulement en déclinaison ; mais vers le 5 du mois de Septembre, le mouvement en ascension droite étoit de plus de 4 degrés par jour, & en déclinaison d'environ 50 minutes ; la queue occupoit alors une étendue dans le Ciel d'environ 40 degrés en longueur, mais elle étoit peu large : nous la vîmes encore plus longue le 8 Septembre. M. Zanotti, à Bologne, l'a estimée dans sa plus grande longueur, de 70 degrés ; cette Comète étoit donc

une des plus remarquables que l'on ait vue par l'étendue de sa queue : au reste, cette traînée de lumière qui accompagne ordinairement les Comètes, déjà peu brillante par elle-même, devient plus foible & plus indécise à mesure qu'elle s'éloigne du noyau, & se perd insensiblement dans le Ciel, de sorte qu'il est très-difficile de lui fixer une longueur précise qui varie selon la pureté du Ciel dans les différens climats.

Nous fumes obligés de sortir de Paris, & M. Maraldi se chargea d'observer la Comète en notre absence ; il en fit une dernière observation le 15 Septembre : deux jours après il la vit encore, mais ne put déterminer sa position ; bientôt la Comète se perdit dans les rayons du Soleil, & il ne fut plus possible de l'observer, jusqu'à ce qu'après avoir passé par son périhélie le 7 Octobre, par son nœud ascendant le 8, & par sa conjonction inférieure avec le Soleil le 10, elle reparut vers la fin du même mois.

M. Maraldi la revit pour la première fois le 25 Octobre, mais ne put l'observer exactement que le 28 ; la queue étoit alors fort longue, très-uniforme, & le noyau s'en distinguoit avec peine. La Comète cependant n'étoit encore éloignée du Soleil que de 7267 parties, mais elle étoit près de deux fois plus éloignée de la Terre ; cet éloignement, tant par rapport au Soleil que par rapport à la Terre, augmentoit tous les jours ; la Comète d'ailleurs parvenant à l'horizon de très-bonne heure, il falloit l'observer dans le crépuscule ; toutes ces circonstances rendoient difficiles & assez susceptibles d'erreur, les observations faites après le passage par le périhélie. M. Maraldi les poursuivit cependant jusqu'au 1.^{er} Décembre dernier, jour où il put encore assez exactement déterminer la position de la Comète. Les jours suivans, le Ciel ayant été constamment couvert, on ne put chercher la Comète que le 8 Décembre, mais ce fut inutilement : en effet, la théorie nous apprend que cette Comète étoit alors éloignée de la Terre de 21734 parties, & sa distance au Soleil étoit de 14725 des mêmes parties ; mais au commencement de son apparition, cette Comète ne nous fut visible qu'à peu près à cette même distance du Soleil, quoique nous en fussions alors trois fois plus proches ; ce qui peut s'expliquer conformément à l'idée que nous

avons de la formation des queues des Comètes. En effet, quelle que soit la distance où une Comète arrivant vers le Soleil, commence pour ainsi-dire à se revêtir d'une queue, cette traînée de lumière est alors très-foible; mais augmentant chaque jour & enfin prenant dans le périhélie tout le volume qu'elle doit avoir, elle doit être plus long-temps à se dissiper, elle doit se conserver & se rendre visible à une plus grande distance que celle où elle avoit commencé, en se formant, à avoir quelque éclat. En conséquence, une Comète (faisant abstraction de sa position par rapport au Soleil qui peut la dérober à nos yeux) doit communément être visible dans un plus grand arc de son orbite, après son passage par le périhélie, qu'auparavant.

C'est sur les observations dont je viens de rapporter le précis historique, que j'ai fondé la théorie que je vais exposer; j'ai cru pouvoir me dispenser d'en employer d'autres que celles qui ont été faites à l'Observatoire par M. Maraldi, mon Père & moi: ces observations comprennent un assez grand intervalle de temps; je ne crois pas que d'autres Astronomes, du moins à Paris, aient vu la Comète plus tard que M. Maraldi sur la fin de l'apparition; j'ai choisi, pour le calcul des élémens, les observations du 21 Août & du 1.^{er} Décembre: ces deux instans étoient à un éloignement assez considérable du passage de la Comète par son périhélie & comprennent un intervalle entre eux de cent un jours; les latitudes de la Comète étoient alors fort inégales & de différentes dénominations, circonstances toutes favorables à l'exactitude des résultats que j'ai cherché à en tirer. Comme les observations faites avant le passage par le périhélie ont été plus susceptibles de précision que celles qui ont suivi cette époque, je me suis attaché à représenter les premières le plus exactement qu'il m'a été possible, par une théorie dont voici les élémens, comparés à ceux que M. Zanotti a publiés dans un petit Imprimé qui m'a été communiqué.

	<i>Selon moi.</i>	<i>Selon M. Zanotti.</i>
Inclinaison	40 ^d 46' 32"	29 ^d 40' 49"
Lieu du nœud	5 ^c 25. 3. 18	5 ^c 19. 41. 11
Lieu du périhélie	4. 24. 11. 8	4. 13. 15. 19
Passage par le périhélie 7 Octobre	13 ^h 13' 8"	16 Octobre 10 ^h 11' 23"
Distance périhélie	0,12258	0,15880

La Comète est directe.

Dans la comparaison de ces deux théories, mon but est d'appuyer ce que j'ai avancé au commencement de ce Mémoire, en offrant un exemple des différences que peut apporter dans les résultats d'une même recherche, la différence des observations qu'on emploie.

En effet, j'ai employé à la détermination de ma théorie, une assez longue suite d'observations multipliées & faites dans différens points de l'arc qu'a parcouru la Comète. M. Zanotti n'a calculé que sur des observations faites avant le passage par le périhélie, & seulement depuis le 27 Août jusqu'au 14 Septembre; or plusieurs paraboles très-différentes peuvent néanmoins convenir assez exactement entr'elles dans un très-petit arc; d'où l'on doit conclure, que pour compter sur la théorie d'une Comète & la regarder assez exactement fixée pour nous la faire reconnoître dans les apparitions futures, il est à desirer les conditions suivantes, que les observations sur lesquelles ont été fondées les théories dans chaque apparition, aient été en un assez grand nombre, faites à différens intervalles de temps les unes avant, les autres après le passage par le périhélie, & même à quelque distance de ce périhélie, de sorte que la Comète ait parcouru un arc assez considérable de son orbite pendant l'apparition.

Si la présente Comète n'eût point reparu après son passage par le périhélie, mais qu'elle se fût montrée dans les apparitions futures avec des circonstances plus favorables, c'est-à-dire pendant un bien plus long espace de temps, les élémens que l'on eût déduit eussent été bien différens de ceux qui ont été fixés par M. Zanotti, & l'on ne se fût point douté que ce fût la même Comète, à moins que l'on n'eût fait avec nous cette réflexion, que les élémens d'une même Comète peuvent être sensiblement différens dans les différentes

apparitions, par la réunion des causes que nous avons exposées ci-dessus. Avant donc de rejeter l'identité de deux Comètes, d'après quelque différence qui peut se trouver entre quelqu'un de leurs élémens, l'on doit, ce me semble, examiner avec soin si les observations faites dans l'une & l'autre apparition, ont été également exactes & également favorables par les circonstances, ce qui permettroit alors d'exiger une plus parfaite ressemblance entre les anciens & les nouveaux élémens.

L'avantage que nous avons eu d'apercevoir la Comète de cette année cinquante-quatre jours, tant avant qu'après son passage par le périhélie, de l'observer & de déterminer souvent sa position dans un intervalle de plus de cent jours, pendant lesquels elle a parcouru près de 10 signes, nous permet de mettre cette Comète au nombre de celles dont l'orbite est assez exactement déterminée pour qu'on puisse la reconnoître & retrouver à peu près les mêmes élémens à son prochain retour, si les circonstances des observations se trouvent aussi favorables qu'elles l'ont été dans la présente apparition.

On ne trouve dans la Table générale, aucune Comète qui puisse être comparée à celle-ci, qui par conséquent est absolument nouvelle pour nous.

Détail des Observations de la Comète.

Le 21 Août 1769, ayant dirigé à la Comète une lunette de 3 pieds, garnie d'un rhomboïde & montée sur une machine parallactique, nous la comparâmes, mon Père & moi, à plusieurs étoiles du Taureau qui se trouvoient assez près de son parallèle; les plus apparentes étoient *s*, *f*, λ *in pectore*; *c* *in sequente genu precedens*. Par plusieurs observations répétées, nous reconnûmes que la Comète avoit un mouvement d'environ $0^d 3'$ par heure vers l'Orient. Enfin à $12^h 34' 18''$ temps vrai, la Comète précédait l'Étoile *f* au fil horaire de $13' 9''$ de temps, & l'Étoile *s* de $12'' 51''$; elle étoit plus australe que la première de $0^d 53' 51''$, & plus boréale que la seconde de $0^d 41' 49''$; d'où l'on conclut, par un milieu, l'ascension droite de la Comète

de $46^{\text{d}} 15' 50''$, & la déclinaison de $11^{\text{d}} 14' 10''$ boréales. C'est ainsi qu'autant qu'il nous a été possible, nous avons comparé la Comète à plusieurs différentes Étoiles, afin de déterminer plus exactement sa position, en prenant un milieu entre plusieurs résultats; c'est ce résultat moyen que je rapporterai toujours ici.

Le 22, nous comparâmes la Comète aux mêmes étoiles, *s, f, λ* du Taureau; à $14^{\text{h}} 8' 6''$ elle étoit plus occidentale que *f* de $1^{\text{d}} 46' 42''$, & plus australe de $1^{\text{d}} 1' 7''$; d'où l'on conclut son ascension droite de $47^{\text{d}} 47' 15''$, & sa déclinaison de $11^{\text{d}} 7' 0''$ boréale.

Le 23, la Comète fut encore comparée aux étoiles *s, f* du Taureau; à $12^{\text{h}} 50' 41''$ elle précédoit l'étoile *f* au fil horaire de $0^{\text{d}} 15' 32''$, & étoit plus australe de $1^{\text{d}} 9' 25''$; d'où l'on conclut l'ascension droite de la Comète de $49^{\text{d}} 16' 0''$, & sa déclinaison de $10^{\text{d}} 58' 57''$ boréale.

Le temps ne nous permit de revoir la Comète que le 25; son noyau étoit alors fort augmenté de lumière & sa queue de longueur; elle occupoit environ 10 degrés, mais avoit peu de largeur: nous comparâmes dans plusieurs Observations la Comète à l'étoile *λ in pectore*, & à une autre Étoile de la même constellation *e in armo præcedente*; à $11^{\text{h}} 59' 47''$ la Comète étoit plus occidentale que *λ* de $4^{\text{d}} 24' 42''$, & plus australe de $1^{\text{d}} 14' 4''$; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $52^{\text{d}} 34' 30''$, & sa déclinaison de $10^{\text{d}} 34' 30''$ boréale.

Le 26, le temps ne nous permit pas de revoir la Comète; le 27, la queue nous parut considérablement alongée; l'absence de la Lune pouvoit peut-être produire cette apparence: les nuages vinrent nous interrompre au milieu de l'Observation.

Le 28, nous aperçûmes la Comète fort brillante; l'ayant comparée à l'Étoile *e in armo præcedente*, nous la trouvâmes à $11^{\text{h}} 51' 22''$ plus orientale de $4^{\text{d}} 53' 17''$, & plus australe de $0^{\text{d}} 44' 29''$; ce qui donne l'ascension droite de la Comète de $58^{\text{d}} 49' 0''$, sa déclinaison de $9^{\text{d}} 40' 43''$ boréale.

Le 30, on voyoit la queue de la Comète s'étendre jusqu'aux étoiles de la Baleine, avec une longueur de plus de 18 degrés; cette queue paroissoit un peu recourbée, & l'on voyoit plusieurs

Étoiles

Étoiles au travers : la Comète fut comparée aux étoiles du Taureau ; *a in sequente crure*, & à la même que les jours précédens, *e in armo precedente* ; à $13^h 26' 32''$, elle étoit plus orientale que cette dernière de $1^d 7' 27''$, & plus australe de $1^d 37' 40''$; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de $64^d 3' 10''$, sa déclinaison de $8^d 47' 30''$ boréale.

Le 2 Septembre, la Comète se trouvant proche de la belle étoile γ d'Orion, je déterminai à $14^h 29' 42''$ leur différence d'ascension droite de $4^d 31' 14''$, & leur différence de déclinaison de $0^d 48' 47''$ dont l'étoile étoit plus australe ; ce qui détermine l'ascension droite de la Comète de $73^d 40' 34''$, & la déclinaison de $6^d 56' 4''$.

Le 3, la Comète s'étoit approchée de γ d'Orion ; son noyau étoit extrêmement brillant, & sa queue s'étendoit par-delà les étoiles ξ & θ du Taureau : à $13^h 32' 48''$ la Comète étoit plus occidentale que γ d'Orion, de $0^d 56' 47''$, & plus boréale de $0^d 4' 13''$; d'où l'on déduit l'ascension droite de la Comète de $77^d 15' 1''$, sa déclinaison de $6^d 11' 30''$ boréale.

Le 4, je comparai encore la Comète à la même étoile γ d'Orion ; à $13^h 35' 22''$ la Comète se trouva plus orientale que l'Étoile de $3^d 5' 53''$, & plus australe de $0^d 44' 56''$; d'où l'on tire l'ascension droite de la Comète de $81^d 17' 41''$, & sa déclinaison de $5^d 22' 21''$ boréale.

Le 5, la Comète put encore être comparée à γ d'Orion ; à $15^h 0' 14''$ l'Étoile étoit plus occidentale de $7^d 42'$, & la Comète étoit plus australe de $1^d 45' 46''$; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de $85^d 53' 48''$, & sa déclinaison de $4^d 21' 31''$ boréale.

La queue de la Comète s'étendoit jusqu'à γ du pied du Taureau ; le 8, elle nous parut encore beaucoup plus longue que dans les dernières observations ; nous ne pûmes apercevoir la Comète que par intervalles au travers des nuages.

Les observations suivantes ont été faites par M. Maraldi ; il vit la Comète le 13 ; mais le Ciel se couvrit au milieu de l'observation, & il ne put reconnoître les Étoiles qu'il avoit déjà observées.

Le 15 Septembre, la Comète fut comparée au cœur de l'Hydre
Mém. 1770.

à $16^h 46' 33''$, temps vrai; elle étoit plus occidentale de $3^d 7' 30''$, & étoit plus australe de $0^d 42' 36''$; d'où l'on conclut l'ascension droite de la Comète de $13^h 5^d 56' 50''$, & sa déclinaison de $6^d 56' 37''$ australe.

M. Maraldi vit encore la Comète le 17 au matin, mais ne put l'observer; elle se perdit ensuite dans les rayons du Soleil & disparut: l'observation du 15 Septembre est donc la dernière qui fut faite à l'Observatoire avant le passage de la Comète par son périhélie, où elle parvint, ainsi que dans la conjonction inférieure, dans les premiers jours du mois d'Octobre.

Après s'être dégagée des rayons du Soleil, la Comète reparut vers la fin d'Octobre. M. Maraldi l'aperçut alors pour la première fois le 25 de ce mois, mais elle étoit si proche de l'horizon, qu'il n'eut pas le temps de déterminer sa position: le lendemain 27 il la vit encore, mais différentes circonstances l'empêchèrent de l'observer; la queue paroissoit alors fort longue, mais le noyau étoit très-peu distinct: en général, dans toutes les observations qui suivirent le passage par le périhélie, le crépuscule fut très-nuisible & on ne pouvoit attendre qu'il fut dissipé, parce qu'alors la Comète se trouvoit trop près de l'horizon.

Le 28 Octobre, la Comète fut comparée à plusieurs Étoiles, principalement à δ d'*Ophiucus*, à $6^h 20' 27''$, temps vrai; la Comète étoit plus occidentale que l'Étoile de $1^d 3' 55''$, & elle étoit plus septentrionale de $2^d 8' 45''$; d'où l'on conclut l'ascension droite de la Comète de $23^h 9^d 31' 13''$, & sa déclinaison de $0^d 56' 12''$ australe.

Le 4 Novembre, à $6^h 16' 58''$, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle de $45^d 36' 5''$, & plus australe de $1^d 6' 52''$; ce qui donne l'ascension droite de la Comète de $24^h 9^d 35' 10''$, & sa déclinaison de $0^d 40' 58''$ australe.

Le 6, à $6^h 10' 42''$, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle de $43^d 0' 56''$, & plus australe de $1^d 3' 5''$; d'où l'on conclut l'ascension droite de la Comète de $25^h 2^d 10' 19''$, & sa déclinaison de $0^d 37' 11''$ australe.

Le 17, à $6^h 10' 33''$, la Comète comparée encore à la même étoile η de l'Aigle, étoit plus occidentale de $3^d 1' 8' 23''$, & plus

australe de $0^d 47' 38''$; d'où l'on a l'ascension droite de la Comète de $264^d 2' 52''$, & sa déclinaison de $0^d 21' 44''$.

Le 18, à $5^h 53' 52''$, l'étoile η de l'Aigle étoit plus orientale que la Comète de $30^d 12' 27''$, & plus septentrionale de $0^d 47' 44''$; ce qui donne l'ascension droite de la Comète de $264^d 58' 48''$, & sa déclinaison de $0^d 21' 44''$ australe.

Le 19, à $6^h 2' 22''$, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle, de $29^d 17' 3''$, & plus australe de $45' 44''$; d'où l'on conclut l'ascension droite de la Comète de $265^d 54' 12''$, & sa déclinaison de $0^d 19' 49''$ australe.

Le 20, à $6^h 1' 44''$, la Comète étoit plus occidentale que l'étoile de l'Aigle de $28^d 22' 47''$, & plus australe de $0^d 41' 28''$; ce qui détermine l'ascension droite de la Comète de $266^d 48' 28''$, & sa déclinaison de $0^d 15' 28''$ australe.

Le 27, la Comète fut encore comparée à la même étoile de l'Aigle à $6^h 22' 34''$, elle étoit plus occidentale de $22^d 36' 22''$, & plus australe de $0^d 26' 29''$; d'où l'on a l'ascension droite de la Comète de $272^d 34' 50''$, & sa déclinaison de $0^d 0' 15''$ australe.

Le 28, à $6^h 4' 4''$, la Comète comparée à la même étoile de l'Aigle étoit plus occidentale de $21^d 52' 46''$, & plus australe de $0^d 21' 41''$; d'où l'on conclut l'ascension droite de la Comète de $273^d 18' 29''$, & sa déclinaison de $0^d 4' 13''$ boréale.

Le 1.^{er} Décembre, la Comète fut encore comparée à la même étoile η de l'Aigle; elle la précédoit au fil horaire, & par conséquent étoit plus occidentale de $19^d 41' 2''$, & plus australe de $0^d 15' 55''$; ce qui donne l'ascension droite de la Comète de $275^d 30' 13''$, & sa déclinaison de $0^d 9' 59''$ boréale.

Le Ciel fut couvert jusqu'au 8, jour auquel M. Maraldi chercha en vain la Comète.

L'on peut voir dans la Table suivante l'accord de ma théorie avec les précédentes observations.

MOIS.	TEMPS MOYEN.	LONGITUDE OBSERVÉE.	LONGITUDE CALCULÉE.	LATITUDE OBSERVÉE.	LATITUDE CALCULÉE.	ERREUR de la THÉORIE	
						En longitude.	En latitude.
AOÛT.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
21	12. 36. 53	47. 1. 10	47. 1. 0	5. 56. 26	5. 56. 24	-0. 10	-0. 2
22	14. 10. 25	48. 25. 0	48. 25. 35	6. 27. 50	6. 29. 52	+0. 35	+2. 2
23	12. 52. 46	49. 48. 25	49. 45. 47	6. 58. 40	7. 1. 44	-2. 38	+3. 4
25	12. 1. 20	52. 52. 25	52. 51. 41	8. 11. 40	8. 15. 24	-0. 44	+3. 44
28	12. 11. 16	58. 43. 55	58. 43. 55	10. 27. 58	10. 31. 38	0. 0	+3. 40
30	13. 26. 38	63. 43. 40	63. 44. 47	12. 20. 30	12. 23. 0	+1. 7	+2. 30
SÉPT.							
2	14. 28. 50	73. 6. 42	73. 11. 2	15. 34. 51	15. 35. 39	+4. 20	+0. 48
3	13. 31. 37	76. 45. 30	76. 47. 58	16. 41. 38	16. 41. 53	+2. 28	+0. 15
4	13. 33. 52	80. 53. 34	80. 54. 59	17. 49. 18	17. 52. 8	+1. 25	+2. 50
5	14. 58. 11	85. 40. 18	85. 41. 16	19. 2. 55	19. 5. 55	+0. 58	+3. 0
15	16. 41. 10	140. 39. 0	140. 39. 0	22. 41. 28	22. 40. 25	0. 0	-1. 3
OCTOB.							
28	6. 4. 28	237. 31. 41	237. 27. 32	19. 9. 23	19. 12. 25	-4. 9	+3. 2
NOV.							
4	6. 0. 53	248. 1. 32	248. 6. 48	21. 14. 26	21. 19. 8	+5. 16	+4. 42
6	5. 54. 42	250. 46. 1	250. 49. 8	21. 39. 56	21. 43. 36	+3. 7	+3. 40
17	5. 56. 5	263. 31. 57	263. 29. 27	22. 58. 24	23. 3. 39	-2. 30	+5. 15
18	5. 39. 37	264. 32. 41	264. 35. 49	23. 1. 42	23. 6. 16	+3. 8	+4. 34
19	6. 48. 21	265. 32. 45	265. 37. 6	23. 4. 31	23. 9. 25	+4. 21	+4. 54
20	5. 47. 58	266. 31. 41	266. 34. 23	23. 10. 20	23. 4. 27	+2. 42	-5. 53
27	6. 10. 53	272. 48. 46	272. 48. 33	23. 26. 24	23. 27. 22	-0. 13	+0. 58
28	5. 52. 44	273. 36. 29	273. 37. 15	23. 29. 55	23. 28. 33	+0. 46	-1. 22
DÉC.							
1	5. 49. 43	276. 0. 11	276. 0. 8	23. 31. 15	23. 31. 14	-0. 3	-0. 1



PREMIER MÉMOIRE

SUR LE

PÉTROLE DE PARME.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

ON fait que le Pétrole est une huile qui se trouve dans certains pays, où elle coule naturellement des pierres, ou plutôt qu'elle y s'écoule de la terre, & que c'est de-là qu'elle a pris son nom de *Pétrole*, *Pettrecole* ou *huile de pierre*. Juin
1768.

L'Italie fournit beaucoup de pétrole; il y est commun, principalement dans les duchés de Modène, Parme & Plaisance: il en vient sur-tout d'un lieu voisin de Mont-Baranzon, de Mont-Felín à douze lieues de Modène, &c. M. Boulduc a donné * l'analyse de ce dernier, connu sous le nom de pétrole de Modène; mais je ne vois point de détails circonstanciés sur les moyens employés pour le recueillir: il semble cependant que l'on ne doit espérer de connoître comment cette huile se forme dans la terre, & ce qui entre dans sa composition, qu'en multipliant les Observations sur les pays qui fournissent le pétrole. M. Ferrarini, Chimiste de son A. R. l'Infant Duc de Parme, m'a mis à portée de donner, avec exactitude, ce qui est en usage pour retirer le pétrole qui vient des États de ce Souverain. * Mém. Acad.
année 1715.

Le village de Miano, d'où l'on tire le pétrole appelé *de Parme* ou *de Plaisance*, est éloigné de Parme seulement de douze milles (a); il est situé le long d'une coline: le pétrole s'y tire de certains puits construits de manière que cette huile vienne se rassembler dans le fond de ces citernes. On rencontre à Miano plusieurs de ces puits anciens & abandonnés; mais on n'y en compte maintenant que trois qui fournissent du pétrole blanc, & à quelque distance de ce village, deux autres qui donnent du pétrole roux.

(a) Le mille est de 958 toises.

De ces trois puits qui fournissent du pétrole blanc, deux sont situés au pied d'une montagne, & le troisième qui n'en est qu'à peu de distance, est voisin d'un petit cours d'eau, appelé le *ruisseau des fontaines*, qui va tomber dans le Taro.

Les puits anciens ne sont éloignés que de cinq ou six bras *(b)* des nouveaux, & sont dans un endroit un peu plus élevé que ceux qui donnent maintenant le pétrole : ces derniers sont distans les uns des autres de 25 à 30 bras.

On fouille ces puits sans être conduits par aucuns indices qui puissent assurer qu'on réussira dans cette entreprise, & qu'ils donneront abondamment du pétrole : on les creuse ordinairement d'environ 110 bras, mesure de Parme ; ce qui équivaut à peu près à 183 pieds de France.

Les habitans de ce village assurent qu'il y a cinquante ans le pétrole étoit plus voisin de la superficie de la terre de plusieurs bras, & qu'il seroit sans que l'on fût obligé de creuser aussi profondément.

Comme il n'y a point de caractères certains pour reconnoître le lieu que l'on doit choisir pour y creuser, les personnes qui sont même le plus au fait de ce commerce ne réussissent pas toujours dans la fouille de leur puits, & souvent il faut qu'ils abandonnent l'ouvrage lorsqu'il est plus ou moins avancé ; & souvent, lorsque les ouvriers sont parvenus près de la profondeur où ils devoient arriver. C'est, ou la nature du terrain qui empêche de suivre la fouille, ou, si on l'a continuée, & que l'on ait entièrement creusé le puits, on a le désagrément de n'avoir découvert qu'une source peu abondante en huile, & qui ne paye pas, même après bien des années, les premières dépenses ; car il est très-ordinaire de voir les sources faibles en pétrole, après huit ou dix ans, devenir totalement infructueuses. Les Entrepreneurs ne sont donc eux-mêmes secondés que par un heureux hasard.

Voici cependant ce que l'on exécute en fouillant les puits, d'après les remarques répétées qui ont été faites sur les lieux qui produisent le pétrole ; 1.^o de ne pas fouiller près d'un endroit d'où l'on ait anciennement tiré de l'huile, & où l'on voit de

(b) Le bras de Parme équivaut à vingt pouces du pied de France.

vieux puits : 2.^o On y regarde comme un bon signe de trouver un terrain appelé par les gens du lieu , *terreno cocco* ; c'est une terre d'un gris un peu verdâtre , assez dure , compacte & de la nature des argiles : 3.^o Il faut que ce lit de terre paroisse presque en commençant la fouille du puits , excepté dans quelques veines de peu d'épaisseur d'une autre terre que les gens du pays nomment *piastra* ou *phiastra* , qui se rencontrent à peu près de huit en huit bras , & qui coupent la première terre ; la terre appelée *cocco* devient d'autant plus dure qu'on la creuse plus profondément : 4.^o Quand le trou a environ cinquante bras de creux , il faut que l'on sente l'odeur du pétrole qui doit devenir d'autant plus vive que l'on parvient à une plus grande profondeur : 5.^o Enfin l'indice le plus sûr est lorsque vers la fin de l'ouvrage l'odeur de pétrole est si forte que les ouvriers en creusant & en faisant les murs du puits , ne puissent pas rester une demi-heure ou même un quart-d'heure sans être remplacés par d'autres ; & souvent on les retire évanouis , sans respiration apparente , & comme morts.

Les ouvriers creusent donc le puits jusqu'à ce qu'ils voient sortir le pétrole qui se filtre à travers les terres & vient par de petits trous : quelquefois même cette huile sort avec force & par jets qui ressemblent à de petites fontaines ; & c'est ordinairement lorsqu'on a conduit le puits à la profondeur de 110 bras , que l'on obtient ainsi le pétrole

Souvent en creusant le puits , & avant d'être parvenu à cette profondeur , on aperçoit quelques filets de pétrole , qui se perdent en continuant l'ouvrage , & reparoissent ensuite. Il est encore arrivé qu'au fond d'un puits on a trouvé dans une espèce de fosse une quantité de pétrole qui montoit à 8 ou 1200 livres , poids de Parme (c) , ou 800 livres de France.

On creuse ces puits de la même manière que l'on fouille les puits ordinaires ; c'est-à-dire qu'on commence à faire une ouverture de trois bras de diamètre , & de dix ou quinze bras de profondeur ; puis l'on revêt toute cette partie du trou avec des

(c) La livre de Parme est d'un tiers plus foible que celle de Paris ; ainsi la livre & demie de Parme ne fait qu'une livre de seize onces de France.

briques que l'on pose sur leur champ & qu'on lie dans un mortier de chaux : l'on commence par la partie la plus basse du puits, & l'on finit au niveau du terrain & à l'ouverture du trou ; l'on continue ainsi le travail & dans le même ordre, en creusant & garnissant la fouille de briques, & l'on conduit le puits jusqu'à la profondeur où commencent à couler les vraies sources du pétrole : c'est alors qu'on a l'attention de réduire le fond du puits à deux bras au plus de diamètre.

Le fond de ces puits étant ainsi diminué de largeur, donne plus de facilité pour en tirer le pétrole ; & les ouvriers sont d'autant plus portés à les construire de cette façon, qu'ils diminuent l'ouvrage, qui devient pour lors très-difficile à exécuter, à cause du pétrole qui coule & qui répand une odeur si vive, qu'à peine les ouvriers y peuvent rester un quart-d'heure, soit à fouiller ou à mâçonner, & que ce n'est qu'avec la plus grande fatigue qu'ils viennent à bout de terminer l'ouvrage.

Les puits sont abandonnés l'hiver & à la fin de l'automne ; mais dès le printemps les propriétaires envoient en tirer l'huile tous les deux ou trois jours, & l'on s'y prend de la même manière qu'on le feroit pour en tirer de l'eau ; on a de petits sceaux de bois, parce que le fond du puits est, comme nous l'avons dit, fait un peu en cône renversé, dans le dessein de le pouvoir vider avec plus de facilité, l'huile qui a coulé les jours précédens venant de cette façon se porter dans la partie la plus profonde du puits où elle se ramasse.

Des trois puits de Miano dont nous parlons, il n'y en a maintenant qu'un seul qui donne le pétrole joint avec de l'eau, tandis que les deux autres le fournissent pur & sans mélange. Il y a trois à quatre ans que ce puits est fait, & dans le commencement qu'il a été construit, il donnoit le pétrole pur ; l'huile qu'il donne maintenant est très-estimée & très-bonne ; l'eau qui se trouve aussi dans ce puits, & que surnage l'huile, est claire, limpide & un peu salée. Si dans le puits on laisse trop d'eau & d'huile se rassembler dans son fond, la quantité d'huile qu'on envoie retirer après plusieurs jours, est bien moins abondante, l'huile nouvelle ne pouvant sortir.

Nous

Nous avons déjà annoncé que chaque puits ne fournissoit pas la même quantité d'huile dans le même temps; aussi y en a-t-il qui ne donnent en un jour qu'une demi-livre d'huile, tandis que d'autres en fournissent depuis une livre jusqu'à quatre livres de Parme.

L'huile, au sortir des puits, est un peu louche, parce qu'elle est mêlée avec une terre légère; elle ne devient claire que lorsqu'elle a déposé cette substance étrangère au fond des vases dans lesquels on la conserve; & c'est ainsi qu'on la trouve chez les Épiciers-droguistes. Il y a des puits qui donnent le pétrole plus ou moins limpide; aussi le distingue-t-on en pétrole blanc & pétrole roux: les habitans prétendent que cette différence ne dépend que de la différente couleur du terrain que traverse le pétrole. A la vérité, à peu de distance de Miano il y a deux autres puits qui donnent du pétrole roux, & il est constant que la terre y est plus brune, d'une couleur plus foncée que celle d'où il sort du pétrole blanc. Pour avoir l'huile de pétrole très-blanche, on la distille avec de l'eau; l'huile monte la première & sort limpide de l'alambic.

Les environs de Miano, où l'on tire le pétrole, ne fournissent point de vraies pierres; la montagne voisine n'est même composée que de l'espèce de terre verdâtre, compacte & argileuse, la même que nous avons déjà appelée *cocco* avec les habitans du lieu où l'on retire le pétrole; la superficie de la montagne est une terre légère, stérile, & qui ne produit aucune plante; elle est presque composée de mica. Les montagnes voisines de ce lieu, & que côtoie le Taro, fournissent aussi une petite quantité de pétrole blanc ou roux; & à peu de distance de Miano, on trouve, en creusant, des lits de coquilles fossiles, & en partie détruites par le temps.

M. Ferrarini m'a envoyé, 1.^o de la terre appelée *cocco*, prise au bas de la montagne de Miano; elle étoit mêlée avec un sable réduit en petits grains, dans lequel brilloit beaucoup de mica; 2.^o de la même terre prise au haut d'un puits qu'on commençoit

à fouiller ; 3.^o de cette terre prise au fond d'un puits qui étoit près de la profondeur où on devoit le creuser, elle avoit une forte odeur de pétrole, & M. Ferrarini m'a prévenu qu'il s'étoit formé dessus une efflorescence qui avoit sur la langue un goût de sel marin : il lui a été impossible de m'envoyer de la terre appelée *piastra*, qui se trouve par veines, parce que dans les puits qui venoient d'être fouillés, la *piastra* étoit pour lors mêlée avec la première terre ; 4.^o une bouteille d'huile de pétrole ; 5.^o de cette terre légère qui donne au pétrole une couleur louche, & qui se dépose dans les vases où l'on conserve cette huile : cette terre est la même que le *cocco*, dont l'huile a entraîné les parties les plus légères ; 6.^o du pétrole distillé avec de l'eau, & qui est très-blanc.

J'ai mis sur les charbons, la terre *cocco*, prise au bas de la montagne de Miano ; elle n'y donne point de flammes : cette terre se cuit au feu, & de verdâtre qu'elle étoit, elle y devient rougeâtre ; elle se fond ou s'amollit dans l'eau & y devient maniable ; elle n'a point un goût décidé sur la langue ; elle ne fleurit point à l'air ; enfin, elle fait une vive effervescence avec l'acide nitreux.

Nous croyons à propos de dire ici que dans le lieu nommé *Salso Maggiore* & dans ses environs, à près de dix lieues de Parme, où sont les puits d'eau salée, dont on retire le sel par évaporation pour l'usage du pays, quelques-uns de ces puits donnent aussi du pétrole ; cette huile est d'une couleur rousse très-foncée ; elle est plus épaisse, & d'une odeur plus vive, plus pénétrante que celle du pétrole ordinaire. La plupart de ces puits, à la vérité, donnent du pétrole en si petite quantité, qu'on n'en fait aucun usage : un seul, appelé le *grand Puits*, qui produit par jour cent neuf brentes (c) d'eau salée, donne assez de pétrole pour qu'on cherche à le conserver ; aussi l'en sépare-t-on par le moyen

(c) La brenta de Parme contient trente-six pintes de Parme & soixante-dix pintes de Paris ; ainsi la pinte de Parme est presque le double de celle de Paris.

d'une peau d'agneau, & cette huile sert dans la fabrique à éclairer les ouvriers pendant la nuit.

Le terrain de Salso Maggiore est aussi de la nature à peu près de celui de Miano ; c'est une terre qui ressemble parfaitement au cocco, mais d'une couleur plus plombée, tandis qu'à la profondeur de vingt bras environ, on y trouve de vrais lits plus ou moins épais, de celle appelée *phiastra*, d'une couleur encore plus verdâtre ; c'est de cette dernière que sortent à Salso Maggiore, l'eau salée & le pétrole, lorsqu'on est parvenu à creuser depuis quatre-vingts jusqu'à cent cinquante bras. Enfin, M. de Montigny, en examinant les salines de Franche-Comté *, a trouvé dans ces eaux des parties grasses, bitumineuses, ayant une forte odeur de pétrole.

* *Mém. Acad.*
année 1762.

A Velléia, qui n'est qu'à environ sept lieues de Plaisance, & à peu près vingt de Parme, où le Père du Souverain régnant fit découvrir, quelques années avant sa mort, les restes d'un palais bâti par Trajan, & depuis enseveli & comblé par la chute & l'éboulement des terres voisines & plus élevées (*d*), au pied de la montagne, où se voit aujourd'hui Velléia, il y a une source d'eau qui semble bouillir, sans que cependant le thermomètre y indique aucune chaleur sensible (*e*) ; sur cette eau surnage une vapeur légère de pétrole de couleur sombre ; au-dessus de cette source, pour peu qu'on creuse la terre, on y sent une odeur de pétrole : cette vapeur, qui est plus légère que l'eau, & qui s'élève de quelques pieds au-dessus du terrain, prend feu à l'approche de la paille ou de toute autre matière enflammée, & brûle pendant plusieurs jours. Ces mêmes vapeurs sont communes dans le duché de Modène & dans la montagne de Pietra Mala (*f*).

(*d*) Voyez l'extrait que l'on a donné du Mémoire du R. P. Paciaudi, dans le quatrième tome de la Gazette littéraire d'Europe (le 3 Mars 1765, page 353).

(*e*) Voyez ce que j'ai dit sur cette chaleur, qui n'est qu'apparente, dans

mon Mémoire sur les solfatares des environs de Rome (*ci-dessus*, page 8 & suiv.).

(*f*) Voyez *Second Mémoire sur le Pétrole & sur des vapeurs inflammables, communes dans différentes parties de l'Italie* ; ci-après, page 45 & suiv.

Enfin, pour ne rien omettre sur ce qui pourroit jeter quelque jour sur la nature du pétrole, je dirai qu'on trouve à peu de distance de Velléïa, dont nous venons de parler, ainsi qu'à environ un mille de Miano, une source d'eau soufrée qui a une forte odeur de foie de soufre; & je dois ajouter qu'on n'a point trouvé encore aux environs de ces endroits qui donnent le pétrole, ni de vrais schistes, ni du charbon de terre, ni des preuves bien établies d'un feu actuel souterrain pareil à celui des volcans.



SECONDE MÉMOIRE SUR LE PÉTROLE

ET SUR

DES VAPEURS INFLAMMABLES

Communes dans quelques parties de l'Italie.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

ON traverse en allant de Bologne à Florence, la chaîne des montagnes de l'Apennin: la plus haute de ces montagnes se nomme le *Giogo*; elle est située entre Fiorenzuola & Scarperia. 1.^{re} Juin 1770.

En jetant les yeux sur le dérangement qu'ont souffert plusieurs de ces montagnes, on s'assure qu'elles le doivent à des tremblemens & à des secouffes de volcan.

Les fontes de neiges & les ruisseaux qui prennent leur source dans ces montagnes, entraînent des pierres calcinées & des produits de volcan. Dans certaines parties de ces montagnes on trouve de vraies solfatares; la terre y est brûlée, les plantes s'y dessèchent, ou n'y peuvent végéter, tandis que proche de ces mêmes endroits, les fels & le remuement des terres deviennent au contraire favorables aux plantes; ils rendent leur végétation plus vigoureuse, & elles y viennent très-belles.

Dans plusieurs de ces montagnes, & principalement celles qui sont sur le chemin de Bologne à Florence, on trouve des feux, ou simplement des vapeurs qui n'ont besoin que de l'approche d'une flamme pour brûler elles-mêmes pendant du temps.

Arrêtons-nous à quelques-uns de ces endroits où ces feux sont les plus apparens; ils serviront à donner une idée physique & minéralogique de cette partie de l'Italie, & peut-être à jeter des lumières sur l'origine de l'huile de pétrole.

Entre Scarica-d'Asino & Pietra-Mala, sur-tout aux environs de la montagne Canida, qui est à un mille de ce dernier bourg

appartenant à la Toscane, les bouleversemens & ce gonflement des terres deviennent encore plus évidens que par-tout ailleurs & ne laissent aucun doute sur leur origine : on voit au bas de ces montagnes, conduites par les torrens, des pierres poreuses, des écumes, des laves, des vitrifications de volcans ; enfin tout ce qui peut annoncer que ces montagnes ont brûlé*.

La pierre qui constitue cette montagne, celle qu'on y trouve le plus communément, est de la nature des pierres grenues ou graveleuses, dans laquelle on trouve du *mica* ; elle tient à la langue & y laisse un goût desagréable ; la pierre dans d'autres parties de la montagne est glaiseuse. La pierre graveleuse est peu soluble dans les acides qui n'attaquent qu'une partie de la pierre, encore faiblement ; elle est d'un rouge-gris ou noir, suivant les endroits de la montagne où l'on prend la pierre ; la terre y est aussi sableuse & plus ou moins noire.

Les feux de la montagne Canida proche Pietra-Mala, sont placés à différentes hauteurs de la montagne ; on compte dans cette montagne quatre bouches de feux que les payfans distinguent par autant de noms différens : ils nomment la première *di legno*, de bois, parce que la flamme claire que ce feu donne, est semblable à celle d'un bois bien sec qui se consumeroit ; elle est dans une espèce de petit vallon, à peu-près aux trois quarts en montant vers sa cime. La seconde bouche de feu s'appelle *del piglio* ; la troisième, *del montaggiolo* ; la quatrième qui s'allume rarement, porte le nom de la montagne de Canida.

Ces feux paroissent avoir la même origine ; parlons du premier *di legno*, parce que c'est le plus considérable & le plus connu dans le pays.

Le feu *di legno* est, ainsi que nous venons de le dire, dans une partie de la montagne assez près de la cime, qui forme un petit vallon dominé encore par des buttes plus élevées, & coupé par l'écoulement de diverses sources qui descendent des hauteurs

* Voyez dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1706, page 336, une description de Pietra-Mala ; année 1699, celle de la fontaine brûlante, près de Grenoble en Dauphiné ;

enfin dans les *Transactions philosoph.* n.° 26, page 482, la source inflammable de Lancashire dans la Grande-Bretagne.

voisines: le champ où est ce feu est pierreux; les buttes qui sont plus élevées & qui l'entourent, sont garnies de roches dont la nature est grenue, graveleuse & très-remplie de *mica*.

Ce feu est dans un espace circulaire de vingt-cinq à trente pieds de diamètre; la terre y paroît brûlée, ou plutôt il semble qu'elle doit sa couleur plus rembrunie, à ce qu'elle a été cuite par le feu. Les pierres sont plus noires que celles des environs; il en sort çà & là une flamme bleue, vive, ardente, claire, qui s'élève à trois ou quatre pieds de hauteur. On prétend qu'elle a monté jusqu'à neuf pieds; & les habitans des endroits voisins disent que plus il est tombé de neige pendant l'hiver, plus la flamme a de force & s'élève: on peut, sans aucun risque, en approcher de près; pendant le jour, il faut en être proche pour s'en apercevoir; la nuit, elle est brillante & paroît de loin. Pour peu qu'on gratte dans cet espace, la flamme sort; mais on fouillerait inutilement au-delà de l'espace circulaire, il ne paroîtroit aucun feu, quoiqu'à plus de soixante pieds du centre des flammes on s'aperçoive encore de la chaleur que conserve le terrain: à cette distance, elle fait fondre la neige qui y tombe en hiver, & qui couvre souvent tout le reste de la montagne.

Une preuve que cette flamme n'a point une odeur bien décidée, c'est que chacun lui en a donné une particulière, d'après sans doute la manière dont ils étoient eux-mêmes prévenus; les uns ont dit qu'elle tenoit de la vapeur du soufre, d'autres de l'odeur du benjoin, d'autres de l'électricité: je n'ose, d'après cela, ajouter que j'ai comparé cette odeur à celle légère de pétrole.

Le long d'une fente ou crevasse voisine du feu, il se fait entendre un bruit sourd comme seroit celui d'un vent qui traverseroit un souterrain; on dit qu'ayant dessein de pénétrer sous le feu dans l'endroit où l'on croyoit qu'en étoit le foyer, on y a commencé une voûte, mais que le terrain s'étant éclaté & crevé, il en est sorti un vent chaud & violent qui a arrêté les ouvriers: on ajoute que l'on a depuis cherché encore à augmenter cette ouverture, mais qu'une étincelle produite par le marteau d'un ouvrier, a allumé une flamme considérable au grand risque des travailleurs.

Les bestiaux paissent aux environs de l'espace brûlé, où l'herbe

vient très-bien. Près de ce lieu on trouve deux sources d'eau chaude, qui sont douces & salutaires, & une fontaine dont le pétrole surnage l'eau; & l'on fait que cette huile s'enflamme aisément à l'approche d'un corps enflammé.

Il paroîtroit sans doute singulier à ceux qui voudroient ici trouver la naissance d'un nouveau volcan, que ce terrain, dans le lieu où le feu existe depuis du temps, ne fût ni enfoncé, ni relevé, & qu'il n'y eût aucun changement sensible à la place où on le voit encore aujourd'hui; mais ce fait s'accorde bien avec l'explication que je donnerai dans ce Mémoire, de la nature de ces feux: d'ailleurs on ne voit près du foyer aucunes pierres de volcans ni rien qui puisse annoncer que ce feu ait jeté; cependant ces montagnes, ainsi que nous l'avons dit, rassemblent tout ce qui peut prouver qu'elles ont été anciennement formées ou au moins changées par les volcans.

Nous devons encore ajouter, suivant le rapport qui nous en a été fait, qu'en 1767 où l'on ressentit des secousses assez vives & des tremblemens dans les endroits voisins de Pietra-Mala, ce feu ne changea point cependant de forme, & ne donna ni plus ni moins de fumée.

On a trouvé à différens endroits de la montagne, des médailles antiques, dont la plus ancienne (à ce que l'on prétend) est du temps des premiers Empereurs: ce qui a fait imaginer que c'étoit alors la coutume de jeter des médailles dans le feu, & que le feu dont nous parlons existoit dès l'an 706 de la fondation de Rome, ou à peu-près l'an 4000 de la création du monde. Mais si ces médailles étoient une suite de cette coutume, on ne devoit en trouver qu'aux environs du feu & non en des endroits éloignés de son foyer, à moins qu'on ne voulût encore en induire que le feu eût changé de place, & qu'il y ait eu du feu à tous les endroits de la montagne où l'on trouveroit des médailles; ce qui seroit une pure supposition.

Dans un autre lieu de la même montagne, situé plus bas que le premier feu que nous venons de décrire, est celui que l'on nomme *peglio*, & qui mérite aussi que nous en parlions à cause de la vapeur volatile & inflammable qui s'en exhale: ce feu est
de

de l'autre côté du chemin, & sur la droite en allant de Bologne à Florence; il y a de celui-ci au sommet de la montagne, environ 70 toises.

On voit au milieu d'un champ cultivé, un enfoncement circulaire d'environ sept pieds de diamètre, d'où il sembleroit seulement que l'on eût ôté l'épaisseur d'un gazon; il sort de cet espace une vapeur volatile, qui ne devient visible que lorsqu'on en approche une lumière: aussitôt elle prend feu, & la flamme bleue parcourt toute la superficie du terrain; elle s'y entretient quelquefois plusieurs mois de suite, jusqu'à ce qu'un vent violent l'éteigne. Comme cette flamme ne fait aucun mal, il se trouve toujours quelques Curieux qui la rallument; l'étincelle d'un briquet suffit, lorsque la vapeur est abondante, pour donner lieu à l'inflammation; les flammes n'occupent point toute la superficie du terrain, elles paroissent seulement à cinq ou six endroits dans cet espace.

Lorsqu'on jette du papier, du bois sec, &c. à l'un de ces endroits où les flammes paroissent, ils ne s'y brûlent pas avec flamme, comme ils feroient dans un autre feu, mais ils s'y détruisent assez promptement: il n'y a ici que la vapeur qui s'enflamme; car la terre, dans l'endroit qui brûle, n'est point chaude à quelques pouces de profondeur, elle ne brûle qu'à la superficie.

En creusant la terre proche le lieu des flammes, on la voit de couleur de cendre & huileuse: elle a la saveur légère, & l'odeur d'huile de pétrole. Plus l'on creuse en descendant de la cime de la montagne vers laquelle est le premier feu, & venant à celui-ci, plus on trouve la terre imprégnée de cette huile. Lorsqu'on observe la terre à la loupe, on la voit poreuse; si l'on coupe ce terrain, il est facile de voir l'huile découler des veines & des pores de cette terre: on peut aussi y voir distinctement des branches, des feuilles, des nervures de plantes, enfin des végétaux détruits qui donnent principalement lieu à ces veines; ceci ne pourroit-il pas indiquer que ces végétaux ont produit l'huile de pétrole? à la vérité, dans d'autres endroits où l'on trouve du pétrole, ces vestiges de végétaux détruits ne s'offrent pas aussi clairement.

Lorsqu'il est survenu de la pluie, cette terre change de couleur; elle devient un peu moins noire, mais elle conserve toujours son

odeur bitumineuse: si l'on jette de cette terre dans de l'eau chaude; il y surnage une liqueur huileuse; cette terre mise dans une cornue & exposée au feu, a donné une liqueur semblable par sa couleur à du lait: il a paru, après avoir augmenté le feu, une vapeur blancheâtre qui, rassemblée en flocons, avoit l'odeur & le goût d'huile de pétrole un peu salée.

Quelques gouttes de cette liqueur jetées sur le feu, laissent une légère odeur de pétrole; lorsqu'on la joint avec l'esprit de vitriol, il y a peu d'effervescence, l'huile surnage en conservant sa première odeur: si l'on unit cette substance à l'alkali volatil du sel ammoniac, l'odeur de pétrole domine celle de l'alkali; avec l'huile de tartre, l'odeur est aussi très-développée: la terre qui reste dans la cornue est rousâtre; il suit de-là que les acides joints à cette huile produisent peu d'effervescence, qu'ils l'épaississent & qu'ils n'y occasionnent qu'un léger changement, mais que les alkalis en augmentent la volatilité.

Revenons encore à l'examen du lieu d'où cette terre a été tirée: il n'y a dans cet endroit & aux environs du premier feu que nous avons décrit, aucunes matières brûlées qui puissent faire comparer ces feux à de vrais volcans; ils ne jettent ni cendres, ni laves, &c. Les pierres des environs ne sont qu'enfumées, fendues ou gercées par la chaleur; la place où est le feu ne paroît point avoir changé de forme, elle n'est ni abaissée, ni élevée; les flammes sont volatigeanes & parcourent la superficie du terrain.

Kirker parle de ce feu souterrain; il dit y avoir vu du feu pendant le jour, & la flamme s'élever à une certaine hauteur. Leander Alberti (*Istoria di tutta l'Italia*) cite un bois d'où sort continuellement une grande fumée & de la flamme. Plusieurs autres Auteurs ont parlé de ces feux communs en Italie, de ceux qui se remarquent plus fréquemment dans la partie du Bolonois, le long de l'Appennin & dans les États de Modène, Parme & Plaisance.

Environ à dix lieues de Modène, vers la poste où l'on traverse l'Appennin, & qui de Santo-Pellegrino conduit à Massa, dans un endroit appelé *Barigazzo*, il y a encore cinq à six bouches où paroissent des flammes dans certains temps, qui s'éteignent

par un vent violent ; il y a aussi des vapeurs qui demandent l'approche d'un corps enflammé pour prendre feu. On prétend que ces feux multipliés rendent l'hiver moins rigoureux dans ces cantons ; & c'est pour cette raison que le P. Frisi , Correspondant de cette Académie , a cru devoir préférer ce côté pour y faire passer le chemin qui conduit de Modène à Pistoya. Le Docteur Vianelli , dans un excellent Traité qu'il a donné sur les curiosités naturelles de l'État de Modène , a parlé des feux de Barigazzo & des eaux thermales de ces montagnes.

M. Ferdinand Baffi , Membre de l'Institut & Professeur d'Histoire naturelle à Bologne , a passé du temps près des bains *della Poretta* , éloignés d'environ huit lieues de Bologne , près du fleuve Reno , pour y examiner une vapeur qui surnage les eaux de ces bains , & qui s'allume à l'approche d'un corps enflammé ; ce feu dure jusqu'à ce qu'on vienne l'éteindre : il a fait plusieurs observations qu'il compte sans doute publier.

D'après l'examen que nous venons de donner des feux de Pietra-Mala , n'est-il pas naturel de conclure que , malgré les restes non équivoques d'anciens volcans éteints qui subsistent dans la plupart de ces montagnes , les feux qui s'y voient aujourd'hui , ne sont point de nouveaux volcans qui s'y forment (comme l'ont écrit quelques Voyageurs modernes) , puisque ces feux ne jettent aucune substance de volcans ; mais qu'ils ont pour origine une huile volatile & très-inflammable , qui se sublime à l'aide d'un feu souterrain , peut-être le même qui produit les eaux thermales ? pour que le feu sublime cette huile , il faut probablement encore que les matières qui la contiennent , soient peu profondes en terre. Lorsque cette huile volatile qui se renouvelle nage en assez grande quantité sur la surface du terrain , dès qu'elle est une fois enflammée , elle continue de brûler ; mais si la vapeur plus légère est dans un moindre volume , outre qu'elle demande l'approche d'un corps enflammé pour prendre feu , elle cesse de brûler , lorsque l'huile ou la vapeur légère volatile & inflammable est épuisée. Au bout de quelques jours , elle se renouvelle & donne lieu aux Curieux de recommencer son inflammation.

On admettra cette explication très-naturelle , d'autant plus

volontiers, lorsque j'aurai fait voir qu'il est aisé de copier en petit; dans son laboratoire, tous les feux dont nous venons de parler, si communs dans différentes parties de l'Italie.

J'ai pris une grande bassine de terre cuite, & dans le fond, j'ai mis de cette terre glaise prise au fond des puits de Miano, dans laquelle j'ai encore mêlé de cette terre légère qui se dépose dans les vases de pétrole *; on sait que le pétrole est très-susceptible d'extension, puisqu'une goutte suffit pour couvrir la superficie d'une toise d'eau; j'ai recouvert cette glaise de terre légère, & l'on peut en mettre plusieurs pouces sans que l'expérience en souffre; cette terrine étant posée sur des charbons allumés, à une foible chaleur, la vapeur de l'huile monte & nage sur la surface du vaisseau; l'on peut y mettre le feu, en approchant un corps enflammé, & il est aisé de comparer cette flamme avec celle des feux de Pietra-Mala: elles ont toutes deux la même couleur bleue, la flamme court sur la superficie, & souvent quitte une place pour aller enflammer une vapeur voisine du lieu qu'elle occupoit. Un corps que l'on expose à cette flamme s'y consume; enfin, un souffle un peu fort l'éteint.

On peut aussi imiter très-bien l'inflammation sur certaines eaux; car une foible chaleur suffit pour engager la vapeur huileuse à s'élever, &, se portant à la superficie de l'eau où elle s'étend, elle se prête aisément à s'enflammer dès qu'on en approche du feu. La chaleur qui a engagé cette huile à s'élever, ne pourra point être reconnue dans l'eau qui l'entraîne en changeant de lieu, ni même à l'endroit où elle s'est sublimée, parce que nous ne pourrions y voir que le chapiteau de l'alambic.

En examinant le terrain aux environs du lieu où ces vapeurs s'enflamment, nous avons cru y reconnoître des débris de végétaux, à la vérité trop confusément pour ne pas regarder ce que nous en disons, comme un nouvel & foible indice que le pétrole tireroit son origine des végétaux.

* Voyez mon premier Mémoire sur le Pétrole, page 41.



M É M O I R E

Sur les VERGES ou BARRES MÉTALLIQUES, destinées à garantir les Édifices des effets de la foudre; avec la manière dont ces barres doivent être disposées pour que leur effet soit aussi certain qu'il est possible.

Par M. LE ROY.

L'HISTOIRE de la Physique nous offre tant d'exemples de découvertes importantes, contestées pendant long-temps, uniquement par cette maladie de l'esprit qui nous porte à rejeter tout ce qui est nouveau ou contraire à nos idées, qu'on ne peut être trop en garde contre cet écueil. Sans cela le temps passe, les années s'écoulent, & on perd en vaines disputes des momens précieux, qui, employés à faire des expériences, nous auroient éclairés sur ces découvertes, ou nous auroient appris au moins beaucoup de vérités réservées, par ces disputes, pour la postérité. Tout ce que je viens de dire est parfaitement applicable à l'objet de ce Mémoire.

En effet, si après la belle découverte de l'analogie de l'Électricité avec la matière de l'Éclair (a), on avoit suivi les idées de son illustre Auteur (M. Franklin), sur l'usage des verges métalliques, pour défendre les édifices des ravages du tonnerre,

(a) Lors de cette découverte, plusieurs personnes voulurent s'attribuer l'honneur d'avoir prédit cette analogie de l'électricité & de la foudre, & ne dirent pas un mot de celui à qui en appartenoit véritablement la gloire, je veux dire du célèbre Gray, à qui l'Électricité a tant d'obligation; en effet, cet habile Physicien en mourant, s'en expliqua de la manière la plus positive, dans une lettre qu'il écrivit à M. Cromwell Mortimer, alors

Secrétaire de la Société Royale. Voici ce qu'il lui marqua :

« Il est probable qu'avec le temps on trouvera un moyen d'en rassembler une plus grande quantité (du feu électrique), & par conséquent d'augmenter la force de ce feu électrique qui, par plusieurs expériences, si licet magnis comparare parva, paroît être de la même nature que celui du tonnerre & de l'éclair ». V. les *Transf. Phil.* n.º 346.

on eût acquis sans doute en dix-huit ans (b) beaucoup de connoissances sur les effets de ces barres, & on eût reconnu si elles étoient avantageuses, inutiles ou nuisibles.

Quoi qu'il en soit, je me propose de faire voir dans ce Mémoire, par une exposition exacte des phénomènes que nous offre l'électricité, & des effets que produit le tonnerre quand il tombe sur des édifices, que l'utilité de ces verges ou barres métalliques, pour les préserver des ravages de la foudre, est fondée sur l'analogie la plus suivie & la plus complète (c).

Je partage ce Mémoire en quatre articles.

Dans le premier, j'expose les différens phénomènes de l'électricité qui ont rapport à l'objet que je me propose d'y traiter.

Dans le second, je rapporte ce qu'il y a de plus connu & ce qu'on a observé de plus constant sur les effets de la foudre, dans les édifices qui en sont frappés.

Dans le troisième, je montre que les conséquences résultantes des phénomènes électriques & des effets du tonnerre, tendent à établir, de la manière la plus solide, l'utilité des barres métalliques pour en préserver les bâtimens.

Enfin, dans le quatrième, je parle de la manière dont ces barres doivent être formées & disposées pour qu'elles remplissent l'objet proposé.

(b) Quand je dis en dix-huit ans, je n'entends pas par-là qu'on n'ait tenté nulle part l'usage de ces barres pendant ce long espace de temps, je fais qu'on en a élevé dans les colonies Angloises de l'Amérique, plusieurs qui ont produit l'effet qu'on en attendoit, j'entends seulement qu'on n'en a fait qu'un très-petit nombre d'essais, & que parmi nous on n'en a pas fait du tout.

(c) Je dois dire ici que plusieurs habiles Physiciens ont déjà écrit sur le sujet qui fait l'objet de ce Mémoire; mais je dois dire aussi qu'il y a fort long-temps que j'en aurois entretenu l'Académie, sans des raisons qui lui sont bien connues, & qu'il est inutile de rapporter ici. Il y a près de six ans que je donnai à M. Duclos, Secré-

taire de l'Académie François, &c. un Mémoire sur le même sujet, pour M. Guillaudeuc, établi au Cap François; dans l'île de Saint-Domingue: au reste, si j'ai été prévenu par les Physiciens dont je viens de parler, j'ose dire qu'aucun d'eux n'a montré, comme je le fais dans ce Mémoire, par le détail des phénomènes de l'électricité & de la foudre, combien l'usage des barres pour préserver les édifices du tonnerre, est fondé, soit que ces Physiciens aient regardé ces preuves comme superflues, soit par quelque autre raison. Je dois observer cependant que le P. Beccaria a traité ce sujet d'une manière assez étendue, dans son Ouvrage intitulé: *Dell' Eletticismo Terrestre atmosferico*.

ON s'accorde assez à reconnoître l'analogie de la matière électrique avec celle de la foudre ; cependant la vaste différence dans la grandeur de leurs effets semble avoir laissé encore des nuages sur cette identité, tellement que plusieurs doutent même aujourd'hui si les effets de l'électricité & du tonnerre se correspondent entièrement.

Par exemple, on sait que si on communique l'électricité à l'extrémité d'une verge métallique, elle se répandra dans l'instant jusqu'à l'autre, & que tant que cette verge aura de longueur, l'électricité, si cela se peut dire, la suivra. On sait encore que si cette verge est entourée d'autres corps, à moins qu'ils ne soient aussi électrisables par communication qu'elle, l'électricité ne la quittera pas pour passer ou se jeter dans ces corps, & qu'au moins il en restera plus dans la verge, en proportion de sa plus grande disposition à être électrisée par communication que ces autres corps. Cependant plusieurs personnes douteront, que la matière de la foudre ait les mêmes propriétés, par cette incertitude, dont je viens de parler, sur son identité avec celle de l'électricité : au lieu donc de me prévaloir de cette identité, comme je le pourrois, pour en déduire la correspondance de leurs phénomènes ; je vais l'établir par l'exposition même de ceux qui ont trait à l'objet de ce Mémoire. On verra par-là, à quel point ces différens phénomènes se rapportent, & combien l'identité de l'électricité & de la foudre est fondée.

Les métaux, ainsi que l'eau, transmettent, comme on sait, avec la plus grande rapidité, le fluide électrique ; ainsi une verge ou une barre métallique, communiquant avec le plancher, étant approchée d'un conducteur électrique, lui enlève dans l'instant toute son électricité, à moins que son contact avec ce conducteur, ne soit pas bien intime : une corde bien mouillée fait le même effet. On sait encore que dans le cas de ce contact de la verge ou de la corde mouillée, quelque électricité qu'on veuille faire entrer dans le conducteur & avec quelque force qu'on l'y condense, jamais il n'y en restera, ou qu'elle disparaîtra toujours ; il n'est pas moins certain que si on tire des étincelles d'un conducteur électrisé, avec un corps métallique, communiquant bien immédiatement par d'autres corps du même genre avec un plancher mouillé, on pourra, en conséquence de cette communication, tenir à la main ce

corps presque impunément, sans ressentir aucun effet de ces étincelles : ainsi tel choc qui pourroit vous frapper vivement, devient par-là comme insensible. Il est également constant que si une verge métallique est terminée par une pointe fort aiguë, & qu'on l'approche fort près du conducteur, elle lui enlèvera presque en entier toute son électricité ; effet si certain, qu'on ne peut charger le carreau de Leyde tant qu'une pareille pointe est dans le voisinage du conducteur. Il n'est pas moins prouvé que tout corps métallique qui, par sa forme, a une partie plus saillante ou plus aiguë que les autres, étant présenté à un corps électrisé, attirera toujours le feu électrique par cette partie ; & cet effet est si constant qu'il suffit, pour le produire, d'une simple rugosité faite avec un instrument tranchant à la surface du corps présenté : ces parties plus saillantes ; paroissent servir comme d'entrée au fluide électrique pour pénétrer dans les corps. Ainsi, par exemple, qu'on présente au conducteur une boule de fer, ayant une petite tige saillante, comme le prolongement de son axe, la plus grande partie du fluide ou feu électrique que cette boule attirera, entrera par le bout de cette tige, & non par les autres endroits de la surface de la boule. Si une étincelle part du conducteur, elle se dirigera vers la tige, quoiqu'elle ne se trouve même pas dans la ligne directe ; que si vous recouvrez la boule, excepté la tige, d'une matière qui ne laisse pas passer aussi facilement le feu électrique, cet effet sera encore plus marqué.

Comme les effets de la commotion de Leyde, quoiqu'infiniment plus foibles que ceux du tonnerre, en approchent cependant beaucoup plus que ceux de la simple électricité, il faut examiner ce qu'ils nous présentent.

Tous les Électriciens conviennent qu'on peut décharger impunément le carreau électrique, en tenant dans la main l'*arc conducteur* qui sert à faire communiquer les deux surfaces, preuve que la matière électrique ne quitte point sa direction pour se jeter sur les corps circonvoisins : cet effet est encore plus certain lorsque l'arc est recouvert d'une matière moins électrique par communication que lui ; ils savent encore, 1.^o que si l'on interpose entre le carreau électrique & l'arc, des matières qui ne soient pas métalliques, comme des cartes, du papier & autres, le trait de feu qui
part

part lorsqu'on décharge ce carreau, percera & déchirera ces substances, tandis que si elles avoient été de métal, elles n'auroient éprouvé aucun effet; preuve que lorsque la matière électrique est arrêtée dans sa route, elle perce & brise tout ce qui s'oppose à son passage. 2.^o Que si un conducteur métallique est trop délié pour transmettre toute l'électricité qu'il reçoit, elle le brisera & le fondra, comme on le voit arriver dans le carreau électrique lorsqu'on le décharge en faisant la communication par des fils de métal trop fins. 3.^o Enfin, que dans la fusion des métaux, par l'expérience de Leyde, l'extrême compression qu'éprouve le fluide électrique en passant entre deux glaces fortement pressées l'une contre l'autre, suffit pour faire pénétrer l'or dans le verre, de manière à ne l'en pouvoir jamais retirer: je ne pousserai pas plus loin ce dénombrement des différens phénomènes électriques relatifs à mon objet; il me suffit d'avoir montré, par ceux dont je viens de parler, 1.^o que la matière électrique passe dans un instant d'une extrémité à l'autre des corps électrisables par communication; 2.^o que lorsque ce passage est bien établi par ces corps, ils peuvent être ébranlés par les plus vives secousses & les plus fortes étincelles, sans que les corps qui les avoisinent en soient sensiblement affectés; 3.^o que le fluide électrique suit tellement la direction qu'on lui a une fois imprimée; qu'il ne s'en écarte pas pour se jeter à droite & à gauche, comme on le voit par la sécurité avec laquelle on peut décharger le carreau électrique en tenant à la main l'*arc conducteur*; 4.^o que lorsque ce fluide est arrêté dans sa route par la nature des substances qu'il rencontre, il perce, brise & déchire tout ce qui s'oppose à son passage; 5.^o que lorsque les canaux de communication, si cela se peut dire, sont trop déliés pour renfermer tout le feu qu'ils doivent transmettre, ce feu les brise en les fondant; 6.^o que les corps métalliques fort aigus attirent de très-loin l'électricité; 7.^o enfin, qu'un corps métallique surmonté d'une partie saillante, qui, même ne l'excède que d'une petite hauteur, attire par cette partie l'électricité du corps dont on l'approche; que les étincelles s'y dirigent par préférence à tous les autres points de la superficie, & que cet effet est encore plus marqué quand la surface de ce corps est recouverte de substances moins électrisables par commu-

nication que lui, excepté, bien entendu, la partie qui le débordé : je passe au second article de ce Mémoire.

ARTICLE

II.

IL est si connu que lorsque le tonnerre tombe sur les édifices, il se jette de préférence sur les parties métalliques qu'ils lui présentent, comme sur les croix, sur les girouettes, &c. qu'il est presque inutile d'en parler; il n'est pas moins vrai que souvent il passe, de ces parties aux verges, ou aux fils de fer qui sont à sa portée, comme ceux qui servent à conduire les aiguilles des horloges ou ceux des sonnettes, &c. Il est non moins certain qu'il suit ces fils, ainsi que les verges ou les barres de fer, qui se trouvent sur son passage, jusqu'à l'endroit où elles se terminent, à moins que par la violence, il ne les fonde ou ne les brise, encore alors suit-il souvent la direction qu'ils lui ont fait prendre, comme on le verra dans un moment; mais comme il est important pour l'objet de ce Mémoire, de prouver ce premier fait d'une manière incontestable, je rapporterai ici l'histoire de plusieurs coups de tonnerre célèbres, on verra à quel point ils l'établissent.

Dans un ouvrage où il est question du fameux coup de tonnerre qui fit tant de fracas dans l'abbaye de S.^t Médard, auprès de Soissons, au mois d'Avril 1676: l'Auteur, homme d'esprit (Dom Lami, Bénédictin), après avoir parlé des ravages du tonnerre sur la tour & le dôme qui soutenoit la flèche, ajoute, « trois fils de » laiton qui, d'une part, étoient attachés à des timbres qui étoient » sur le haut de la tour, & de l'autre se rendoient à l'horloge qui » étoit en bas, ont été entièrement consumés, sans qu'on en ait pu » rien découvrir; la même chose est arrivée tout par-tout où il s'est » rencontré de ce fil; comme il y en avoit en divers lieux de la » maison, il semble que *ce métal ait déterminé la foudre à les visiter*; » & plus bas, ayant entrepris d'expliquer la fusion de ces fils, il ajoute, « il est si naturel à la flamme de suivre la matière » à laquelle elle s'est une fois attachée, que je ne vois pas que les » divers tours que la flamme de notre tonnerre a faits en suivant » ce fil, soient plus mystérieux que ceux que feroit une flamme » ordinaire qu'on auroit appliquée au bout d'une trainée de paille qui s'étendrait selon diverses lignes courbes. »

J'ai rapporté les propres paroles de l'Auteur, parce qu'elles

montrent combien il étoit pénétré de l'idée que la flamme du tonnerre avoit suivi ces fils de laiton, & qu'elles ont la plus grande force dans un Observateur qui écrivoit il y a quatre-vingt-quatorze ans; temps où l'on ignoroit non-seulement l'analogie de la matière du tonnerre avec les métaux & l'électricité, mais encore, pour ainsi dire, qu'il y eût dans la Nature une pareille vertu. Il paroît, par cette relation, que quoique le tonnerre ait consumé les fils qu'il a rencontrés; il a cependant tellement suivi leur direction, ainsi que celle des autres substances métalliques qu'il a trouvées sur son passage, qu'on peut en conséquence tracer sa route depuis son entrée dans le clocher, jusqu'à sa sortie dans le dortoir: en effet on voit par cette relation, que le tonnerre a passé, des fils, qui alloient des timbres à l'horloge, à cette horloge même; que de cette horloge il a passé à travers une muraille de huit pieds d'épaisseur, en suivant une verge de fer, jusqu'à un cadran qui étoit dans un dortoir, dont il a détaché deux planches qu'il a jetées à plus de vingt toises: enfin il y a tout lieu de croire que de-là, il s'est jeté sur un fil de laiton qu'il suivit encore d'un bout à l'autre du dortoir: l'effet du tonnerre sur ce fil qu'il brisa, ou plutôt fondit, fut tout-à-fait singulier, car en le fondant, il en imprima sur la muraille une espèce de frise dont l'Auteur donne le dessin, & qui ressemble beaucoup à ce que l'on observe dans la fusion des métaux par l'expérience de Leyde; je dois ajouter encore que la foudre étant tombée sur la même Abbaye dix ans auparavant, Dom Lami rapporte qu'elle y produisit tous les mêmes effets; ce qui prouve bien que ces effets étoient déterminés par la disposition des substances métalliques appartenantes à la tour, à l'horloge, au dortoir, &c. qui formoient une communication nécessaire de la matière électrique, ou de la foudre, entre toutes ces différentes parties de l'édifice (a).

Feu M. le Marquis de Bauffet, qui est mort notre Ambassadeur à la Cour de Russie, me donna, il y a plus de quinze ans, la note suivante, d'un coup de tonnerre célèbre à Marseille, par les effets qu'il y produisit: la foudre étant tombée sur une espèce de

(a) On trouve dans le Mémoire de M. l'Abbé Nollet, cité dans la page suivante; & dans l'*Histoire de l'Électricité* de Priestley, plusieurs autres

exemples d'édifices où le tonnerre étant tombé en différens temps, a produit dans ces différens temps les mêmes effets.

campanille ou de *ciel ouvert*, comme on les appelle dans ce pays-là, se jeta sur une grosse sonnette, à laquelle tenoient deux fils d'archal, entre lesquels elle se partagea; une partie de la flamme qui suivoit un de ces fils, entra dans la chambre d'une servante, courut tout le long d'un fil de sonnette qui en faisoit le tour, excepté d'un côté, passa à un autre fil de sonnette qui tenoit à celui-là, suivit jusqu'en bas ce fil qui descendoit trois étages au-dessous, entra dans une chambre où étant arrêté par un cordon de soie, il se jeta, par le tourniquet de fer sur la bordure d'une glace placée sur la cheminée, descendit jusqu'en bas, & vint finir & éclater sur l'appui de marbre de cette cheminée; la partie de la flamme qui suivoit l'autre fil d'archal, entra dans la chambre d'un Secrétaire, descendit deux étages au-dessous, toujours en suivant ce fil, passa dans une chambre où il y avoit un tourniquet de sonnette, mais sans ruban, & là ne pouvant plus suivre de parties métalliques, se jeta sur une tapisserie & sur une armoire où elle fit un grand vacarme. On voit encore, par la description du coup de tonnerre qui renversa le clocher de l'église de *Sainte-Bride**, une des belles églises de Londres, que la foudre a suivi constamment les crampons & les barres de fer qu'elle a rencontrés dans son chemin, & ce qu'il y a de plus intéressant encore, que par-tout où ces barres se terminoient, il s'est fait une sorte d'explosion, où la foudre a fait sauter les pierres qui environnoient les extrémités de ces barres. On voit de même, par le coup de tonnerre dont parle M. l'abbé Nollet dans son *Mémoire de 1767*, que des soldats qui furent tués en Amérique, ne le furent que parce qu'ils s'étoient appuyés contre le mur d'une chapelle, dans un endroit où répondoit intérieurement une potence de fer sur laquelle le tonnerre étant tombé, ou bien s'étant jeté après être tombé, il fit une explosion dans le mur où cette potence se terminoit, & cela, parce qu'elle ne communiquoit pas au moyen de parties métalliques avec le terrain.

Enfin, je me jeterois dans des détails infinis, si j'entreprendois de rapporter toutes les relations des effets de la foudre, dans lesquelles on voit évidemment qu'elle a suivi constamment les substances métalliques qu'elle a rencontrées sur son passage, &

* Voyez les
Transf. Philos.
de 1764.

toujours jusqu'au point où elles se terminoient : les seules exceptions , c'est , comme je l'ai dit , lorsque ces parties étoient d'un si petit volume , qu'elles étoient fondues ou dispersées par la violence du feu. J'ose presque assurer que cette marche du tonnerre est si constante , que si nous avions des relations détaillées de tous les effets qu'il a produits en tombant sur des édifices , on verroit , par la manière dont il suit les substances métalliques , qu'il trouve sur son passage , que cette marche ne s'est jamais démentie.

Il résulte donc de tout ceci , que le tonnerre qui éclate , se jette en général de préférence sur les flèches , sur les croix , sur les girouettes , enfin sur toutes les parties métalliques & aiguës qui peuvent déborder ou s'élever au-dessus des bâtimens ; qu'entré dans ces bâtimens , s'il trouve dans sa route quelques substances métalliques , il les suit de préférence , sans se jeter à droite ou à gauche , & ne les abandonne qu'au point où elles se terminent ; conséquemment que si par hasard , comme sans doute cela est arrivé plusieurs fois , ces substances se sont trouvées prolongées jusqu'au terrain d'au-dessous , le tonnerre aura éclaté ou plutôt se sera dissipé au-dessus de l'édifice , sans y causer aucun dommage.

En effet , comme je l'ai rapporté des effets de la foudre à Marseille , sur le clocher de l'église de Sainte Bride & du coup de tonnerre dont parle M. l'Abbé Nollet , & comme on pourroit le dire apparemment de beaucoup d'autres , la foudre ne fait de ravages & de dégât dans l'intérieur des bâtimens , que lorsqu'elle se trouve comme arrêtée dans sa course , faute de matières dans lesquelles elle puisse passer librement.

Si l'on fait maintenant la comparaison de tous les effets respectifs de l'électricité & de la foudre , exposés dans les deux articles précédens , & qui ont été tirés uniquement des expériences & des observations , on reconnoîtra l'identité qui existe entre ces effets , identité résultante nécessairement de la parfaite analogie qu'il y a entre le fluide électrique & la matière de la foudre.

ARTICLE
III.

On verra donc , 1.^o que de même qu'un corps métallique présenté à un conducteur électrique , en attire l'électricité , de même une croix , une girouette de fer attireront la matière de la foudre. 2.^o Que si un corps métallique présenté à un conducteur & communiquant avec le plancher , transmet l'électricité en un instant

à ce plancher, de même cette girouette, sur laquelle la foudre s'est jetée, la transmettra du haut en bas de l'édifice dans un moment, si elle communique par des barres, des chaînes de fer, ou d'autres moyens semblables avec le terrain; & que dans cette transmission, ou de la matière électrique, ou de celle de la foudre, elles ne se jeteront sur aucun des corps voisins, & par conséquent n'y pourront causer aucun dommage. 3.^o Que de même que la partie saillante d'un corps attire à elle de préférence l'électricité, de même si on place sur un édifice une barre métallique, qui le débordé d'une hauteur suffisante pour l'emporter sur toutes ses autres parties, cette barre attirera de préférence la matière de la foudre, au cas qu'elle se trouve prête à se jeter sur l'édifice.

Examinons maintenant ce qui résulte de tout ce que je viens d'exposer; il me semble qu'il s'ensuit clairement, que si l'on suppose une barre métallique placée au faite d'un édifice, de manière à le déborder d'une certaine hauteur, & communiquant avec d'autres barres d'un volume suffisant qui descendent du haut en bas jusqu'en terre, il s'ensuit, dis-je, clairement, & l'analogie la plus suivie l'établit, que si la foudre tombe sur cet édifice, elle enfilera de préférence cette barre, & que trouvant une issue le long de celles de communication, elle descendra par ces dernières jusque dans la terre sans faire aucun dégât dans l'édifice, & même sans y être aperçue: ayant prouvé, d'une manière aussi évidente, l'effet nécessaire des barres métalliques pour préserver les édifices du tonnerre, il faut exposer maintenant la manière de disposer & d'établir ces barres.

ARTICLE ON placera, 1.^o à la partie la plus élevée de l'édifice, une barre
IV. de fer verticale qui l'excédera de 5 ou 6 pieds au moins; cependant cette hauteur doit être proportionnée à l'étendue de l'édifice: 2.^o cette barre, au lieu d'avoir une forme conique, sera presque toute d'une venue, le bout sera seulement en pointe, sans être cependant d'une forme trop aiguë: 3.^o cette barre communiquera de la manière la plus intime avec une autre barre qui descendra depuis le sommet de l'édifice jusqu'en bas, & entrera dans la terre ou ira se plonger dans l'eau, soit d'un puits, soit d'un bassin, &c. On voit bien, par tout ce que j'ai dit, l'objet de cette communication, & que l'eau dans laquelle je me propose de faire entrer, ou tremper la barre, est pour assurer d'une manière encore plus

certaine, la transmission de la matière fulminante; car l'eau est de toutes les matières connues, après les métaux, celle qui transmet le plus rapidement la matière électrique. Dans un lieu fort exposé aux orages, on pourroit faire communiquer la barre du faite avec plusieurs barres qui descendroient chacune sur une des faces de l'édifice, ou dans les endroits les plus convenables: on pourroit encore, sur-tout quand le bâtiment est fort élevé, établir sur le mur au-dessous du comble, des barres de fer horizontales qui le déborderoient de 4 ou 5 pieds, afin que si le tonnerre se jetoit sur une des faces de ce bâtiment, il pût enfiler une de ces barres, & se transmettre, par leur communication avec les barres descendantes, jusqu'en bas sans causer aucun dommage. J'imagine de même qu'il seroit avantageux de faire sortir du mur des espèces de griffes ou d'appuis, soit en pierre, soit en briques, qui en tinssent à quelque distance les barres descendantes; il semble que par-là on assurera davantage la transmission de la foudre le long de ces barres, sans que le mur puisse en souffrir *. On pourroit substituer aux barres descendantes, des chaînes métalliques; mais il faudroit avoir grand soin que ces chaînes fussent bien tendues, sans cela la communication ne se feroit pas aussi parfaitement, & cela pourroit avoir quelques inconvénients.

** Voyez la 1.^{re}
et la 2.^e figures
de la planche.*

Il faut donner à la barre du faite deux pouces de diamètre au moins, & aux barres descendantes huit ou neuf lignes en carré, & même plus, si l'endroit où cet appareil est établi est très-élevé, & si les orages y sont très-forts; en donnant ces dimensions à ces différentes barres, il y a tout lieu de croire que si le tonnerre tombe sur un édifice où elles soient établies, & que par-là elles se trouvent dans le cas de transmettre la matière fulminante du haut en bas, elles le feront sans que cette matière les fonde, ou les endommage en aucune façon.

En décrivant la forme & les dimensions de ces barres, j'ai insisté sur deux choses qui paroîtront peut-être nouvelles ici; la première, c'est que la barre placée au haut de l'édifice doit, au lieu d'être en pointe, être par-tout de la même grosseur & avoir beaucoup moins de longueur que les verges de M. Franklin: en voici la raison. Lorsqu'il prescrivit de dresser des verges très-longues

& très-pointues, c'étoit pour attirer la matière du tonnerre du plus loin possible, parce que dans l'incertitude sur sa conjecture, cet homme célèbre devoit indiquer tout ce qui devoit en hâter la vérification ; or tous les corps fort pointus, ou fort aigus attirant le fluide électrique de beaucoup plus loin que ceux qui sont mouffes ou obtus, comme on l'a vu plus haut ; il falloit que les verges qui devoient servir à vérifier sa conjecture & rendre l'électricité du tonnerre sensible, fussent les plus longues & les plus pointues possibles ; mais lorsque l'on veut défendre un édifice contre les effets du tonnerre, l'objet est tout différent ; il n'est pas question d'attirer le feu du nuage de fort loin ; il faut seulement empêcher, s'il se décharge sur l'édifice, qu'il n'y fasse aucun ravage. Or c'est à quoi on parviendra, comme je l'ai dit (au moins l'analogie des faits semble-t-elle nous en assurer), en présentant à ce feu ou à la matière électrique, une barre de fer qui s'avance au-dessus des autres parties de l'édifice, assez pour que cette matière l'enfile promptement, ou y entre de préférence, & descende ensuite le long des barres métalliques qui communiquent avec le terrain, &c.

2.° J'ai dit qu'il falloit que les barres ou les chaînes de communication eussent une certaine grosseur, ceci est encore fondé sur l'expérience. Lorsque le tonnerre tombe sur un bâtiment, & que par hasard il rencontre des fils de métal, il les fond, comme j'en ai rapporté plusieurs exemples, quand ils ne sont pas assez gros, ou que la masse de feu est très-considérable. Or, comme le tonnerre peut se jeter à droite ou à gauche, quand le fil qu'il parcourroit est rompu ; il est de la plus grande conséquence de prévenir cet accident, en donnant aux barres de transmission ou de communication une grosseur suffisante, pour qu'elles ne soient pas mises en pièces par son passage.

La foudre a quelquefois fondu des barres métalliques si considérables qu'on pourroit peut-être croire que les dimensions que je viens de prescrire pour la barre verticale & celles de transmission ne feroient pas suffisantes, & qu'il faudroit les augmenter. J'ai déjà dit que dans les lieux élevés & sujets à des tonnerres violens, on pourroit faire ces barres beaucoup plus grosses ; j'observerai cependant que la barre primitive ou verticale ne doit pas l'être assez
pour

pour que la matière fulminante ne s'y jette pas de préférence; on fait que plus les corps sont aigus & menus, plus ils attirent le fluide électrique; d'où il résulte qu'il y a un juste milieu à observer pour la grosseur de ces barres, & qu'on parviendra à fixer d'une manière plus positive dans la suite au moyen des expériences. Il est important de remarquer que la matière électrique (& sans doute celle de la foudre est dans le même cas) a d'autant plus d'action sur les corps qu'elle rencontre sur son passage, qu'elle est plus resserrée & plus condensée; effet qui a lieu toutes les fois que cette matière ne peut avoir un libre cours, & communiquer rapidement avec de grandes masses de corps électrisables par communication ou avec la terre; d'où il résulte que ces effets dont nous avons parlé, & où on a vu que des corps métalliques d'une dimension considérable, ont été fondus par la flamme du tonnerre, n'auront plus lieu, lorsqu'il y aura une communication prompte & rapide du sommet de l'édifice au terrain en bas; car tout annonce que le tonnerre suivra alors cette route facilement, & sans endommager l'édifice, parce que ne trouvant pas de résistance, il suivra les barres dans toute leur longueur, sans les briser.

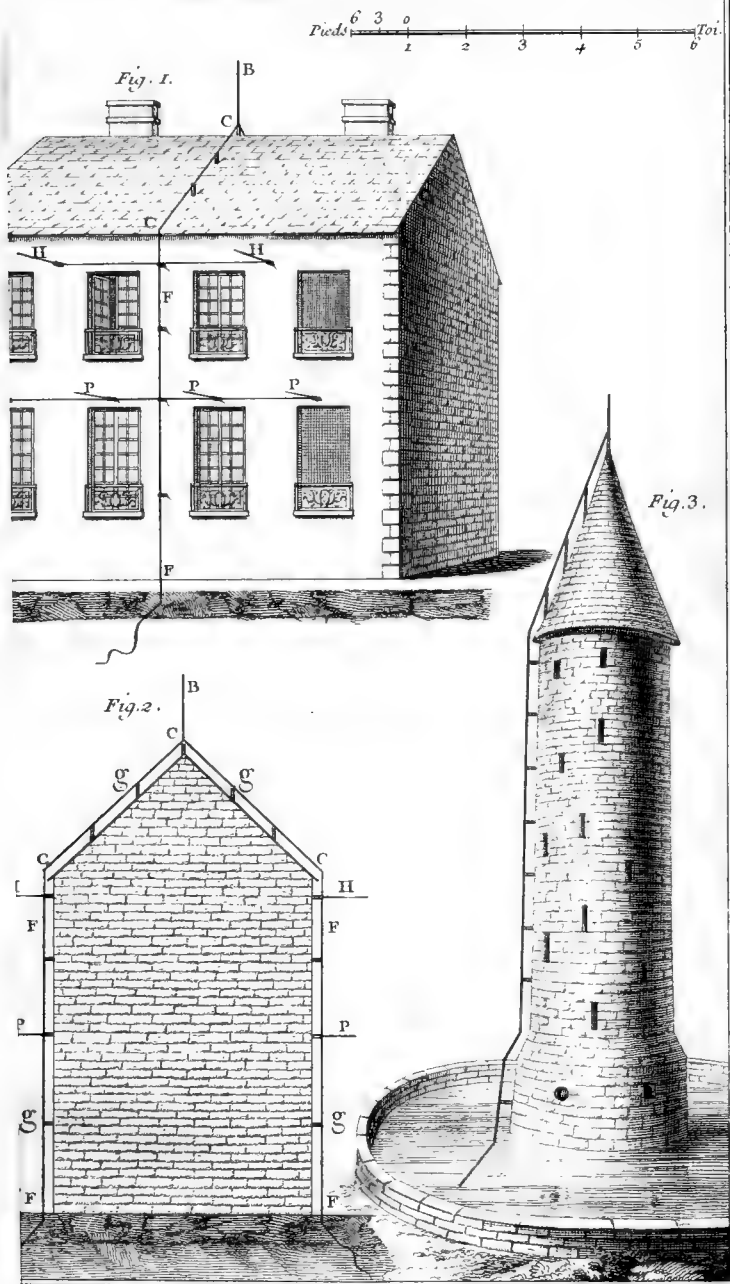
D'après tous les faits & toutes les observations que j'ai rapportés dans ce Mémoire, je crois pouvoir assurer qu'en observant avec soin ce que je viens de prescrire, soit pour la forme, les dimensions, la position, la communication, des barres métalliques destinées à garantir les édifices des effets du tonnerre; on les mettra dans le cas de ne rien craindre de ses ravages; je puis assurer au moins qu'on n'a rien tenté en Physique dont le succès ait été établi sur une plus grande vraisemblance.

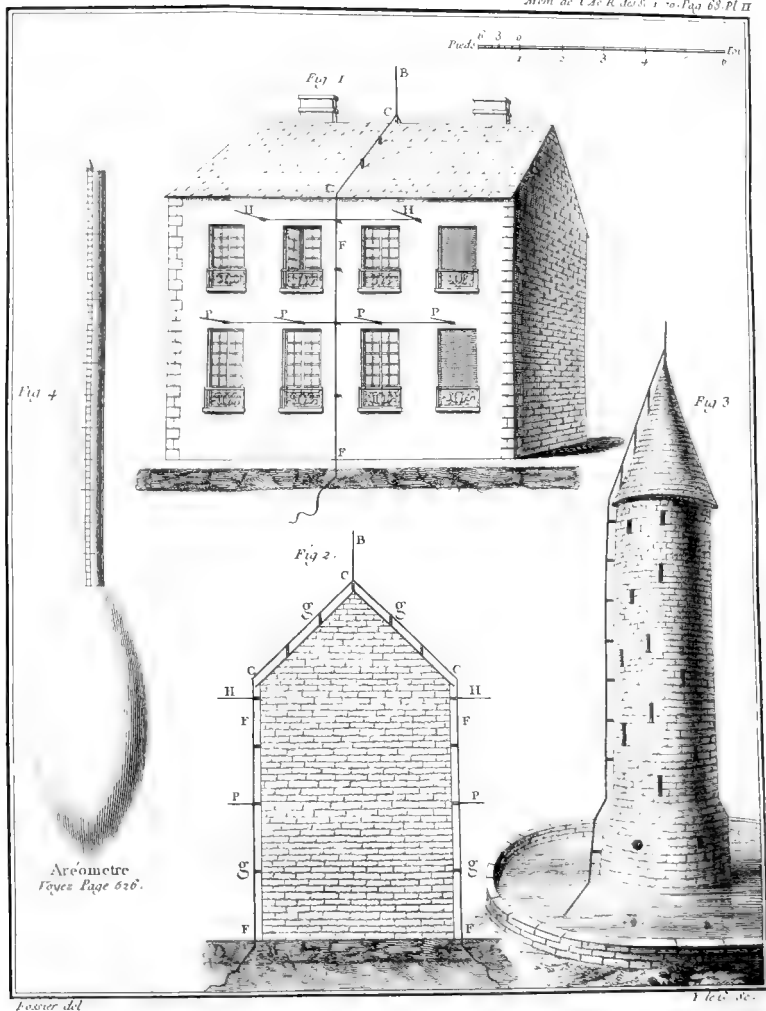
Cependant, avant de terminer ce Mémoire, je ne puis m'empêcher de répondre aux objections que quelques personnes pourroient faire contre l'établissement de ces barres: elles me paroissent pouvoir se réduire à deux; ces barres seront inutiles, ou nuisibles & même dangereuses: elles ne peuvent être ni fort coûteuses, ni difficiles à établir; ainsi le premier cas ne demande pas qu'on s'y arrête, reste donc à examiner le second: on conviendra, 1.^o que ces barres ne pourroient être nuisibles ou dangereuses, qu'en tant qu'elles pourroient attirer le tonnerre sur les édifices; mais nous avons

montré que, par leur forme & leur peu de hauteur au-dessus, on n'est pas dans le cas d'en craindre cet effet. 2.^o Que quand même on pourroit supposer qu'elles attirassent le tonnerre, comme elles le transmettroient promptement au terrain, il n'en résulteroit encore aucun accident; car il est prouvé, par tous les faits que j'ai rapportés, que si ces barres sont assez grosses pour n'être pas fondues par la matière fulminante, elles la transmettront du haut en bas de l'édifice; donc on n'auroit encore rien à craindre, même dans cette supposition: de plus, en ne donnant à ces barres que la longueur nécessaire, comme je l'ai dit, pour qu'elles se présentent à la matière du tonnerre & qu'elles l'attirent à elles, de manière à l'empêcher de se jeter sur les différentes parties d'un édifice, il en résultera que leur effet n'aura lieu exactement que dans le cas où le tonnerre y seroit tombé, & cette juste longueur est une chose qu'on découvrira en allongeant ou raccourcissant ces barres peu à peu; il faut observer cependant qu'il est essentiel qu'elles débordent l'édifice ou le bâtiment, d'une quantité suffisante, pour que la matière de la foudre s'y jette de préférence, sans quoi elles deviendroient inutiles; mais je crois que la longueur que je leur ai assignée, approchera de très-près de la véritable.

De tout ce qui vient d'être dit dans ce Mémoire, je me crois donc bien fondé à conclure; qu'on ne court aucun risque en établissant des barres métalliques sur les édifices, qui aient une communication avec le terrain au-dessous, au moyen de barres de la même nature; qu'il y a plusieurs avantages considérables à en espérer; qu'il seroit important qu'on les établît sur les édifices qui, par leur hauteur & par leur magnificence, méritent d'être conservés, ou sur ceux qui peuvent renfermer des matières combustibles, comme des magasins, soit de poudre, soit d'agres, ou d'autres matières de ce genre; enfin qu'on pourroit s'en servir, comme on l'a déjà proposé, pour préserver les vaisseaux des ravages de la foudre; ravages d'autant plus redoutables, qu'on sait combien le feu y est à craindre.

Le Grand Duc de Toscane; ce Prince qui ne connoît pas de délassement plus agréable, des soins pénibles du Gouvernement, que l'étude de la Physique, a ordonné, l'année dernière, qu'on





établit de ces barres au-dessus de tous les magasins à poudre de ses États ; on dit que la République de Venise a donné les mêmes ordres : le Chapitre de Saint-Paul de Londres consulta, il y a deux ans, la Société Royale, sur la manière de préserver ce superbe édifice, des effets du tonnerre *. Ces différens exemples me paroissent mériter toute notre attention, & me serviroient d'autorité, si j'en avois besoin, dans une matière si solidement établie sur les faits.

* Quoique le mot de *tonnerre* ne signifie, dans l'exactitude des termes, que le bruit qu'on entend après l'effet de l'éclair, cependant je l'ai souvent employé dans ce Mémoire à la place de celui de *foudre*, qui est le mot propre ; mais je l'ai fait pour éviter les répétitions, & pour me conformer aussi à l'usage ordinaire, qui fait souvent ces deux termes synonymes.

EXPLICATION DES FIGURES.

L *A* figure 1 représente une maison armée des barres contre la foudre.

B, Barre verticale établie au milieu, & qui doit être scellée dans de la pierre ou de la brique ; si le bâtiment est fort étendu, il faudra en mettre plusieurs, espacées convenablement.

CC, Barre de communication qui rampe sur le comble.

FF, Barre descendante, qui doit entrer de plusieurs pieds dans le terrain (& dans une direction qui l'éloigne des fondations), si elle ne va pas se rendre dans l'eau, soit d'un bassin, d'un puits, &c.

HH, Barres horizontales & saillantes au-delà du comble, destinées à défendre la face d'un édifice fort élevé, des effets de la foudre. Des gouttières en plomb peuvent être employées à cet usage, en les faisant communiquer *métalliquement*, si cela se peut dire, avec la barre ou les barres descendantes.

PP, Petites barres saillantes placées au-dessus des croisées, & communiquant avec la barre descendante, pour empêcher la foudre d'entrer par la fenêtre dans un appartement ; on a réuni, dans ce dessein, ces deux sortes de barres *H* & *P*, pour donner une idée de celles que l'on pourroit établir indépendamment de celle du faite.

Fig. 2. Coupe de la maison, pour faire voir, par le profil, de quelle manière la barre du comble & celle qui descend sont établies.

gggg sont les griffes qui doivent être en pierre ou en brique, pour éloigner les barres du comble & du mur.

Fig. 3. Tour fort élevée, armée de barres, pour la préserver de la foudre.



*PROCÉDÉ DES ANGLOIS**P O U R**CONVERTIR LE PLOMB EN MINIMUM.*

Par M. JARS.

4 Avril
1770.

IL y a deux fabriques de Minimum dans le comté de Derby, l'une à un mille proche de la ville de Chesterfield, & l'autre à une distance à peu près semblable de la ville de Wirksworth ; le fourneau, pour cette opération, est un réverbère à deux chaufes, renfermées sous une seule & même voûte, comme on peut le voir par le dessin que j'ai joint au présent Mémoire ; elles ne sont séparées de l'aire que par deux petits murs d'environ dix à douze pouces d'élévation au-dessus du sol : ces chaufes m'ont paru avoir quinze pouces de large ; elles sont aussi longues que l'intérieur du fourneau est profond ou large : j'estime cette largeur ou profondeur de huit à neuf pieds, & la longueur intérieure d'une chauffe à l'autre d'environ neuf à dix pieds ; chaque chauffe a une ouverture extérieure pour y mettre le charbon & en retirer les cendres ; mais ces ouvertures ne se ferment jamais & n'ont point de portes, de même que l'embouchure du fourneau, laquelle a à peu près dix-huit pouces de large sur quinze pouces de hauteur : ces trois ouvertures, qui sont sur la longueur du fourneau, se trouvent sous une grande cheminée commune, bâtie extérieurement : enfin ce fourneau ressemble beaucoup, à l'extérieur, à un four ordinaire de boulanger, mais auquel on a formé intérieurement deux chaufes, sans grille ni cendrier. Le charbon de terre qu'on met dans les chaufes pour cette opération, s'y place de champ contre le petit mur, & toujours en morceaux assez gros pour qu'ils puissent le déborder : l'intérieur du fourneau est pavé avec des briques. On emploie communément, pour une opération, dix lingots, barres ou saumons de plomb, du poids de 150 livres chacun, ce qui fait quinze quintaux dans le nombre des dix

lingots ; on en met neuf, dit-on, provenant de la fonte au fourneau de réverbère , & un provenant de la fonte des crasses , dans une espèce de fourneau à manche ; on prétend qu'on ne feroit pas du beau minium sans avoir du plomb des crasses (on entend ici par plomb des crasses , celui des crasses ou scories qui proviennent de la fonte du minéral dans le fourneau de réverbère à l'angloise) ; que celui que l'on obtient de la fonte au fourneau de réverbère est trop chaud & ne se convertiroit pas en poudre.

On m'a dit, dans une de ces fabriques , que l'on mettoit les quinze quintaux à la fois ; & dans l'autre, qu'on l'ajoutoit à mesure , parce qu'une trop grande quantité gêneroit l'opération.

Quand on veut commencer à opérer, on met intérieurement, & devant l'embouchure du fourneau, le grossier de la matière jaune qui a resté au fond de la bassine dans le lavage, & dont il sera parlé dans la suite ; cette matière sert à empêcher le plomb de couler en dehors du fourneau, lorsqu'il est en bain sur le sol qui est parfaitement de niveau ; on introduit le plomb dans l'intérieur du fourneau, il est bientôt fondu par le feu qu'on fait dans les deux chauffes. Il y a une chaîne pendue devant l'embouchure du fourneau, à l'extrémité de laquelle est un crochet pour appuyer le manche d'un grand rable de fer qui sert à agiter le plomb continuellement. A mesure qu'il y a du plomb réduit en chaux, l'ouvrier le retire de côté, & laisse toujours ensemble celui qui est liquide, qu'il ne cesse de remuer jusqu'à ce que le total soit converti en poudre. On n'emploie jamais plus de quatre ou cinq heures pour réduire en chaux les quinze quintaux ; mais comme il se trouve toujours quelques morceaux de plomb parmi celui qui a été réduit en chaux, on a soin de les retirer lorsqu'on les aperçoit, & on les garde pour une autre opération. On donne une chaleur vive au fourneau pendant tout le temps de cette conversion ; cependant elle n'est qu'un rouge de cerise très-foncé ; car les deux ouvertures des chauffes & l'embouchure du fourneau sont toujours ouvertes, afin qu'un air frais puisse frapper continuellement la matière, & accélérer la calcination ; la fumée de plomb & celle du charbon ressortent par l'embouchure & ensilent la cheminée extérieure.

Première
OPÉRATION,

Il faut plus que les quatre ou cinq heures qui convertissent le plomb en chaux pour qu'il soit réduit en poudre jaune que je puis nommer *massicot* ; ainsi on le laisse encore près de vingt-quatre heures dans le fourneau ; mais on ne le remue pas souvent dès qu'il est une fois en poudre, seulement autant qu'il le faut pour empêcher qu'il ne se mette en grumeaux ou ne se fonde en masse. Quand on juge la chaux de plomb assez calcinée, on la tire hors du fourneau avec un rable de fer, & on la fait tomber sur un pavé uni ; on fait couler de l'eau fraîche par-dessus ; les ouvriers disent que c'est pour lui donner du poids, mais c'est plutôt pour diviser la chaux qui s'est mise en grumeaux, & la rendre assez friable pour être passée au moulin dont on va parler : on y fait arriver autant d'eau qu'il est nécessaire pour l'imbiber entièrement & la refroidir ; cette matière étant encore toute chaude ; ressemble beaucoup à de la litharge ; mais lorsqu'elle est entièrement froide, elle est de la couleur d'un jaune-sale.

Le moulin dont on fait usage dans cet atelier, ressemble à ceux par où l'on passe la céruse, & dont il sera fait mention en donnant ce procédé, la meule est mue par une roue qu'un courant d'eau fait agir ; on met dans l'ouverture qui est au milieu de la meule supérieure, de la matière jaune imbibée d'eau ; on y verse aussi de l'eau ; lorsque le tout ensemble a été moulu, il coule dans une grande cuve placée au bas du moulin pour le recevoir ; mais comme cette matière n'est pas également broyée, on est obligé d'en faire un lavage ; à cet effet on a placé à côté de la cuve du moulin, un tonneau plein d'eau ; on prend la matière telle qu'elle tombe dans la cuve au sortir du moulin ; on en remplit à moitié une bassine de cuivre, qu'un ouvrier prend des deux mains, & la portant dans le tonneau plein d'eau, il l'agite de façon que la matière qui a été broyée la plus fine se mêle à toute l'eau qui est dans le tonneau, & se précipite à mesure au fond dudit tonneau ; tandis que la plus pesante, qui est celle qui n'a pas été assez divisée par le moulin, peut-être parce qu'elle n'étoit pas assez calcinée, reste dans le fond de la bassine. C'est cette matière que j'ai dit, au commencement de cette description, que l'on mettoit devant l'embouchure intérieure du fourneau, pour être

calcinée de nouveau avec le plomb. On continue de procéder de la même manière pour le moulin & pour le lavage, jusqu'à ce que toute la matière jaune ou le massicot provenu de la première calcination, ait été entièrement passé. Lorsque le lavage est fait, on laisse précipiter au fond du tonneau la matière qui est suspendue dans l'eau par sa grande division; on décante l'eau pour retirer le massicot & le passer par l'opération suivante.

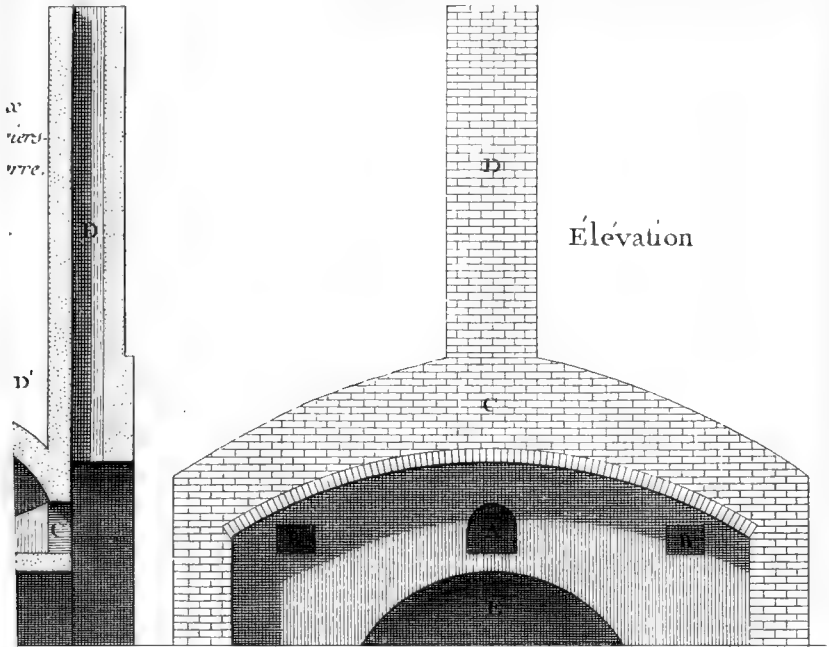
Pour donner la couleur rouge à la chaux de plomb, dans la fabrique près de la ville de Chesterfield, on a deux fourneaux semblables, l'un pour la première opération, & l'autre pour celle dont on va parler; mais dans la fabrique de Wirksworth, le même fourneau sert pour les deux opérations: on introduit toute la matière fine qui s'est précipitée au fond du tonneau, dans le milieu & sur l'aire du fourneau, on en forme un seul tas, aplati dans la partie supérieure, sur la surface duquel on fait des raies ou sillons, on le remue rarement, seulement pour empêcher qu'il ne se prenne ensemble. Dans une de ces fabriques, on m'a dit qu'il falloit que la chaux de plomb fut ainsi au feu pendant trente-six ou quarante heures; mais dans l'autre fabrique on m'a assuré qu'il en falloit quarante-huit; des expériences bien faites peuvent déterminer le temps: c'est par cette dernière calcination qu'elle prend cette belle couleur rouge. Le feu se continue dans les deux chaufes de la même manière qu'on le fait pour la première conversion de plomb en chaux: comme il n'y a point de grilles aux chaufes, on n'y agite pas le charbon, & il perd lentement son bitume; il n'y en a qu'une petite partie qui se réduit en cendres; car on en retire beaucoup dès qu'il ne donne plus de flamme, & on renouvelle pour lors le feu avec de nouveau charbon. Quand la matière a acquis le degré de calcination qu'on desire & qu'on la retire du fourneau, étant encore chaude, elle a la couleur d'un ocre rouge très-foncé; mais, en refroidissant, elle prend ce beau rouge que nous connoissons au minium. Ce minium, en sortant du fourneau, est mis dans une très-grande sèbille de bois où on le laisse refroidir; il n'est plus question, pour le rendre propre à la vente, que de le passer dans un tamis de fer très-fin: mais pour n'en pas perdre en le tamisant, l'opération se fait dans un tonneau, dans lequel il y a deux mor-

Seconde
OPÉRATION

ceux de fer qui le traversent ; le tamis se met dessus , mais on a fixé à ce même tamis une baguette de fer qui sort en dehors du tonneau. On met du minium dans le tamis , & l'on ferme le tonneau avec un couvercle qui joint exactement ; après quoi on agite le tamis par le moyen de la baguette de fer , ce que l'on continue jusqu'à ce que l'on juge que tout a passé au travers dudit tamis : on n'ouvre le tonneau que lorsqu'on soupçonne que la poudre sera déposée dans le fond & contre les parois du tonneau , & l'on recommence de la même manière que ci-dessus ; on dit que le minium préparé comme on l'a décrit , se vend 14 à 15 schelings le quintal de 112 livres ; au surplus cela varie suivant le prix du plomb.

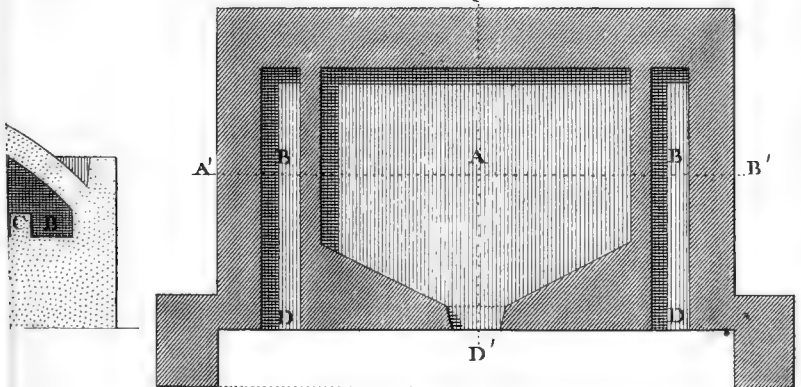
Tout le charbon n'est pas bon , à ce qu'on assure , pour ce procédé , sur-tout pour la dernière opération , qui donne la couleur rouge : on a de deux espèces de charbon de terre dans le pays , une qualité qui ressemble beaucoup au charbon commun de Newcastle , & une autre moins bitumineuse , qui a beaucoup de rapport à celui d'Écosse ; on préfère cette première espèce , on dit même que la dernière opération ne pourroit se faire avec l'autre : mais ce qui m'a beaucoup surpris , & qui surprendra tout le monde , c'est qu'on est persuadé , dans ces fabriques , qu'on ne peut faire du minium avec du bois ; on dit même en avoir fait l'expérience , mais sans succès. Quant à moi , l'inconvénient que j'y trouverois seroit celui des petits charbons provenans des éclats du bois pendant la combustion , lesquels se répandroient sur la matière ; & revivifieroient tout ce qu'ils toucheroient ; le charbon de terre n'est pas dans ce cas-là. Quoi qu'il en soit , ce n'est certainement pas la seule chose qui a fait échouer les établissemens en ce genre qu'on a voulu faire en France , mais bien plutôt une mauvaise méthode de procéder ; je ne prétends pas pourtant dire qu'il n'y a rien de défectueux dans cette description ; car je n'ai pas été le maître de suivre d'un bout à l'autre ces opérations ; mais comme ce que j'ai vu & ce qui m'a été dit dans les deux fabriques s'accorde assez bien , je suis très-persuadé qu'un Chimiste qui entend le travail en grand , pourra réussir à faire , avec avantage , du minium , en suivant ce procédé dans ses expériences.





Elevation

Plan
C'



EXPLICATION

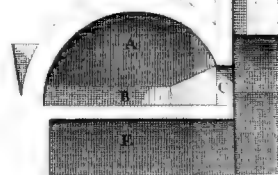
Elevation

- A Embouchure du Fourneau.
 BB Les deux ouvertures des
 = chauffés
 C La grande voûte avancée =
 = pour la cheminée
 D La cheminée
 E La voûte sous l'arc du Fourneau

Plan

- A Le sol ou l'air du Fourneau -
 - où l'on réduit le plomb en chaux
 BB Les deux chauffés sous cendriers
 - où l'on brûle le charbon de terre
 C Embouchure du Fourneau.
 DD Les deux ouvertures des -
 chauffés

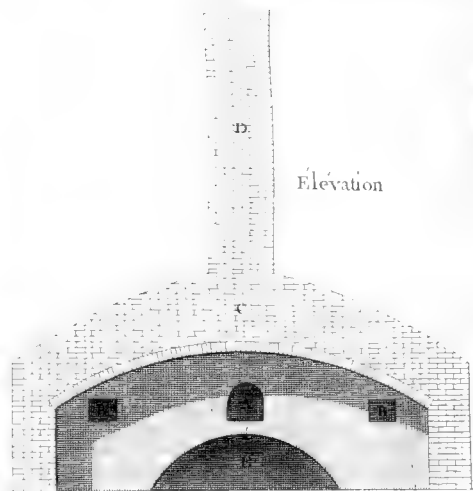
Coupe sur la Ligne c'd'



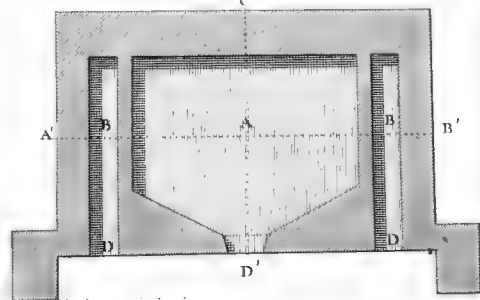
Coupe sur la ligne c'd'

- A Intérieur et voûte du Fourneau
 B Mur de séparation pour la chauffe
 C Embouchure du Fourneau
 D La cheminée
 E La voûte sous l'arc du Fourneau

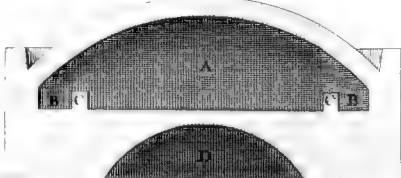
Elevation



Plan



Coupe sur la Ligne A.B'



Coupe sur la ligne A.B'

- A Intérieur et voûte du Fourneau
 BB Les chauffés
 CC Les murs des chauffés
 D La voûte inférieure pour pré-
 -venir de l'humidité

PREMIER MÉMOIRE
SUR LA
NATURE DE L'EAU,

*Et sur les Expériences par lesquelles on a prétendu
prouver la possibilité de son changement en terre.*

Par M. LAVOISIER.

LA question de la transmutabilité des Éléments les uns dans les autres, & particulièrement celle du changement de l'eau en terre est trop intéressante pour la Physique; elle a été agitée par un trop grand nombre d'Auteurs célèbres, pour que je puisse me dispenser, avant d'entrer dans le détail des expériences dont j'ai à rendre compte, de placer ici un abrégé des découvertes successives qui ont été faites en ce genre.

Je ne parlerai point de ce qu'ont écrit sur les Éléments, les Philosophes des premiers siècles; l'exposé que je pourrois faire de leur opinion, me jetteroit dans des détails trop étendus, ils répandroient d'ailleurs peu de jour sur la question que j'ai à traiter: je passe à ce qui intéresse plus particulièrement les Physiciens; je veux parler des faits.

Les premières expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité du changement de l'eau en terre, sont de deux espèces; les unes par la végétation des Plantes à l'aide de l'eau seule; les autres, par des distillations répétées, & par différentes manipulations chimiques.

Jean-Baptiste Vanhelmont est le premier qui nous ait donné des expériences remarquables du premier de ces deux genres; je veux dire sur la végétation; on en trouve le détail à la page 108. de ses Ouvrages, de l'édition d'Elzevir. Il rapporte qu'ayant mis dans un vase d'argile, deux cents livres de terre séchée au four,

Mém. 1770.

K

& l'ayant ensuite humectée avec de l'eau de pluie, il y avoit planté un tronc de saule du poids de cinq livres; au bout de cinq ans, ce même arbre pesoit 169 livres 3 onces. Le même Auteur assure qu'il ne s'étoit jamais servi pour l'arroser que d'eau de pluie ou d'eau distillée: il ajoute même que dans la crainte que la poussière de l'atmosphère ne se déposât sur la terre, & ne se mêlât avec elle, il avoit pris la précaution de couvrir le pot avec une lame d'étain, percée de plusieurs trous; enfin au bout de cinq années ayant desséché cette même terre également à la chaleur du four, il n'y trouva que deux onces de diminution; c'étoient donc 164 livres de bois, d'écorce, de racines; en un mot, de parties solides qui devoient, suivant lui, leur origine à l'eau.

On trouve dans le *Chemista Septicus* de Boyle, page 95 & suivantes; & dans le Traité du même Auteur, de *Origine formarum*, sect. 2.^e des expériences à peu près semblables: il a fait parvenir des courges & des concombres à une grosseur très-considérable, sans que la terre dans laquelle ces plantes s'étoient accrûes, ait paru avoir contribué de sa propre substance à leur accroissement.

Bien plus, des manthes qu'il avoit fait croître dans de l'eau seule, se sont trouvées aussi parfumées que celles qui avoient été nourries en pleine terre.

Ces mêmes expériences ont été faites en Suède par M. Trieval; & renouvelées en Angleterre par M. Miller-Eller; elles ont été rendues publiques par ce dernier, dans les *Transactions Philosophiques*, vol. 37, n.^o 418.

Elles ont encore été répétées de nouveau, avec le plus grand soin, par M. Eller, sur des citrouilles & sur des oignons de jacinthes. Voyez *Mém. Acad. de Berlin*, an. 1746, page 45: & quoique ces derniers n'eussent pris d'accroissement que dans une eau distillée pure, il n'en a pas moins obtenu des plantes parfaites, qui, par l'analyse, ont donné les mêmes résultats qu'à l'ordinaire, & une quantité très-notable de terre.

Plusieurs autres Physiciens très-célèbres se sont encore occupés récemment du même objet; ils ont étendu, varié & multiplié

les expériences ; on peut consulter celles de M.^{rs} Gloditsch & Bonnet, rapportées dans les Mémoires des Savans étrangers, présentés à cette Académie, *tome I.^{er}, page 420* ; & les Commentaires de Léipsic, *tome I.^{er}, page 34*. On peut voir aussi dans l'Histoire de l'Académie, *année 1748, page 272* ; & dans la Physique des Arbres de M. du Hamel, *tome II, page 198 & suiv.* une suite d'expériences très-intéressantes, qui confirment celles des différens Auteurs qui ont été cités précédemment.

Je pourrois parler encore ici des expériences faites par M. Krafft, rapportées dans les Mémoires modernes de l'Académie de Pétersbourg, *tome II, page 231* ; cet Auteur a semé de l'avoine & du chenevis dans du sable desséché, dans des morceaux de papier déchiré, dans des pièces d'étoffes de laine, dans du foin haché ; il a humecté ensuite ces semences avec de l'eau pure, & il a remarqué qu'elles avoient végété aussi promptement, & à peu près aussi heureusement que celles qui avoient été semées en pleine terre : mais comme ces végétations n'ont pas été faites à l'aide de l'eau pure, on ne peut en rien conclure pour ou contre la possibilité du changement d'eau en terre ; il en est de même de celles de M. Charles Alrton, rapportées dans son Essai de Botanique d'Édimbourg.

D'après des faits aussi constans, aussi multipliés, & par des Observateurs aussi célèbres, on seroit peut-être en droit de conclure que la terre qui environne les plantes, n'est qu'accidentelle à la végétation, qu'elle ne passe pas dans les filières des végétaux : en un mot, qu'elle ne concourt pas par sa propre substance à l'accroissement des plantes & à la formation de leurs parties solides ; mais peut-on en conclure, comme le pensent quelques Physiciens, & comme le conclut M. Valerius dans ses *Éléments d'Agriculture*, édition d'Yverdon, 1766, *page 83*, que l'eau se transforme véritablement en terre par l'opération de la végétation ; c'est ce qui ne paroît pas aussi bien prouvé & ce qui répugne même à l'idée qu'on a coutume de se former de l'eau, & en général de tous les élémens. Que deux molécules de matières se réunissent ensemble ; qu'il en résulte un nouveau corps différent de ce qu'étoit chacun séparément ; il n'y a rien en cela que la Physique n'avoue, & qui

ne cadre avec les expériences connues. Lorsque l'on combiné en effet de l'acide vitriolique concentré avec de l'huile de tartre, il en résulte une masse concrète de tartre vitriolique, quoique les deux êtres qui sont entrés dans la combinaison fussent fluides avant le mélange; mais qu'une masse d'eau puisse sans addition, sans déperdition de sa substance, se changer en une masse de terre, c'est ce qui répugne à toute idée reçue, & ce qu'il ne seroit possible d'admettre qu'autant qu'on y seroit forcé par des expériences très-démonstratives. La difficulté du changement d'eau en terre, n'est pas d'ailleurs la seule qui se présente dans l'opinion de M. Vallerius; les plantes ne sont pas seulement composées d'eau & de terre, elles contiennent encore des huiles, des résines, des parties salines & odorantes de sucres acides & alkalis, &c. Il ne suffiroit donc pas d'admettre que l'eau se change en terre dans la végétation, il faudroit encore conclure qu'elle se change en autant de substances particulières, qu'on en découvre dans toutes les plantes que nous connoissons, ce qui n'est confirmé par aucune expérience.

Le changement de l'eau en terre n'est donc jusqu'à présent qu'une supposition gratuite qui ne répand qu'une foible lumière sur les mystères de la végétation, & l'on ne peut se dispenser d'avoir recours à une autre cause pour en expliquer les phénomènes; d'ailleurs il faut l'avouer, quelque nombreuses, quelque bien faites que soient les expériences qu'on vient de citer, sur la végétation des plantes par l'eau seule, la plupart laissent encore quelque chose à désirer; on n'a employé dans le plus grand nombre, que de l'eau commune, de l'eau de fontaine, ou de l'eau de rivière: or on sait, par les analyses des Chimistes, qu'elles contiennent toujours une quantité assez considérable de terre calcaire, de sélénite & de différens sels.

L'expérience du saule de Vanhelmont & celle des oignons de jacinthe, par M. Eller, sont les deux seules qui aient été faites; la première, avec de l'eau de pluie; la seconde, avec de l'eau distillée; mais on peut dire, à l'égard de la première, que Vanhelmont n'a pas donné le détail des précautions qu'il a prises pour se procurer une eau de pluie pure; celle qu'on reçoit des gouttières & qui a lavé les toits des maisons, contient souvent différens

sels, & j'ai éprouvé qu'elle étoit toujours moins pure que celle qui a été reçue dans des vases de fayence ou de porcelaine, placés dans des endroits éloignés de tous bâtimens. Enfin, l'eau de pluie elle-même, recueillie avec toutes les précautions possibles, contient encore une petite portion de sel marin, ainsi qu'il résulte des expériences de Borichius, de celles de M. Margraff, & de celles dont je rendrai compte moi-même dans la seconde partie de ce Mémoire.

J'avoue qu'il y a une énorme disproportion entre la petite portion de sel qui peut se trouver dans de l'eau de pluie, quelque peu de soin qu'on ait apporté pour la recueillir, & le poids de 164 livres que le saule de Vanhelimont a acquis pendant cinq années; mais il faut considérer en même temps qu'il s'en faut bien que la totalité de ce poids soit dûe à la terre. Si Boyle eût fait l'analyse de cet arbre, il auroit retiré presque tout en flegme, & la quantité réelle de terre qu'il auroit obtenue, se seroit sans doute trouvée réduite à une très-petite quantité. On n'a, il est vrai, aucune de ces objections à faire contre l'expérience des oignons de jacinthes, faite par M. Eller, il n'a employé que de l'eau distillée au bain-marie; mais aussi n'a-t-il obtenu, par l'analyse, qu'un excédant de terre de sept à huit grains: or, il seroit possible que la phiole ou caraffe dans laquelle l'eau étoit contenue eût fourni, de sa propre substance, cette petite quantité de terre; c'est ce qui deviendra même beaucoup plus probable par les expériences contenues dans la seconde partie de ce Mémoire.

Il est d'ailleurs une autre source, dont les végétaux tirent sans doute la plus grande partie des principes qu'on y découvre par l'analyse; on sait, par les expériences de M.^{rs} Hales, Guettard, du Hamel & Bonnet, qu'il s'opère non-seulement dans les plantes une transpiration considérable, mais qu'elles exercent encore, par la surface de leurs feuilles, une véritable succion, au moyen de laquelle elles absorbent les vapeurs répandues dans l'atmosphère. On peut voir, dans les recherches de M. Bonnet, sur l'usage des feuilles dans les plantes, une suite d'expériences extrêmement ingénieuses, par lesquelles il paroît prouvé que c'est principalement par cette voie que se fait la nutrition des végétaux.

« Les feuilles , dit ce sàvant Physicien , sont aux branches ce
 » que le chevelu est aux racines : l'air est un terrain fertile , où les
 » feuilles puisent abondamment des nourritures de toute espèce ; la
 » Nature a donné beaucoup de surface à ces racines aériennes , afin
 » de se mettre en état de rassembler plus de vapeurs & d'exha-
 laisons , &c. »

On dira peut-être que si l'air est la source où les végétaux
 puisent les différens principes que l'analyse y découvre , ces mêmes
 principes doivent exister & se retrouver dans l'atmosphère ; je
 répondrai que quoique nous n'ayons point encore d'expériences
 démonstratives en ce genre , on ne sauroit douter cependant que
 la partie basse de l'atmosphère , celle dans laquelle croissent les
 végétaux ne soit extrêmement composée. Premièrement , il est pro-
 bable que l'air qui en fait la base n'est point un être simple , un
 élément , comme l'ont pensé les premiers Physiciens : seconde-
 ment , ce fluide est le dissolvant de l'eau & de tous les corps
 volatils qui existent dans la Nature ; je serai en effet en état de
 faire voir dans la suite , dans un Mémoire que je prépare sur la
 nature de l'air , qu'évaporation ou dissolution dans l'air sont deux
 choses , à très-peu de choses près synonymes. Enfin , indépen-
 damment des différens corps volatils qui se trouvent combinés dans
 l'air , & dont il fait en quelque façon la dissolution ; les sels & les
 corps les plus fixes y sont encore portés à l'aide de l'eau , à la vérité
 en petite quantité ; en effet , puisque les pluies qui tombent de la
 région élevée de l'atmosphère contiennent quelque portion de sel
 marin , comme il résulte des expériences ci-dessus citées ; à plus
 forte raison doit-il se trouver une assez grande quantité de diffé-
 rens sels dans la partie inférieure de l'atmosphère.

Indépendamment de ces différentes substances qui sont étran-
 gères à l'air , on ne sauroit douter que ce fluide lui-même n'entre
 en proportion très-considérable dans la texture des végétaux , &
 qu'il ne contribue pour beaucoup à en constituer les parties solides ;
 il résulte des expériences de M. Hales , & d'un grand nombre
 d'autres qui ont été faites en ce genre , que l'air existe de deux
 façons dans la Nature ; tantôt il se présente sous la figure d'un
 fluide très-rare , très-dilatable , très-élastique , tel est celui que nous

respirons; tantôt il se fixe dans les corps, il s'y combine intimement, il perd alors toutes les propriétés qu'il avoit auparavant; l'air dans cet état n'est plus un fluide, il fait l'office d'un solide; & ce n'est que par la destruction même des corps, dans la composition desquels il entroit, qu'il revient à son premier état de fluidité. On peut voir à cet égard les expériences très-ingénieuses rapportées dans la *Statique des végétaux*; il en résulte, que le bois de chêne donne, par l'analyse, environ le tiers de son poids d'air; que le bois de gayac en donne encore davantage, & que la quantité de ce fluide contenue dans les différentes espèces de bois, est toujours à peu près proportionnelle à leur densité. Ces expériences sont trop constantes pour pouvoir être révoquées en doute, elles ont d'ailleurs été répétées un grand nombre de fois; aux yeux de tout le public, dans les leçons de M. Rouelle.

Voilà donc deux sources dont les végétaux élevés dans l'eau seule ont pu tirer les principes qu'ils ont donnés par l'analyse, premièrement de l'eau même & de la petite portion de terre étrangère qui se trouvoit nécessairement dans toutes celles qui ont été employées, secondement de l'air & des substances de toute nature dont il est chargé.

Les expériences faites sur la végétation des plantes par l'eau; ne prouvent donc en rien la possibilité du changement d'eau en terre. Je passe aux Expériences chimiques qui ont été faites dans le même objet.

Les premières expériences un peu suivies, qui aient été faites sur la nature de l'eau, sont de Borichius; cet Auteur, dans son Livre intitulé : *de la Science d'Hermès & des Égyptiens*, a reçu dans des vases de verre, neuf cents livres d'eau de pluie, cent livres d'eau de neige, cent livres d'eau de grêle; & les ayant fait évaporer, il a observé qu'elles devenoient rousâtres sur la fin de l'opération: enfin ayant évaporé jusqu'à siccité, il a obtenu une terre en poudre, de laquelle il a retiré, par le lavage, une petite portion de sel marin; cette même poudre lavée & mise ensuite sous la moufle, lui a donné des indices de soufre: ce même Auteur est aussi le premier qui ait soumis une même eau à un grand

nombre de distillations successives, & il avance qu'en réitérant ces opérations, on peut la changer en totalité en une fixe & insipide. *Voy. Borichius, p. 397.*

A peu près dans le même temps que Borichius faisoit ces expériences en Danemarck, Boyle s'en occupoit en Angleterre; il paroît même qu'il n'avoit eu aucune connoissance de celles de Borichius; il a remarqué, comme lui, que l'eau, à chaque distillation, laissoit toujours une quantité notable de terre; il assure même que ces distillations ont été répétées jusqu'à deux cents fois; & qu'au bout de cette ennuyeuse opération, faite avec soin dans un alambic de verre, une once d'eau avoit donné six dragmes de terre blanche, légère, insipide & indissoluble dans l'eau; d'où le Physicien Anglois conclut que l'eau peut se changer en terre par la distillation. *Voyez Boyle, de Origine formarum, p. 259—273.*

Becher & Stalh ne se sont occupés d'aucune expérience particulière sur la nature de l'eau; on peut même dire qu'ils se sont, en quelque façon, livrés à des erreurs populaires sur la nature de cet élément; ils étoient l'un & l'autre dans l'opinion que l'eau acquéroit, par une suite de distillations répétées, une qualité corrosive; c'est au moins ce qu'on lit dans le premier Ouvrage de Stalh, intitulé : *Fundamenta Chimiæ, Dogmaticæ & Experimentalis*, ouvrage, il est vrai, qu'il a en quelque façon, désavoué dans la suite,

Stalh pensoit encore que l'eau pouvoit être portée par la distillation, à un tel degré d'atténuation, qu'elle pouvoit pénétrer la substance du verre; c'étoit au surplus sur la foi d'un ancien Chimiste, qu'il avoit adopté cette opinion.

Il étoit réservé à M. Boërhaave d'apprécier toutes ces idées & de les réduire à leur juste valeur; on peut voir à la fin de son Traité sur l'eau, les expériences qu'il a faites sur cet objet; il en résulte que l'eau ne change point de nature par la distillation, qu'elle ne devient ni acide, ni alkali, ni plus corrosive, ni plus pénétrante.

Du reste, M. Boërhaave a observé, comme Borichius & Boyle, qu'il restoit à chaque distillation de la même eau, un résidu terreux; mais il n'a pas pensé qu'on dût en conclure, que l'eau se changeoit

changeoit véritablement en terre, il remarque même que Boyle n'a répété que trois fois la distillation d'une même eau, & que ce n'est que sur l'autorité d'un Chimiste, qu'il rapporte qu'une once d'eau avoit donné six dragmes de terre par deux cents distillations successives, sans se décider formellement sur cet objet. M. Boërhaave présume que la poussière qui flotte continuellement dans l'air, a pu se mêler avec l'eau pendant la distillation, & former la petite quantité de terre qui y a été trouvée par les Chimistes.

L'expérience de M Geoffroi, rapportée dans les Mémoires de l'Académie (*année 1738, page 208*) paroïsoit bien propre à détruire, dans l'esprit des Physiciens, l'opinion de M. Boërhaave; il a distillé vingt fois une même eau, & en a constamment retiré un sédiment terreux, quoiqu'il ait toujours employé, ajoute-t-il, des cucurbites de verre neuves & bien nettes, avec le même chapiteau & le même récipient bien fermés avec de la vessie.

M. Margraff, dans une Dissertation imprimée dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, (*année 1756*) sur la terre qui se trouve dans l'eau pure, a levé, d'une manière encore plus décisive, les doutes qui pouvoient rester sur la poussière de l'atmosphère, il a complètement démontré que la terre de l'eau ne pouvoit venir des corps flottans dans l'air: en effet, non-seulement il a obtenu la même terre en distillant l'eau dans une retorte de verre lutée hermétiquement avec son récipient, mais il a fait voir encore qu'on avoit le même résultat, en soumettant l'eau à une grande agitation dans des vaisseaux fermés. Cette dernière expérience avoit déjà été faite en 1746, par M. Eller. (*Voy. Mém. Acad. de Berlin, 1746, p. 47*).

Enfin M. le Roy, de cette Académie, dans un Mémoire lu dans une séance publique, en 1767, a prétendu que les expériences de Borichius, de Boyle, de Boërhaave & de Margraff, ne prouvoient point la possibilité de la conversion de l'eau en terre; M. le Roy pense que toute eau contient une quantité de terre assez considérable; que cette terre est unie si intimément à l'eau, qu'elle passe presque entièrement dans la distillation, mais qu'il s'en sépare cependant toujours une petite quantité à chaque opération; enfin que c'est cette petite portion de terre qui en a imposé

jusqu'ici aux Physiciens, & qui leur a fait croire que l'eau se changeoit en terre.

Nous ne pouvons dissimuler que le sentiment de M. le Roy ne soit susceptible de beaucoup de difficultés ; car enfin , si cette terre est étrangère à l'eau , ne devrait-elle pas s'épurer peu à peu , & par un certain nombre de distillations ? Ne devrait-on pas remarquer une diminution successive dans la quantité qu'on en sépare ? Enfin , ne devrait-il pas se trouver un terme au-delà duquel il ne seroit plus possible d'en retirer ? Cependant si l'on ajoute foi aux expériences rapportées par Boyle , deux cents distillations n'ont pas suffi pour séparer toute la terre de l'eau , & M. Margraff , à la quarante & cinquième distillation , a toujours obtenu à peu près autant de terre que dans les premières.

Tel est encore aujourd'hui l'état de doute & d'incertitude dans lequel sont restés les Physiciens , sur l'origine de la terre que laisse l'eau dans chacune de ses distillations.

Il ne me reste , après avoir exposé l'opinion de chacun d'eux ; qu'à rendre compte des expériences dont je me suis occupé moi-même ; c'est ce que je me propose de faire dans la seconde partie de ce Mémoire.



E X T R A I T

*Des Observations du passage de Vénus sur le Soleil,
faites par M. l'Abbé Chappe, en 1769.*

Par M. CASSINI DE THURY.

M. l'Abbé CHAPPE a fait ses observations au village de Saint-Joseph en Californie ; il étoit logé dans une grange très-spacieuse, qui servoit à mettre le *maïs* ; il s'étoit d'abord proposé de placer son observatoire en dehors, mais ayant obtenu la permission de découvrir le toit de la grange, pour la couvrir d'une toile que l'on pourroit hisser comme les voiles d'un vaisseau, il préféra de l'établir dans la grange ; il fit construire une espèce de piédestal, de grosses pierres cimentées avec de la terre & recouvertes de brique, pour placer la machine parallaxique, un second pour poser le quart-de-cercle, & un troisième pour l'instrument des passages.

La pendule étoit attachée sur un bloc de cèdre parfaitement dur qu'il avoit apporté exprès ; il avoit plus de 3 pouces d'épaisseur sur un pied de largeur, il étoit enfoncé de deux pieds & demi en terre, & entouré de tous côtés d'un massif de pierre.

Il avoit commencé ses observations dès le 21 Mai, & l'observatoire ne fut disposé que le 26 du même mois ; mais pendant cet intervalle, il avoit reconnu que la pendule retardoit de 2' 7" en vingt-quatre heures ; il jugea devoir raccourcir le pendule d'une ligne un tiers ; & le 26, elle fut mise en place enfermée dans la boîte, entourée de papier collé pour empêcher l'effet du vent & de la poussière ; on la recouvroit d'un drap après l'observation.

La lunette de 10 pieds étoit suspendue à une potence portée par une poutre de 8 à 9 pouces de diamètre ; de manière que la lunette pouvoit rouler entre deux pivots, & avoir le mouvement vertical & horizontal.

Tous les instrumens étoient en place le 28 Mai, la pendule

étoit déjà réglée, on connoissoit aussi à peu près la latitude de Saint-Joseph, & sa longitude par les satellites de Jupiter; on avoit déterminé les parties du micromètre du grand quart-de-cercle par le diamètre du Soleil. M. Chappe vouloit d'abord se faire aider dans ses observations, mais comme elles devoient arriver près du zénith, où les difficultés augmentent, il ne voulut s'en rapporter qu'à lui-même.

Les jours qui ont précédé l'observation, furent employés à régler la pendule; & le temps fut si favorable que, soit par le Soleil, soit par les Étoiles, on connoissoit exactement sa marche.

M. Chappe, incertain sur le moment précis de l'entrée sur l'endroit du limbe où Vénus devoit entrer, & comptant par-là l'exactitude de la première phase, se détermina à observer le premier contact à la lunette parallactique, pour ne pas se fatiguer inutilement à la grande lunette; il avoit pris la précaution de n'observer toute la matinée qu'avec l'œil gauche, pour conserver l'autre pour le second contact; il vouloit encore se procurer l'avantage de pouvoir observer au quart-de-cercle la différence de hauteur entre le bord du Soleil & le point du disque de l'entrée; son domestique comptoit à la pendule; le sieur Pauli, Ingénieur, qui l'avoit accompagné, écrivoit l'heure & les minutes des observations.

A $11^h 40'$, il commença à faire compter; à $11^h 59' 19''$, il aperçut Vénus formant une petite échancrure sur le bord du Soleil, parfaitement terminé; à $12^h 5' 17''$, il estima l'entrée du centre; & à $12^h 17' 27''$, le second contact.

M. Chappe examina avec attention s'il ne découvroit pas Vénus hors du Soleil avec le croissant qui avoit été vu dans le passage de 1761, mais il ne l'aperçut pas; il remarqua seulement vers le milieu de l'entrée du centre de cette planète, qu'une partie du disque de Vénus, proche celui du Soleil.

Mais à l'entrée totale de Vénus, il observa très-distinctement le second phénomène déjà remarqué par plusieurs Astronomes en 1761; le bord du disque de cette planète parut s'allonger; & à l'extrémité, on voyoit un point noir un peu moins obscur que le reste de Vénus.

Après cette observation, il détermina à la machine parallaxique, la différence d'ascension droite entre Vénus & le Soleil, la différence de déclinaison entre le bord boréal de cette planète & le bord du Soleil, le diamètre de la planète qu'il trouva de près de 59 secondes, enfin la plus petite distance des centres.

Pour faire l'observation de la sortie de Vénus, il disposa sa grande lunette de 10 pieds; le Soleil paroissoit ondoyant, ainsi que Vénus; ce qui rendoit l'observation plus difficile que dans les petites lunettes, où le bord paroissoit mieux terminé; à $5^h 54' 50''$; il détermina le premier contact; à $6^h 3' 57''$, le centre; & à $6^h 13' 19''$, la sortie totale.

Vénus a paru au premier contact s'allonger plus considérablement que le matin; en s'approchant tout d'un coup du bord du Soleil, pour faire exactement l'observation des deux contacts, il avoit disposé la lunette de façon qu'il n'étoit pas obligé de la remuer pour ne pas perdre Vénus au travers du bord ondoyant, & ne pas prendre le fond du Ciel pour le bord de cette planète.

Le lendemain, M. Chappe continua ses observations des hauteurs correspondantes, pour connoître la marche de sa pendule jusqu'au 11 Juin qu'il fut attaqué de la maladie contagieuse qui comença par un transport & une fièvre dont les accès étoient de vingt-quatre & de trente-six heures; il se trouva un peu mieux le 18 Juin; il prit médecine à la pointe du jour pour être en état de faire l'observation de l'éclipse de Lune, dont il a déterminé toutes les phases; elle ne fut pas totale; il a déterminé sa grandeur de 11 doigts $\frac{3}{10}$.^e la fatigue de l'observation, jointe à sa grande foiblesse, ne lui permit pas d'observer le passage de la Lune au méridien.

Il profitoit des intervalles que lui laissoient les accès de fièvre pour faire des observations des satellites de Jupiter; le 22 Juin, la maladie redoubla jusqu'au 29 qu'il fit encore l'observation d'une éclipse des satellites de Jupiter; le 7 & le 10 Juillet, quoique malade, il fit encore des observations, & il les continua toujours dans la souffrance, & avec un zèle dont il n'y a point d'exemple, jusqu'au 19 Juillet, c'est-à-dire onze jours avant sa mort.

RÉFLEXIONS sur les Observations précédentes.

Pendant l'espace de près de deux mois que M. Chappe a séjourné à Saint-Joseph, il n'a négligé aucune des observations qui paroissent nécessaires pour remplir l'objet de son voyage; l'observation du passage de Vénus a été complète; la pendule avoit été réglée par des hauteurs correspondantes prises avant & après le jour de l'observation; le rapport des principales phases, avec celles qui nous ont été communiquées par les Officiers Espagnols, est singulier, puisqu'on n'y remarque que 2 secondes de différence dans le premier contact, & 5 secondes & demie dans le second: la durée totale observée par M. Chappe, de $5^h\ 37' 23''$, ne diffère que de 4 secondes de celle déjà publiée par les Espagnols qui observoient à part & dans le même lieu.

Pour déterminer la latitude de Saint-Joseph, M. Chappe s'est attaché particulièrement à la hauteur d'*Arcturus*, observée dans les deux sens, & j'en ai déduit la latitude de $23^d\ 4'\ 0''$; & par le Soleil, de $23^d\ 3'\ 35''$: à l'égard de la longitude, M. Chappe a fait neuf observations d'immersion & d'émergence des satellites de Jupiter, que l'on pourra employer très-utilement en les comparant à des correspondantes faites dans des lieux connus; en attendant, j'ai comparé les observations des Éclipses du premier satellite, faites par M. Chappe à Saint-Joseph, au calcul des Tables, & j'en ai déduit la différence de longitude de $7^h\ 28'\ 35''$; mais on pourra déterminer cette longitude avec plus de précision par les observations de la Lune & des Étoiles au méridien, trouvées en grand nombre dans le registre des observations, & particulièrement par l'observation du 14 Juillet, du passage de la Lune & d'*Arcturus* au méridien, dont la correspondante a été faite à l'Observatoire; mais par un milieu entre les observations des Éclipses du premier satellite de Jupiter, on peut établir la différence de longitude de $7^h\ 28'\ 35''$.

M. Chappe a fait encore différentes observations importantes qu'on ne peut rendre dans un Extrait; en parcourant les registres, j'en ai trouvé un qui contient les observations faites au Havre depuis le 23 Septembre jusqu'au 29, pour régler la montre marine du

Pour la latitude par le Soleil.

Le 16 Juillet.	Le 17 Juillet.	Le 19 Juillet.
D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
88. 29. 41	88. 19. 25	87. 58. 0
0. 1. 20	0. 1. 20	0. 1. 20
88. 28. 21	88. 18. 5	87. 56. 70
0. 15. 47	0. 15. 47	0. 15. 47
88. 12. 34	88. 2. 18	87. 40. 53
21. 16. 9	21. 5. 52	20. 44. 27
66. 56. 25	66. 56. 26	66. 56. 26
23. 3. 35	23. 3. 34	23. 3. 34

Les parties du micromètre de ces observations ont été réduites par M. l'Abbé Chappe, c'est par cette raison que je les ai préférées aux autres.

Détermination directe de la Longitude par les Observations correspondantes.

M. Maraldi m'a communiqué une observation faite au Canada, dans la maison de Bostholland, Commandant général du Canada, à 5 degrés sud-ouest de Québec, à deux milles & demi du château de Saint-Louis, avec une lunette achromatique de 10 degrés $\frac{1}{2}$ de Dollond, sous la latitude de $46^{\text{d}} 47' 15''$ au nord, & dont M. Maskeline a conclu la longitude par rapport à Greenwich de $4^{\text{h}} 44' 42''$; l'observation de l'émerfion du premier satellite de Jupiter y a été observée le 28 Mai à $14^{\text{h}} 5' 45''$, ce qui donne, en supposant la différence de longitude entre Paris & Greenwich de $9' 16''$, la différence de longitude de Saint-Joseph de $7^{\text{h}} 27' 54''$.

Le 6 Juin, on a fait l'observation de l'émerfion du premier, au même endroit, à $10^{\text{h}} 28' 2'' \frac{1}{2}$; laquelle comparée à celle de Saint-Joseph, donne pour différence de longitude, $7^{\text{h}} 28' 2''$.

La

La même observation a été faite à Noriton avec une lunette de réfraction de 36 pieds.

M. Maskeline en a conclu la différence de longitude

à Greenwich, de..... 5^h 1' 35".

L'émerſion eſt arrivée à..... 10. 11. 32

Ce qui donne la différence de longitude entre Paris &

Saint-Joſeph, de..... 7. 28. 25

Par un milieu..... 7. 28. 9

Pour la diſtance des centres.

Le bord boréal du Soleil, ſuivant un fil de la machine paralactique, & le bord boréal de Vénus, le fil mobile

à 3^h 9' } Distance des deux bords { 6' 20"
3. 25. } { 6. 42.

& c'eſt la plus grande qui ait été obſervée.

OBSERVATION des phaſes principales de l'Éclipſe de Lune du 18 Juin.

à 10^h 42' 30" la Lune paroît à la vue entrer dans la pénombre.

11. 4. 0. Commencement de l'éclipſe.

11. 11. 0. Grimaldi entré.

11. 31. 0. Tycho entré.

11. 37. 0. Copernic entré.

11. 58. 20. Milieu de l'éclipſe.

13. 2. 30. La partie éclairée augmente.

13. 37. 18. Grimaldi forti.

13. 48. 11. Copernic forti.

14. 12. 45. Tycho forti.

14. 38. 40. Fin de l'éclipſe.

14. 45. 20. Le bord de la Lune parfaitement terminé, il paroît encore à la vue barbouillé.

L'Éclipſe n'a pas été totale, ſa grandeur de 11 doigts $\frac{8}{10}$.^{es}



SECONDE MÉMOIRE

SUR LA

NATURE DE L'EAU,

*Et sur les Expériences par lesquelles on a prétendu
prouver la possibilité de son changement en terre.*

Par M. LAVOISIER.

L'OBJET que je m'étois proposé d'abord dans les expériences dont je vais rendre compte, n'étoit que de constater quel étoit le dernier degré de pureté auquel l'eau pouvoit être portée par un certain nombre de distillations successives, quels étoient les différens changemens que ces opérations répétées pouvoient occasionner, soit dans son poids, soit dans ses autres qualités. Les expériences que j'avois entreprises dans cette vue, m'ont conduit insensiblement plus loin que je ne m'y étois attendu, & je me suis vu à portée de terminer, par des expériences décisives, une question intéressante pour la Physique; savoir si l'eau peut se changer en terre, comme l'ont pensé quelques Philosophes anciens & comme le pensent encore des Chimistes de nos jours.

Mon objet étant d'examiner la nature de l'eau, de déterminer si elle contenoit de la terre, enfin de constater ce qu'opéroit sur elle une suite de distillations successives, il étoit nécessaire que je rassemblasse, pour mes expériences, une quantité suffisante d'eau aussi pure que je présumois possible de l'obtenir: l'eau de pluie ramassée avec les précautions convenables, m'a paru la plus propre à remplir l'objet que j'avois en vue: l'eau de pluie n'est en effet qu'une eau distillée par la Nature; & l'élévation prodigieuse, en comparaison de celle de nos vaisseaux distillatoires, à laquelle les vapeurs aqueuses sont portées dans l'atmosphère, paroissent être un moyen très-propre à les dégager de toutes les parties salines & terreuses

qu'elles pourroient tenir en dissolution. L'eau de pluie qu'on reçoit des gouttières est déjà bien éloignée de cette pureté dont je parle ici ; j'ai même éprouvé que celle qui avoit coulé sur des toits couverts d'ardoises , contenoit une petite portion de sel vitriolique très-analogue au sel de Glauber ; ce même sel se trouve dans toutes les sources qui sortent des montagnes de schist & d'ardoises , ainsi que je l'ai déjà exposé dans de précédens Mémoires qui n'ont pas encore été publiés.

J'ai donc pensé que pour avoir de l'eau de pluie qui fût exempte de tout soupçon , il étoit nécessaire de la recevoir directement de l'atmosphère ; j'ai préparé à cet effet de grands vases de verre & de fayence émaillée ; j'attendois , avant de les exposer à l'air , qu'il eût plu pendant quelque temps , afin que l'atmosphère fût débarrassée de tous les corps étrangers qui pouvoient y flotter ; alors je les rinçois avec de l'eau de pluie même , puis je les plaçois dans un endroit éloigné de tous arbres & de tous bâtimens : quelque lente que soit cette méthode , avec un peu de patience , je suis parvenu à rassembler une quantité d'eau de douze livres environ.

La pesanteur de l'eau étant l'épreuve que je regarde comme la plus sûre pour juger de sa pureté , ma première expérience a été de soumettre l'eau de pluie que j'avois rassemblée , à l'épreuve de l'aréomètre ; je me suis servi à cet effet d'un instrument extrêmement sensible , & qui est déjà connu de l'Académie , il déplace 4 livres 7 onces 5 gros quelques grains d'eau à $10^{\text{d}} \frac{1}{4}$ du thermomètre de M. de Reaumur , c'est-à-dire à la température des caves de l'observatoire. L'eau de pluie , soumise à cette épreuve , s'est trouvée constamment un peu plus pesante que de l'eau de Seine distillée une seule fois ; l'excès étoit environ d'un grain sur le bassin de l'aréomètre , c'est-à-dire de $\frac{1}{41240}$, ce qui , exprimé en décimales , répond à 0,00002425 : je joins ici tout le détail de l'expérience.

92 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre.....	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau de pluie, le thermomètre marquant 17 degrés $\frac{7}{10}$	"	"	1.	21,90
Pesanteur totale du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 17 degrés $\frac{7}{10}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	6,40
Correction soustractive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à 18 degrés du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience.....	"	"	"	2,00
Pesanteur du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 18 degrés du thermomètre de M. de Reaumur.....	4.	7.	5.	4,40
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré.....	4.	7.	5.	3,60
Différence.....	"	"	"	0,80

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre.....	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau de pluie, le thermomètre marquant 17 degrés $\frac{35}{100}$	"	"	1.	30,80
Pesanteur totale du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 16 degrés $\frac{35}{100}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	15,30
Correction négative pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à 18 degrés du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience.....	"	"	"	10,45
Pesanteur du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 18 degrés du thermomètre de M. de Reaumur.....	4.	7.	5.	4,85
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré.....	4.	7.	5.	3,60
Différence.....				+ 1,25

Différence suivant la 1.^{re} expérience. 0,80 }
Différence suivant la 2.^e expérience. 1,25 } Diffé. moyenne. 1,02.

Cette opération préliminaire m'annonçoit déjà que l'eau de pluie sur laquelle j'avois opéré, n'étoit pas absolument pure, mais elle m'indiquoit en même temps qu'elle en approchoit beaucoup : pour connoître d'une manière précise la nature & la quantité des substances étrangères qu'elle tenoit en dissolution, j'ai eu recours à l'évaporation, j'ai mis en conséquence onze livres de cette eau dans un alambic de verre blanc qui n'avoit point encore servi ; j'ai établi la distillation au bain-marie à une chaleur très-douce, & j'ai continué jusqu'à ce que les onze livres d'eau contenues dans l'alambic fussent réduites à quelques onces ; l'eau qui restoit alors, commençoit à se troubler ; on remarquoit sur les parois intérieures de l'alambic un feuillet très-mince de terre qui s'y étoit appliqué ; il y avoit aussi quelques flocons de cette même terre qui erroient dans la liqueur ; j'ai retiré alors l'eau de l'alambic, je l'ai versée dans une capsule de verre, & j'ai continué à évaporer jusqu'à siccité, toujours par la simple chaleur du bain-marie ; il m'est resté, au fond de la capsule, un volume assez considérable d'une terre blanche-grisâtre & extrêmement légère, & qui se dissipoit au moindre souffle ; le tout rassemblé pesoit exactement 4 grains & $\frac{1}{4}$, c'est deux cinquièmes de grains pour chaque livre d'eau. Comme cette terre paroissoit disposée à s'humecter à l'air, j'ai jugé qu'elle étoit imprégnée d'une petite portion d'eau-mère ; je l'ai en conséquence lavée avec un peu d'eau distillée, & cette terre ensuite séchée de nouveau, m'a paru plus blanche & dépouillée de toute humidité : l'eau que j'avois employée pour le lavage ayant été évaporée, j'ai obtenu de petits cristaux cubiques de sel marin très-distincts à la loupe, & qu'il étoit très-facile de reconnoître au goût ; ils étoient également imprégnés d'une petite quantité d'eau-mère, & il m'a semblé, autant que j'en ai pu juger sur une aussi petite quantité, que c'étoit un sel marin à base terreuse ; la terre ainsi lavée & séchée avoit perdu environ un grain de son poids, elle se trouvoit réduite à 3 grains $\frac{1}{2}$: le grain qui manquoit étoit précisément le poids de la partie saline qui avoit été séparée par le lavage.

Il résulte de cette expérience, que l'eau de pluie que j'avois fait évaporer, contenoit par chaque livre trois dixièmes de grain

d'une terre insipide & très-légère, & un onzième de grain de sel marin, partie à base d'alkali fixe, partie à base terreuse.

Cette première analyse de l'eau de pluie ayant été achevée; je n'ai rien eu de plus pressé que d'examiner l'eau que j'en avois retiré par la distillation; je l'ai d'abord soumise à l'épreuve ordinaire du pèse-liqueur, & j'ai reconnu qu'elle n'étoit pas plus légère que de l'eau de Seine qui avoit été distillée une seule fois, & qu'elle étoit même encore un tant soit peu plus pesante *: la différence s'est trouvée assez constamment de 0,00000072.

J'ai rassemblé soigneusement toute cette eau, & je l'ai soumise à une nouvelle distillation; à cette seconde, j'en ai fait succéder une troisième, une quatrième, &c. & j'ai continué ainsi jusqu'à la huitième. Le résultat de ces opérations se trouve exposé dans tout son détail dans le Tableau placé à la fin de ce Mémoire; je ne manquois pas, à la fin de chaque distillation, de déterminer la pesanteur spécifique de l'eau qui avoit passé dans le récipient, mais je voyois avec surprise que, quoiqu'à chaque opération il se séparât une quantité assez considérable de terre, la pesanteur spécifique ne diminuoit pas sensiblement, ou du moins qu'elle ne diminuoit pas; à beaucoup près, dans la proportion de toute la quantité de terre que je retirois.

J'ai cru pouvoir conclure de cette expérience, de deux choses l'une, ou que la terre que j'avois séparée par la distillation étoit de telle nature qu'elle pouvoit être tenue en dissolution dans l'eau; sans en augmenter la pesanteur, ou du moins sans l'augmenter autant que les autres substances; ou bien que cette terre n'étoit point encore dans l'eau lorsque j'en avois déterminé la pesanteur, qu'elle avoit été formée pendant la distillation même: enfin qu'elle étoit un produit de l'opération. Pour déterminer avec certitude à laquelle de ces opinions je devois m'arrêter; aucun moyen ne m'a paru plus sûr que de répéter précisément les mêmes expériences dans

* *Nota.* J'ai eu occasion depuis de reconnoître que cette légère différence venoit de ce que l'eau de Seine avoit été distillée dans un alambic de métal, tandis que celle de pluie avoit été distillée dans un alambic de verre; il

y a apparence que cette dernière avoit dissout quelque portion de la substance du chapiteau; ce qui deviendra même très-probable, d'après les expériences contenues dans la suite de ce Mémoire.

des vaisseaux scellés hermétiquement, en tenant un compte exact du poids du vaisseau & de celui de l'eau qui seroit employée dans l'expérience : en effet, si c'étoit la matière du feu qui passoit à travers le verre & qui se combinait avec l'eau, il devoit nécessairement se trouver, après un grand nombre de distillations, une augmentation dans le poids total des matières, c'est-à-dire dans le poids réuni de l'eau de la terre & du vaisseau. Les Physiciens savent en effet que la matière du feu augmente le poids des corps dans lesquels elle est combinée.

La même chose ne devoit pas arriver si c'étoit aux dépens de l'eau ou du vase que se formoit la terre; mais il devoit nécessairement se trouver alors une diminution de poids, dans l'une ou dans l'autre de ces deux substances; & cette diminution devoit être précisément égale à la quantité de terre séparée.

D'après ce plan, je m'étois proposé de faire exécuter en verre un alambic avec un récipient d'une seule pièce; mon projet étoit de ne lui ménager qu'une seule ouverture destinée à y introduire de l'eau; on l'auroit ensuite scellé hermétiquement à la lampe. Je n'ai pas tardé à sentir combien un appareil de cette nature seroit difficile à exécuter, combien il seroit d'ailleurs fragile & embarrassant: mon but, dans cette expérience, n'étant que de distiller, de cohober de l'eau un grand nombre de fois sur elle-même; il m'a semblé que je pouvois y parvenir par une méthode beaucoup plus simple, c'étoit en me servant du pélican des Alchimistes; cet instrument n'est, comme l'on fait, qu'un alambic de verre à deux becs; mais au lieu que dans un alambic ordinaire, le bec est un tuyau en ligne droite, destiné à conduire la liqueur du chapiteau dans le récipient; ce tuyau est recourbé dans le pélican, il rentre dans la panse de la cucurbite, il y reporte la liqueur à mesure qu'elle est condensée dans le chapiteau. J'ai pensé qu'une digestion, ou plutôt qu'une cohobation long-temps continuée, au moyen de cet instrument, équivaldroit à des distillations répétées. J'ai fait exécuter en conséquence un pélican de verre blanc, de capacité suffisante, j'ai fait boucher l'ouverture supérieure, la seule qui se trouvât dans ce vaisseau, avec un bouchon de cristal bien usé dans le gouleau; je l'ai ensuite

lavé soigneusement avec de l'eau distillée, puis je l'ai fait sécher ; jusqu'à ce qu'il n'y restât plus le moindre vestige d'humidité.

Je m'étois muni, en même temps, d'une balance très-exacte ; exécutée par M. Chemin, Ajusteur de la Monnoie : cette balance étoit extrêmement sensible, & lors même qu'elle étoit chargée de cinq à six livres, elle trébuchoit à moins d'un grain : quelque soin qu'on eût pris dans l'exécution de cet instrument, il n'étoit pas absolument sans défaut ; lorsqu'après avoir établi un parfait équilibre entre les deux poids, on les changeoit de bassin, il se trouvoit toujours quelque différence, mais il ne pouvoit jamais en résulter aucune erreur, parce qu'en prenant un milieu entre les deux pesanteurs trouvées, on obtenoit toujours, même après plusieurs jours de distance, le même résultat ; à peine se trouvoit-il quelques légères fractions de grains de différence. C'est avec cette balance que j'ai déterminé la pesanteur du pélican. Je rapporte ici en détail les opérations immédiates, sur lesquelles j'en ai établi le poids, il s'est trouvé, par un milieu, d'une livre dix onces sept gros vingt-un grains.

DÉTAIL des opérations faites pour constater le poids du pélican vide, avec son bouchon.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin A.	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin B.	PESANTEUR MOYENNE.	PESANTEUR VRAIE déduite par un milieu entre les deux pesanteurs moyennes.
PREMIÈRE OPÉRATION.			} liv. onces gros grains I. 10. 7. 21,50
liv. onces gros grains I. 10. 7. 19,50	liv. onces gros grains I. 10. 7. 24, "	liv. onces gros grains I. 10. 7. 21,75	
SECONDE OPÉRATION.			
I. 10. 7. 19, "	I. 10. 7. 23,50	I. 10. 7. 21,25	

La pesanteur de l'instrument étant ainsi déterminée, avec autant de précision qu'il étoit possible, j'y ai versé cette même eau que j'avois fait passer par huit distillations successives; j'ai fait ensuite chauffer le tout dans un bain de sable, ayant soin de retirer de temps en temps le bouchon de cristal, afin de me débarrasser d'une partie de l'air, contenu dans la capacité du vaisseau, de crainte qu'en se dilatant par la chaleur, il n'en occasionnât la fracture. Lorsque j'ai reconnu que l'air étoit suffisamment dilaté, j'ai solidement bouché le pélican avec son bouchon de cristal, & je l'ai retiré du bain de sable; je l'ai ensuite pesé dans cette même balance, dont je m'étois servi précédemment.

J'ai trouvé dans les deux bassins, exactement
pour le poids total..... liv. onces gros grains
5. 9. 4. 41,50

On vient de voir que j'avois eu pour la tare,
c'est-à-dire, pour le poids du vaisseau..... 1. 10. 7. 21,50

Il me restoit donc, pour le poids de l'eau contenue dans le pélican..... 3. 14. 5. 20,00

Ces différens poids ayant été bien constatés, j'ai enduit le bouchon de cristal, & tout le tour du gouleau du pélican, d'un lut gras fait avec de l'argile, de l'huile de lin cuite & du succin; j'ai ensuite appliqué par-dessus une vessie mouillée, & j'ai assujéti le tout avec un grand nombre de tours de ficelle: toutes ces précautions étant prises, j'ai placé le vaisseau dans un bain de sable, mais je ne l'ai couvert que jusqu'à deux doigts au-dessous de la surface de l'eau, afin de pouvoir observer ce qui arriveroit pendant le cours de l'opération; enfin j'ai allumé sous le bain de sable une lampe à six méches, que j'ai toujours entretenue avec de bonne huile d'olive; je la mouchois régulièrement de douze heures en douze heures: à l'aide de ces précautions, je suis parvenu à entretenir pendant cent & un jours consécutifs, l'eau contenue dans le pélican à une chaleur à peu près constante de 60 à 70 degrés d'un thermomètre de M. de Reaumur, qui marquoit 85 à l'eau bouillante.

Ce fut le 24 Octobre 1768, que je commençai cette opération; j'observois fort assidument les premiers jours, afin de saisir les différens changemens qui arriveroient à l'eau; je fus plus de

Mém. 1770.

N

vingt-cinq jours sans rien apercevoir de remarquable ; je commençois à désespérer du succès de mon expérience lorsque le 20 Décembre je remarquai dans l'eau de petits corps flottans qui se mouvoient avec assez de vitesse ; il y en avoit une quantité très-considérable, mais ils étoient si fins qu'ils étoient presque imperceptibles : armé d'une forte loupe , je distinguai que ces petits corps n'étoient autre chose que des lames ou feuillets de terre grislâtre extrêmement fins & délics , & de figure irrégulière.

Ces lames paroissoient avoir une direction déterminée , elles s'élevoient toutes le long d'un des côtés du vaisseau pour redescendre de l'autre , ce qui formoit une circulation bien marquée ; j'ai eu depuis occasion de reconnoître qu'elles s'élevoient toujours de la partie où la chaleur du bain de sable étoit la plus grande pour se précipiter de l'autre : les jours suivans , ces feuillets ou paillettes ne paroissoient pas augmentés en nombre , mais beaucoup en grandeur ; il y en avoit qui paroissoient avoir , par estimation , jusqu'à deux lignes de longueur sur une largeur un peu moindre ; elles étoient toujours prodigieusement minces & de figures tout-à-fait irrégulières : ces paillettes donnoient à l'eau un coup d'œil louche ; d'autant plus que leur couleur à elles-mêmes devenoit d'un gris un peu plus marqué à mesure qu'elles acquéroient plus de consistance : depuis le commencement de Décembre jusqu'au 15 ou 20 du même mois , je n'aperçus pas d'augmentation bien sensible , ni dans le nombre , ni dans la grandeur des paillettes ; leur nombre même paroissoit diminuer vers cette époque , mais je m'aperçus que cette diminution apparente venoit de ce qu'une partie commençoit à se déposer au fond du vase ; elles continuèrent ainsi à s'appesantir & à se déposer pendant tout le courant de Janvier , de sorte qu'à la fin de ce mois on n'en apercevoit plus d'errantes dans la liqueur ; quoique toute la terre fût ainsi déposée , l'eau furnageante paroissoit encore trouble , mais il étoit aisé de remarquer que ce qui la faisoit paroître telle , étoit un petit dépôt ou feuillet terreux très-mince qui tapissoit les parois intérieures du vaisseau : l'œil qui n'apercevoit l'eau qu'à travers cette espèce de nuage , se faisoit aisément illusion , & attribuoit à l'eau le défaut de transparence qui venoit réellement du corps interposé.

Enfin le 1.^{er} Février, voyant que la quantité de terre qui s'étoit rassemblée étoit considérable, craignant d'ailleurs qu'il n'arrivât au vaisseau quelque accident, & que je ne perdisse en un instant le fruit d'une opération que je continuois depuis plus de cent jours, je crus qu'il étoit temps de mettre fin à l'expérience ; j'éteignis la lampe, & lorsque les vaisseaux furent suffisamment refroidis, je décoiffai le pélican & j'enlevai, avec le plus grand soin, tout le lut qui environnoit le bouchon, après quoi je n'eus rien de plus pressé que d'en constater de nouveau le poids sans le déboucher ; je le trouvai de 5 ^{liv.} 9 ^{onc.} 4 ^{gros} 41 ^{gr.} $\frac{3}{4}$, ainsi qu'on le peut voir par le détail qui suit.

DÉTAIL des Opérations faites pour déterminer la pesanteur du pélican & de l'eau qui y étoit contenue après une digestion continuée pendant cent un jours.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin A.	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin B.	PESANTEUR MOYENNE.
liv. onc. gros grains 5. 9. 4. 44,50	liv. onc. gros grains 5. 9. 4. 39,00	liv. onc. gros grains 5. 9. 4. 41,75
PESANTEUR moyenne de ce même pélican & de l'eau qui y étoit con- tenue avant la digestion.....		5. 9. 4. 41,50
Différence.		" " " " 25

Cette pesanteur ne diffère que d'un quart de grain de celle qui avoit été déterminée avant l'opération : or, une si petite différence doit être regardée comme absolument nulle, puisque la précision même de la balance n'est pas assez grande pour qu'on puisse répondre d'une aussi petite quantité ; on peut donc déjà regarder comme constant, d'après cette expérience, que la digestion continuée pendant cent jours, ne procure à l'eau qui y est soumise, ni augmentation, ni diminution dans la pesanteur : ce résultat

s'accorde parfaitement avec une expérience de Christophe Clavius; il mit de l'eau dans un matras qu'il boucha hermétiquement, il marqua avec un diamant la hauteur à laquelle l'eau montoit au moment où elle avoit été renfermée; quatre-vingts ans après, on voyoit à Rome ce même matras suspendu dans le cabinet du Père Kircher, il étoit aussi rempli qu'au commencement.

Le poids total du pélican & de l'eau qui y étoit contenue, ayant été bien reconnu, j'ai essayé de déboucher le pélican, mais ce n'est qu'avec quelque peine que j'ai pu y parvenir, à cause de la pression que l'air extérieur opéroit sur le bouchon; on se ressouvient en effet qu'avant de boucher à demeure le vaisseau, je l'avois échauffé afin de dilater l'air contenu dans sa capacité & d'empêcher que son ressort n'en occasionnât la fracture; aussi dès que le bouton a été assez soulevé pour qu'il y eût une communication établie de l'air extérieur à celui de l'intérieur du vaisseau, il s'est fait un sifflement, & je me suis aperçu qu'il rentroit une quantité d'air assez considérable; cette opération m'a confirmé que l'air même n'avoit pas pénétré dans l'intérieur du vaisseau pendant la digestion, de sorte que cette expérience avoit rempli mon objet précisément de la même manière que si elle eût été faite dans un vaisseau scellé hermétiquement.

De ce qu'il ne s'étoit trouvé aucune augmentation dans le poids total des matières, il étoit déjà naturel d'en conclure que ce n'étoit point la matière du feu, ni aucun autre corps extérieur qui eût pénétré la substance du verre, & qui se fût combiné avec l'eau pour former la terre; il restoit à déterminer si c'étoit à la destruction d'une portion de l'eau que cette terre devoit son origine, ou bien si c'étoit à celle du verre: or, rien n'étoit plus facile à décider, d'après les précautions que j'avois prises, il ne s'agissoit en effet que de déterminer si c'étoit le poids du vaisseau ou celui de l'eau qui y étoit contenue, qui avoit éprouvé de la diminution.

J'ai donc vidé le pélican, & j'ai mis soigneusement à part, dans un flacon de cristal, l'eau & la terre qui y étoit contenue; j'ai séché très-exactement le vaisseau, & après que j'ai été assuré qu'il n'y

restoit aucun vestige d'humidité, je l'ai porté à la balance & j'ai reconnu, par deux opérations faites à plusieurs jours de distance, qu'il avoit perdu 17 grains $\frac{4}{10}^e$ de son poids.

DÉTAIL des Opérations faites pour constater le poids du pélican vide avec son bouchon après la digestion.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin A.	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin B.	PESANTEUR MOYENNE.	PESANTEUR VRAIE déduite par un milieu entre les deux pesanteurs moyennes.
PREMIÈRE OPÉRATION.			} liv. onces gros grains I. 10. 7. 4,12
liv. onces gros grains I. 10. 7. 9,25	liv. onces gros grains I. 10. 6. 70,50	liv. onces gros grains I. 10. 7. 3,87	
SECONDE OPÉRATION.			
I. 10. 7. 4,50	I. 10. 7. 4,25	I. 10. 7. 4,37	
PESANTEUR moyenne du même pelican, avant la digestion.....			I. 10. 7. 21,50
Différence			" " " 17,38

Il étoit bien démontré, d'après cela, que c'étoit la substance même du vaisseau qui avoit fourni la terre qui s'étoit séparée de l'eau pendant la digestion; que c'étoit une simple dissolution du verre qui s'étoit opérée; mais il me restoit encore, pour remplir complètement mon objet, à comparer le poids de la terre qui s'étoit séparée de l'eau pendant la digestion avec la diminution de poids qu'avoit éprouvé le pélican. Ces deux quantités devoient naturellement se trouver égales, & s'il s'étoit trouvé un excédant considérable dans la terre, il auroit été nécessaire d'en conclure que ce n'étoit pas par le verre seul qu'elle avoit toute été fournie.

Pour parvenir à cette comparaison, j'ai d'abord exactement séparé toute la terre qui s'étoit déposée au fond de l'eau pendant

les cent jours de digestion, il s'en est trouvé 4 grains $\frac{2}{10}$.^c; cette quantité étoit bien peu considérable, en comparaison de la diminution de poids qu'avoit éprouvé le pélican, mais je ne pouvois rien prononcer jusqu'à ce que j'eusse examiné l'eau elle-même qui avoit été en digestion dans ce vaisseau; j'avois en effet tout lieu de soupçonner qu'elle tenoit en dissolution une certaine quantité de la même terre: pour fixer mes idées à cet égard, j'ai commencé par y plonger l'aréomètre, & j'ai observé qu'à degré égal du thermomètre il falloit ajouter environ quinze grains de plus sur le bassin, que dans l'eau de Seine distillée, c'est-à-dire que la pesanteur de l'eau, ainsi cohobée, étoit à celle de l'eau distillée ordinaire, dans le rapport de 1000037 à 10000000; je joins ici le détail du calcul & de l'opération.

DÉTAIL de l'Opération faite pour déterminer la pesanteur spécifique de l'eau, qui avoit été tenue en digestion pendant cent jours.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	liv. onc. gros grains
Pesanteur de l'aréomètre.....	4. 7. 3. 56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau cohobée, le thermomètre marquant $7^{\text{d}} \frac{1}{10}$	" " 1. 69,82
Pesanteur totale du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à 7 degrés $\frac{1}{10}$ du thermomètre...	4. 7. 5. 54,32
Correction soustractive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à $6^{\text{d}} \frac{6}{10}$ du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience.....	" " " " 49
Pesanteur du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $6^{\text{d}} \frac{6}{10}$ du thermomètre de M. de Reaumur.....	4. 7. 5. 53,83
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré.....	4. 7. 5. 38,75
Différence.....	" " " 15,08

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre.....	4	7	3	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau cohobée, le thermomètre marquant $10^{\text{d}} \frac{3}{10}$	"	"	1	65,10
Pesanteur totale du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $10^{\text{d}} \frac{3}{10}$ du thermomètre....	4	7	5	49,60
Correction additive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à $9^{\text{d}} \frac{4}{10}$ du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience.....	"	"	"	1,86
Pesanteur du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $9^{\text{d}} \frac{4}{10}$ du thermomètre de M. de Reaumur.....	4	7	5	51,46
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré.....	4	7	5	36,52
Différence.....	"	"	"	14,94

Première différence 15,08 }
 Deuxième différence 14,94 } Différence moyenne..... 15,01.

Cet excès de pesanteur m'annonçoit déjà que cette eau n'étoit pas pure, & qu'elle tenoit une substance quelconque en dissolution : pour en déterminer la nature & la quantité, j'ai eu recours à l'évaporation ; j'ai versé en conséquence toute l'eau dans un alambic de verre neuf d'une seule pièce, fermé dans la partie supérieure avec un bouchon de cristallin, & j'ai distillé au bain-marie ; vers la fin de l'opération j'ai interrompu, j'ai versé la petite portion d'eau qui restoit dans une capsule de verre, & ayant poussé l'évaporation jusqu'à siccité, j'ai obtenu 15 grains $\frac{1}{2}$ de la même terre qui a été décrite ci-dessus. Si on ajoute à cette quantité les 4 grains $\frac{9}{10}$ qui se sont trouvés tous séparés au fond du pélican, on aura 20 grains $\frac{4}{10}$ pour la quantité totale de terre qui avoit été séparée pendant les cent jours de digestion : mais la diminution du poids du pélican n'étoit que de 17 grains $\frac{4}{10}$; il existe donc dans la quantité de terre trouvée, un excédant

de trois grains, dont l'origine ne peut être attribuée à la dissolution des parties du pélican. Il ne sera pas difficile, pour peu qu'on réfléchisse sur les circonstances de l'opération, de sentir quelle est l'origine de cet excédant, & comment même il devoit nécessairement avoir lieu; on a pu remarquer en effet que l'eau, en sortant du pélican, avoit été versée dans un flacon de cristal, qu'elle avoit été ensuite transférée dans un alambic de verre, dans lequel elle avoit été distillée: or, ces différentes opérations n'ont pu s'exécuter sans qu'il en résultât une dissolution d'une petite portion de la substance de ces deux vaisseaux; il est d'ailleurs probable qu'une petite portion d'eau s'est combinée avec la terre dans la cristallisation, & a contribué à en augmenter le poids.

Il résulte des expériences contenues dans ce Mémoire, 1.^o que la plus grande partie, ou peut-être la totalité de la terre qu'on sépare de l'eau de pluie par évaporation, est dûe à la dissolution des vaisseaux même dans lesquels elle a été reçue & dans laquelle elle a été évaporée.

2.^o Que cette eau contient à peine un vingtième de grain de sel marin par livre, de sorte qu'on peut toujours la regarder comme très-pure dans la plus grande partie des opérations chimiques.

3.^o Que la différence de pesanteur qu'on observe entre l'eau de pluie, de Seine ou de fontaine, qui a été distillée une seule fois, & celle qui a été soumise huit fois consécutives à cette même opération, est presque insensible; de sorte que dans la pratique, & même pour les opérations les plus délicates, on peut regarder comme absolument pure une eau de fontaine, de Seine, ou de pluie qui a été distillée une ou deux fois, tout au plus, à une chaleur modérée & dans un alambic de métal.

4.^o Que l'eau ne change aucunement de nature, & qu'elle n'acquiert aucune propriété nouvelle par des distillations répétées; bien loin de pouvoir être portée, comme le pensoit Stalh, à un tel degré de ténuité, qu'elle puisse s'échapper à travers les pores du verre.

5.^o Que la substance même du verre est susceptible de solution dans l'eau; & qu'il existe, comme pour tous les sels, un point de saturation, au-delà duquel la solution ne peut plus avoir lieu.

6.^o Enfin;

6.^o Enfin, que la terre que M.^{rs} Boyle, Eller & Margraff ont retiré de l'eau, n'étoit autre chose que du verre rapproché par évaporation; de sorte que les expériences dont ces Physiciens se sont appuyés, loin de prouver la possibilité du changement d'eau en terre, conduiroient plutôt à penser qu'elle est inaltérable.

Il me resteroit, avant de terminer ce Mémoire, à rendre compte des expériences que j'ai faites sur cette terre qu'on sépare de l'eau, soit par la distillation, soit par la cohobation, mais je suis obligé d'avouer que mes expériences à cet égard sont restées fort incomplètes. La petite quantité de terre que j'ai rassemblée, malgré les nombreuses distillations dont j'ai rendu compte, ne m'a pas permis de les étendre autant que je l'aurois désiré, & j'ai été obligé de remettre à un autre temps l'exécution de ce travail; je dirai donc seulement ici que si l'on jette une pincée de cette terre dans une liqueur acide, elle y excite sur le champ un léger mouvement d'effervescence, mais que cette effervescence cesse bientôt, & que la terre tombe au fond de la liqueur, sans paroître sensiblement altérée. J'ajouterai encore que cette terre est ou infusible, ou au moins très-difficile à fondre; car le feu auquel je l'ai soumise, & qui auroit été plus que suffisant pour fondre le verre le plus dur & le plus réfractaire, ne l'a seulement pas ramolli. J'avoue que cette dernière circonstance formeroit une objection assez forte contre ce que j'ai rapporté dans ce Mémoire, s'il étoit possible d'argumenter contre des faits: on peut objecter en effet que si cette terre n'est qu'une portion de verre dissout & rapproché par évaporation, elle doit conserver encore la propriété essentielle qui caractérise le verre, la fusibilité. Je n'ai pu jusqu'ici découvrir la raison de ce phénomène; au reste, comme il est important de ne laisser aucune incertitude sur des vérités fondamentales, & sur-tout sur celles qui tiennent à la nature des élémens, je me suis déterminé à répéter une seconde fois l'expérience de la cohobation de l'eau, quelque longue & quelque ennuyeuse qu'elle soit, je m'en occupe au moment où l'on imprime ce Mémoire, & je serai incessamment part à l'Académie du résultat que j'aurai obtenu.

TABLEAU présentant le résultat des huit distillations successives faites d'une même eau; on a supposé dans la troisième colonne de 10000000, la pesanteur de l'eau de Seine qui a servi de terme de comparaison, elle avoit été distillée une seule fois dans un alambic de verre, & conservée dans une bouteille de verre.

QUALITÉ & QUANTITÉ DE L'EAU, fournie à la distillation.	DIFFÉRENCE du nombre de Grains dont il a fallu charger le Pese-lqueur, par comparaison avec l'eau de Seine distillée.	PESANTEUR SPÉCIFIQUE, l'eau de Seine distillée étant supposée 10000000.	TOTAL du RÉSIDU qu'a laissé chaque eau par la distillation.	QUANTITÉ de RÉSIDU par livre d'eau.
Deux livres d'eau de pluie reçue dans des vaisseaux de verre & de fayence émaillée.	+ 1,07.	10000259.	4 $\frac{1}{2}$.	0,390.
Neuf livres onze onces d'eau de pluie distillée une fois.	+ 0,80.	10000194.	2.	0,208.
Huit livres douze onces d'eau de pluie distillée deux fois.	0,00.	10000000.	1 $\frac{1}{2}$.	0,176.
Huit livres d'eau de pluie distillée trois fois.	- 0,25.	9999940.	1.	0,125.
Sept livres sept onces d'eau de pluie distillée quatre fois.	- 0,35.	9999915.	1 $\frac{1}{8}$.	0,152.
Sept livres d'eau de pluie distillée cinq fois.	- 0,50.	9999879.	1 $\frac{1}{8}$.	0,160.
Six livres neuf onces d'eau de pluie distillée six fois.	- 0,60.	9999855.	$\frac{7}{8}$.	0,133.
Six livres trois onces d'eau de pluie distillée sept fois.	- 0,75.	9999818.	$\frac{3}{4}$.	0,122.
Eau distillée huit fois. . . .	0,55.	9999867.		
QUANTITÉ TOTALE du résidu séparé de l'eau de pluie par huit distillations successives.			12 $\frac{5}{8}$.	1,466.

Il y a toute apparence que la diminution de pesanteur que l'eau a paru éprouver après la seconde distillation n'est pas réelle.

On a déjà vu plus haut qu'on s'étoit servi pour terme de comparaison, d'eau de Seine distillée une seule fois dans un alambic de métal ; après chaque comparaison faite, on reversoit cette eau de Seine dans un flacon de cristal, & la même a servi pour toutes les comparaisons ; il suit de-là que l'agitation qu'a reçu à plusieurs reprises l'eau de Seine distillée en la renversant dans le flacon, a dû favoriser la dissolution même du verre. Il est donc très-probable que c'est l'eau de comparaison qui a acquis de la pesanteur, & non pas l'eau de pluie qui a perdu de la sienne ; on peut donc regarder comme constant qu'après la première ou la seconde distillation, tout au plus, l'eau ne diminue plus de pesanteur par quelque nombre de distillations successives qu'on la fasse passer.



M É M O I R E

SUR LES

ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES FINIES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

CE Mémoire sera divisé en trois articles; dans le premier; je traiterai des équations de condition pour l'intégrabilité des fonctions ou équations aux différences finies; dans le second, des équations de *maximum* ou de *minimum*, pour ces mêmes formules; & dans le troisième, je donnerai une méthode générale de les intégrer: Mais avant que d'entrer en matière, je développerai quelques notions élémentaires, nécessaires pour l'intelligence de ce qui doit suivre.

1.° Les équations différentielles aux différences finies, peuvent contenir une différence constante ou égale à une fonction des variables, ou bien n'en point contenir. Dans le dernier cas, elles ressemblent aux équations aux différences infiniment petites, où aucune différence n'est constante, & peuvent également contenir dans leurs intégrales une nouvelle variable que la différenciation auroit fait disparaître, ainsi que la différence. Il y a cependant entre ces deux classes d'équation trois différences remarquables.

2.° D'abord appelant Δ la caractéristique des différences finies, d à l'ordinaire celles des différences infiniment petites; on fait que $SdV = V + adx^m$, x étant une nouvelle variable, lorsque V ne contient pas de différence constante, & le degré m étant égal à celui des différences dans V où elles doivent être homogènes; mais la même homogénéité n'ayant pas lieu dans le cas des différences finies, on a $\Sigma \Delta V = V + C$, C étant une constante où la différence constante Δx entre d'une manière quelconque; ainsi, tandis que dans le premier cas dx ne peut entrer dans l'intégrale finie, Δx & la valeur finie peuvent y entrer dans le second,

3.° Dans ces équations aux différences infiniment petites, lorsque dx ne se trouve pas dans une équation différentielle, on peut supposer que x n'entre pas non plus dans l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur (*Voyez les Mémoires de Turin, tome III, pages 22 & 23*). La même chose n'arrive pas ici, parce que la loi de l'homogénéité n'a point lieu entre les différences; ainsi ΔV étant une différentielle exacte, $\Delta V + a$ en est aussi une, & $\Sigma x (\Delta V + a) = V + C + \frac{ax}{\Delta x}$.

4.° Enfin, dans le cas des différences finies, on doit supposer que $\Sigma \Delta V = V + Fe^{\frac{fx}{\Delta x}}$, e^f étant égal à l'unité; en effet, il est évident que $\Delta e^{\frac{fx}{\Delta x}} = e^{\frac{fx}{\Delta x}} \times e^f - 1 = 0$;

donc, une fonction quelconque de $e^{\frac{fx}{\Delta x}}$ ne change point de valeur lorsque x devient $x + \Delta x$. F peut donc être supposée une fonction quelconque de $e^{\frac{fx}{\Delta x}}$, mais assujettie à cette condition. *Voyez là-dessus les Mémoires de 1769 & 1771.*

5.° Toutes les fois que dans l'intégrale finie, Δx ne doit point se rencontrer, on peut supposer que les différences finies deviennent infiniment petites, & l'équation à ces différences qui en résulte, aura la même intégrale que la proposée, excepté quant à la forme des arbitraires. Dans tout autre cas, comme l'équation infiniment petite doit contenir dx , on ne peut la déduire de l'équation aux différences finies qui y répond. Ces deux cas peuvent se distinguer *à priori*, indépendamment de l'intégration.

6.° Si la variable x dont la différence Δx est constante, se trouve dans la proposée, les mêmes choses que ci-dessus auront lieu, à l'exception de ce qu'au lieu d'une nouvelle variable, ce sera la variable x qui entrera dans les fonctions arbitraires; si enfin Δx est égal à une fonction de variables ou donné par une

équation, il n'y aura qu'à éliminer x & elle rentrera dans la première hypothèse; & si les variables étant x, y, z , on veut avoir l'équation finie entre x, y, z , on prendra d'abord l'équation en y, z & une nouvelle variable, x' ; ensuite l'équation en x, y , & la même variable x' , & on éliminera x' par le moyen de ces deux équations.

ARTICLE PREMIER.

Des équations de condition.

PROBLEME I.

Une fonction de x, y, z , &c. $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, &c. $\Delta^2 x, \Delta^2 y, \Delta^2 z$, &c. &c. étant donnée, trouver les équations de condition qui doivent avoir lieu pour qu'elle soit une différentielle exacte d'une fonction de l'ordre immédiatement inférieur.

Soit V la fonction proposée par l'hypothèse, j'aurai $V = \Delta B$; donc

$$\begin{aligned} dV = d\Delta B, \quad \frac{dV}{dx} &= \frac{d\Delta B}{dx}, \quad \frac{dV}{d\Delta x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta x}, \quad \frac{dV}{d\Delta^2 x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 x}, \quad \frac{dV}{d\Delta^3 x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 x}, \quad \&c.; \\ \frac{dV}{dy} &= \frac{d\Delta B}{dy}, \quad \frac{dV}{d\Delta y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta y}, \quad \frac{dV}{d\Delta^2 y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 y}, \quad \frac{dV}{d\Delta^3 y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 y}, \quad \&c.; \\ \frac{dV}{dz} &= \frac{d\Delta B}{dz}, \quad \frac{dV}{d\Delta z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta z}, \quad \frac{dV}{d\Delta^2 z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 z}, \quad \frac{dV}{d\Delta^3 z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 z}, \quad \&c. \end{aligned}$$

De ces équations je tire

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dx} &= \Delta \frac{dB}{dx} \\ \frac{dV}{d\Delta x} &= \Delta \frac{dB}{d\Delta x} + \frac{dB}{dx} + \Delta \frac{dB}{dx} \\ \frac{dV}{d\Delta^2 x} &= \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 x} + \frac{dB}{d\Delta x} + \Delta \frac{dB}{d\Delta x} \\ \frac{dV}{d\Delta^3 x} &= \Delta \frac{dB}{d\Delta^3 x} + \frac{dB}{d\Delta^2 x} + \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 x} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\frac{dV}{dy} = \Delta \frac{dB}{dy}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta y} = \Delta \frac{dB}{d\Delta y} + \frac{dB}{dy} + \Delta \frac{dB}{dy}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 y} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 y} + \frac{dB}{d\Delta y} + \Delta \frac{dB}{d\Delta y}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 y} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^3 y} + \frac{dB}{d\Delta^2 y} + \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 y}.$$

.....

$$\frac{dV}{dz} = \Delta \frac{dB}{dz}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta z} = \Delta \frac{dB}{d\Delta z} + \frac{dB}{dz} + \Delta \frac{dB}{dz}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 z} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 z} + \frac{dB}{d\Delta z} + \Delta \frac{dB}{d\Delta z}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 z} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^3 z} + \frac{dB}{d\Delta^2 z} + \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 z}.$$

.....

La dernière de ces équations, dans chaque suite, ne contient que les deux derniers termes du second membre, parce que la plus haute différence ne doit plus se trouver dans B .

La première de chaque suite est donnée immédiatement

pour avoir les autres; on remarquera que $\frac{d\Delta B}{d\Delta x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta x}$

+ Q , Q étant la différence de ΔB , prise en ne faisant varier que les Δx introduits dans ΔB par la différenciation de B , par rapport à x ; or, $\Delta B = B + \Delta B - B$, les seuls Δx qui varient ici, n'entrent pas dans B , & entrent dans $B + \Delta B$ de la même manière que x , puisque $B + \Delta B$ est fonction de $x + \Delta x$, comme B est fonction de x .

Donc $Q = \frac{(dB + \Delta B)}{dx} = \frac{dB}{dx} + \Delta \frac{dB}{dx}$; de

même $\frac{d\Delta B}{d\Delta^2 x} = \frac{\Delta dB}{d\Delta^2 x} + Q'$ étant la différence de ΔB ,

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dz} &+ n \Delta \frac{dV}{dz} + \frac{n \times n - 1}{1 \ 2} \Delta^2 \frac{dV}{dz} \dots + \Delta^n \frac{dV}{dz} \\
&- \Delta \frac{dV}{d\Delta z} - (n-1) \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta z} \dots - \Delta^n \frac{dV}{d\Delta z} \\
&+ \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 z} + (n-2) \Delta^3 \frac{dV}{d\Delta^2 z} \dots + \Delta^n \frac{dV}{d\Delta^2 z} \\
&- \Delta^3 \frac{dV}{d\Delta^3 z} \dots + \Delta^n \frac{dV}{d\Delta^3 z} \\
&\dots \dots \dots \\
&+ \Delta^n \frac{dV}{d\Delta^n z} = 0.
\end{aligned}$$

& ainsi de suite par chaque variable, n étant l'exposant de l'ordre de la fonction. $C. Q. F. T.$

PROBLÈME II.

Une semblable fonction V étant donnée, trouver les équations de condition qui doivent avoir lieu pour qu'elle soit la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre inférieur de deux unités, & successivement d'une fonction finie.

On aura d'abord les mêmes équations de condition que dans le Problème précédent; ensuite, pour que $B = \Sigma V$ soit lui-même une différentielle exacte, on aura une équation en B , semblable à celle qu'on a eue pour V , & il ne fera question que de donner en V les valeurs des différences partielles de B ; or on a

$$\begin{aligned}
\frac{dB}{dx} &+ (n-1) \Delta \frac{dB}{dx} + \frac{n \times n - 1}{1 \ 2} \Delta^2 \frac{dB}{dx} \dots + \Delta^n \frac{dB}{dx} \\
&+ \Delta^{n-1} \frac{dB}{d\Delta x} = \frac{dV}{d\Delta x} + (n-2) \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^2 x} \\
&- \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} - (n-3) \times \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots - \Delta^{n-3} \frac{dV}{d\Delta^2 x} \\
&\dots \dots \dots
\end{aligned}$$

où il faut remarquer que le nombre des rangs du second membre étant égal à n , le dernier ne sera pas composé d'un seul terme,

mais sera $\pm \Delta^{n-1} z$, $z + \Delta z = \frac{dV}{d\Delta^n x}$; on aura de même & avec une remarque semblable,

$$\begin{aligned} \frac{dB}{d\Delta x} + (n-2) \Delta \frac{dB}{d\Delta x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dB}{d\Delta x} \\ = \frac{dV}{d\Delta x} + (n-3) \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-3} \frac{dV}{d\Delta^2 x} \\ - \Delta \frac{dV}{d\Delta^3 x} - (n-4) \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \dots \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x}; \end{aligned}$$

& le dernier terme sera $\mp \Delta^{n-2} z$, & ainsi de suite, & la valeur du dernier terme $\frac{dB}{d\Delta^{n-1} x}$ sera z . On substituera ces valeurs dans l'équation de condition en B , & l'on aura l'équation de condition

$$\begin{aligned} \frac{dV}{d\Delta x} + (n-2) \times \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta x} \\ - 2 \left(\times \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-3) \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^2 x} \right) \\ + 3 \left(\times \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x} \right) + n z = 0, \end{aligned}$$

ou bien en différentiant, pour éviter d'abord le terme $\Delta^{n-1} z$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{d\Delta x} + (n-1) \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots + \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta x} \\ - 2 \left(\times \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2) \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta^2 x} \right) \\ + n \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta^n x} = 0, \end{aligned}$$

on aura une semblable équation pour chaque variable. Soit en suite $\Sigma B = B'$, & qu'on veuille que B' soit une différentielle exacte, on aura, par l'opération ci-dessus, les équations de condition en B , & l'on en tirera, par la même méthode, les équations en V qui seront.....

$$\begin{aligned}
& \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2) \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^2 x} \\
& - 3 \left(\Delta \frac{dV}{d\Delta^3 x} + (n-3) \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x} \right) \\
& + 6 \left(\Delta \frac{dV}{d\Delta^4 x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^4 x} \right) \\
& \dots + \frac{(n-1 \times n)}{2} \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^n x} = 0;
\end{aligned}$$

& de même pour chaque variable; on trouvera de même les conditions pour que faisant $\Sigma B' = B''$, B'' soit une différentielle exacte, & ainsi successivement jusqu'à la différence du premier ordre; la loi même qu'elles suivent est facile à remarquer, & on aura immédiatement les formules cherchées sans aucun calcul. *C. Q. F. T.*

PROBLÈME III.

Étant donnée l'équation aux différences finies $V = 0$, trouver les équations qui doivent avoir lieu pour que $V = 0$ ait une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur.

On multipliera la fonction par A , fonction des variables & de leurs différences jusqu'à $\Delta^n x$, $\Delta^n y$, $\Delta^n z$, &c. A étant tel qu'il ne devienne pas infini lorsque $V = 0$; on prendra ensuite les équations de condition, pour que AV soit une différentielle exacte, & on remarquera que chaque différence partielle de A est multipliée par V , ΔV , $\Delta^2 V$, $\Delta^3 V$, & que les différences partielles de V , qui sont données, ne sont multipliées que par A , ΔA , $\Delta^2 A$, &c. Ces équations doivent être identiques; or, si elles le sont en faisant $V = 0$ dans une partie de l'équation, le reste sera identique, ou le deviendra en faisant $V = 0$; & si on fait $V = 0$ dans tous les termes qui contiennent des différences partielles de A , ces termes seront nuls, puisque dans l'hypothèse, A ne devient point infini quand $V = 0$; donc le reste des équations de condition, c'est-à-dire la partie qui ne contient point de différence partielle de A , sera ou nulle par elle-même, ou le deviendra quand $V = 0$; donc éliminant A

de ces équations, ce qui est toujours facile, on aura des équations de condition qui, lorsque $V = 0$ deviendront nulles & qui le feront par elles-mêmes. *C. Q. F. T.*

PROBLÈME IV.

Étant donnée l'équation $V = 0$, trouver les équations de conditions pour qu'elle ait une intégrale d'un ordre inférieur de plusieurs unités ou finie.

On supposera que $\Sigma AV = B$, & on cherchera les conditions, pour que $B = 0$ soit possible, ou $A'B$ une différentielle exacte. On supposera que $B' = \Sigma A'B$ & que $B' = 0$ est possible, ou $A''B'$ une différentielle exacte, &c. Cela posé, on aura, par le Problème second, les valeurs des différences partielles de $B, B', B'',$ &c. en différences partielles de $V, A, A', A'', A''',$ &c. Les différences partielles de A seront toutes multipliées par V & ses différences; celles de A' , par ΣAV & ses différences, & ainsi de suite; donc faisant $V = 0$, tous ces termes, où ces quantités se trouvent, disparaîtront; puisque, par l'hypothèse, $A, A', A'',$ &c. ne peuvent devenir infinies lorsque $V = 0$; donc le reste des équations de condition est nul, ou par lui-même, ou en faisant $V = 0$, & ce reste ne contient plus que les A & leurs différences finies; donc en éliminant les A , on aura des équations de condition où tout sera connu, & qui devront avoir lieu, ou immédiatement, ou en y faisant $V = 0$, pour que $V = 0$ ait une intégrale, ou d'un ordre inférieur ou finie. *C. Q. F. T.*

REMARQUE I.

Si l'on suppose que Δx , &c. Δy , &c. Δz , &c. soient dx , &c. dy , &c. dz , &c. dans les équations de condition ci-dessus, elles deviendront les mêmes que j'ai trouvées ailleurs pour les équations infiniment petites; de plus, le nombre des équations est le même dans les deux hypothèses, ainsi que les conséquences qu'on peut en déduire pour l'étendue des solutions intégrales. Je renvoie donc, sur ces deux articles, à ce que j'ai dit dans mon *Calcul intégral*.

REMARQUE II.

Si la proposée contenoit , outre les variables ci-dessus , une autre variable dont la différence fût constante , on n'auroit point de nouvelle équation pour cette variable. En effet , si l'on examine celles que j'ai cherché à déterminer (*Lettre à M. d'Alembert*) , on trouvera qu'elles sont illusoires , en ce qu'elles sont toujours identiques ; de plus , on a , en cherchant les équations , $d \frac{\Delta B}{dx} = \frac{dV}{dx} = \Delta \frac{dB}{dx}$; donc $\frac{dV}{dx}$ doit être une différentielle exacte , ce qui ne donne aucune nouvelle condition. En effet , toute fonction où entre x' , dont la différence $\Delta x'$ est constante , est intégrale par rapport à x' , parce que la différence $\Delta x'$ peut y être placée arbitrairement ; & que par conséquent on peut choisir la manière de l'y placer telle que la fonction ordonnée , par rapport à elle-même , soit de la forme $\frac{dB}{dx'} \Delta x' + \frac{d^2 B}{2 dx'^2} \Delta x'^2 + \frac{d^3 B}{1 \times 2 \times 3 dx'^3} \Delta x'^3$, &c. On peut d'ailleurs trouver toujours une série infinie égale à cette intégrale ; mais il est peut-être possible qu'alors elle ne se puisse présenter que sous cette forme infinie sans qu'on puisse déduire de valeur finie.

REMARQUE III.

On a par le Problème I.^{er} des valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{d\Delta x}$, &c. : $\frac{dB}{dy}$, $\frac{dB}{d\Delta y}$, &c. $\frac{dB}{dz}$, $\frac{dB}{d\Delta z}$. Donc , on aura

$$\int \left(\frac{dB}{dx} dx , + \frac{dB}{dy} dy , + \frac{dB}{dz} dz , \&c. \right) \\ + \frac{dB}{d\Delta x} d\Delta x , + \frac{dB}{d\Delta y} d\Delta y , + \frac{dB}{d\Delta z} d\Delta z , \&c. = B.$$

Et par conséquent on aura B par les quadratures ordinaires ; s'il y a de plus une variable x' dont la différentielle soit constante , on prendra B comme s'il ne contenoit pas x' ; on différenciera

cette fonction, on la retranchera de la fonction, on intégrera le reste par rapport à x' , & on l'ajoutera à la valeur de B . Si la variable ne se trouvoit pas dans $V = dB$, la fonction à ajouter à l'intégrale ne pourra être que ax' . On trouvera B' , B'' , &c. par la même méthode; & si x' ne se trouve pas dans V , les quantités à ajouter ne seront que

$$ax'^2 + b'x, ax'^3 + b'x'^2 + cx', \text{ \& ainsi de suite.}$$

R E M A R Q U E I V.

Lorsque les différences sont infiniment petites, si les plus hautes différences sont supposées sous une forme linéaire, on peut, en supposant que A ne les contienne pas, tirer des équations identiques pour que AV soit une différentielle exacte des équations de conditions où A ne soit pas, sans faire $V = 0$, cela n'a de difficulté que la longueur du calcul; on le pourroit même sans avoir résolu l'équation, par rapport aux plus hautes différences, ni examiner même si elle est résoluble; enfin, on peut même sans connoître B , & quoiqu'il ne contienne pas les plus hautes puissances sous une forme linéaire, trouver de même ces équations, & par conséquent on pourra les trouver pour que V ait une intégrale finie, sans connoître les intégrales intermédiaires & sans faire $V = 0$; l'on n'entre point ici dans le détail de cette solution que personne n'a encore donnée, parce que ma première suffit. J'observerai seulement, au sujet de celle-ci, qu'elle est fondée sur cette remarque générale, que soit $ad^m y + bd^m x + c = 0$, l'intégrale d'une équation de l'ordre n la différentiant un nombre $n - m$ de fois, & substituant dans l'équation de l'ordre n les valeurs de $d^n y$, $d^{n-1} y \dots d^m y$, tirées de l'équation $ad^m y + bd^m x + c = 0$ & de ses différences, l'équation qui en résulte, & qui ne contient que des différences partielles de a , b , c doit être identique, & telle que les coefficients des puissances des différences de x supérieures à $d^m x$ soient nuls identiquement; ce qui donne le moyen d'avoir des valeurs des différences partielles de a , b , c , & par conséquent les conditions. On doit ici nécessairement supposer que le facteur à éliminer ne contienne pas la plus haute différence, sans quoi les équations finales seroient toujours identiques;

ainsi cette méthode ne peut s'appliquer aux différences finies où les plus hautes différences doivent, dans une infinité de cas, entrer dans le facteur même d'une manière irrationnelle.

ARTICLE II.

Des équations de maximum ou minimum, pour les fonctions aux différences finies.

M. de la Grange a donné ces équations pour un Problème particulier, mais ce Problème renferme presque toutes les difficultés du Problème général, & les autres auroient été aisément résolus par la méthode que cet illustre Géomètre a suivie en cet endroit. J'ai donné depuis, dans un Éclaircissement sur le Calcul intégral, le principe qui m'a servi à trouver les formules générales que je vais développer. M. le Chevalier de Borda, en cherchant les mêmes formules pour les différences infiniment petites, en a trouvé qui résolvent le Problème dans le cas des différences finies. On pourroit également les déduire de celles de M. Euler, dans son Ouvrage de *Lineis curvis maximi minimive proprietate gaudentibus*.

PROBLÈME I.

Trouver les équations de condition, pour que ΣV soit un maximum ou minimum, V étant une fonction de x, y, z , &c. & de leurs différences finies.

SOLUTION.

La condition du Problème donne $d\Sigma V = 0$; c'est-à-dire;
 $\frac{d\Sigma V}{dx} = 0, \frac{d\Sigma V}{d\Delta x} = 0, \&c. \frac{d\Sigma V}{dy} = 0, \frac{d\Sigma V}{d\Delta y} = 0, \&c.$
 $\frac{d\Sigma V}{dz} = 0, \frac{d\Sigma V}{d\Delta z} = 0, \&c.$ Prenant donc leurs valeurs
 (comme je l'ai indiqué dans le Problème I.^{er} de l'article I.^{er})
 on trouvera que puisque V n'est point une différentielle exacte,
 $\frac{d\Sigma V}{dx} = P + \Sigma Q dx, \frac{d\Sigma V}{dy} = P' + \Sigma Q' dy,$

$\frac{d \Sigma V}{dz} = P'' + \Sigma Q'' dz$; on aura donc, entre les variables; les équations $Q = 0$, $Q' = 0$, $Q'' = 0$, qui sont les mêmes équations qui doivent être identiques, pour que V soit une différentielle exacte.

P R O B L È M E II.

Trouver les équations de condition, pour que $\Sigma V'$ soit un maximum ou minimum, V' contenant ΣV .

J'ai d'abord les équations $\frac{d \Sigma V'}{dy} = 0$, $\frac{d \Sigma V'}{dx} = 0$; $\frac{d \Sigma V'}{dz} = 0$, &c. dont il faut chercher l'expression. Pour cela je suppose qu'on ait d'abord par le Problème I.^{er}, article I.^{er} la valeur de Q , Q' , Q'' , &c. ΣV étant regardé comme constant, & que $\frac{dV}{d \Sigma V} = R$; il est aisé de voir qu'il n'y a plus qu'à ajouter à ces valeurs de Q les valeurs semblables qui naissent de $\Sigma R d \Sigma V$. Pour les trouver, on prendra les valeurs des différences partielles de ΣV par le Problème I.^{er}, article I.^{er}, & on aura les valeurs cherchées en mettant dans les formules du Problème I.^{er} art. II, $\frac{R d \Sigma V}{dx}$, $\frac{R d \Sigma V}{d \Delta x}$, &c. à la place de $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{d \Delta x}$, &c. & de même pour chaque variable. Cela posé, on observera que $\frac{d \Sigma V}{dx}$ renferme un terme $\Sigma S dx$, & que par conséquent il y a ici un terme $\frac{\Sigma R \Sigma S dx}{dx} = \Sigma R \times \frac{\Sigma S dx}{dx} = \Sigma \Sigma (R + \Delta R) \times S$, & qui par conséquent dans la valeur à ajouter à Q , produira un terme $A = \Sigma (R + \Delta R) S$. A étant la valeur de ΣR pour les mêmes points que ceux pour lesquels les équations pour les points particuliers doivent donner des conditions.

Il en sera de même pour les autres variables & pour un plus grand

grand nombre d'intégrales. Voici la formule développée pour une variable & une fonction intégrale.

$$\begin{aligned}
 & \frac{dV'}{dx} + n \Delta \frac{dV'}{dx} \dots + R \left(\frac{dV}{d\Delta x} + n' \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots \right) \\
 & \quad + n' \Delta \left[R \left(\frac{dV}{d\Delta x} + n' \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots \right) \right] \\
 & \quad - \Delta \frac{dV'}{d\Delta x} \dots - \Delta \left[R \left(\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n'-1) \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots \right) \right] \\
 & \quad \dots \dots \dots \\
 & \left(+ A - \Sigma R + \Delta R \times \left\{ \begin{aligned} & \frac{dV}{dx} + n' \Delta \frac{dV}{dx} \dots \dots + \Delta^{n'} \frac{dV}{dx} ; \\ & - \Delta \frac{dV}{d\Delta x} - (n'-1) \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta x} \dots - \Delta^{n'} \frac{dV}{d\Delta x} ; \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \right. \right.
 \end{aligned}$$

PROBLÈME III.

Trouver les conditions pour que V soit un maximum, V étant donné par une équation aux différences finies.

Soit $V' = 0$, cette équation & $Q = \Sigma A \Sigma A' \Sigma A'' \dots V'$. Q étant sans différence de V , il est clair qu'il suffit ici de trouver $\frac{dQ}{dx}$, $\frac{dQ}{d\Delta x}$, &c. or, 1.° on a ces valeurs par le Problème précédent. 2.° On remarquera qu'ayant $V' = 0$, on peut négliger, dans toutes ces valeurs, les termes qui contiendroient des différences partielles des A . 3.° On observera qu'il faut de plus, que Q ne contienne pas de différence de V ; or, pour remplir cette condition, il faut que les A soient tels que les fonctions AV' , $A' \Sigma AV'$, soient des différences exactes, par rapport à V ; on aura les équations que donne cette condition, par le Problème I V, article 1.°. 4.° On éliminera, par le moyen de ces équations, les A , A' , &c. qui restent dans les équations du n.° second, & on aura les équations cherchées.

REMARQUE I.

Il est aisé de voir que, si on suppose ici Δx , Δy , Δz , &c. infiniment petits, les équations ci-dessus se réduiront à celles qu'on fait avoir lieu pour les différences infiniment petites. On observera de plus, que si les équations ci-dessus sont telles, qu'il ne doive pas y avoir de nouvelles variables dans les intégrales, & qu'aucune différence ne soit constante; les conditions, pour le *maximum*, seront les mêmes que pour la fonction correspondante aux différences infiniment petites, à la détermination des arbitraires près.

REMARQUE II.

Si aucune des différences n'est supposée constante, le nombre des équations est égal à celui des variables, autrement il est moindre d'une unité. Dans le premier cas, si le nombre des équations peut se rappeler à une de moins, le Problème sera possible sans qu'il y entre de nouvelle variable, quoiqu'il y en ait nécessairement dans la solution générale; sinon on aura une équation définitive qui ne contiendra qu'une seule variable, mais dont l'intégrale en contienne une nouvelle qui entrera nécessairement dans la solution du Problème. En effet, l'intégrale d'une équation aux différences finies, en contient nécessairement; il en est de même de l'intégrale d'une équation aux différences infiniment petites au-dessus du premier ordre, & qui n'a qu'une variable: de-là vient que le Problème des *maxima* n'en est pas moins possible, quoique, pour une équation aux différences infiniment petites & toutes variables, le nombre des équations différentes égale celui des variables; mais qu'alors seulement le Problème est mal proposé & contient nécessairement une variable que l'intégration introduit, & que les conditions du Problème doivent déterminer. M. de la Place a remarqué le premier cette espèce de solution, & en a développé la nature dans son Mémoire sur les *maxima*.

REMARQUE III.

Si les fonctions V , V' , des Problèmes I & II, contenoient

une variable dont la différence fût donnée par une équation quelconque, on feroit disparaître cette variable & la différence; V' feroit alors donné par une équation différentielle, ce qui est le cas du Problème III; on auroit donc par-là les équations qui doivent avoir lieu entre toutes les variables, hors une; & de plus, celle-ci égale à une fonction des autres.

ARTICLE III.

De l'intégration des Équations aux différences finies.

Je parlerai d'abord de celles qui ne contiennent pas de transcendentes; dans ce cas, on déduira des notions préliminaires ci-dessus les remarques suivantes. 1.^o Si on suppose l'équation multipliée par un facteur qui la rende une différentielle exacte, ce facteur pourra contenir la plus haute différence.

2.^o Il peut contenir la racine d'une équation algébrique; sans qu'on puisse distinguer *à priori* s'il en contient une ou non.

3.^o Aucune fonction logarithmique ou transcendente, ne peut disparaître ni par la différentiation, ni avec le facteur: en effet, soit ΔB , la fonction différentielle, il est clair qu'elle est $B + \Delta B - B$, & que la transcendente T entrera dans B , comme la transcendente $T + \Delta T$, qui en est essentiellement différente, entre dans $B + \Delta B$.

4.^o Seulement le facteur pourra contenir, mais à tous ses termes, une quantité $e^{ax'}$; en effet, soit $e^{ax'}B$ l'intégrale, on a $e^{ax'} + a\Delta x' (B + \Delta B) - e^{ax'}B = 0$, équation divisible par $e^{ax'}$; ainsi, lorsqu'il sera question de trouver une différentielle exacte, il faudra supposer qu'elle a pour facteur $e^{ax'}$; ou bien, au lieu de la supposer égale à une fonction de efx' , il faudra la supposer égale à $x' + e^{ax'}Fefx'$.

5.^o Si l'équation est du second ordre, le facteur pourra contenir $e^{ax'^2} + N$, & $e^{ax'x}\Delta x'$; si elle est du troisième ordre, il pourra contenir $e^{ax'^3} + N$, & $e^{ax'^2}\Delta x'$ & $e^{ax'}\Delta x'^2$, & ainsi de suite; x' est la variable dont la différence est constante.

6.^o Il y a une autre espèce de fonction qui peut entrer dans

l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur & dans le facteur; C'est une fonction indéfinie de la forme

$$a \times a + \Delta x' \times a + 2 \Delta x' \dots \dots \dots a + x',$$

$$\text{ou de la forme } a \times a + \Delta x' \dots \dots \dots a + nx';$$

le nombre des termes étant x' ou nx' divisé par $\Delta x'$; en effet, dans cette supposition, si on met pour x' , $x' + \Delta x$, ces produits deviendront

$$a \times a + \Delta x' \dots \dots \dots a + x' \times a' + x' + \Delta x';$$

$$\& \text{ par conséquent si je nomme } X \text{ ce produit, j'aurai } \frac{X + \Delta X}{X} =$$

$$a + x' + \Delta x'; \& \text{ dans le second cas}$$

$$a \times a + \Delta x' \times a + 2 \Delta x' \dots \dots a + nx' \times a + nx' + \Delta x' \dots \dots a + nx' + n \Delta x';$$

$$\& \frac{X + \Delta X}{X} = a + nx' + \Delta x' \times a + nx' + 2 \Delta x' \dots \dots a + nx' + n \Delta x';$$

quantité d'une forme finie, toutes les fois que n est un nombre entier; le nombre de ces produits sera toujours fini & déterminé, mais quelconque; ils se multiplieront ou diviseront réciproquement & multiplieront la fonction arbitraire, de manière que, soit qu'on cherche le facteur, soit la différentielle exacte, il faut les supposer multipliées par une fonction de x' , X , telle que l'on ait

$$\frac{X + \Delta X}{X} = \frac{ax' + b \times a'x' + b' \dots}{a, x' + b, \times a', x' + b', \dots}, \& \text{ chacun de ces fac-}$$

teurs produira une fonction 1; produit indéfini de la première espèce ci-dessus, à laquelle il sera toujours facile de rappeler la seconde.

7.° De ce qu'une fonction de cette espèce peut entrer dans l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, on peut en conclure qu'il peut entrer dans l'intégrale de l'ordre inférieur de deux unités, une fonction de la forme

$$a + x \times (a + x - \Delta x)^2 \times (a + x - 2 \Delta x)^3 \dots$$

le nombre des termes étant $\frac{x}{\Delta x}$ & celui des produits quelconques, mais fini & déterminé. En effet, cette formule n'est autre chose qu'un produit indéfini des produits considérés dans

l'article précédent ; d'où il suit que l'on ne peut avoir , dans ce cas , deux intégrales en termes finis , par rapport aux variables : en effet , soit la fonction de l'article précédent & l'équation du second ordre , il est aisé de voir qu'on en aura une du premier qui ne contiendra que X ; mais l'intégrale finie , contenant deux arbitraires & la fonction $X \times X - \Delta X \times X - 2 \Delta X \dots$ il faudroit , pour avoir une valeur de la seconde intégrale du premier ordre , mettre , dans l'intégrale finie , la valeur de X , tirée de la première intégrale ; ce qui donneroit nécessairement , dans cette seconde intégrale , une fonction indéfinie des variables : donc si on a ou un facteur , ou une différentielle exacte qui contient de ces produits indéfinis , il faudra employer la méthode des intégrations successives , intégrer cette première intégrale trouvée , & chercher une différentielle exacte ou un facteur qui contienne ces produits , & qui soit multiplié par Z , Z étant tel que $\frac{Z + \Delta Z}{Z} = \frac{X \times X' \dots ax + b \dots}{X, X' \dots a, x + b, \dots}$, & de même pour les ordres plus élevés.

8.° Si ΔB est en même temps $\Delta^2 B'$, alors $x' \Delta B$ est encore une différentielle exacte ; & si dans ce cas , on a $n - 1$ facteurs sans x' , il y aura un facteur égal à la somme de tous les autres multipliés par une constante indéterminée , multipliée elle-même par x' . Si ΔB est $\Delta^3 B''$, alors $x' \Delta B$, $x'^2 \Delta B$ sont des différentielles exactes ; & si on a $n - 2$ facteurs sans x' , on prendra la somme de ces facteurs multipliés par des indéterminées constantes , multipliée elle-même par x' & par x'^2 ; on aura les deux autres facteurs & ainsi de suite.

9.° Le radical qui pourra entrer nécessairement dans l'intégrale ; ne peut être d'un degré plus élevé que la moitié de celui d'une des plus hautes différences dans la proposée : ainsi l'équation qui donne le facteur , peut être supposée d'un degré déterminé.

10.° Lorsque dans les équations aux différences ordinaires ; on a différencié pour faire disparaître les radicaux de ce que les plus hautes différences n'y sont que sous une forme linéaire , on conclut qu'aucune des fonctions , dont elle devient la différence ,

étant multipliée par un facteur de l'ordre inférieur d'une unité ; ne doit contenir d'autres radicaux que les racines d'une équation d'un degré égal à l'ordre de l'équation ; chacune de ces racines donnant une valeur du facteur, & pouvant être sous un signe radical simple, rationnel & indéfini, ou bien la racine d'une équation d'un degré plus élevé d'une unité : la même chose a lieu pour les équations aux différences finies ; mais comme toutes les intégrales y sont algébriques, ou que du moins les transcendentes n'y peuvent contenir de radicaux, on peut prouver que si on différencie une équation proposée & qu'on cherche à intégrer la différentielle, aucune de ses intégrales, du même ordre que la proposée, ne doit contenir de radicaux. Soit en effet V une fonction rationnelle de variables, de leurs différences, de Fef^* , & de $F'ef^*$, je tire des deux équations V & $V + \Delta V, Fef^*$, égale à une fonction rationnelle des variables & de $F'ef^*$; j'appelle A cette équation ; je suppose maintenant qu'ayant fait disparaître Fef^* , à l'aide des deux mêmes équations, celle qui en résulte soit telle que j'aie $F'ef^*$, égale à une fonction rationnelle. Il est aisé de voir que si je substitue la valeur de Fef^* , qui en résulte dans l'équation A , qui contient $F'ef^*$, j'aurai Fef^* aussi égale à une fonction rationnelle ; donc toutes les fois qu'un facteur peut être supposé sans radicaux, les autres le pourront être ; donc, lorsqu'on a différencié une proposée sans radicaux, tous les facteurs pourront être rationnels.

On pourroit objecter ici que les deux équations desquelles on veut tirer une valeur rationnelle de Fef^* , peuvent se réduire à une seule où Fef^* , soit au second degré après qu'on aura mis, au lieu de $F'ef^*$, sa valeur ; mais on observera qu'ici les intégrales doivent être trouvées sans être déterminées, plutôt pour une des racines de l'équation au facteur, que pour une autre, puisque l'équation différentielle est pour toutes à la fois ; donc si on a Fef^* par une équation du second degré, ses deux racines seront deux intégrales de la proposée, ayant lieu en même temps ; donc étant toutes deux algébriques, leur forme ou leur produit, qui est rationnel, sera aussi une intégrale ; donc, &c.

On peut démontrer la proposition ci-dessus, indépendamment

de cette considération générale : en effet , appelant N l'arbitraire qui n'est donnée que par une équation non linéaire, par exemple, du second degré, & M l'arbitraire qui est donnée par une équation rationnelle, je prends une des deux valeurs de N , je la différencie ; & sa différence, qui est de l'ordre $n - 1$ & qui contient M , devient nulle lorsque je mets pour M la valeur rationnelle. La même chose a lieu pour l'autre racine ; donc si on prend leur forme, ou elle sera nulle par elle-même, ce qui donne N' égal à une fonction rationnelle, & par conséquent une intégrale sans radicaux, ou bien sa différence deviendra nulle en y mettant pour M la valeur : donc si je prends la différence de cette forme, qui est rationnelle, en y supposant M variable, j'aurai 1.^o une fonction sans ΔM , qui deviendra nulle, en y mettant pour M la valeur. 2.^o Une fonction multipliée par ΔM ; donc si je différencie cette forme après y avoir substitué pour M la valeur V , elle deviendra nulle quand $\Delta M = 0$; donc j'aurai une différentielle exacte, rationnelle qui aura lieu en même tems que ΔV ; donc, &c.

11.^o Ce que je viens de dire, suppose que appelant M & N deux des arbitraires de la proposée, je puis toujours avoir N & M égales à une fonction en termes finis des variables & de l'ordre $n - 1$, or cela n'est pas vrai en général. En effet, soit $V = \Sigma X$ une intégrale où X est une fonction de x' , il est aisé de voir, comme je l'ai dit dans les notions préliminaires, que ΣX peut être toujours exprimé, du moins par une série infinie ; mais si ΣX ne pouvoit être exprimé en termes finis, alors si j'ai une équation qui contienne une arbitraire M sous ce signe d'intégration, & que N soit l'arbitraire ajoutée à ΣX , il est clair que je ne pourrai avoir une valeur de M sans N sous une forme dégagée du signe Σ ; par conséquent l'intégrale d'un ordre immédiatement inférieur peut contenir ΣX , X contenant des radicaux, quoique x' ne soit dans la proposée que sous une forme rationnelle, & qu'on puisse avoir une différentielle exacte rationnelle. Il est vrai qu'alors le radical ne peut contenir que des x' ; en effet, s'il contenoit d'autres variables, il est aisé de voir que prenant la somme de toutes les intégrales données par les valeurs du radical,

& les ajoutant ensemble, on auroit, ou cette somme rationnelle; ce qui rentre dans le cas d'une intégrale sans radicaux, ou cette somme égale à zéro; or elle ne peut devenir égale à zéro, parce qu'elle contient un terme $n \Sigma X$, n étant l'exposant du radical, & par conséquent l'intégrale ne pourra contenir que le même radical qui entre dans X , & tel que la somme des n , valeurs de $X = 0$.

Si l'on a une intégrale qui contienne ΣX , il faudra pour intégrer la proposée, employer la méthode des intégrations successives, & supposer que ΣX entre, ainsi que X , dans le facteur & dans la différentielle exacte, parce que l'intégrale peut contenir un terme $\Sigma X'$, X' étant fonction de X & de x' , à moins qu'on ne prouvât que $\Sigma X'$ est toujours une fonction finie de X & x' , plus une fonction $\Sigma X''$, X'' étant fonction de x' seulement. Je ferai de l'intégration des fonctions ΣX l'objet d'un autre Mémoire.

Cela posé, soit une équation proposée qui ne contienne pas de différence constante ou qui en contienne, on l'intégrera en faisant les opérations suivantes.

Première
OPÉRATION.

On réduira la proposée à ne contenir que des variables & leurs différences, soit absolues, soit constantes; s'il y a des différences données par d'autres hypothèses, on suivra ce que j'ai dit, *notions préliminaires, n.º 6*: on pourra dans ce même cas regarder la proposée & l'équation entre les différences comme deux équations à intégrer à la fois & sans éliminer. Les principes que j'ai exposés dans un autre Mémoire pour les différences infiniment petites, s'appliquent ici & d'autant plus facilement que les intégrales ne peuvent contenir de transcendantes; cette méthode pourroit avoir quelques avantages.

Deuxième
OPÉRATION.

On différenciera la proposée pour faire en sorte qu'il ne doive pas se trouver de radicaux dans ses intégrales.

Troisième
OPÉRATION.

Si la proposée ne contient pas x' , on la multipliera par une fonction de toutes les variables & de leurs différences hors celle dont la différence est constante; cette fonction sera indéfinie, algébrique & rationnelle, & on en déterminera les coefficients d'après les équations de condition du Problème I.^{er} article I.^{er} en supposant que la proposée multipliée par elle devient une différentielle exacte, & que la proposée

proposée étant égale à zéro, le facteur ne devient pas infini. Comme le facteur contient la plus haute différence, il est ici d'une forme aussi compliquée que la différentielle exacte qui se trouve en multipliant la proposée par lui; ainsi il sera indifférent de chercher l'une ou l'autre.

Si l'on n'avoit pas fait la seconde opération, alors le facteur pourroit contenir un radical d'un degré égal à celui où monte une des plus hautes différences; par conséquent prenant une équation $Az^m + Bz^{m-1} + \dots + P = 0$, m étant donné & A, B , fonctions indéfinies des variables & de leurs différences jusqu'aux plus hautes inclusivement, on pourra supposer le facteur de la forme $\frac{A'z^{m-1} + B'z^{m-2} + \dots + P'}{Q}$, & on détermineroit par le

même Problème I.^{er} les coefficients des variables dans A, B , &c.

Il faudra supposer que les coefficients de chaque terme du facteur soient des constantes multipliées par la fonction $e^{ax'}$, & si a n'est pas nul, il faudra que le facteur qui donnera une autre différentielle exacte, ait $e^{max'^2}$ à tous les coefficients; qu'ils puissent de plus contenir $e^{ax'}$, & que la différentielle exacte devienne la proposée en y faisant $e^{ax'}$ égal à sa valeur trouvée dans la première intégrale. On supposera ensuite que le facteur contienne $e^{nax'^3}$ à tous les termes, & que $e^{nax'^2}$, $e^{ax'}$ entrent dans ses coefficients; on pourroit même, pour plus de facilité, supposer que AV au lieu d'être ΔB est $\Delta e^{max'^2} B$, & on pourroit supposer que B ne contient pas $e^{ax'}$, & que dans $\Delta e^{max'^2} B$ on a mis pour $e^{ax'}$ la valeur donnée par la première intégrale, les m, n , étant des nombres rationnels.

Si la différentielle à intégrer ne contient pas de radicaux, on remarquera que son intégrale est $\frac{A}{B}$, A & B étant des fonctions rationnelles & entières, & que la proposée doit être.....

$\frac{B \Delta A - A \Delta B}{B \times (B + \Delta B)}$; ce qui donne le moyen de trouver A & B par

la méthode des coefficients indéterminés. De plus, soient pris les facteurs rationnels du dénominateur de la différence exacte, &

Mém. 1770.

R

Quatrième
OPÉRATION;

qu'ils soient $C, C', C'', \&c.$ j'aurai nécessairement $C = B$, & $C \times (C + \Delta C)$ égal au produit du dénominateur de la proposée par une fonction entière, & où les plus hautes différences n'entrent pas; en effet, il est évident que B est un de ces facteurs, à moins que $B \& B\Delta A - A\Delta B$ n'aient un facteur commun; or cela ne peut avoir lieu, sans que $A\Delta B \& B$ n'aient un facteur commun; or $A \& B$ n'en doivent point avoir: donc il faudroit que $B \& \Delta B$ eussent un facteur commun, & dans ce cas B est encore un facteur du dénominateur; donc on aura B immédiatement, & il ne restera que A à déterminer par la méthode des coefficients indéterminés. D'ailleurs connoissant la différentielle exacte, on peut, par la troisième remarque du premier article, rappeler l'intégration à celle d'une fonction du premier ordre, aux différences infiniment petites; & comme l'intégrale en est nécessairement algébrique, la supposant $\frac{A}{B}$, on pourra faire B égal au dénominateur de la différentielle, & l'on n'aura plus que A à déterminer.

Si la proposée contient des radicaux, il est clair qu'on pourra supposer ici que le radical étant Z , la différentielle exacte soit $e^{ax'} \Delta Z + e^{ax'} + a\Delta x' Z$, & alors connoissant l'équation en Z par le moyen indiqué (*troisième opération*), on aura immédiatement l'intégrale; en général l'intégrale étant toujours algébrique, on pourra la chercher immédiatement & par une seule opération, sans avoir besoin de chercher d'abord le facteur ou la différentielle exacte.

Cinquième
OPÉRATION.

Si après avoir trouvé une des intégrales de la proposée, elle ne contient pas x' , il faudra en chercher une autre (*3.^e opérat.*) en supposant qu'elle contient $e^{max'^2}$ ou bien $e^{bx'}$, & ainsi de suite tant que x' n'entrera pas dans l'intégrale; ainsi on pourra supposer qu'il y entre une fonction $e^{m'x'^2}$ à tous les termes & $e^{bx'}$ dans les coefficients, parce que l'on aura dans un des cas $b = a$, & dans l'autre $m' = a$, & de même pour les ordres plus élevés.

Si x' entre dans une des intégrales, alors pour en avoir une autre, il faudra observer que la différentielle exacte contient x' , qu'elle peut même ou avoir pour facteur, outre le terme $e^{bx'}$,

$e^{max''}$, &c. des produits indéfinis, divisés ou multipliés les uns par les autres, ou bien être la somme d'une fonction de toutes les variables, différentielle exacte, plus une fonction X ; l'intégrale de cette fonction n'étant pas susceptible d'une expression finie, la différentielle suivante pourroit contenir outre le terme $e^{max''}$ & les quantités que contient la différentielle précédente ou multipliée par les produits indéfinis de la forme $a + x' \times (a + x' - \Delta x')^2 \dots$ divisés & multipliés les uns par les autres, ou avoir un terme en x' purs, contenant x' & ΣX , dont on ne puisse avoir la somme $\Sigma X'$ & ainsi de suite. On voit comment il sera toujours possible d'avoir ainsi par la méthode des coefficients indéterminés, toutes les différentielles exactes; en effet, il faudroit qu'elles soient assujetties à deux conditions, la première d'être des différentielles exactes, & la seconde d'avoir lieu en même temps que la proposée, en mettant pour les $e^{ax'}$, $e^{max''}$, les ΣX , & pour les produits, leurs valeurs tirées des intégrales déjà trouvées; & l'on pourra trouver ainsi, soit toutes les différentielles, soit toutes les intégrales. Les produits inconnus & les fonctions X dont la somme ΣX , ne peut être finie, peuvent être calculés très-facilement les premiers, parce que si on les appelle P , on a $P + \Delta P = \frac{ax' + b \times a'x' + b' \dots}{a, x' + b, \times a', x' + b', \dots} P$, & que les seconds sont des fonctions de x' seulement & ne peuvent entrer dans les équations de condition, puisque sans ces termes la différentielle est toujours exacte; elles n'entrent donc que dans la comparaison d'une différentielle trouvée avec la proposée, comparaison où les différences de X n'entreront pas; ainsi en cherchant dans ce cas la différentielle exacte qui a lieu en même temps que la proposée, ces sommes & produits n'introduiront point de nouvelles difficultés dans le calcul.

Il n'entrera dans le facteur qu'un radical fonction de x' , multipliant une fonction des variables, ou même on pourra supposer la différentielle exacte égale à une fonction rationnelle des variables, plus une fonction X' de x' . Si l'on cherche immédiatement l'intégrale, on aura une fonction rationnelle des variables pour cette intégrale, plus une fonction en x' purs, donnée par une équation $Z + A\Delta Z + B = 0$, A, B, X' , pouvant être irrationnels

& contenir X ; ou bien on cherchera à résoudre l'intégrale déjà trouvée par rapport à une des plus hautes différences, & si cela est possible on connoîtra que les nouveaux radicaux peuvent entrer dans la seconde intégrale, & si cela ne l'est pas, on pourra supposer qu'il n'y en entre pas.

Passant maintenant aux équations qui contiennent des transcendentes, on observera 1.^o qu'aucune transcendente ne peut y entrer sans que sa différence y entre, & qu'ainsi par l'Algèbre ordinaire on séparera ces transcendentes & ces différences, en sorte qu'on puisse les regarder comme de nouvelles variables, & intégrer en conséquence. Les seules qui peuvent faire difficulté, sont celles qui ne contiennent que x' ; mais dans ce cas, outre qu'on peut avec plus de peine seulement y employer le même moyen, il est toujours aisé de voir que ni l'intégrale ni le facteur ne contiendront d'autres transcendentes que celles qui se trouvent dans la proposée. 2.^o On différenciera aux différences infiniment petites, puis on intégrera par rapport aux différences finies, en regardant les différences infiniment petites comme de nouvelles variables, & il ne restera plus à intégrer que des équations aux différences infiniment petites, pour lesquelles on connoîtra le nombre, la forme des intégrales & souvent plusieurs intégrales même. Ce seroit ici le lieu de traiter en général des équations qui contiennent des différences finies & des différences infiniment petites; mais ces équations sont d'usage pour la détermination des arbitraires dans les équations aux différences partielles, ainsi je me réserve à en parler dans un Mémoire sur ces arbitraires.

E X E M P L E I.

Soit l'équation $(4z^3 + 9z^2y + y) \Delta z - (3z^3 + z) \Delta y + (6z^2 + 9zy) \Delta z^2 + (2z + 3y) \Delta z^3 = 0$, elle ne doit point contenir de radicaux, puisque les différences Δy , Δz ne montent point jusqu'au quatrième degré. Soit pris le facteur de la forme déterminée (*troisième opération*) c'est-à-dire rationnel & multiplié par e^{ax} , & dont il faut trouver les coefficients, on trou-

vera qu'il peut être $\frac{1}{4z^2 + 12yz + 9y^2 + 4z\Delta z + 6y\Delta z + 6z\Delta y + 9y\Delta y}$;

on cherchera les facteurs sans différences de ce dénominateur, & on trouvera $2z + 3y$ qui est par conséquent le dénominateur de l'intégrale, & ensuite on trouvera que son numérateur est $z^3 + z + y$; l'intégrale est donc $\frac{z^3 + z + y}{2z + 3y} + Fefx = 0$.

E X E M P L E I I.

Soit encore l'équation $(z^2 + 2zy - y)\Delta z + (z^2 + z)\Delta y + (z - y)\Delta z^2 + z^2 - 2yz + y^2 = 0$; par la même raison le facteur sera encore sans radicaux, & il se trouvera être $\frac{1}{z^2 - 2yz + y^2 + z\Delta z - z\Delta y - y\Delta z + y\Delta y}$; on trouvera de plus par la remarque troisième.

$$\frac{dB}{dy} = \frac{z + z^2}{z^2 - 2yz + y^2}, \quad \frac{dB}{dz} = \frac{z^2 + 2zy - y}{z^2 - 2zy + y^2};$$

& par conséquent $B = \frac{z^2 + y}{z - y}$, prenant dB & retranchant la différentielle exacte ci-dessus. La différence est 1; donc il faut ajouter à $B \frac{z\Delta x'}{\Delta x'} = \frac{x'}{\Delta x'}$, & l'intégrale totale est.

$\frac{z^2 + y}{z - y} + \frac{x'}{\Delta x'} + Fefx = 0$; on trouveroit ici l'intégrale par la même méthode que dans l'article précédent, en ajoutant au numérateur un terme égal au dénominateur multiplié par x' & divisé par $\Delta x'$.

E X E M P L E I I I.

Soit l'équation $(1 - 4z - 4y)\Delta z^2 + 2\Delta y\Delta z + \Delta y^2 - 2\Delta z^3 - 2\Delta z^2\Delta y + \Delta z^4 = 0$, le facteur pourra contenir un radical du quatrième degré, & l'intégrale un du second. Prenant donc $AZ^2 + BZ + C = 0$, & cherchant à déterminer les coefficients de A, B, C , tellement que ΔZ divisé par la proposée ne devienne pas infini lorsque la proposée égale zéro, on trouvera $A = 1, B = 2z, C = z^2 + z + y$, & par conséquent l'intégrale sera $\sqrt{(z + y) + z + Fefx} = 0$.

E X E M P L E I V.

Soit l'équation du second ordre $(z^3 \Delta z + 2z^2 \Delta z^2 + z \Delta z^3) \Delta \Delta y - (z^3 \Delta^2 z + 2z^2 \Delta^2 z^2 + 5z^2 \Delta z \Delta^2 z + z^2 \Delta^2 z^2 + 2z \Delta z^3 + 4z \Delta z^2 \Delta^2 z + z \Delta z \Delta^2 z^2) \Delta y + (3z \Delta z \Delta^2 z + z \Delta z \Delta^2 z^2 + 2z \Delta z^3 + 2 \Delta z^4 + 3 \Delta z^2 \Delta^2 z + \Delta z^2 \Delta^2 z^2) y = 0$, qui est possible, & qui a cause que $\Delta^2 z$ ne monte qu'au second degré & $\Delta^2 y$ au premier, a nécessairement ses facteurs rationnels, & un qui ne contiendra que $e^{ax'}$ à ses coefficients. J'aurai premièrement le facteur 1 divisé par $z^3 \Delta z^2 + z^2 \Delta z \Delta^2 z + 4z^2 \Delta z^3 + 5z^2 \Delta z^2 \Delta^2 z + z^3 \Delta z \Delta^2 z^2 + 5z^2 \Delta z^4 + 7z^2 \Delta z \Delta^2 z + 2z^2 \Delta z^2 \Delta^2 z + 2z \Delta z^5 + 3z \Delta z^4 \Delta^2 z + z \Delta z^3 \Delta^2 z^2$; je chercherai ensuite les facteurs rationnels & sans $\Delta \Delta z$ de ce dénominateur, je trouve qu'ils sont Δz , z , & $z + \Delta z$ répété deux fois; & essayant toutes leurs combinaisons, je trouve que $z \times \Delta z \times z + \Delta z$ peut être regardé comme le dénominateur de l'intégrale; j'en cherche ensuite le numérateur, & je trouve $z \Delta y - y \Delta z$, j'aurai donc pour une des intégrales cherchées $\frac{z \Delta y - y \Delta z}{z^2 \Delta z + z \Delta z^2} + F' = 0$. On cherchera ensuite une autre valeur du facteur; qui sera également sans x' & ne pourra contenir que $e^{ax'}$ à tous les coefficients, & on le trouvera égal à z divisé par le même dénominateur que ci-dessus. Le dénominateur de l'intégrale sera donc encore le même, mais son numérateur se trouvera être $z^2 \Delta y + 2yz \Delta z - z^2 \Delta z - z \Delta z^2 - y \Delta z^2$; l'intégrale sera donc $\frac{z^2 \Delta y + 2yz \Delta z - z^2 \Delta z - z \Delta z^2 - y \Delta z^2}{z^2 \Delta z + z \Delta z^2} + F'' = 0$; d'où l'on tirera l'intégrale définitive $\frac{z + y}{z} + F'z - F'' = 0$.

E X E M P L E V.

Soit l'équation $(lz + \Delta z) \times y - ylz - lz \Delta y + y^2 \Delta y + y \Delta y^2 = 0$, je remarque que la proposée doit contenir lz qui est une logarithmique sans différence & Δlz ; faisant donc $lz = u$, $\Delta lz = \Delta u$ & substituant, elle devient $y \Delta u -$

$u\Delta y + y^2\Delta y + y\Delta y^2 = 0$, & intégrant comme dans le premier exemple, en regardant u comme une variable particulière, j'aurai le facteur $\frac{1}{y^2 + y\Delta y}$, le dénominateur de l'intégrale y & le numérateur $u + y^2$; l'intégrale sera donc $\frac{yz + y^2}{y} + Fef' = 0$.

De même différentiant la proposée par les différences infiniment petites pour faire disparaître les logarithmes, ce qui demande deux différentiations, intégrant en regardant dy, d^2y, dz, ddz , comme de nouvelles variables, intégrant par rapport aux différences infiniment petites, cette intégrale, & regardant F comme constant, on aura pour intégrale $\frac{yz + ax' + b + y^2}{y} + F = 0$, ou on trouvera que pour produire la proposée, il faut faire a & b égaux à zéro.

Si l'on veut avoir pour les différences finies une méthode d'approximation, on remarquera qu'ayant une équation en z & x'' , la différence de x' constante & z très-petit, & si on a $Az + B\Delta z + C\Delta^2 z \dots + P = 0$, & qu'on suppose que le multipliant par Q , fonction de x' , il devienne une différentielle exacte, on aura Q par une équation de la forme $A'Q + B'\Delta Q + C'\Delta^2 Q \dots = 0$, & on trouvera une proposition semblable à celle de M. de la Grange (*tome III de Turin*) pour les équations aux différences infiniment petites. Si on trouve n , valeurs différentes de Q , on aura n intégrales &, en éliminant, l'intégrale cherchée. On ne peut avoir plus de n , valeurs de Q , donnant des intégrales différentes; par conséquent Q ne peut contenir de radicaux d'un ordre plus élevé que $n + 1$, si A, B, C , &c. sont sans radicaux; de plus, on pourra faire $A''Q = Fef'$, & on aura toujours au moins une valeur de Q algébrique & sans arbitraires, A étant donné par une équation du degré $\frac{1 \times 2 \times 3 \dots n + 1}{p}$. Ces principes serviront à résoudre

cette équation de la même manière que les équations aux différences ordinaires. Mais si l'on ne néglige que le rang $m + 1$, on supposera 1.^o que la proposée a tous ses termes; 2.^o on les

multipliera par une fonction du même ordre & du degré $m - 1$; & on supposera qu'elle est une différentielle exacte d'une fonction de l'ordre $n - 1$ & du degré m . Or cela est toujours possible; en effet, le nombre des termes dans la proposée multipliée est

$$\frac{n + 2 \times n + 3 \dots n + m + 1}{1 \times 2 \times 3 \dots m}, \text{ le nombre des coefficients indéterminés}$$

du facteur est $\frac{n + 2 \times n + 3 \dots n + m}{1 \times 2 \dots m - 1}$, & celle des coefficients

indéterminés de l'intégrale est $\frac{n + 1 \dots n + m}{1 \times 2 \times 3 \dots m}$; retranchant les deux

derniers de la première, j'ai $\frac{n + 2 \times n + 3 \dots n + m}{1 \times 2 \times 3 \dots m - 1}$ multiplié par

$$\frac{n + m + 1 - 1}{m} - \frac{n + 1}{m} = \frac{n + m + 1}{m} - \frac{m - n - 1}{m} = 0;$$

donc on n'aura plus, en comparant les coefficients, qu'à intégrer des équations linéaires. Si les coefficients de ces équations sont des constantes, ce qu'on peut toujours faire ici, on en aura très-facilement les intégrales.

Soit en effet l'équation $Ay + B\Delta y \dots + Q\Delta^n y = 0$; je fais $y = e^{ax} Fefx$, $ef\Delta x - 1 = 0$, & j'ai e^{ax} par une équation du degré n . Soient $e^{a'}$, $e^{a''}$, $e^{a'''}$... les racines de cette

équation, il est aisé de voir que la valeur générale de y sera

$$e^{\frac{a'}{\Delta x} x} Fefx + e^{\frac{a''}{\Delta x} x} Fe'fx + e^{\frac{a'''}{\Delta x} x} Fefx \dots \dots \dots$$

Si $a' = a''$, au lieu du second terme, je mettrai $x'e^{\frac{a'}{\Delta x} x} Fe'fx$;

& si $a' = a'' = a'''$, je mettrai encore au lieu du troisième

terme, $x^2 e^{\frac{a'}{\Delta x} x} Fefx$, & ainsi de suite. Cette solution est absolument pareille à celle qu'on a pour les équations aux différences infiniment petites.



RECHERCHES

SUR

QUELQUES CONFORMATIONS MONSTRUEUSES
DES DOIGTS DANS L'HOMME.

Par M. MORAND.

ENTRE les écarts de la Nature, dans les conformations monstrueuses qui arrivent à l'espèce humaine, celles qui affectent les doigts des mains & des pieds, méritent quelque considération, & peuvent donner lieu à des recherches au moins intéressantes & peut-être utiles. Il y a de ces monstruosités par défaut & par excès; c'est de ces dernières que je me propose de traiter principalement.

Un sixième doigt à une main, avec lequel naît un enfant, est une chose qui arrive si souvent, que dans plusieurs Traités d'Opérations de Chirurgie, à la suite de l'amputation, il y est fait mention de celle d'un sixième doigt; sur quoi il faut observer plusieurs différences, dont je rapporte ici des exemples curieux.

1.^o Un doigt surnuméraire peut être de symétrie avec les cinq autres (*fig. 1 & 2*); ou bien partir de la première phalange du cinquième doigt, avec deux différences encore; savoir, que le sixième doigt peut faire une même continuité avec l'os de la première phalange du cinquième doigt, duquel il semble sortir par une espèce de bifurcation (*fig. 3*), ou être simplement attaché à cette première phalange, par une articulation lâche entre deux surfaces plates (*fig. 4*).

2.^o Un sixième doigt peut avoir du mouvement ou en être privé: s'il est de symétrie avec le cinquième, & qu'il ait des mouvemens, il doit être organisé comme les autres; c'est-à-dire, non-seulement fourni des os qui lui sont propres, mais encore des muscles & des tendons nécessaires pour exécuter les mouvemens,

ou bien un sixième doigt est hors de rang, sans mouvemens particuliers; & alors il est formé d'une ou de plusieurs phalanges revêtues de leur périoste, & en dehors couvertes de la peau, avec une graisse presque de la consistance du suif, remplissant le vide entre les os & la peau, comme la plupart des pattes sur-numéraires dans les animaux, sur-tout dans les oiseaux.

Les exemples de six doigts à chaque main (*figures précédentes*), & à chaque pied (*figures 5 & 6*), arrangés symétriquement, & jouissant des mouvemens ordinaires, sont moins communs que ceux d'un sixième doigt à une main seule, & cependant ne sont pas absolument rares. A consulter la langue Latine, il sembleroit que cette difformité auroit été originairement très-commune, ou même attachée à une espèce particulière d'hommes, puisque tous les Dictionnaires donnent le mot propre, *sedigitus*, à ceux qui en sont affectés. M. de Maupertuis a hasardé le mot françois, *sexdigitaire* & celui de *sexdigitisme*, pour signifier les familles d'hommes à six doigts. C'est cette espèce de monstruosité qui fait l'objet principal de ce Mémoire.

L'Histoire Sacrée nous en donne le premier exemple aux livres ^a Livre 11, des Rois ^a, dans lequel il est dit qu'il y eut une guerre à Geth, chap. XXI. où il se trouva un homme extrêmement grand, de la race d'Arapha, qui avoit six doigts aux pieds & aux mains, c'est-à-dire, vingt-quatre en tout.

L'Histoire profane nous apprend qu'un Curiace d'une famille Patricienne, eut deux filles ayant cette singularité, ainsi que Volcatus, Poète cité par Aulugelle (a).

Plusieurs Auteurs de Médecine & d'Anatomie en donnent des exemples (b). M. de Maupertuis, dans ses Lettres, en a cité trois (c); & l'Académie en a vu trois autres dans ses assemblées, savoir, en 1743 ^b, dans un petit garçon présenté par ses père & mère, de Dauphiné; en 1751 ^c, un à peu près pareil; & récemment dans une fille âgée de quatorze ans, qui a six doigts

(a) Voyez Pline, lib. II, cap. xcix.

(b) Voyez Schenckius, Corvi, Posthius, Salmuch, Wolphius, Thomas Bartholin, &c.

(c) Tome II de ses Œuvres, Lettre XIV.

^a Hist. p. 60,
Mém. p. 338,
^c Hist. p. 77.

à la main droite & sept à la gauche (*fig. 7*). La sœur de cette fille a une main, laquelle pour tous doigts n'a qu'un ponce. Platerus (*d*), dans ses observations, donne l'histoire d'un enfant qui avoit vingt-cinq doigts, savoir, six à chaque main, six au pied droit & sept au gauche. Valleriola (*e*) rapporte que l'on voyoit à Arles en 1561 un jeune homme de quinze ans qui avoit six doigts à chaque main & sept à chaque pied, dont le ponce étoit double. Le Journal des Savans (*année 1696*) donne le détail d'un enfant né à Beauvais, ayant à chaque pied sept doigts bien formés, dont deux pouces joints ensemble, & les cinq autres doigts séparés; il avoit aussi sept doigts à la main gauche, dont les deux derniers joints ensemble; enfin, il avoit huit doigts à la main droite, dont le second & le troisième étoient joints ensemble, ainsi que le sixième & le septième.

J'ai fait voir à l'Académie un pied ayant huit doigts (*fig. 8*), le second n'a que deux phalanges beaucoup plus petites que dans les autres doigts; le dernier os du métacarpe donne racine à deux doigts joints ensemble, & il est beaucoup plus gros que dans l'état naturel (*fig. 9*).

Le monstre d'Amsterdam, décrit dans Kerkring, qui en a donné le squelette^a, avoit sept doigts à chaque main, huit au pied droit & neuf au gauche; son Observation est intitulée, ** Spicilegium; Obs. xxii.* *Monstrum Polydactilon*. On avoit fait subir à celui-ci une loi ancienne, qui ordonnoit d'étouffer les monstres (*f*), car il avoit été noyé dans le fleuve Ya près d'Amsterdam, d'où il fut rapporté à M. Ruysch.

Enfin Rueff, Chirurgien de Zurich, dans son *Traité de la Génération* (*g*), fait mention d'un enfant né avec douze doigts à chaque main & à chaque pied; mais dans la figure jointe au récit, l'enfant paroît avoir deux mains accolées l'une à l'autre, deux pieds de même, & six doigts à chacune de ces parties.

(*d*) *Felcis Plateri Observationes, lib. III.*

(*e*) *Lib. IV, Observat. Medicin. II.*

(*f*) *Tabula 4, prodigia indomitis mersa sub æquoribus. Tibull. lib. II, eleg. 2.*

(*g*) *De conceptu & generatione hominis. Lib. V; cap. III.*

Je passe à l'examen des familles à vingt-quatre doigts.

En 1751, M. le Commandeur Godeheu, résidant pour lors à Malte, & Correspondant de l'Académie, lui communiqua une observation, dont il n'est fait qu'une légère mention dans l'Histoire de cette même année ^a; mais l'on n'y a rien perdu, car M. de Reaumur la publia dans son *Ouvrage sur l'art de faire* ^b *éclore & d'élever des oiseaux domestiques* ^b. Cette observation est ici rendue de manière à en présenter plus exactement toutes les circonstances.

^a Page 77.

^b Tome 11, page 377.

Gratio Kalleia, né d'un père qui avoit sept enfans, est venu au monde avec six doigts aux mains & aux pieds; les six doigts des mains sont parfaitement bien formés, & il les remue tous avec une égale facilité; ceux des pieds forment ensemble une espèce de couronne qui les rend difformes; marié à vingt-deux ans, Gratio a eu quatre enfans, dont trois garçons, Salvator, George, André; & une fille, Marie.

Salvator, l'aîné de tous, est né comme son père, avec six doigts aux mains & aux pieds; les mains n'ont pas une aussi belle forme que celles de son père, mais les doigts des pieds sont bien arrangés.

George, second fils de Gratio, est né ayant cinq doigts aux mains & aux pieds, avec quelques difformités aux pouces des mains & aux deux premiers doigts du pied gauche.

André, troisième fils de Gratio, est né bien conformé.

Marie est née avec cinq doigts aux pieds & aux mains, mais ayant aux pouces des mains la même difformité que George.

Je passe aux petits enfans, ou de la troisième génération.

Salvator, marié à l'âge de dix-neuf ans, avoit eu trois garçons & une fille, dont deux garçons & la fille avoient six doigts aux mains & aux pieds.

George a eu trois filles & un garçon; la première & la seconde des filles ont chacune six doigts aux mains & aux pieds; la troisième qui a la même chose aux deux mains & à un pied, n'a que cinq doigts à l'autre; le garçon est dans l'état naturel. Les enfans de George qui ont six doigts, sont pour ainsi dire estropiés; à peine peuvent-ils se servir de leurs mains pour faire quelque

travail; l'un de ces enfans a deux doigts sans ongles, un autre en a deux crochus & presque immobiles.

André, troisième fils de Gratio, né bien conformé, a fait plusieurs enfans qui sont de même.

Marie, née dans l'état naturel, à un peu de difformités près dans les pouces des deux mains, a eu deux filles & deux garçons, dont un a six doigts à un pied.

On voit dans l'histoire de la race de Gratio, une propagation bien sensible des six doigts contre l'ordre naturel; avec cette circonstance remarquable, qu'un des pères qui en étoit affecté, l'a communiquée à plusieurs des siens; un autre, né dans l'état naturel, a eu plusieurs enfans à six doigts; un troisième bien conformé a eu plusieurs enfans qui l'étoient de même; mais il en résulte toujours que Gratio, chef de la race, a transmis cette monstruosité dans sa famille.

A la fin de la relation de M. le Commandeur Godeheu; lorsqu'il en fit part à M. de Reaumur, il espéroit suivre ce phénomène; la fille de Salvator avoit alors quatorze ans, & peut-être que son mariage auroit pu fournir quelques événemens remarquables. Voilà donc cette monstruosité propagée par les pères.

A peu près dans le même temps où l'histoire de Gratio fut imprimée, M. de Maupertuis publia celle d'une famille où la même conformation avoit été transmise par les mères (*h*); je vais en donner le précis.

Élisabeth Horstmann, de Rostoch en Allemagne, étoit née avec six doigts à chaque main & à chaque pied; elle eut une fille conformée de même; celle-ci eut de Jean-Christian Rhue huit enfans, dont quatre apportèrent au monde cette singularité, & quatre n'avoient rien d'extraordinaire.

Entre les quatre enfans à vingt-quatre doigts, étoit Jacob Rhue, Chirurgien, que M. de Maupertuis avoit vu à Berlin; celui-ci épousa une fille bien conformée, qui lui donna six enfans, dont deux garçons avoient vingt-quatre doigts; l'un d'eux, Jacob

(*h*) Œuvres de M. de Maupertuis, tome II, page 275.

Ernest avoit six doigts au pied gauche, cinq au droit, à la main droite un sixième doigt qu'on lui a coupé, & à la main gauche une verrue à la place qu'auroit occupé un sixième doigt.

Cette généalogie & celle de Kalleia établissent également la propagation des six doigts par les pères & les mères; & il en résulte de plus qu'elle s'altère par l'alliance avec des sujets bien conformés; d'où M. de Maupertuis conclut que par ces alliances répétées, elle doit vraisemblablement s'éteindre; mais il n'auroit pas dû se refuser à une conclusion fort différente par un effet contraire; c'est qu'il est probable moralement, & presque certain physiquement, que cette monstruosité pourroit fort bien se perpétuer par des alliances de pères & de mères qui en seroient entichés. Les superfluités peuvent être héréditaires comme les mutilations, & cette conjecture est fortifiée par ce que rapportent plusieurs Naturalistes (i), qu'il y a une montagne dans l'Inde dont les habitans ont huit doigts à chaque pied, ce qui doit naturellement donner lieu à la question; savoir, si dans la crainte d'établir une nouvelle espèce d'hommes, il ne seroit pas convenable de s'opposer aux mariages entre garçons & filles à six doigts. D'après Gratio Kalleia & Elisabeth Horstmann, j'ai embarrassé plusieurs Jurisconsultes, qui n'ont point encore répondu à ma question.

Entre les exemples précédens, j'ai annoncé un jeune homme, vu par l'Académie en 1754; il est mort à Paris âgé d'environ dix-huit ans; il m'a été permis d'examiner le sujet, & l'on verra dans la suite de ce Mémoire, par rapport aux différentes opinions sur la formation des monstres de cette espèce, de quelle importance étoit la dissection de ses pieds & de ses mains; voici l'histoire de ce jeune homme.

Gerard, son père, est né bien conformé, ainsi que sa mère; ils ont eu huit enfans, dont deux mâles sont nés avec six doigts à chaque main & à chaque pied; le cadet n'a vécu que quinze jours; l'aîné, dont il est question, avoit à la main gauche un sixième doigt, faisant symétrie avec les autres, soutenu par un

(i) Wottoni, *de differentiis animalium*, fol. 50. Pline, *cap. 11*. Solin, *Poly hist.* pag. 299.

os surnuméraire du métacarpe, ayant trois phalanges comme les autres doigts, dont la seconde & la troisième fort courtes, le quatrième os de la première du carpe plus large que dans l'état naturel, & présentant deux facettes pour fournir aux articulations du cinquième & du sixième doigt.

Les intervalles des cinq os du métacarpe étoient occupés par les muscles interosseux, dont cinq externes & quatre internes; par conséquent deux de plus que dans l'ordre naturel. Le cinquième & le sixième doigt recevoient de l'extenseur commun des tendons propres pour leur extension particulière. L'abducteur, le court fléchisseur & le métarpien, muscles appartenans en propre dans l'ordre naturel au cinquième doigt, étoient transmis au sixième; celui-ci ne recevoit point de tendons du sublime, mais un du profond, détaché de celui qui se portoit au cinquième doigt.

A la main droite, il n'y a que quatre os du métacarpe à l'ordinaire; le quatrième, vu par la face externe, est beaucoup plus gros & plus large que dans l'ordre naturel, bombé en dehors du côté du doigt annulaire, & creusé de l'autre, présentant une facette pour recevoir le sixième doigt surnuméraire; celui-ci est absolument hors de rang, beaucoup plus petit & plus court que le sixième doigt de la main gauche, composé cependant de trois phalanges, dont la seconde & la troisième très-petites, & celle-ci couverte en entier par un ongle.

Quant aux muscles, l'extenseur commun donnoit un petit tendon au sixième doigt, qui avoit aussi un abducteur propre; le cinquième doigt n'avoit point d'extenseur particulier. Des fléchisseurs, le sublime donnoit à l'ordinaire un tendon à chacun des doigts *index*, *medius* & *annularis*, point au cinquième, & un très-petit au sixième. Le profond fournissoit les quatre tendons, & de celui qui se portoit au cinquième doigt, part de côté un petit tendon qui, perçant le sublime du sixième, s'attache à l'ordinaire. Les interosseux & les lombricaux sont dans l'état naturel.

Les deux pieds, très-bien formés, ont les os du tarse comme ils doivent être, excepté que le quatrième est beaucoup plus large du côté du métatarse, pour soutenir le quatrième os, & un cinquième très-large qui donne naissance à ceux du cinquième

& du sixième doigt, & celui-ci beaucoup plus fort que l'autre.

Quant aux muscles, ils sont les mêmes aux deux pieds; le long extenseur des orteils donne un tendon propre au sixième doigt, & le court ne lui en fournit pas; le long fléchisseur donne ses quatre tendons à l'ordinaire, & n'en donne point au sixième doigt; le court a ses quatre tendons selon l'ordre naturel, & un de plus pour le sixième doigt; les deux tendons propres au cinquième vont au sixième; les interosseux sont à l'ordinaire; & il n'y a en tout que deux lombicaux, l'un pour le second doigt, un autre pour le quatrième.

Cette description manifeste une organisation telle que dans les pieds & les mains de Gerard, elle ne faisoit, contre l'état naturel, que leur donner un peu plus de largeur sans difformité; mais ce qui mérite d'être observé dans la main gauche, c'est un sixième doigt bien fait, qui ne blesse point ou presque point l'exacte symétrie, & qui est fourni des organes nécessaires pour faire les fonctions dont les autres doigts sont capables. Voyons les inductions que l'on peut en tirer, par rapport à la formation des monstres de cette espèce.

Quelles qu'aient été les variétés qu'ils ont pu présenter, soit dans l'homme, soit dans les animaux, les Physiciens n'ont pu admettre, pour les expliquer, que deux hypothèses raisonnables; savoir, celle des œufs ou germes naturellement & primitivement monstrueux, & celle de la confusion accidentelle de plusieurs germes dans le sein de la mère.

L'Académie s'est occupée en différens temps de cette matière; en 1702, première époque, M. Méry fit voir deux petites chattes jointes ensemble depuis la tête jusqu'au nombril, ce qu'il explique par la rencontre fortuite de deux œufs, ou si l'on veut de deux petits fœtus, dans leur première formation, qui s'étoient attachés & collés l'un à l'autre *: *c'est, dit M. Méry, par le hasard de la rencontre des fœtus & de certaines directions de vaisseaux plus ou moins favorables aux cours des liqueurs, que celles-ci quittent de certains chemins, & en suivent d'autres; au moyen de quoi il y a des parties qui périssent dans l'un des fœtus, & d'autres sont conservées doubles.*

* Année 1702,
Idist. p. 28.

En 1706, M. du Verney donna l'anatomie de deux enfans mâles, joints ensemble par la partie inférieure du ventre; la structure intérieure des viscères de ce monstre étoit aussi extraordinaire que leur figure extérieure étoit différente de celle des autres hommes. Après un assez grand détail anatomique, M. du Verney dit que *l'inspection de ce monstre fait voir la richesse de la mécanique du Créateur, au moins autant que les productions les plus réglées*^a.

Jusque-là on voit que les raisonnemens sur la formation des monstres, se réduisent à peu de chose. Ce fut en 1724 qu'elle commença à être traitée en grand par M. Lémery, à l'occasion d'un enfant à deux têtes, dont il tâche d'expliquer la formation par l'union de deux œufs & la confusion des deux germes dans le sein de la mère^b, en excluant absolument toute conformation monstrueuse d'origine. Il trouva dans M. Winslow un adversaire, qui en rapportant des exemples de monstres plus bizarres les uns que les autres, faisoit sentir toute la force des difficultés qui se rencontrent dans le système de la confusion des germes. Ce combat physique ne finit qu'à la mort de M. Lémery en 1743; jusque-là il avoit donné sur cette matière huit Mémoires, & M. Winslow cinq. De tous les exemples cités par M. Winslow, pour réfuter le système de la confusion des germes, il n'en trouva point de plus frappant que celui de Gérard, que j'ai montré à l'Académie; & il est vrai de dire que si c'est une pierre d'achoppement pour cette hypothèse, c'est en même temps un argument victorieux en faveur des germes originaires monstrueux. En effet la main gauche de Gérard n'a point du tout l'air d'une main contre nature; non-seulement il remuoit ses six doigts avec la même facilité que nous remuons les nôtres, mais étant très-jeune, il serroit également avec cette main ce qu'on lui donnoit à saisir. Dès-lors il étoit facile de conclure que le sixième doigt avoit les parties propres à exécuter les mouvemens des cinq autres; mais aujourd'hui l'Anatomie les développe à nos yeux, & au lieu d'une main monstrueuse, nous voyons une main organisée comme la nôtre & mieux que la nôtre pour le violon, suivant les connoisseurs: car ils s'accordent à dire qu'il y auroit des avantages à tirer d'un

^a *Mém. Acad.*
année 1706,
p. 431.

^b *Mém. Acad.*
p. 44.

fixième doigt à la main gauche, comme de pouvoir jouir de la demi-position sur toutes les cordes sans démancher, former les dixièmes sans extension & avec plus de justesse, avoir moins de sautillerment sur le manche, & plus de facilité pour le renversement des accords. J'aurois cru que cette organisation particulière auroit pu fournir aussi quelque avantage pour la harpe, mais les Musiciens m'ont dit le contraire.

Quelques singularités que paroissent présenter les différens phénomènes détaillés dans ce Mémoire, elles sont naturellement expliquées par le principe des ceufs originairement monstrueux; & je ne doute pas que M. Lémery n'eût été ébranlé dans son opinion, s'il avoit pu jouir du spectacle présenté à l'Académie. Lorsqu'on lit ses Mémoires, l'on est étonné du travail qu'ils ont dû lui coûter pour soutenir cette opinion; il a la patience, en donnant l'anatomie des parties doubles intérieures des monstres, d'ajuster ensemble des morceaux de deux vessies, des bouts de différens boyaux, &c. de deux germes confondus, pour ne faire qu'un seul individu & choses semblables: il me semble voir un Physicien de beaucoup d'esprit cependant, tel qu'étoit M. Lémery, vouloir faire dans son cabinet avec des pièces de rapport, quelque chose qu'on appellera *un monstre*, ou si l'on veut, écraser deux bonnes montres l'une contre l'autre pour en faire une troisième qui ira fort mal.

Au surplus, ceux qui ont soutenu cette hypothèse, n'ont point tenu un langage uniforme; & je conçois qu'ils ont dû être embarrassés par les cas particuliers qu'ils ont rencontrés & auxquels ils n'ont pu appliquer leur opinion avec avantage. M. Lémery lui-même paroît avoir éprouvé cet embarras; car il y a des cas où il aime mieux dire que c'est une maladie organique qui porte des atteintes plus ou moins fortes à la santé, même à la vie.

M. Bonnet, Correspondant de l'Académie, qui soutient l'opinion de M. Lémery, & qui se sert de l'histoire de Gratio, tâche d'expliquer la formation des monstres par l'évolution *irrégulière des molécules organiques*. Ce sont ses termes, & il ne me rend pas la chose plus claire; je mets presque dans la même catégorie les molécules organiques & les formes plastiques d'Aristote. M. Bonnet

avance (k) que les parties excédantes ne sauroient être conformées extérieurement & intérieurement d'une manière précisément semblable à celle dont sont conformées les parties qui se développent dans l'ordre naturel ; celles-là doivent différer de celles-ci par des caractères plus ou moins marqués, & la dissection nous donneroit ces caractères ; mais nous n'avons point, dit M. Bonnet, la dissection des mains & des pieds de Gratio, ni de ses enfans, &c. Elle vient donc d'être faite, cette dissection tant désirée, en la personne de Gérard, conformé comme Gratio, & l'Académie en jouit aujourd'hui ; je crois que c'est la première qui aura été publiée, & je ne serois pas étonné que d'après le détail que j'en ai donné, M. Bonnet vint à adopter l'opinion des monstres originairement monstrueux.

M. de Buffon a sur cette matière un sentiment à lui dans son grand Ouvrage sur l'Histoire naturelle (l) ; il explique la symétrie des parties doubles, telles que les mains & les pieds, en disant qu'elles tirent leur origine des parties simples ; qu'il doit résider dans ces parties simples une force qui pousse toujours également les parties doubles de chaque côté de leur base commune, en sorte que le défaut ou l'excès se doit trouver à gauche comme à droite. Par exemple, ajoute M. de Buffon, si par un défaut de matière organique, un homme n'a que deux doigts au lieu de cinq à la main droite, il n'aura que deux doigts à la gauche ; ou bien, si par un excès de matière organique, il a six doigts à l'une des mains, il aura de même six doigts à l'autre ; c'est aussi ce qui arrive assez souvent. La plupart des monstres le sont avec symétrie ; le dérangement des parties, dit encore M. de Buffon, paroît s'être fait avec ordre, & l'on voit par les erreurs même de la Nature, qu'elle se méprend toujours le moins qu'il est possible.

Cette explication tout-à-fait ingénieuse semble donner raison de la loi générale dans la formation des parties doubles naturelles, telles que les mains & les pieds ; on pourra même, si l'on veut, l'étendre jusqu'au cas dont il est ici question, mais elle ne seroit

(k) Considérations sur les corps organisés ; tome II, page 314.

(l) Histoire générale des Animaux, tome II, chap. XI, page 371.

que servir de preuve au sentiment de quelques Auteurs, savoir; qu'un enfant à six doigts n'est pas un monstre. Ce sentiment semble autorisé par la Loi des douze Tables, qui prononce^(m) que *le part n'est point réputé monstrueux pour présenter quelque différence avec la figure humaine, si cette différence ne fait qu'augmenter les fonctions des membres naturels, comme dans les enfans à six doigts*. Mais la mauvaise conformation des doigts, sur-tout par excès, a présenté tant de variétés extraordinaires, que le système de la confusion des germes n'y peut tenir; les difficultés contre cette opinion ne font qu'augmenter, lorsque le nombre des doigts surnuméraires est porté au-delà de vingt-quatre, & j'en ai cité des exemples.

Comment expliquer tous les cas énumérés dans ce Mémoire, par l'hypothèse de M. Lémery qui exclut positivement celle des œufs originairement monstrueux? de combien de germes faudroit-il être pourvu pour en tirer tant de doigts & les assortir à un seul tronc? *Il faut*, dit élégamment M. de Mairan, *dévorer bien des prodiges, lorsqu'on dit du bout des lèvres que la formation des monstres peut être expliquée par la confusion des germes*.*.

* Hist. Acad.
année 1742.

Dans cette dispute entre M.^{rs} Lémery & Winslow, sur une matière purement physique dont j'ai donné le précis, les deux antagonistes y avoient fait entrer du métaphysique & même de la morale: pour moi je pensai que c'est rendre hommage à la sagesse & à la toute-puissance du Créateur, que d'adopter les deux systèmes pour expliquer d'une manière raisonnable ces différens phénomènes. M. Winslow avoit embrassé cette conclusion dans son dernier Mémoire, & le célèbre M. Haller dans son *Traité de Monstres*, s'y étoit rendu, après avoir examiné, dit-il, environ cinq cents relations de ces conformations monstrueuses.

Il me reste à considérer les opérations que la Chirurgie propose pour ôter un sixième doigt difforme ou incommode. On ne peut manquer d'être surpris quand on lit dans les ouvrages de Platerus, célèbre Professeur à Bâle (n), que pour ôter un

(m) *Lex duodecim Tabularum. Tab. 4. de jure patrio, &c.*

(n) *Plateri Observationum mantissa, 1680.*

fixième doigt de la main, il avoit commencé par lier fortement ce doigt sumuméraire avec du crin de cheval, dans l'endroit où il falloit le séparer du cinquième doigt; qu'il avoit ensuite porté le feu avec le cautère potentiel où la séparation projetée avoit été marquée par la ligature; qu'il avoit renouvelé l'ustion quatre fois; que tout cela fait, il avoit enfin coupé le doigt avec un fer bien tranchant, & que l'endroit où l'amputation avoit été faite, étoit restée fort unie. Voilà ce que l'on peut appeler faire une grande dépense d'imagination pour mettre un malade à la torture.

Effectivement il n'y a rien de plus simple que cette opération. Il faut se rappeler ce que j'ai dit au commencement de ce Mémoire, qu'un sixième doigt peut être disposé de deux façons; ou bien il a une articulation particulière avec le cinquième doigt, ou bien l'os qui entre dans la composition fait une même continuité, tantôt avec l'os du métacarpe qui soutient le cinquième doigt, tantôt & le plus souvent avec l'os de la première phalange de celui-ci.

Si le sixième doigt a une articulation différente de la naturelle, il est d'autant plus facile à couper dans cette articulation, qu'elle est toujours à facette très-plate: je l'ai fait à une petite fille de quatre ans, qui fut guérie en très-peu de temps.

Si l'os de la première phalange du sixième doigt part de côté d'un autre os du cinquième doigt, il faut le scier dans l'endroit de la bifurcation; cette opération est d'aussi peu de conséquence que la précédente, elle sera seulement un peu plus longue à guérir.

Je finirai ce Mémoire en résumant les différences dont on voit des exemples dans ces conformations monstrueuses des doigts, & j'en connois de quatre espèces.

Un sixième doigt peut être si bien organisé de tous points, qu'il paroît ne rien présenter de différent des autres: on en voit un exemple dans la main gauche de Gérard.

Un sixième doigt peut partir de la première phalange du cinquième, avec lequel il est joint par une articulation lâche & une surface plate; on en voit un exemple dans la main droite du même sujet.

Un sixième doigt peut être produit par une bifurcation de l'os

du métacarpe du cinquième, j'en ai fait voir de pareils à l'Académie; enfin je connois une autre singularité dans une Dame, dont la troisième phalange du pouce de la main est, comme disent les Latins, *bifida*, chaque portion ayant un os & un ongle particuliers: cette Dame est mère de la petite fille à qui j'ai coupé un sixième doigt.

Les recherches que j'ai faites sur cette matière, m'en ont procuré quelques autres purement curieuses, par lesquelles je finis ce Mémoire.

Dans un grand tableau de la Cène, par Léonard de Vinci, que l'on voit dans le réfectoire des Dominicains à Milan, il y a un Apôtre qui a six doigts à une main; on dit qu'il y en a une copie en petit à Luzarches. Je connois dans le réfectoire d'une grande abbaye un tableau représentant la Pentecôte, dans lequel on voit un Apôtre prosterné la face contre terre, appuyé sur les coudes, les deux mains levées & jointes ensemble exactement par les doigts. L'Apôtre est dans une position telle qu'on peut aisément compter les doigts, & l'on en compte douze bien prononcés, par une distraction du Peintre qui a laissé aux curieux le soin de s'en apercevoir: je n'en fais mention que pour dire qu'occupé de mon objet, j'ai saisi tout ce qui pouvoit y avoir rapport.



Fig. 1.



Fig. 1



J. Ingram del.

V. le Vasseur sculp.

Fig. 2.



Fig. 2



J. Ingenum del.

F. le Couv. sculp.

Fig. 3.

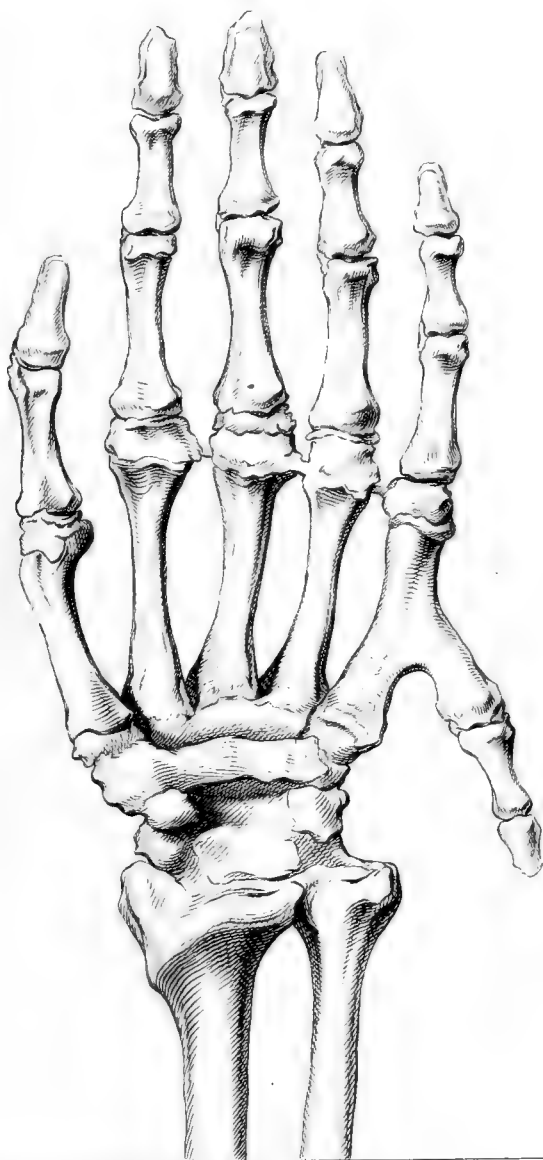
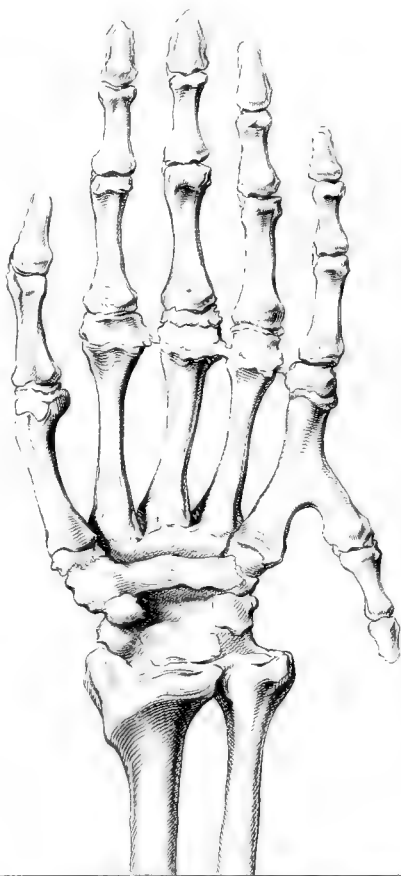


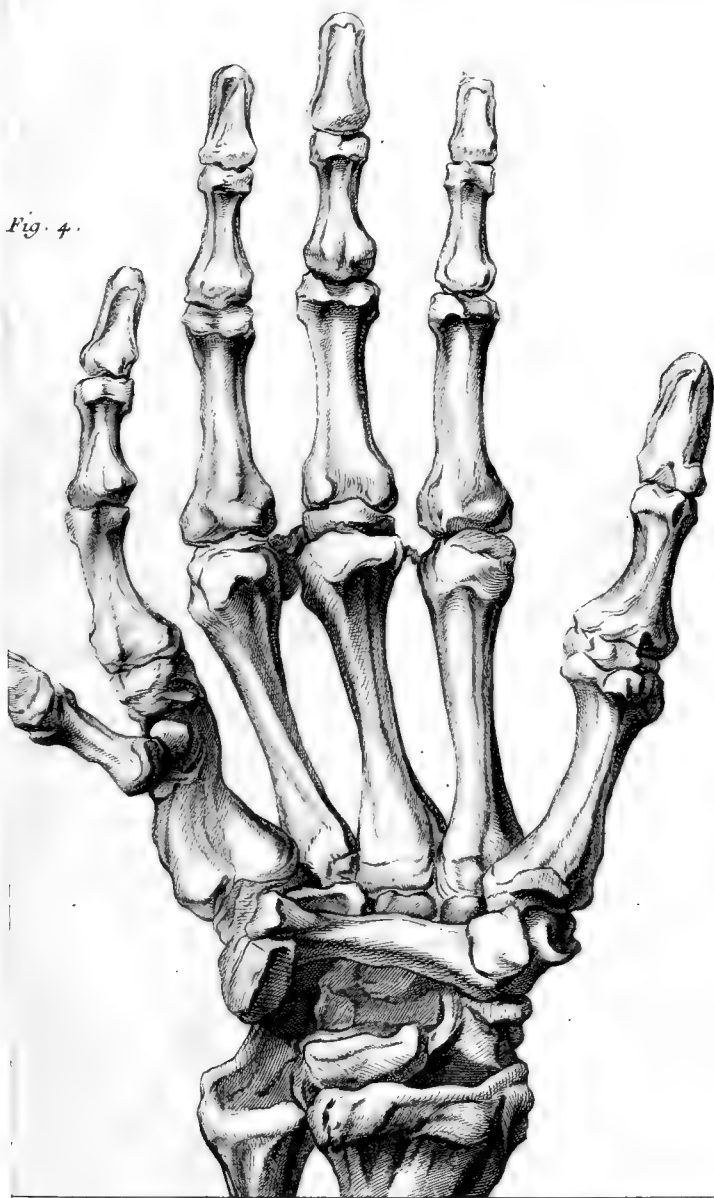
Fig. 3



J. Ingram del.

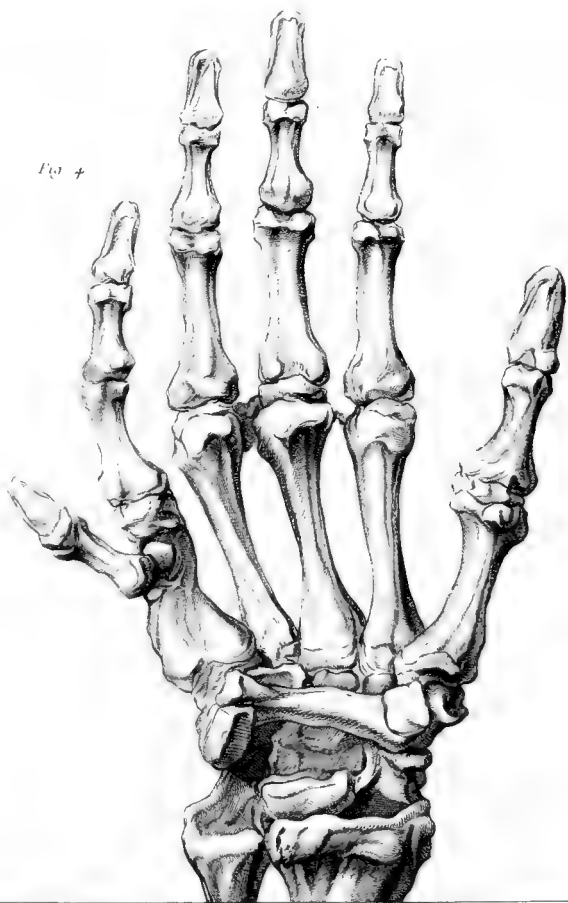
F. le Courat sculp.

Fig. 4.



Y. le Gouaz Sculp.

Fig. 4



J. Tappan del.

F. le Goussier sculp.

Fig. 5.



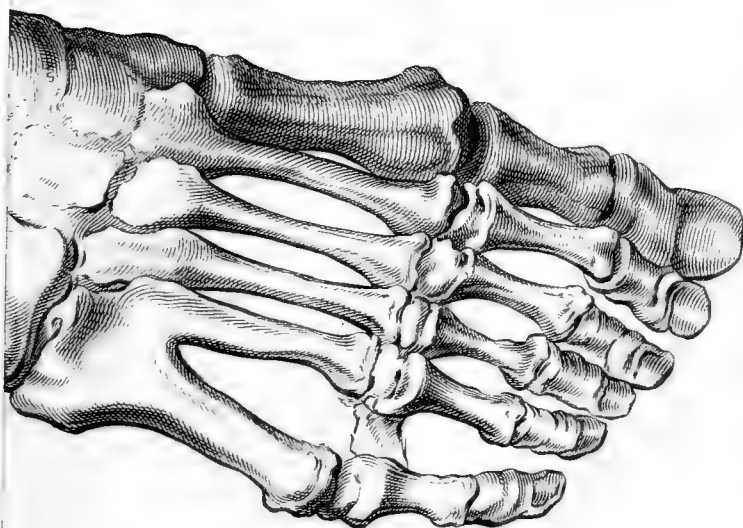
Y. le Gouaz Sculp.



J. Ingram del.

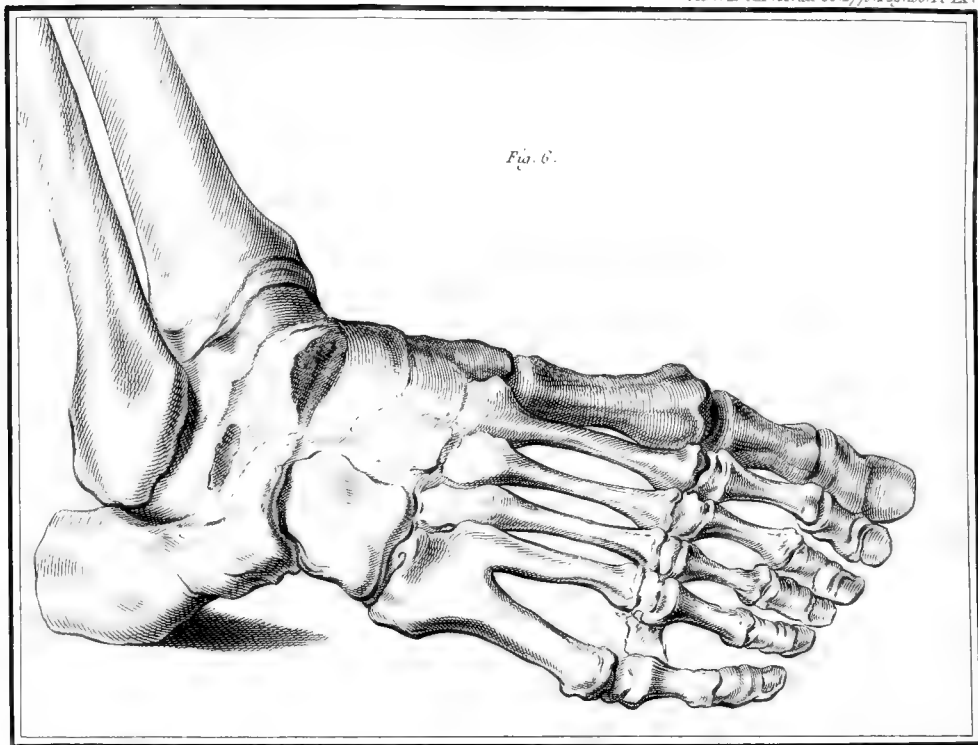
F. le Gouaz Sculp.

Fig. 6.



Y. le Gouaz Sculp.

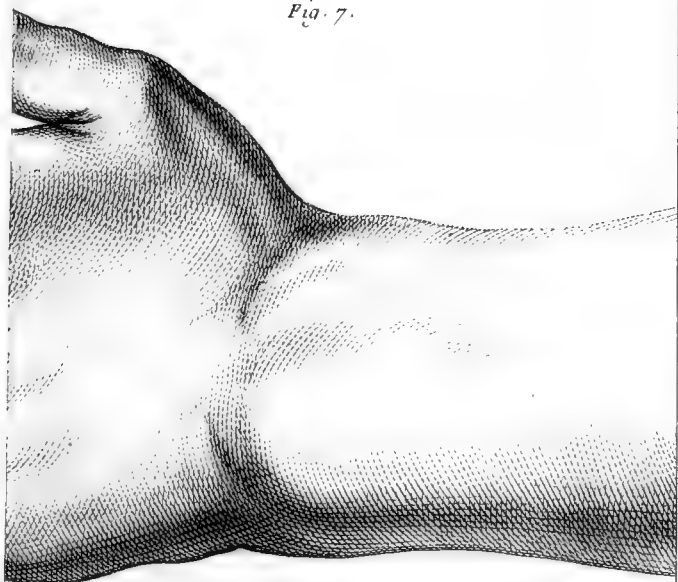
Fig. 6.



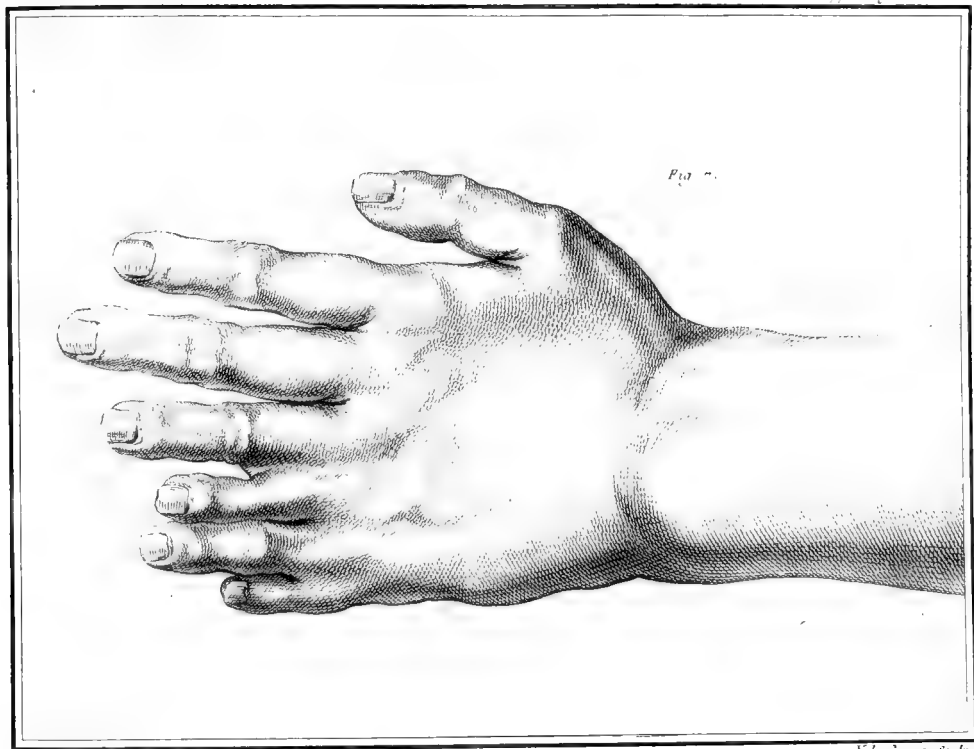
J. Ingram del.

X. le Coust sculpt.

Fig. 7.



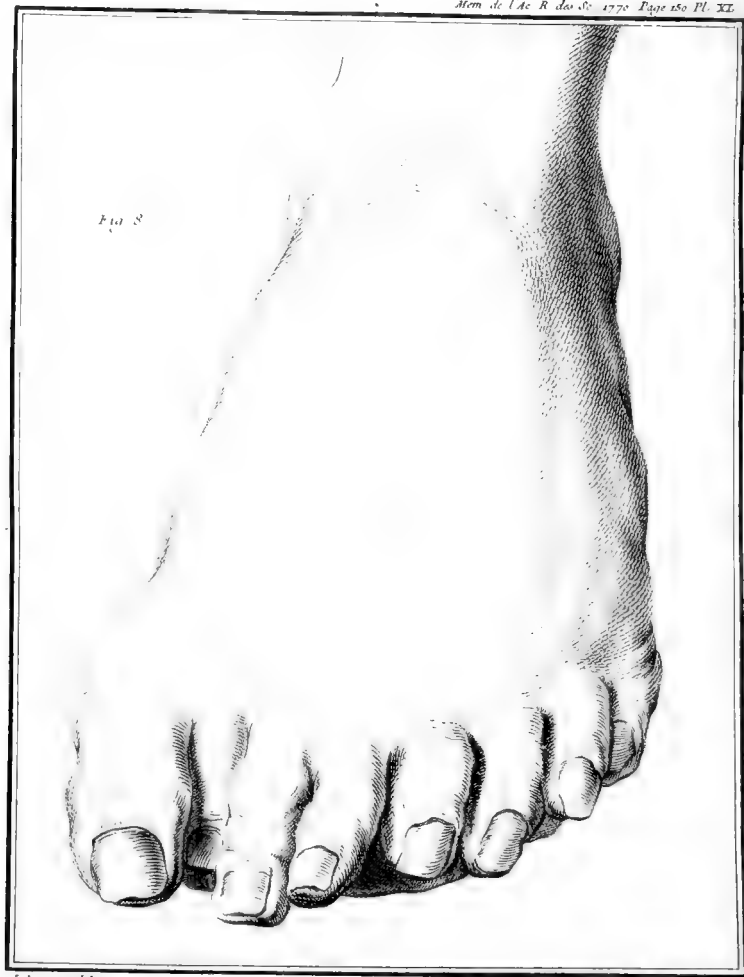
Y. le Gouaz Sculp.



J. Ingrassia del.

J. le Gonaz sculp.





J. Ingham del.

F. le Gros sculp.

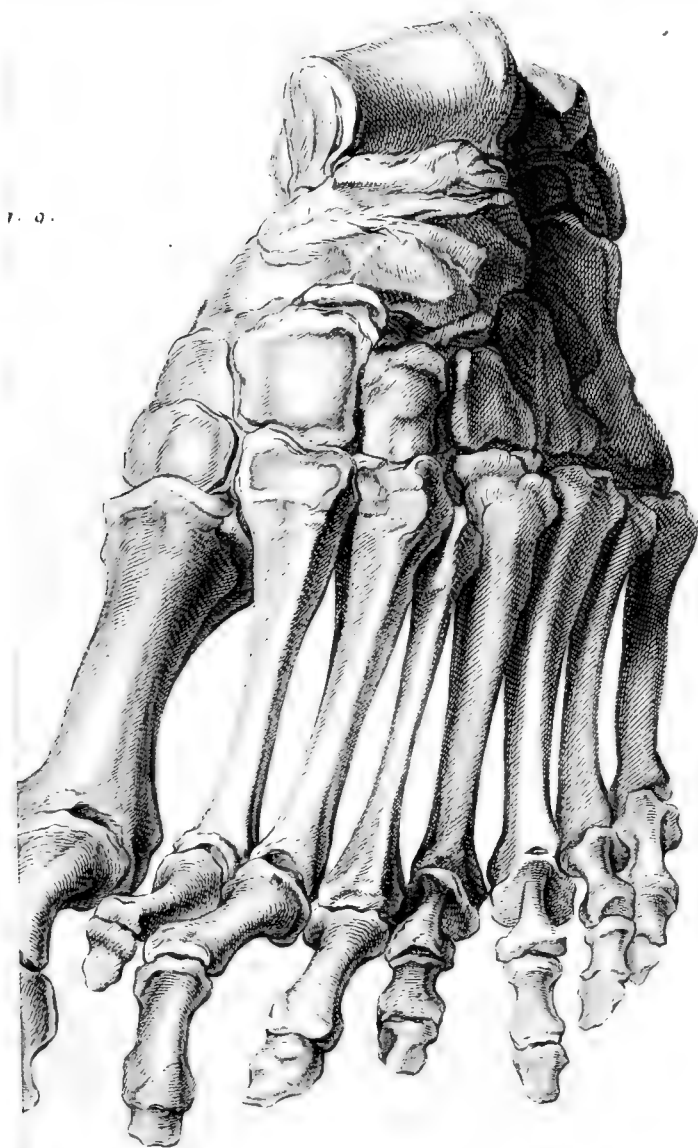
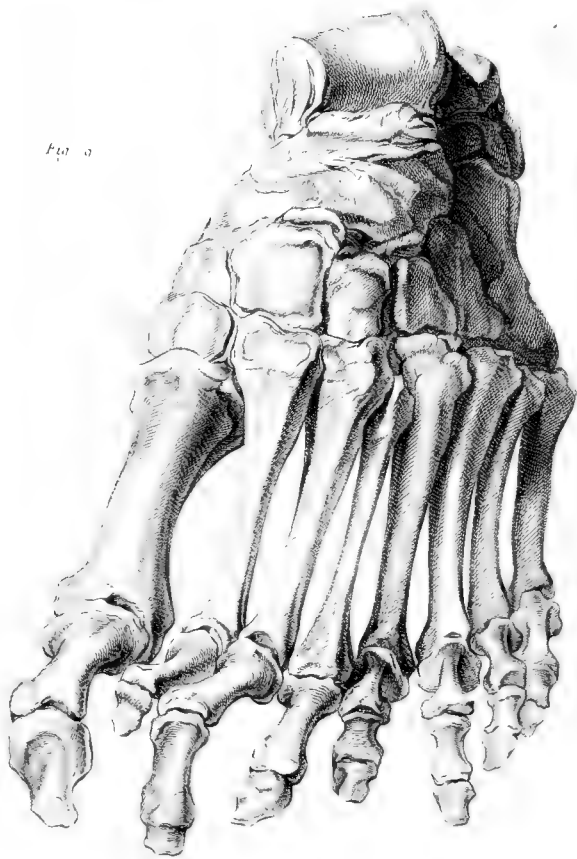


Fig. 3.



M É M O I R E

S U R L E S

ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES PARTIELLES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

C E Mémoire aura la même division que le précédent, & j'y traiterai des différences partielles, comme dans l'autre j'ai traité des différences finies; mais son objet est bien plus important, soit par les difficultés qui sont bien plus grandes, soit par l'importance dont ces équations sont pour traiter avec précision la théorie des fluides, & beaucoup d'autres questions de la Philosophie naturelle.

NOTIONS préliminaires.

1.° Dans les équations aux différences ordinaires, soit $Z = 0$ l'intégrale, l'équation différentielle est de la forme
 $d^n Z + A d^{n-1} Z + B d^{n-2} Z \dots + PZ = 0$,
 par conséquent on peut lui supposer une intégrale de l'ordre $n - 1$; en effet, comparant terme à terme la proposée avec une formule
 $d \times (d^{n-1} Z + A' d^{n-2} Z + B' d^{n-3} Z \dots + P'Z) +$
 $Q \times (d^{n-1} Z + A' d^{n-2} Z + B' d^{n-3} Z \dots + P'Z) = 0$,
 il se trouve qu'il y a dans la formule autant de coefficients à déterminer, que d'équations de comparaison; il n'en est pas de même des équations aux différences partielles; en effet, soit $Z = 0$ l'intégrale, l'équation différentielle peut être de la forme
 $d^n Z + A \partial d^{n-1} Z + A' \partial^2 d^{n-2} Z + A'' \partial^3 d^{n-3} Z \dots$
 $+ A_1 \partial^n Z + B d^{n-1} Z + B' \partial d^{n-2} Z + B'' \partial^2 d^{n-3} Z \dots$
 $+ B_1 \partial^{n-1} Z \dots \dots \dots + PZ = 0$; lui supposant une intégrale de l'ordre $n - 1$, elle seroit de la forme

$$d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \dots + a_d d^{n-1}Z + b d^{n-2}Z + b'\partial d^{n-3}Z \dots + b_d \partial^{n-2}Z \dots + P'Z = 0$$

& par conséquent il faudroit que comparant terme à terme on pût comparer la forme de la proposée à

$$d \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \dots + a_d \partial^{n-1}Z \dots + P'Z) \\ + q \times \partial (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \dots + a_d \partial^{n-1}Z \dots + P'Z) \\ + q' \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \dots + a_d \partial^{n-1}Z \dots + P'Z) = 0;$$

mais ici le nombre des coefficients indéterminés est $\frac{n+1 \times n}{1 \times 2} + 1$;

& celui des équations de comparaison est $\frac{n+2 \times n+1}{1 \times 2} - 1$,

& par conséquent plus grand de $n - 1$. On ne peut donc pas supposer à toutes les équations possibles aux différences partielles une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur.

2.^o Dans toute la suite de ce Mémoire, dZ & ∂Z désigneront ou deux différences partielles de Z , dont une par rapport à x , l'autre par rapport à y , ou bien dZ sera une différentielle totale, & ∂Z une différence partielle. Jusqu'ici l'une ou l'autre hypothèse donne le même résultat, mais lorsqu'il en sera autrement, j'aurai soin d'avertir de celle dont il sera question.

3.^o Si on a une équation différentielle qui ne contienne que des différences dZ , ∂Z & leurs différences par rapport à d , jusqu'à $d^n Z$, $\partial d^{n-1} Z$, on ne pourra point supposer qu'elle soit intégrable par rapport à d , jusqu'à une équation du premier ordre; en effet, la proposée étant de la forme

$$d^n Z + A\partial d^{n-1} Z + B d^{n-1} Z + B'\partial d^{n-2} Z \dots + PZ;$$

on ne peut lui supposer pour intégrale en général une équation de la forme

$$d^{n-1} Z + a\partial d^{n-2} Z + b d^{n-2} Z \dots + P'Z = 0;$$

parce que comparant terme à terme les deux formules $d^n Z + A\partial d^{n-1} Z \dots + P$, & $d \times (d^{n-1} Z + a\partial d^{n-2} Z \dots + P'Z)$

$+ q \times (d^{n-1} Z + a\partial d^{n-2} Z \dots + P'Z) = 0$, il ne se trouve dans la seconde que $2n - 1$ coefficients indéterminés, & $2n$ équations; on ne peut non plus lui supposer pour intégrale une fonction de l'ordre $n - 1$, qui ne contienne

que

que des différences par rapport à d ; en effet, le nombre des équations est toujours $2n$, & celui des fonctions indéterminées n'est que $n + 1$. Si une équation proposée ne contient que des différences de z , par rapport aux caractéristiques d & ∂ , sans en contenir, par rapport aux deux caractéristiques à la fois, comme sont $\partial d z$, $\partial^2 d z$, &c. on trouvera, par la même méthode, que le nombre des coefficients de la formule

$$d^n Z + A d^{n-1} Z + B d^{n-2} Z \dots + A' \partial^n Z + B' \partial^{n-1} Z + C' \partial^{n-2} Z \dots + PZ = 0, \text{ est } 2n + 1;$$

qu'il y a par conséquent $2n + 1$ équations de comparaison pour que cette proposée puisse être comparée à la formule

$$d^n Z + a d^{n-1} Z + b d^{n-2} Z \dots + PZ + q (\partial^{n-1} Z + a' \partial^{n-1} Z + b' \partial^{n-2} Z \dots P' Z) = 0,$$

& que cette formule contenant également $2n + 1$ coefficients indéterminés; cette comparaison est toujours possible.

4.^o Dans les équations que nous avons considérées (*n.^o 1*) le nombre des équations qui, par leur comparaison ont pu produire la proposée, étant égal à celui des différences de l'intégrale z , plus elle-même est ici $\frac{n + 2 \times n + 1}{2}$, & par conséquent le nombre des fonctions transcendentes ou arbitraires constantes que les différentiations ont pu faire disparaître est $\frac{n + 2 \times n + 1}{2} - 1$.

Dans les équations aux différences ordinaires, on ne peut faire évanouir que des arbitraires constantes, parce que chaque équation y étant toujours successivement comparée avec la différentielle, & l'une contenant nécessairement une différence plus élevée de toutes les fonctions qui entrent dans l'autre, il est impossible, par leur comparaison, de faire évanouir aucune de ces fonctions. Par la même raison, les fonctions arbitraires ne peuvent s'évanouir dans les équations aux différences partielles, que par la comparaison d'équations du même ordre, & par conséquent le nombre n'en peut être plus grand que n ; en effet, on peut supposer que toutes disparaissent par la comparaison de $n + 1$, équations de l'ordre n ; & si on suppose qu'il y eut eu m que la comparaison

de $m + 1$ équations de l'ordre $m < n$ eût fait évanouir, il est aisé de voir que si l'on veut que ces fonctions ne paroissent plus dans les équations des ordres supérieurs, il faut regarder toutes ces équations comme produites par la seule équation de l'ordre m , qui ne contient aucune des m fonctions arbitraires; ainsi, par la même raison que ci-dessus, elles ne pourront faire disparaître que $n - m$, fonctions arbitraires. Si une des différences d est totale, & que l'autre seulement soit partielle, le nombre des fonctions arbitraires ne pourra être plus grand que l'exposant de l'ordre des d dans la proposée.

Soit F une fonction arbitraire de ϕ , & F' une fonction arbitraire de ϕ' , une première différentiation aux différences partielles nous donnera trois équations & quatre inconnues; & deux différentiations nous donneront six équations & six inconnues, à cause de $\frac{ddF}{d\phi^2}$ & $\frac{ddF'}{d\phi'^2}$ qu'elles contiennent; donc en général;

on ne peut point supposer que les deux différentiations aient fait disparaître les deux fonctions, à moins que l'on n'ait dans l'intégrale; avant les différentiations $F' + F$, sans que F s'y trouve d'ailleurs ou qu'il entre dans $d\phi'$. Si on différentie trois fois, on aura huit quantités à éliminer & dix équations: ainsi en général, on peut toujours dans ce cas éliminer deux F ; mais s'il y a trois fonctions, on voit qu'il y aura douze quantités à éliminer; & qu'ainsi, au lieu de trois fonctions en général pour le troisième ordre, on ne peut supposer que trois fonctions avec deux conditions, comme d'avoir dans l'intégrale $F + F' + F''$. Cependant toute équation aux différences partielles du troisième ordre, qui ne contiendrait que deux F , ne seroit formée que par la comparaison de neuf équations au lieu de dix; & il y auroit toujours une équation plus élevée, mais qui ne contiendrait pas de différences d , au-dessus du second ordre qui auroit la même intégrale que la proposée. Ainsi généralement l'intégrale d'une équation du troisième ordre, qui en a une complète, doit contenir trois fonctions arbitraires, mais ces fonctions ne peuvent y entrer d'une manière quelconque.

5.^o J'ai supposé que l'évanouissement de ces fonctions étoit

ſuccéſſif, pluſieurs cependant peuvent ſ'évanouir à la fois; mais ſi d eſt une différence totale, il faudra toujours trois équations pour en faire diſparoître deux, & ainſi de ſuite: ſi d & ∂ ſont tous deux des différences partielles, il faudra par conſéquent pour la même choſe deux équations dont l'ordre, par rapport à d ou ∂ , diffère de deux & trois unités, ce qui revient au même: les n , fonctions arbitraires, ſeront telles que la ſeconde pourra renfermer la première, la troiſième, les deux premières, la n^e , les $n - 1$ autres.

La manière dont j'avois autrefois conſidéré ces équations & leur formation, n'étoit pas générale; auſſi la méthode que j'en avois déduite, ne ſ'applique-t-elle qu'aux équations qui ont des intégrales ſuccéſſives, & par conſéquent il y a des cas où elle ne donne que des ſolutions incomplètes.

6.^o Si l'on a $n + 1$, équations de l'ordre, n contenant n , fonctions arbitraires qui ne contiennent pas de différences, il eſt aisé de voir qu'éliminant $n - 1$ différences partielles, à l'aide de $n + 1$ équations, & différentiant, par rapport à une ſeule caractéristique, pour éliminer toutes celles qui appartiennent à l'autre caractéristique, on trouvera que l'élimination étant faite, l'équation ſera, par rapport à la caractéristique qui reſte de l'ordre $\frac{n + 1 \times n}{2}$; que par conſéquent étant intégrée, comme une

équation ordinaire, elle donnera $\frac{n + 1 \times n}{2}$ constantes arbitraires; ce qui joint aux n , fonctions arbitraires qui y étoient déjà, donnera le nombre de $\frac{n^2 + 3n}{2}$ arbitraires qui doivent y être en tout: on ſuppoſe ici que la caractéristique qui reſte, eſt une différence totale, ſans cela il faudroit intégrer par rapport à la ſeule différentielle partielle qui reſteroit; mais les fonctions arbitraires qui naiſſoient de cette intégration, ſeroient déterminées dans l'intégrale de la propoſée. Si la propoſée eſt telle qu'elle ne contienne que $2n$ arbitraires différentes, la même choſe aura lieu, mais les arbitraires ſe combineront alors les unes avec les autres, & ſe réduiront à $2n$; ſi, au lieu de $n + 1$, équations de

l'ordre n , on en avoit m avec les mêmes conditions $m > n - 1$; on aura de même une équation différentielle ordinaire, mais d'un ordre moindre que $\frac{n^2 + n}{2}$, & toujours tel que le nombre des arbitraires, soit égal à $\frac{n^2 + 3n}{2}$.

7.^o Si j'appelle F une fonction arbitraire de ϕ , elle ne peut disparaître que parce que dans la proposée il n'y a que des termes $\frac{dF}{d\phi} = \frac{d\phi}{d\phi}$; mais dans les termes de la proposée qui contiennent F , au lieu de puissances de F , il peut aussi entrer des différences de F indéfiniment, ou même des fonctions de F & ϕ indéterminées ou données par des équations différentielles, mais à une seule caractéristique: en effet, quelle que soit une équation en A & F , dès qu'on sait que A doit être fonction de F , on peut faire disparaître les différences partielles, mais ce cas se réduit toujours à celui des différences indéfinies de F . En effet, toute autre supposition qui ne pourroit point s'y rappeler, mèneroit à avoir dans l'intégrale un nombre de constantes arbitraires plus grand qu'il ne doit être; & lorsqu'on doit avoir A en F par une équation différentielle, il arrive, ou qu'on peut avoir une autre fonction B de F , telle que F & A soient des fonctions de B de ses différences & de ϕ , ou que les arbitraires qui entrent dans l'intégrale de l'équation se confondent avec les arbitraires de l'intégrale de la proposée. Si la fonction qui disparaît est $\frac{d^n F}{d\phi^n} = \frac{d\phi^n}{d\phi^n}$, il est aisé de voir que ϕ peut également être ϕ' , pourvu que $\frac{d\phi'^n}{d\phi'} = \frac{d\phi^n}{d\phi}$; ce qui, outre $\frac{d\phi'}{d\phi'} = \frac{d\phi}{d\phi}$, donne $\frac{d\phi'}{d\phi'} = \frac{a d\phi}{d\phi}$, a étant les racines de l'équation $a^n - 1 = 0$; & au lieu de $F\phi$, il est évident qu'on pourra mettre $F\phi + F'\phi' + F''\phi''$, &c. le nombre de ces équations étant n ; si c'est $\frac{d^n F}{d\phi^n} + \frac{A d^{n-1} F}{d\phi^{n-1}} + \dots + \frac{P dF}{d\phi}$ qui disparaît, $d^n F$ étant ici la différence de la fonction divisée

par $d\phi$ à chaque différentiation, l'intégrale pourra contenir

$$F + \frac{A'dF}{d\phi} + \frac{B'a^2F}{d\phi^2} \dots$$

8.° Si j'ai deux fonctions F' & F dont F' contienne F , on pourra faire disparaître F' avant F , & ϕ' dont F' est fonction sera tel que $d\phi'$ ne contiendra point de différences de F plus élevées que celles qui se trouvent dans les équations en F sans F' .

9.° Le nombre des arbitraires constantes ne pouvant être plus grand que $\frac{n^2 + 3n}{1 \times 2}$ si $a\phi^a + b\phi^b + c\phi^c$, &c. le nombre des termes étant plus grand que $\frac{n^2 + 3n}{1 \times 2}$ entre dans l'intégrale avec les puissances, les différences, &c. on en pourra conclure que $F\phi$ entre aussi dans l'intégrale, & en augmentant le nombre des termes, on en déduira la manière dont $F\phi$ s'y trouve.

10.° Si on connoît une solution d'une équation proposée aux différences partielles, & qu'on veuille savoir si elle est complète on pourra employer les deux manières suivantes; 1.° par les séries, on supposera que l'intégrale de la proposée est une série indéfinie; on déterminera les coefficients de chaque rang, le nombre des coefficients qui resteront indéterminés dans chaque rang, quelque loin qu'on pousse la suite, déterminera le nombre des fonctions arbitraires, & il suffira de pousser cette détermination au-delà du $(n + 1)^e$ rang. Connoissant donc le nombre des fonctions arbitraires que doit avoir la solution, & celui des mêmes fonctions qu'a celle qui a été trouvée; on jugera si elle est complète ou incomplète. 2.° On prendra, dans la solution donnée que je suppose finie, n fonctions arbitraires; on les fera disparaître l'une après l'autre par des différentiations successives, si la solution donnée à $m < n$ de ces fonctions, on n'en prendra que $n - m$ nouvelles; on parviendra par-là à une équation qui contiendra ∂^n , dont on connoît la solution complète, & qui a, avec la proposée, une solution commune; donc si la solution commune est complète pour la proposée, substituant

dans la nouvelle équation la valeur de ∂^z prise de la proposée, il en résultera une équation identique; donc, &c.

11.^o On pourra, dans la substitution d'une série de l'ordre $n - 1$ dans une proposée de l'ordre n , savoir si elle admet une, deux, $n - 1$ ou n solutions de cet ordre, & même si ces solutions sont dans le cas où la méthode que j'ai proposée dans la préface de mes Essais, donne la solution complète; or, par des différentiations successives & indéfinies, par rapport à la seule différence d supposée totale, on peut toujours amener une proposée à être de cette forme, & si l'on avoit un moyen de connoître pour chaque équation particulière, jusqu'à quel ordre il faut pousser cette différentiation, on pourroit employer pour toutes les équations cette méthode particulière.

12.^o En général, comme nous l'avons déjà observé (*n.^o 7*), les fonctions de chaque fonction arbitraire qui se trouvent dans une équation intégrale finie, qui en contient n , & dont la différence sans arbitraires est de l'ordre n , ne peuvent qu'être données par des équations aux différences ordinaires; de même la fonction dont la plus élevée d'elles est fonction arbitraire, peut être donnée par une équation qui ne contienne que ∂^{n-1} , & la dernière par une équation aux différences ordinaires.

13.^o Si l'on veut, dans une équation proposée aux différences partielles, substituer d'autres variables, on s'y prendra de la manière suivante. 1.^o Si on ne veut que mettre au lieu de x & y , deux autres variables x' & y' ; soit x & y donnés en x' & y' , on aura $dx = A dx' + B dy'$, $dy = A' dx' + B' dy'$; donc, à cause de $\frac{dz}{dx} dx + \frac{dz}{dy} dy = \frac{dz}{dx'} dx' + \frac{dz}{dy'} dy'$, on aura $\frac{dz}{dx'} = \frac{dz A}{dx} + \frac{dz A'}{dy}$ & $\frac{dz}{dy'} = \frac{B dz}{dx} + \frac{B' dz}{dy}$; on pourra donc, par ce moyen, faire disparaître les $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$; les autres quantités n'ont aucune difficulté. 2.^o Si on veut au lieu de z substituer aussi une autre variable z' , on aura d'abord, par la supposition,

$$dx = A dx' + B dy' + C dz',$$

$$dy = A' dx' + B' dy' + C' dz',$$

$$dz = A'' dx' + B'' dy' + C'' dz';$$

par conséquent

$$A'' + C'' \frac{dz'}{dx'} = (A + C \frac{dz'}{dx}) \frac{dz}{dx} + (A' + C' \frac{dz'}{dx'}) \frac{dz}{dy},$$

$$B'' + C'' \frac{dz'}{dy'} = (B + C \frac{dz'}{dy}) \frac{dz}{dx} + (B' + C' \frac{dz'}{dy'}) \frac{dz}{dy};$$

ce qui donne le moyen de faire disparaître $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, & le

reste n'a plus de difficulté. En effet, les $\frac{ddz}{dx^2}$, &c. disparaîtront

$$\text{à cause de } \frac{d \frac{dz}{dx}}{dx} dx + \frac{d \frac{dz}{dy}}{dy} dy = \frac{d \frac{dz}{dx}}{dx'} dx' + \frac{d \frac{dz}{dy}}{dy'} dy'$$

où l'on connoît $\frac{d \frac{dz}{dx}}{dx'}$, $\frac{d \frac{dz}{dy}}{dy'}$ par ce qui précède, & les valeurs

de dx & dy , en x' , y' , z' , dy' , dx' , $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{dz'}{dy}$... 3.^o Si au

lieu de x , y , z , qu'on suppose donnés par une équation finie, on les avoit par une équation différentielle, la transformation se fera de même en regardant les A , B , C , comme connues, & mettant ensuite en leur place leurs valeurs telles qu'elles se déduisent des équations différentielles en x , y , z , x' , y' , z' ; d'où on auroit fait disparaître x , y , z , par le moyen des trois équations ci-dessus.

14.^o Si la proposée contenoit u , x , y , z , dz , ∂z , $\partial' z$, c'est-à-dire, trois différences partielles, le nombre des équations employées à la produire, pour un ordre n , sera $\frac{n+1 \times n+2 \times n+3}{1 \times 2 \times 3}$;

le nombre des équations du même ordre n , qui seront comparées entr'elles, sera $\frac{n+1 \times n+2}{1 \times 2}$; d'où il suit qu'il pourra y avoir

$\frac{n+1 \times n+2 \times n+3}{1 \times 2 \times 3} - 1$ constantes arbitraires ou transcen-

dantes, & $\frac{x + 1 \times x + 2}{1 \times 2} = 1$ fonctions arbitraires. Mais il est aisé de voir que soit $F\phi, \phi'$ une fonction arbitraire de ϕ & de ϕ' qui sont des fonctions déterminées de x, y, u, z , on aura en différenciant trois fois, $\frac{dF}{d\phi} d\phi + \frac{dF}{d\phi'} d\phi'$ dans la première équation, $\frac{dF}{d\phi} \partial\phi + \frac{dF}{d\phi'} \partial\phi'$ dans la seconde, $\frac{dF}{d\phi} \partial'\phi + \frac{dF}{d\phi'} \partial'\phi'$ dans la troisième, les $\frac{dF}{d\phi} \frac{dF}{d\phi'}$ n'étant donnés entre eux par aucune équation. On pourra donc les faire disparaître à l'aide des trois différences de l'intégrale proposée, & cette intégrale ne pourra point contenir de ces fonctions au-delà du nombre de n , comme l'intégrale des équations aux différences partielles contient des autres fonctions arbitraires, & comme les équations aux différences ordinaires contiennent les arbitraires constantes & les coefficients qui contiennent les arbitraires, au lieu d'être donnés par des équations aux différences ordinaires, le pourront être par des équations à deux différences partielles, comme on peut s'en assurer en faisant un raisonnement semblable à celui du n.^o 7.

ARTICLE I.

Des Équations de condition.

1.^o Soit une équation aux différences partielles de l'ordre n , selon les réflexions précédentes (*numéro 1.^{er}*) si je suppose que Z en soit l'intégrale, la proposée pourra être supposée de la forme

$$d^n Z + A d^{n-1} \partial Z + B d^{n-2} \partial^2 Z + \dots + P \partial^n Z + A' d^{n-1} Z + B' d^{n-2} \partial Z + \dots + P' \partial^{n-1} Z + QZ = 0.$$

Je suppose qu'il y ait une fonction semblable de l'ordre $n - 1$, qui ait lieu en même temps que la proposée, & que je la différencie par rapport à la caractéristique d , il est clair que cette fonction

fonction a $\frac{n \times n + 1}{1 \times 2} - 1$ coefficients indéterminés, & qu'elle

ne contient pas $\partial^n z$ dans la différence prise par rapport à d ; d'où il suit que comparant terme à terme, cette différence avec la proposée qui doit avoir lieu en même temps, il restera une fonction qu'on pourra supposer de la forme.....
 $A, \partial^n Z + B, \partial^{n-1} Z \dots + P, Z$ & qui sera égale à zéro en même temps que la proposée.

2.° Cela posé, soit donnée une équation aux différences partielles, qui contienne x, y, z & z' , & les différences de z & z' prises par rapport à x & par rapport à y ; je la suppose multipliée par un facteur A , & qu'elle soit devenue la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre moindre d'une unité différenciée seulement par rapport à la caractéristique d qui exprime la différence totale; on prendra donc la proposée multipliée par A , on la différenciera par rapport à toutes les quantités ou différences qui y entrent, avec une troisième caractéristique. On différenciera de même la fonction de l'ordre $n - 1$ que j'appelle B , & comparant terme à terme, on trouvera

$$1.^\circ \frac{dAV}{dx} - d \times \frac{dAV}{d^2x} + d^2 \frac{dAV}{d^3x} \dots = 0.$$

$$2.^\circ \frac{dAV}{dy} - d \times \frac{dAV}{d^2y} + d^2 \frac{dAV}{d^3y} \dots = 0.$$

& la fonction

$$+ \frac{dAV}{dz} - d \frac{dAV}{d^2z} + d^2 \frac{dAV}{d^3z} \dots \partial z$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial z} - d \frac{dAV}{d^2\partial z} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial z} \dots \partial \partial z$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial^2 z} - d \frac{dAV}{d^2\partial^2 z} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial^2 z} \dots \partial^2 \partial z$$

.....

$$+ \frac{dAV}{dz'} - d \frac{dAV}{d^2z'} + d^2 \frac{dAV}{d^3z'} \dots \partial z'$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial z'} - d \frac{dAV}{d^2\partial z'} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial z'} \dots \partial \partial z'$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial^2 z'} - d \frac{dAV}{d^2\partial^2 z'} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial^2 z'} \dots \partial^2 \partial z'$$

Mém. 1770.

X

qui doit être nulle en même temps que la proposée ; & de plus , devenir une différentielle exacte par rapport à ∂ , étant multipliée par A' , ce qui donne trois équations de conditions faciles à déduire de la formule précédente. Il y aura donc en tout cinq équations de conditions qui , toutes devront être nulles lorsque $V = 0$ & A' dans le même cas ne devant pas être infinis , il n'y aura plus de différences de A ou A' , hors dA ; ∂A , &c. dA' , $\partial A'$, &c. en regardant comme nuls les termes multipliés par V & ses différences. Faisant donc disparaître A & A' , on aura trois équations de conditions qui , lorsque la proposée sera possible , auront lieu & seront identiques en y faisant $V = 0$.

3.^o Soit B la fonction de l'ordre $n - 1$ qu'on suppose avoir lieu en même temps que $AV = 0$, faisant $B = 0$, on aura , pour la possibilité de B , des équations semblables à celles qu'on avoit en V ; or , on aura , nommant V' la valeur connue de dB ,

$$\frac{dB}{dx} = \frac{dV'}{ddx} - d \times \frac{dV'}{dddx} + d^2 \times \frac{dV'}{d^4x} \dots\dots\dots$$

$$\frac{dB}{dx \, dx} = \frac{dV'}{dx \, d^2x} - d \times \frac{dV'}{dx \, d^3x} \dots\dots \text{ \& ainsi de suite pour}$$

$$\frac{dB}{dz} , \text{ \&c. } \frac{dB}{dz'} , \text{ \&c. } \frac{dB}{dy} , \text{ \&c. } \text{ Donc mettant ces valeurs}$$

pour les différences partielles de B , on aura des nouvelles équations de condition qui ne contiendront que des différences des facteurs prises par rapport à d & à ∂ , & ainsi de suite ; on aura donc , quel que soit l'ordre de l'équation , les équations de condition qui doivent être identiques , ou avoir lieu en même temps que la proposée lorsque celle-ci est possible ; au lieu de supposer d une différence totale , on la pourroit supposer prise seulement par rapport à x & ∂ , prise par rapport à y ; il y auroit alors cette différence que l'équation de condition pour y , devroit contenir A & A' : cette seconde manière est même plus régulière que l'autre.

R E M A R Q U E I.

1.^o Si l'équation proposée est telle qu'elle ne contienne que des termes $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{dz'}{dy}$, alors les différences

supérieures de x & de y pourront être supposées ne point entrer dans la proposée, & par conséquent les deux premières équations de condition seront superflues.

2.° Si dans ce cas la proposée ne contient que x, y, z , il n'y aura point de condition, & elle sera toujours possible.

R E M A R Q U E I I.

Si l'on avoit une équation qui contiât des différences partielles de z & z' par rapport à x , à y & à u , on suivra la même méthode que ci-dessus; & on aura, 1.° trois équations de conditions par rapport à x, y, u ; 2.° une fonction qui devra être intégrable par rapport à la différence ∂ & à la troisième différence ∂' ; on la traitera par conséquent comme ci-dessus, & on aura enfin une fonction qui devra être intégrable par rapport à ∂' seulement; ce qui donnera une équation de condition pour chaque z & z' , & par conséquent sept équations de condition & trois facteurs; ce qui, après les avoir éliminés, donnera quatre équations de condition.

R E M A R Q U E I I I.

Si on peut mettre une équation proposée qui contient x, y, z, dz & ∂z , &c. sous la forme

$$\frac{Ad^n z + B\partial d^{n-1} z \dots + P}{A'd^n z + B'\partial d^{n-1} z \dots + P'} = \frac{Q \times (Ad^{n-1} \partial z + B\partial d^{n-2} z \dots + R)}{A'\partial d^{n-1} z + B'\partial d^{n-2} z \dots + R'}$$

& que l'on ait

$S \times (Ad^n z + B\partial d^{n-1} z \dots + P) + S'(A'd^n z + B'\partial d^{n-1} \partial z + P')$
une différentielle exacte par rapport à d , & que

$S'Q(A\partial d^{n-1} z + B\partial^2 d^{n-2} z \dots + R) + S(A'd^{n-1} \partial z + B'd^{n-1} \partial^2 z + R')$
soit une différentielle exacte de la même intégrale, mais par rapport à ∂ la proposée aura une intégrale de l'ordre $n - 1$, qui la pourra produire par une double différentiation, & si $S(A'd^n z + B'd^{n-1} \partial z \dots + P')$ est une différentielle exacte par rapport à d & $S(A'd^{n-1} \partial z \dots + R')$ par rapport à ∂ , la proposée sera toujours intégrable en général, par la méthode que j'ai donnée ailleurs. Or, puisque S & S' sont ici

des fonctions de l'ordre $n - 1$, & que les conditions ci-dessus doivent donner des équations identiques, on pourra toujours les éliminer & avoir en général des équations de condition, qui serviront à distinguer pour chaque équation proposée, si elle est susceptible ou non d'être résolue par cette méthode.

R E M A R Q U E . IV.

On auroit pu résoudre le Problème général ci-dessus par une méthode semblable à celle que M. Euler a employée dans ses Institutions pour les équations ordinaires à trois variables. En effet, soit 1.^o une équation aux différences partielles entre z, x, y , si elle a une intégrale finie, il faut que $\frac{dz}{dy}, \frac{dz}{dx}$ soient des fonctions finies de x, y, z , ainsi que $\frac{ddz}{dx^2}, \frac{ddz}{dydx}, \&c.$ Donc, après avoir fait entrer dans la proposée tous les $dz, d^2z, \&c.$ qui peuvent s'y trouver; on y regardera les autres fonctions comme des fonctions de x, y, z , & on prendra les équations de condition dans cette hypothèse, pour que AV soit différentielle exacte. Les équations seront au nombre de trois; la première contiendra $\frac{dAV}{dx}$; la seconde, $\frac{dAV}{dy}$; & la troisième, $\frac{dAV}{dz}$; les autres termes ne contiennent point de différences partielles des $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}, \&c.$ les trois premiers termes développés seront

$$\begin{aligned} \frac{d(AV)}{dx} &+ \frac{d(AV)}{dx} \frac{d(dz)}{dx} + \frac{d(AV)}{dx} \frac{d(dz)}{dy}, \&c. \\ \frac{d(AV)}{dy} &+ \frac{d(AV)}{dx} \frac{d(dz)}{dy} + \frac{d(AV)}{dx} \frac{d(dz)}{dy}, \&c. \\ \frac{d(AV)}{dz} &+ \frac{d(AV)}{dx} \frac{d(dz)}{dx} + \frac{d(AV)}{dx} \frac{d(dz)}{dy}, \&c. \end{aligned}$$

Multipliant donc ces équations par dx , dy & dz , la première par dx , & la troisième par ∂z , différence de z par rapport à x , puis ajoutant les produits, ces termes deviennent dans la première équation

$$\frac{d(AV)}{dx} dx + \frac{d(AV)}{dy} dy + \frac{d(AV)}{dz} dz + \frac{d(AV)}{d \frac{dz}{dx}} d \frac{dz}{dx} + \frac{d(AV)}{d \times \frac{dz}{dy}} d \frac{dz}{dy}, \&c.$$

& dans la seconde,

$$\frac{d(AV)}{dx} dx + \frac{d(AV)}{d \times} \partial z + \frac{d(AV)}{d \times \frac{dz}{dx}} \partial \times \frac{dz}{dx};$$

j'aurai donc deux équations d'où j'éliminerai A , & qui me donneront une équation de condition. Les équations suivantes, pour que B soit possible, n'ont aucune difficulté, parce qu'elles ne contiennent pas de différences partielles des $\frac{dz}{dx}$, $\frac{ddz}{dx dy}$, &c.

2.^o Si la proposée étoit entre x , y , z & u , & qu'elle contînt $\frac{dz}{dx}$, la même méthode serviroit, & on n'auroit aucune nouvelle

difficulté; mais si elle contenoit z' , $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{ddz'}{dx^2}$, $\frac{ddz'}{dy dx}$, &c. alors

on remarqueroit que $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{ddz'}{dx dy}$, &c. sont fonctions de y , x ,

z , z' & $\frac{dz}{dx}$, $\frac{ddz}{dy dx}$, &c. mais avec cette condition que si leurs

valeurs étoient substituées dans AV , $\frac{dz}{dx}$, $\frac{ddz}{dx dy}$, &c. ne s'y trou-

veroient plus, ce qui donne $\frac{d(AV)}{d \frac{dz}{dx}} = \frac{d(AV)}{d \frac{dz'}{dx}} d \frac{dz'}{dx}$ & ainsi

$$\frac{d(AV)}{d \frac{dz}{dx}} = \frac{d(AV)}{d \frac{dz'}{dx}} \frac{d \frac{dz'}{dx}}{d \frac{dz}{dx}}$$

de suite; & on trouvera des équations semblables à celles pour trois variables, dont on tirera deux équations de condition comme ci-dessus. On aura les autres en remarquant que si l'on fait pour z les mêmes suppositions que pour z' , les équations de condition que donnent ces suppositions doivent également avoir lieu; enfin on pourra faire $dz + A dx + B dy + C dz' = 0$;

mettre dans la proposée pour les différences partielles de z les valeurs que donne cette équation, & supposer que le reste est une équation intégrable par rapport à une seule caractéristique & qui ne contienne plus de différence partielle de z' ; cela donnera les équations, qui avec celle qu'on a entre A, B, C , seront les conditions cherchées.

R E M A R Q U E V.

Si toutes les équations de condition, pour que la proposée ait une intégrale finie, se trouvent être identiques ou avoir lieu en même temps que $V = 0$, cette équation aura une solution complète, c'est-à-dire, qu'elle contiendra autant de constantes arbitraires ou de fonctions arbitraires qu'en peut contenir une équation du même ordre & de cette même forme; si au contraire les équations de condition conduisent à des équations moins étendues que $V = 0$, qui soient nulles en même temps que $V = 0$ & que ces équations de condition, l'intégrale finie de la proposée sera la même que celle de ces équations, & ce sera elle qu'il faudra intégrer: il suit de-là qu'une équation aux différences partielles, qui admet une solution complète, contient nécessairement des fonctions arbitraires, sans quoi la comparaison avec des équations de condition, conduiroit à une équation aux différences ordinaires, qui auroit la même intégrale.

R E M A R Q U E VI.

La supposition de $V = 0$, que je fais toujours, est légitime; mais on peut s'en passer ici, comme pour les différences finies; en effet, il n'y a qu'à comparer $A\delta V$ avec $\delta\Delta B$, ou δdB , au lieu de comparer AV avec ΔB ou dB , & on aura les mêmes équations de condition sans faire $V = 0$; mais alors de ce qu'on aura A par des équations qui ne contiendront pas de différences partielles de A ; on ne conclura pas que l'on peut en tirer des valeurs de A , parce que la valeur de A , ainsi trouvée, est égale seulement à sa vraie valeur où l'on auroit fait $V = 0$, & non indépendamment de cette hypothèse, puisqu'on peut ajouter

à volonté à AdV une fonction quelconque, pourvu qu'elle soit nulle en faisant $V = 0$.

ARTICLE II.

Des Équations de maximum.

M. de la Grange a résolu un Problème particulier de ce genre dans le second volume des *Mémoires de Turin*, & M. le Chevalier de Borda en a donné la solution pour une formule très-générale *. On pourroit la trouver également par les principes de M. de la Grange. Je me propose ici de les appliquer au Problème le plus général qu'on le puisse proposer sur cette matière.

PROBLÈME.

Soit une équation entre z' , z , x , y , & qu'elle contienne des différences partielles de z' & z ; on demande les équations de condition, pour que z' soit un maximum.

Je suppose que la différence d soit par rapport à y seulement, & ∂ par rapport à x ; que \int soit le signe d'intégration répondant à d , & Σ le signe d'intégration répondant à ∂ . Cela posé, soit $V = 0$, je la différencie par rapport à une caractéristique Δ , j'ai $\Delta V = 0$; je multiplie successivement cette équation & les intégrales qui en naissent par des facteurs $A, A', A'', \&c.$ & je parviens à une équation qui ne contient plus que des $\Delta z', \Delta z, \partial \Delta z, \&c.$ les intégrales étant prises par rapport à d , je multiplie ensuite cette nouvelle équation & ses intégrales prises par rapport à ∂ par $B, B', B'', \&c.$ & je parviens à n'avoir plus que $\Delta z', \Delta z, \Delta y, \Delta x$, dans le terme qui contient $\Delta z'$, on fera égale à zéro successivement chaque fonction qui sera sous un double signe d'intégration; dans le terme en Δz , on ne fera égal à zéro que le coefficient

* M. Monge, Professeur de Mathématiques à Mézières, vient d'en donner de générales pour tous les cas où l'on a la quantité qui doit devenir un *maximum* égal à une fonction donnée

des quantités dont elle dépend, de quelque manière que les deux signes d'intégration entrent dans cette fonction.

de δz , en réduisant la fonction à la forme $\int \Sigma \Pi' \delta z$ par un moyen semblable à celui qu'on emploie pour les différences ordinaires, & en mettant les termes $\Sigma P \int Q \delta z$ sous la forme $\Sigma \int R \delta z$; la première classe d'équation donnera le moyen d'éliminer les A & les B , l'autre équation donnera celle qui doit avoir lieu entre les variables. On auroit de même une autre équation en égalant à zéro le coefficient de δx , & une pour celui de δy , si l'équation proposée étoit de nature à l'exiger.

Voy. le Mémoire
de M. Monge.

R E M A R Q U E I.

On voit aisément ce qu'il faudroit faire si l'équation proposée; outre les variables & les différences ci-dessus, contenoit encore u & une troisième différence partielle, ou si elle contenoit z'' & seulement ses différences par rapport à d ou ∂ , & ainsi de suite.

R E M A R Q U E II.

On pourroit résoudre, à ce qu'il me semble, le même Problème par une méthode différente, fondée sur les principes suivans.

1.^o Que si j'ai une équation donnée en z , & d'autres variables; que je cherche dans quels cas z devient un *maximum*, & que je sache que c'est lorsque j'ai une certaine équation entre z' & les autres variables, les équations pour le *maximum* sont les mêmes, soit que je les cherche pour l'équation en z , en ayant égard aux conditions que la nouvelle équation que j'ai entre les variables donne entre les différences $\delta z'$, δz , δy , δx du *maximum*; soit que je veuille les avoir pour l'équation en z , qui a lieu après avoir éliminé une des variables à l'aide des deux équations; en effet, dans l'un & dans l'autre cas, on trouve ces équations pour que z soit la plus grande possible, les deux équations ayant lieu en même temps.

2.^o Que si au lieu d'une équation déterminée entre z & les variables, qui doit avoir lieu entre les variables dans le cas de *maximum*, on en prend une indéterminée, mais qui soit de la forme qui doit nécessairement avoir lieu, & qu'on la substitue dans la proposée; qu'on prenne ensuite les équations de *maximum*,
en

en y supposant toujours que l'équation hypothétique a lieu, on aura les équations de condition qu'on auroit eues si on avoit immédiatement cherché le *maximum*; cela posé, en suivant la marche de la remarque IV de l'article ci-dessus, on aura une des conditions de *maximum*, & par conséquent successivement toutes les autres.

ARTICLE III.

De l'intégration des Équations aux différences partielles.

Je traiterai uniquement des équations qui ne contiennent que deux différences & qui sont entre trois variables; les mêmes méthodes résolvent celles qui en ont un plus grand nombre.

§. I.

Sur l'intégration en général.

On fait que le nombre des fonctions transcendantes ne peut être que $\frac{n + 1 \times n + 2}{1 \times 2} - 1$, ni celui des arbitraires plus grand que n .

Mais 1.^o toutes ces fonctions peuvent contenir des irrationalités de tous les ordres; 2.^o la manière dont les arbitraires entrent dans les transcendantes, ou réciproquement, n'est pas déterminée par les principes que j'ai établis; on sait seulement que parmi les transcendantes, il y en a n qui ont pu disparaître par la différentiation des quantités dont on a des fonctions arbitraires, ce qui réduit à

$\frac{n \times n + 1}{1 \times 2}$ le nombre des autres. 3.^o Il suit de-là que les $\frac{n \times n + 1}{1 \times 2}$

transcendantes qu'on a fait disparaître sans éliminer aucune fonction arbitraire, peuvent être supposées égales à une fonction algébrique & sans fonctions arbitraires des variables & de toutes les différences; & par conséquent on peut supposer que $F\phi$ étant une fonction arbitraire, $d\phi$ est algébrique.

Si de ces connoissances, les seules qu'on ait jusqu'ici sur la nature de ces intégrales, on veut tirer une méthode générale de

les résoudre, on pourra d'abord juger par la difficulté de résoudre généralement les équations aux différences ordinaires, de celle dont doivent être celles-ci où les intégrales sont bien plus compliquées. On observera ensuite que s'il est dans la nature des équations aux différences partielles, que les fonctions arbitraires n'entrent dans leurs coefficients que d'une manière déterminée qu'il seroit question de découvrir; ou bien si en les faisant évanouir successivement, en différenciant d'abord par rapport à d , ensuite par rapport à ∂ , & comparant ces équations & leurs différentielles par rapport à une seule caractéristique, l'ordre des différentiations nécessaires est déterminé d'après l'ordre de la proposée; la difficulté sera diminuée de beaucoup; mais en attendant, voici sur cette méthode quelques vues générales qui pourront être utiles aux Géomètres qui voudront aller plus loin, & qui sont déduites de la théorie générale des équations aux différences partielles.

Je suppose que A étant donné par une équation différentielle ordinaire de l'ordre $\frac{n+1 \times n}{2} + 1$, j'aie une fonction rationnelle, algébrique & entière de x, y, z & leurs différences jusqu'à l'ordre n , excepté $d^n z$ & $d^n y$, ∂ étant la caractéristique de la différence prise par rapport à y seulement, de A & de ses différences jusqu'à $\frac{d^n A}{dx^n} \dots \frac{d^n A}{dy^n}$, dont les coefficients soient des fonctions de A' fonction de $x, y, z \dots A, \frac{dA}{dx} \dots \frac{dA}{dy} \dots \frac{d^n A}{dx^n} \dots \frac{d^n A}{dy^n}$ donnée par une équation du degré n ; une de ces fonctions FA' étant arbitraire & les autres coefficients donnés par des équations aux différences ordinaires en FA' & A' . Je dis que si cette fonction égale à zéro, donne une équation qui ait lieu en même temps que la proposée, elle en fera une intégrale.

Pour comparer l'intégrale B proposée avec l'équation donnée; on différenciera la première par rapport à y , un nombre u de fois; on y mettra à chaque fois la valeur de $d^n z$ tirée de la proposée, & il faudra que les équations qui résulteront de cette substitution aient lieu en même temps que $B, dB, d^2B, \dots d^n B = 0$.

Si pour faire cette comparaison, il a suffi d'une seule différen-

tiation, on pourra supposer les coefficients de la forme FA', A' étant une des racines de l'équation en A' .

Mais s'il en a fallu nécessairement deux, ce qu'on vérifiera après avoir d'abord déterminé l'intégrale, alors on aura un coefficient de la forme $FA' + F'A', A' & A'$ étant deux des racines de l'équation en A' , & les autres données par des équations possibles aux différences ordinaires en $FA' + F'A', A' & A'$, & ainsi de suite.

Dans le cas de ces deux fonctions arbitraires, il est aisé de voir que de l'intégrale & de la proposée on peut immédiatement tirer une nouvelle intégrale qui ne contienne ni $\partial^{n-1}z$, ni $d\partial^{n-1}z$, & de même pour un plus grand nombre.

Chaque racine de l'équation en A' donnera une intégrale différente, n racines en donneront n ; mais quoique cela soit vrai en général, si on craint qu'il n'y ait quelque exception, on prendra deux des intégrales ainsi trouvées, on s'en servira pour éliminer $\partial^{n-1}z$ & $d\partial^{n-1}z$, & on aura par-là une équation qui sera une intégrale de la proposée, si les deux intégrales trouvées d'abord sont réellement des intégrales différentes.

Si je n'ai trouvé par cette manière qu'une intégrale, pour en avoir une seconde, je traiterai la première comme j'ai traité la proposée, à cela près que

1.^o Cette nouvelle intégrale ne contiendra pas $\partial^{n-1}z$.

2.^o Qu'au lieu de A , on aura une fonction B donnée par une équation en x, y, z, \dots de l'ordre $m + 1$, m étant égal à $\frac{n + 1 \times n}{2}$ moins le nombre des transcendentes contenu dans A , & les coefficients de cette équation étant des fonctions de FA' & de A' .

3.^o Qu'au lieu de A', B' sera une fonction donnée par une équation du degré $n - 1$ des variables de B , dont les coefficients seront fonctions de $FA' & A'$.

Enfin, qu'un des coefficients de l'intégrale sera $F'B'$, multiplié par une fonction de $FA' & A'$ & les autres des fonctions données par des équations aux différences ordinaires en $F'B', FA', B' & A'$, & ainsi de suite.

On cherchera ainsi des intégrales jusqu'à ce qu'on en ait n différentes; lorsqu'on les aura, on en déduira une qui ne contiendra plus de différences partielles de z .

Ainsi toute la difficulté se réduira à l'intégration d'une équation ordinaire de l'ordre $\frac{n+1 \times n}{2}$, qui cependant pourroit n'être pas intégrable, tant que les fonctions arbitraires resseront indéterminées.

On pourroit trouver d'autres méthodes, ou plutôt d'autres manières d'employer la même méthode, mais toutes seroient également compliquées. L'utilité de ce que je viens de dire est de circonscrire dans des limites la forme dont sont susceptibles les intégrales & la recherche qu'on en peut faire: il ne sera plus question que de resserer les limites, soit par des remarques générales sur la nature des équations, soit par des observations particulières sur différentes classes de ces équations.

§. I I.

Des Équations linéaires.

Si j'ai l'équation

$$\frac{d^n z}{dx^n} + \frac{a d^{n-1} z}{dx^{n-1} dy} + \frac{b d^n z}{dx^{n-2} dy^2} \dots + \frac{p d^n z}{dy^n} + Q = 0,$$

où $a, b, \dots p$ sont des constantes & Q une fonction sans z , & que je suppose que l'intégrale en soit $V =$

$$\frac{d^{n-1} z}{dx^{n-1}} + \frac{A d^{n-1} z}{dx^{n-2} dy} + \frac{B d^{n-1} z}{dx^{n-3} dy^2} \dots + \frac{P d^{n-1} z}{dy^{n-1}} + Q' = 0,$$

où $A, B, \dots P$ sont des constantes, & Q' une fonction sans z ; j'aurai, en différenciant cette intégrale par rapport à x , puis par rapport à y , retranchant de la première différence cette seconde

différence, multipliée par une constante R , $\frac{dV}{dx} + \frac{R dV}{dy}$

égal terme à terme à la proposée, & par conséquent R sera donné par une équation du degré n , $A, B, C, \dots P$, donnés en R &

174 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 en soit l'intégrale que j'appelle V , & je compare avec la proposée,
 terme à terme, la fonction $\frac{dV}{dx} + R \frac{dV}{dy}$. Il est clair que
 le nombre des coefficients indéterminés est plus petit d'un nombre
 $n - 1$ que celui des équations de comparaison; d'où il suit
 1.° que cette solution ne réussit en général que pour le premier
 ordre; 2.° que pour qu'elle réussisse pour les autres, il y a $n - 1$
 équations données entre les coefficients de l'équation; que si ces
 conditions ont lieu, f est donnée par une équation du degré
 $\frac{n \times n + 1}{2} - 1$, les autres coefficients & R donnés en f & Q'
 par l'équation $\frac{d \times e^{x+f} Q'}{dx} + R \frac{d \times e^{x+f} Q'}{dy} = e^{x+f} Q$. D'où
 il suit 1.° que si on a résolu cette équation pour $\frac{n + 1 \times n}{2} - 1$,
 valeurs différentes de f , on a z en x & y ; 2.° que si on a résolu
 cette équation pour n , valeurs de f , on a z en x & y par une
 équation aux différences ordinaires; 3.° que si on n'a qu'un plus
 petit nombre, on sera obligé d'intégrer de nouveau par une même
 méthode les intégrales déjà trouvées, ce qui conduit à des équations
 du premier ordre, ces fonctions données Q & Q'' renfermant
 une ou plusieurs fonctions arbitraires. Il peut arriver que ces
 conditions entre les coefficients de la proposée soient tels que f
 n'ait en tout qu'un nombre moindre que n de valeurs égales ou
 inégales; alors on emploiera à résoudre les intégrales trouvées la
 même méthode que ci-dessus: mais il n'est pas certain alors qu'elle
 conduira à l'intégrale définitive; il paroît même que le contraire
 doit toujours arriver, & qu'ainsi, dans ce cas, la proposée n'est
 susceptible d'intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, que
 jusqu'à un certain point.

Si on a maintenant $a, b \dots p$ fonctions de x & y ,

on supposera que l'intégrale est

$$\begin{aligned} & \frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{A d^{n-1}z}{dx^{n-2} dy} + \frac{B d^{n-1}z}{dx^{n-3} dy^2} \dots\dots\dots + \frac{P d^{n-1}z}{dy^{n-1}} \\ & + \frac{A' d^{n-2}z}{dx^{n-2}} \dots\dots\dots + \frac{P' d^{n-2}z}{dy^{n-2}} \\ & \dots\dots\dots + A_1 z + Q' = V = 0. \end{aligned}$$

& on comparera terme à terme avec la proposée multipliée par R ,

l'expression $\frac{R dV}{dx} + \frac{R' dV}{dy}$; on aura donc entre les coefficients

de la proposée $n - 1$, conditions pour que cette supposition soit possible, & on observera que s'il en résulte une équation aux différences partielles pour déterminer R , il suffira d'en avoir une intégrale particulière pour connoître Q' , & par conséquent une intégrale, en résolvant l'équation $\frac{R dQ'}{dx} + \frac{R' dQ'}{dy} = Q'$. Mais

dans ce cas, par la même raison que j'ai dite dans mes Recherches sur la solution des équations linéaires aux différences ordinaires, il peut arriver qu'on n'ait qu'une valeur particulière de R égale à une fonction de x, y , sans fonctions transcendentes; ainsi il faut ici recourir à la méthode des intégrations successives. Il en sera de même si R n'étant plus donnée que par une équation, ou finie ou aux différences ordinaires, on n'en a pas assez de valeurs différentes pour avoir toutes les intégrales.

S. I I I.

Méthodes d'approximation.

Si on fait que z est fort petit, & qu'on peut négliger z^2 , on aura par l'article précédent une méthode d'avoir z dans bien des cas.

Si on ne peut négliger que z^3 ou z^4 , on mettra au lieu de z , $n z' + n^2 z'' + n^3 z''' \dots\dots n$ étant une quantité très-petite, & on aura z' par une équation linéaire, & z'' , z''' , &c. également par des équations linéaires, & on fera z égal à $n z' + n^2 z''$,

ou à $nz' + n^2z'' + n^3z'''$, &c. en mettant les valeurs approchées de z' , z'' , z''' , &c. Ou comme on a z' , z'' , z''' , &c. par des équations linéaires, connoissant ces équations & ayant $z = nz' + n^2z''$, &c. on aura, en éliminant, z par une équation linéaire, quel que soit le degré qu'on néglige.

Comme on peut par une différentiation faire disparaître x & y , on peut toujours supposer les coefficients constans; mais puisque même dans ce cas, on ne peut pas toujours rappeler la solution de la proposée à l'intégration d'une équation du premier ordre, on pourra, si l'on veut se contenter d'avoir en série une valeur approchée, employer la méthode suivante qui est générale, & par laquelle on aura une infinité de valeurs de z qui satisferont aux conditions du Problème; & on connoîtra quelle est la forme & l'étendue de la solution générale, sans la connoître elle-même. Lorsque l'équation est linéaire, on fera $z = ae^{mx+ny}$, & l'on aura une équation en m & n ; on pourra faire z égal à une infinité de termes semblables, pourvu qu'il y ait cette équation entre deux quantités. Si l'équation en m & n étoit telle qu'on eût deux valeurs égales, alors il faudroit multiplier une seule exponentielle $ae^{m(x+ny)}$ par $m(x+ny) + b$, & ainsi de suite. Si m ne dépend point de n , & qu'il reste arbitraire, alors au lieu de la suite en $e^{m(x+ny)}$, on peut mettre $F(x+ny)$; si l'on ne veut négliger que z'' , l'équation n'étant pas linéaire, sans avoir besoin de l'y rappeler de la manière indiquée ci-dessus, on fera $z'' + ae^{m(x+ny)}z'' + be^{2m(x+ny)}z'' + \text{c.} = 0$.

Je me suis contenté de donner ici une idée de cette méthode; que j'espère développer davantage quelque jour, & qui sera aussi bonne qu'aucune méthode d'approximation, si on peut traiter les valeurs de z qu'elle fournit, de manière à satisfaire aux conditions qui servent à la détermination des fonctions arbitraires. Je me propose d'examiner ces objets dans les Mémoires pour l'année 1772.

§. I V.

Remarques générales sur la solution des Problèmes analytiques.

Les réflexions que-j'ai faites sur l'espèce de différences partielles qui

qui m'a occupé jusqu'ici , s'applique à toutes les équations où quatre, cinq, &c. variables sont différenciées par rapport à trois caractéristiques , en variant le nombre & la nature des fonctions arbitraires à raison de celui des équations de l'ordre n qui peuvent avoir produit la proposée.

On peut imaginer encore d'autres hypothèses auxquelles je ne m'arrêterai point , & je finirai par des remarques sur la manière de résoudre en général les Problèmes analytiques ; j'entends par-là ceux qui sont mis en équation.

1.^o La première chose dont on doit s'assurer , c'est de la possibilité de la solution cherchée ; on le peut de deux manières , d'abord en examinant la nature de l'équation en elle-même ; c'est ainsi qu'on a donné des équations de condition pour les équations différentielles , ou bien d'après le Problème en lui-même : par exemple , si on suppose qu'un corps animé de forces quelconques décrive une ligne & qu'on cherche cette ligne d'après les équations différentielles , on n'a point besoin de s'assurer de leur possibilité , puisqu'on fait qu'il est possible qu'un corps soit animé de telles forces , & qu'il y a une courbe qu'il doit alors décrire ; mais cette dernière manière doit s'employer avec précaution , parce qu'en général on doit en prendre beaucoup lorsqu'on substitue le raisonnement au calcul , parce qu'il est possible d'introduire des hypothèses contradictoires en mettant le problème en équation , parce qu'enfin plusieurs équations d'un problème possible peuvent ne point l'être , & qu'il suffit que le système total conduise à des équations définitives qui le soient.

On a un exemple de ce dernier cas dans le Problème des trois corps & dans tous ceux où l'on a éliminé la variable dont la différentielle est constante , car alors les équations peuvent être impossibles.

2.^o Si le problème est possible , il faudra examiner l'étendue de la solution dont il est susceptible ; cela peut se déduire encore de la nature de l'équation ou de celle du problème ; pour que la dernière méthode ne soit pas fautive , il faut qu'en mettant le problème en équation , on n'ait pas laissé indéterminé dans l'équation ce qui est déterminé dans le problème , ou tenir compte de

ces indéterminées; & alors à la place du problème proposé, on en considérera un autre qui aura absolument la même étendue que l'équation. Quand on auroit seulement besoin d'une solution particulière, il faudroit toujours connoître l'étendue de la solution générale, parce que c'est la seule qui puisse servir à déterminer la forme de cette solution; cette règle a deux exceptions, 1.^o lorsqu'il suffit de trouver une solution particulière quelconque; 2.^o lorsqu'on en connoît d'ailleurs la forme.

3.^o Si l'on a une équation finie qui ait lieu en même temps que la proposée, & qu'on veuille savoir si elle a la même étendue, on prendra cette équation, on lui donnera la forme de la proposée où à laquelle on rappelle celle-ci, & on aura soin de remarquer quelle étendue on donne par-là à cette équation, la comparant alors avec la proposée; si la valeur d'une des variables de celles-ci rend nulle l'autre équation, on aura la solution complète, sinon on ne l'aura pas.

4.^o Toutes les fois qu'un problème a une solution finie, il y a toujours une fonction indéfinie, qui égalée à zéro, en donne la solution. Or pourvu qu'on connoisse de quelles variables elle est fonction indéfinie, quand même les variables seroient données elles-mêmes par des équations indéfinies & seroient en nombre indéfini, on trouvera toujours la solution par la méthode des coefficients indéterminés. En effet, substituant d'abord des fonctions de m termes, & contenant n variables, on substituera ensuite des fonctions de $m + 1$ & $n + 1$ variables, de $m + 2$ termes & $n + 2$ variables, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une fonction convenable; par-là on pourra trouver une solution trop compliquée, mais qui se réduira toujours. Ainsi pour qu'un Problème possible soit résolvable par la méthode des coefficients indéterminés, il suffit de savoir de quelle forme sont susceptibles les fonctions de variables qui doivent entrer dans son équation finale; il n'est pas même nécessaire de savoir le nombre de ces fonctions & leur degré déterminé de complication.



REMARQUES
SUR LES HAUTEURS DE LA LUNE
PRISES AU CAP FRANÇOIS À S.^r DOMINGUE,
POUR EN DÉDUIRE LA LONGITUDE GÉOGRAPHIQUE.

Par M. LE MONNIER.

M. d'Après m'a donné la longitude du Cap, tirée des Cartes du Dépôt & qui diffèrent trop entr'elles : je n'ai pas trouvé possible d'y avoir aucun égard ; mais je l'ai établie, d'après d'autres résultats, de $74^{\text{d}} 10'$; je l'ai adoptée de cette quantité dans un Mémoire sur le passage de Vénus, lu à l'Assemblée publique d'après la Saint-Martin. Cependant les résultats des passages, ou, ce qui revient au même, les deux entrées de Vénus sur le Soleil, indiquent assez qu'il falloit l'augmenter d'un quart de degré ou environ.

Les hauteurs de la Lune, observées au Cap-françois à Saint-Domingue, & que l'on a enfin communiquées à l'Académie, sont en très-grand nombre : elles ont été observées à l'occident plus de trois heures après le passage de la Lune au méridien. Elles pourroient donc donner la longitude géographique, si l'erreur des Tables en longitude & en latitude étoit connue ; en un mot, s'il n'y avoit nulle erreur dans ces élémens, ni dans les hauteurs.

C'est à quoi se réduit la plus grande difficulté de cette recherche, parce que des deux élémens dont je viens de parler, se déduit la déclinaison, laquelle est très-essentielle à bien connoître pour résoudre le triangle sphérique, dont l'angle au pôle donnera l'ascension droite pour chaque hauteur de la Lune.

Les Observateurs, qui diffèrent trop au méridien, se sont servis de deux quarts-de-cercles différens, qu'ils assurent avoir bien vérifiés peu de temps auparavant au Fort-royal de la Martinique.

Ils ont employé aussi, pour connoître l'erreur des Tables, la

Période lunaire de dix-huit ans, &c. je conviens que cette période indique s'il n'y a pas quelque erreur considérable de la part des Tables: elle est très-utile d'ailleurs pour les usages nautiques; mais quant à la Géographie, elle ne peut donner la précision requise pour la recherche du lieu de Vénus.

* Pièces justificatives envoyées, &c.

J'en vais donner quelque idée par ce qui suit; il est dit* que dans les additions aux Tables de M. Cassini, la Lune a été observée le 30 Mai & le 1.^{er} Juin 1751, & qu'on y a comparé les Tables de M. Clairault. Or, je ne trouve pas de résultat pour le défaut des Tables, à chacune des observations que l'on cite; mais il est dit qu'en réduisant au 10 Juin à 14^h au méridien de Paris, l'erreur en longitude étoit de $\frac{1}{5}$ de minute en excès, & de même de $\frac{1}{8}$ en latitude.

Je comparerai ici les observations de 1751 que l'on cite aux miennes, pour que l'on juge d'abord du degré de justesse qu'en entraînent avec soi les observations.

A l'Observatoire royal.

Dans mon Observatoire.

1751 le 30 Mai à 5^h 11' 23" pass. du centre de la C.
sa longitude 4^e 24^d 17. 50. sa latitude 5^e 01' 30"

Le 1.^{er} bord 5^h 10' 18" $\frac{1}{2}$... 4^e 24^d 17' 33"... 5^e 01' 11."

31 Mai..... 5. 55. 45 $\frac{1}{2}$... 5. 07. 36. 17... 5. 16. 17 $\frac{1}{2}$

1.^{er} Juin 6^h 40' 15"... 1.^{er} bord 6. 39. 10... 5. 29. 31. 34 $\frac{1}{2}$... 5. 14. 29.

5^e 20^d 31. 30... 5^d 14' 40"

J'ai augmenté de 0' $\frac{1}{4}$ la parallaxe horizontale, tirée des Institutions; mais sans recourir à la période qui est moins exacte que les observations correspondantes & immédiates, nous avons des observations faites le même jour 11 Juin 1769, au passage de la Lune par le méridien, lorsqu'elle étoit dans sa plus grande latitude australe, environ 12 heures après son premier quartier, & 16 heures après l'observation faite au Cap-françois à Saint-Domingue. J'ai même observé, avec mes deux meilleurs quarts-de-cercles muraux & mobiles, cette hauteur méridienne à dessein de vérifier l'inclinaison de l'orbite & la parallaxe sur laquelle les Astronomes ne s'accordent pas. Le jour précédent il pleuvoit au passage de la Lune; mais si l'on veut comparer les Tables aux observations, celles du 9 Juin de la Lune & de la même étoile,

savoir l'épi de la Vierge, sont-elles à une distance suffisante pour vérifier les moindres défauts des Tables, quand même on les regarderoit comme uniquement fondées sur la théorie de la gravitation? Cette théorie ébauchée, si elle s'accordoit aux Tables, & par conséquent aux observations, seroit dans le cas présent l'article le plus essentiel de nos recherches.

J'observerai en ce cas que les conditions du Problème que j'ai proposé autrefois pour trouver le lieu de la Lune par les hauteurs, sont ici absolument remplies, puisque la déclinaison de la Lune a été déduite de l'observation immédiate, quoique faite sous un autre méridien; car on sera toujours en état de vérifier *, s'il est nécessaire, la vraie latitude du Cap-françois.

* *Doutes sur la latitude du Cap.*

1769 le 11 Juin à 6^h 20' 12" passage du 1.^{er} bord de la ☾ \cap 27^d 20' 59" latitude australe 5^d 17' 02" $\frac{1}{2}$

Les Tables des Institutions donnent \cap 27^d 20' 32" $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, 26" $\frac{1}{2}$ moins avancée;

celles de M. Clairaut..... \cap 27. 20. 29 $\frac{1}{2}$ 29 $\frac{1}{2}$ moins avancée.

Quant à la latitude, les 1.^{res} & les 2.^{es} Tables donnent 5^d 16' 52" & 53"; ainsi l'erreur en latitude seroit encore plus grande, quoique le grand quart-de-cercle mural m'ait donné 5" d'excès dans l'inclinaison ou 5^d 17' 38" $\frac{1}{2}$.

On lit présentement ce qui suit au bas du feuillet n.^o 37 de la relation du voyage à St.-Domingue: *Que le 10 Juin 1769, à 14 heures au méridien de Paris, les Tables de Clairaut étoient en erreur de + 11",4 sur la longitude, & de 7",0 sur la latitude; qu'ainsi on a diminué les longitudes de la Lune & ses latitudes, de ces mêmes quantités pour chaque observation de la hauteur du Soleil.*

Mais je vois au contraire qu'il falloit les augmenter de quantités bien plus considérables; d'où l'on voit que la longitude du Cap-françois à Saint-Domingue est moindre que 74^d 35' $\frac{1}{2}$, comme il a été conclu par les Observateurs dénués pour lors d'une observation correspondante, faite à Paris en 1769.

Premières
CONCLUSIONS.

On remarquera que j'avois adopté cette longitude dans mon Mémoire sur la comparaison du passage de Vénus, de 74^d 10'; mais que j'indiquerai plus exactement cette longitude géographique, lorsque le mouvement de la Lune sera connu du 9 au 11 Juin, s'il s'en trouve d'autres observations que celle du 9 Juin.

que j'ai faite pareillement au méridien par un temps fort serein ;
 savoir, à $4^h 51' 16''\frac{1}{2}$, temps vrai du passage du 1.^{er} bord,

la longitude du centre..... $m 0^d 45' 21''$, la latitude boréale $4^d 52' 15''$;
 les Tables des Institutions donnent... $m 0. 46. 15$ $0' 54''$ plus avancée ;
 les nouvelles publiées en 1764..... $0. 46. 06\frac{1}{2}$ $0. 45\frac{3}{4}$.

Si les Tables des Institutions varioient sur les mouvemens observés de la Lune en longitude, proportionnellement aux temps écoulés, il est visible que du 9 au 11 Juin en $49^h\frac{1}{2}$ la variation ayant été d'environ $81''$, relativement aux longitudes observées, on n'auroit pour 16^h que $27''$; ainsi l'erreur des Tables des Institutions qu'on a conclu de $26''\frac{2}{3}$ dont elles faisoient la longitude de la Lune moins avancée que selon l'observation, doit être diminuée précisément de cette quantité, & l'erreur auroit été par conséquent nulle à l'instant des observations faites au Cap-françois à Saint-Domingue.

Peu M. Clairault a intitulé ses Tables si extraordinairement, qu'il sembleroit qu'on peut compter sur leur mouvement diurne, puisqu'il prétend qu'elles sont uniquement fondées sur la théorie physique de la gravitation. S'il avoit résolu le fameux Problème, qui est aujourd'hui le principal sujet du Prix que l'Académie propose aux Mathématiciens de l'Europe, il est visible que nous n'hésiterions nullement à conclure de notre observation du 11 Juin après midi, l'erreur des Tables qui auroit été la même seize heures auparavant. *Voyez les premières conclusions ci-dessus.*

Revenons à la période antérieure, pour un seul instant, & examinons, puisque le ciel y a paru plus serein, l'erreur des Tables newtoniennes le 30 Mai 1751 & les deux jours suivans ;

au soir

le 30 Mai à $5^h 10' 18''\frac{1}{2}$ longit. de la C	$Q 24^d 17' 33''$ moins avancée de $55''$	} que selon les Tables.
31..... $5. 55. 45\frac{1}{2}$	$m 7. 36. 17$ $0' 36$	
le 1. ^{er} Juin 6. 39. 10.....	$20. 31. 34\frac{1}{2}$ moins avancée $0. 34\frac{1}{2}$	
2..... $7. 21. 37$	$A 3. 08. 49$ moins avancée $0. 50$	
4..... $8. 47. 15\frac{1}{2}$	$27. 47. 46\frac{1}{2}$ moins avancée $1. 58\frac{1}{2}$	



*OBSERVATIONS
SUR LA STRUCTURE DES PARTIES
DE LA
GÉNÉRATION DE LA FEMME.*

Par M. PORTAL.

LES parties de la génération de la Femme ont fixé l'attention des Médecins les plus célèbres : chaque âge, chaque siècle ont été fertiles en découvertes ; cependant bien loin d'en avoir une description complète, les Anatomistes les plus instruits avouent qu'il est un nombre infini d'objets à découvrir.

Tout est devenu en Anatomie un sujet de controverse ; les uns veulent que la matrice soit ronde, d'autres triangulaire ; quelques-uns lui ont donné dans leurs planches la figure d'un parallélogramme ; & ce qu'il y a de plus extraordinaire, c'est que depuis les premiers temps de l'Anatomie jusqu'à nous , on dispute si l'hymen existe ou s'il est un être de raison.

L'on n'est pas plus d'accord sur les développemens de la matrice pendant la grossesse, certains Anatomistes soutiennent que les parois de la matrice s'épaississent, & d'autres se plaisent à soutenir un sentiment contraire.

Depuis Galien jusqu'à Mundinus, on a cru que la femelle étoit pourvue des mêmes parties que le mâle, & qu'elle avoit la matrice de plus. Les Arabes ont composé des Dissertations pour en établir le parallèle. Charles Étienne & Fernel, Médecins célèbres de la Faculté de Paris, ont détruit cette opinion : des erreurs moins grossières s'étoient déjà introduites. Hermondaville soutenoit vers le milieu du douzième siècle, que la matrice étoit une espèce d'animal que la Nature avoit fixé avec des liens les plus forts ; Gabriel de Zerbis trouvoit, dans la matrice, de la ressemblance à un vaisseau ; il attribuoit à quelques ligamens l'usage des voiles,

& il assignoit à d'autres celui des rames. On a voulu presque de nos jours accorder à la matrice un troisième ovaire; Naboth proposa cette opinion, mais Ruyfch l'a détruite peu après qu'elle a paru; cependant dans toutes ces descriptions surannées, informes & souvent superstitieuses, on trouve plusieurs objets importants & qui ont échappé aux connoissances des Modernes.

Pour procéder avec ordre, je proposerai d'abord les observations que j'ai faites sur les parties intérieures de la génération de la femme; je traiterai dans un autre Mémoire des parties externes.

I.

La position de l'utérus (*planche I, fig. 1*) n'est pas la même dans tous les âges de la vie. L'utérus est presque au dehors & au-dessus du bassin dans les fœtus de trois ou quatre mois; si l'on tire une ligne des os pubis à l'os sacrum, elle tombe très-près du col; dans les enfans qui viennent de naître, la matrice est plus enfoncée dans le bassin, cependant elle excède de beaucoup le niveau de la surface supérieure des os pubis; dans la fille de quinze à trente-cinq ans, la matrice est placée au-dessous des os pubis; & dans la vieille femme elle est très-enfoncée dans le bassin.

L'axe de la matrice est presque perpendiculaire dans le fœtus, au lieu qu'il paroît presque horizontal dans la matrice de la vieille femme; ces différences dans la position sont la suite du développement du bassin, que j'ai décrit dans mon Mémoire sur l'ouraque.

I I.

La matrice se présente sous différentes figures dans les divers âges; elle ressemble en quelque manière à un prisme dans le fœtus & dans les enfans (*pl. I, fig. 2 & 3*), elle est presque triangulaire dans l'adulte, & elle est irrégulièrement arrondie dans les vieilles femmes, même chez celles qui n'ont point fait d'enfans.

Ces différences, quoique très-apparentes, sont à peine indiquées dans les Auteurs; Harvey a observé un autre changement non moins véritable, & auquel les Anatomistes qui lui ont succédé n'ont point fait attention; il a écrit dans son Traité de la génération, que l'utérus des fœtus est blanc, que celui de la fille nubile est rouge,

rougé, & que l'utérus pâlit dans la vieillesse: cet Observateur a été plus loin, il a dit que la matrice d'une fille nubile avoit la figure & le volume d'une poire, & que celle d'une femme de vingt-cinq à trente-cinq ans avoit celle d'un œuf d'oie: ces faits quoique grossièrement rendus, sont importans, & prouvent que la matrice se présente sous diverses formes dans les divers âges, & que ses vaisseaux sanguins sont plus ou moins développés; je suis surpris que ces observations aient échappé aux recherches des historiens de l'Anatomie. La cavité de la matrice varie à proportion; mais comme pour l'observer commodément il faut développer la matrice du péritoine qui la revêt & des ligamens qui la forment, je vais faire quelques remarques sur cet objet.

I I I.

La matrice est recouverte dans presque toute son étendue par une duplicature du péritoine (*pl. II & III*), il n'y a que la face extérieure du col qui soit au dehors, & cette même portion de la matrice est recouverte par un repli du vagin plus prolongé en arrière & en bas qu'en avant & en haut.

La lame du péritoine qui revêt la face antérieure de la matrice, se plie proche du vagin, & de telle manière qu'il en résulte deux espèces de ligamens placés à côté du col de la vessie (*pl. II*); en haut & sur les côtés, elle revêt deux paquets de vaisseaux & forme les deux ligamens ronds; cette lame antérieure s'étend sur les côtés de la matrice, forme la lame antérieure des ligamens larges, & adhère aux muscles iliaques; d'où elle se réfléchit en avant, recouvre la portion antérieure du muscle iliaque & se joint avec la lame antérieure du péritoine. La lame postérieure de la matrice forme par deux replis deux espèces de ligamens circulaires, dans lesquels M. Suë croit avoir trouvé deux muscles; ces ligamens embrassent l'intestin rectum, &c. on les voit dans la *pl. III, fig. 3*.

Les ligamens larges ont beaucoup moins d'étendue en hauteur, lorsque la matrice est développée chez les femmes grosses; ils cèdent à l'action de la matrice, les feuillets membraneux antérieur & postérieur s'écartent proche du vagin, & sont tirillés lorsque le fond de la matrice remonte; les replis antérieurs & postérieurs

du péritoine sont presque effacés, de sorte qu'il paroît que parmi divers usages tous ces ligamens ont celui de faciliter le développement de la matrice.

Les ligamens larges divisent le bassin en deux loges, dont l'une est antérieure & l'autre est postérieure. Dans l'adulte, la loge antérieure est plus petite que la postérieure, parce que l'os sacrum est plus déjeté en arrière; mais dans les enfans qui ont l'os sacrum presque droit & incliné en avant, la loge antérieure est à peu-près égale, par sa capacité, à la loge postérieure.

On sépare avec assez de facilité les deux lames membraneuses des ligamens dans lesquels on voit un réseau vasculaire, que je décrirai dans la suite; & quoique le péritoine adhère fortement à la surface externe de la matrice, principalement à son fond, on peut la dépouiller de cette enveloppe & la sortir du bas-ventre sans ouvrir la vraie lame du péritoine; cependant il faut déchirer plusieurs productions cellulaires qui s'enfoncent entre les fibres & qui semblent leur donner des gaines communes. On voit deux de ces gaines d'une manière fort apparente vers les parties latérales & inférieures de la matrice qui accompagnent les vaisseaux utérins & les revêtent, ainsi que la capsule du foie revêt la veine-porte, comme *Walaus* l'a remarqué avant *Gliſſon*, à qui de savans Anatomistes accordent la découverte: c'est cette capsule qui maintient les vaisseaux dans leurs contours, qui les attache à la propre substance de la matrice, avec les trousseaux musculeux; elle s'enfonce en donnant des prolongemens d'un vaisseau à l'autre, comme *Malpighi* l'a observé dans le rein & dans la rate; car ces viscères sont pourvus, suivant ce célèbre Auteur, de leur capsule; laquelle existe en effet, mais que les plus savans Anatomistes qui lui ont survécu n'ont point décrite.

On trouve dans quelques matrices la gaine cellulaire des vaisseaux chargée de graisse; & dans certaines hydropisies de matrice, on la voit remplie d'eau par une espèce d'infiltration: en examinant une veine de la matrice, beaucoup plus grosse que le tuyau d'une plume à écrire, je croyois reconnoître une varice, mais je fus détrompé lorsque j'en recherchai la structure; je trouvai de l'eau entre la gaine cellulaire & la veine, qui me parut plutôt rétrécie

qué dilatée. J'ai autrefois observé une hydropisie de l'aorte à peu près semblable, & je l'ai décrite dans l'*Historia Anatomico medica* de M. Lieutaud.

De huit ligamens qui fixent la matrice, il en est quatre de supérieurs & qui ont été décrits par tous les Anatomistes; quatre sont inférieurs, mais que très-peu d'Anatomistes ont observé: je connoissois à Montpellier les ligamens inférieurs & postérieurs; j'en accordois la découverte au célèbre M. Ferrein; je suivis la même maxime dans le premier cours d'Anatomie que je fis à Paris; mais je fus très-surpris de voir mes Auditeurs divisés à ce sujet; les uns accordoient à M. Petit la découverte de ces ligamens, d'autres les attribuoient à M. Suë, un troisième parti réclamoit en faveur de quelques autres Anatomistes.

J'ai resté dans cette incertitude jusqu'à l'année dernière que j'ai consulté le volume de cette Académie, de l'année 1760, qui contient un Mémoire de M. Petit, intitulé: *Description de deux nouveaux ligamens de la Matrice*, &c. Je l'ai lû, & j'ai trouvé que cet Anatomiste s'en approprioit la découverte; mais bien loin qu'elle soit nouvelle, elle remonte à la plus haute antiquité.

Les plus anciens Anatomistes ont connu les ligamens de la matrice; Hippocrate n'en fixa pas le nombre, mais Gallien n'en décrivit que quatre; les Anatomistes qui lui ont succédé marchèrent sur ses traces jusqu'à Hermondaville, qui professoit l'Anatomie en France vers le milieu du treizième siècle; cet Auteur dit, dans sa Chirurgie manuscrite, que l'on conserve à la Bibliothèque du Roi, & dans celle de Sorbonne, que la matrice est fixée par huit ligamens, & la manière dont il s'exprime à ce sujet est assez singulière. Gabriel de Zerbis décrivit ces ligamens vers la fin du quinzième siècle; voici ses propres paroles: *Colligatur primò matrix fortibus ligamentis posterioribus cum dorso in directo, seu ad partem renum superiorem & anteriorem; alligatur similiter vesicæ quæ jacet antèriùs...alligatur etiam ossibus ancharum... deinde aliis mediis quæ sequuntur ipsam matricem intestino recto, quod post ipsam est retro.*

Le Vaisseux, Médecin de Châlons-sur-Marne, disciple de Jacques Sylvius, Professeur au Collège royal, parle de ces mêmes ligamens dans un Ouvrage connu des meilleurs Bibliographes.

quoiqu'il contienne des faits les plus importans; Piccolhomini en a donné une description que j'ai consultée avec fruit pour composer la mienne; mais Sanctorini & Gunzius les ont décrits avec tant de précision, que leur description eut pu servir de modèle aux Anatomistes qui en ont parlé depuis. C'est ainsi qu'en réunissant les travaux de plusieurs grands hommes, dont on ne lit presque plus les ouvrages, je suis parvenu à connoître nombre d'objets qui me paroissent intéressans.

I V.

La cavité de la matrice varie dans les différens âges; dans l'enfant elle est formée de quatre plans (*planche I*), un antérieur qui a la figure d'un parallélogramme (*fig. 2*), deux latéraux & postérieurs qui se joignent (*fig. 3*), & un fond (*fig. 4*) dont la figure approche de celle d'un triangle; la face postérieure, quoique formée des deux plans inclinés l'un vers l'autre, & qui forment au derrière de la matrice un angle saillant, est bombée en dedans vers le milieu; la paroi antérieure, vue du côté de la matrice, présente une pareille élévation (*fig. 6*); entre les trois plans, l'antérieur & les deux postérieurs, sont creusées deux espèces de rigoles, dans lesquelles on observe plusieurs lignes circulaires saillantes; à cet âge la matrice est beaucoup plus épaisse vers le col que vers son fond, l'inverse de ce qu'on observe dans l'adulte; cette dernière remarque appartient à M. Suë, célèbre Anatomiste.

On voit sur la surface interne différentes lignes saillantes, il y en a une longitudinale au milieu de la face postérieure (*pl. IV, fig. 1*), elle naît du segment postérieur de l'ouverture du col de la matrice, où elle est plus élevée qu'elle n'est par son autre extrémité, qui est quelquefois fourchue, comme M. Suë l'a observé; mais cette *bifurcation* ne se retrouve pas dans tous les sujets; bien plus au lieu d'une ligne saillante on en observe quelquefois deux ou trois parallèles jusque vers le milieu de la face postérieure où elles s'écartent en s'inclinant vers les côtés.

Aux parties latérales de ces lignes aboutissent plusieurs autres lignes saillantes, qui font tout le contour de la matrice, ou qui se joignent à une tige longitudinale, placée quelquefois au milieu

de la face antérieure (*planche IV, figure 2*) de la matrice, il semble que ce sont autant des branches qui se joignent à un seul tronc & qu'il en résulte une espèce d'arbre, qu'on pourroit nommer *arbor vivificans*, pour le distinguer de celui du cervelet, que quelques Anatomistes ont appelé *arbor vitae*, non d'après Cortesius, comme Douglass le croyoit, mais d'après des Anatomistes beaucoup plus anciens; Arantius & Varoli avoient connu l'arrangement symétrique de la substance blanche du cervelet, & l'avoient comparée à un arbre.

Dans une jeune personne l'arbre de la matrice a quelque ressemblance à une branche de palmier, dont les feuilles aboutissent à une tige commune; on le trouve grossièrement dépeint dans les planches de Graaff, quoique l'Auteur n'en ait rien dit dans ses explications: cet exemple prouve que les Peintres voient souvent mieux que les Anatomistes; les branches de cet arbre diminuent à proportion qu'elles s'éloignent de leur tronc, comme on peut le voir dans les *figures 4 & 5*; les inférieures sont plus grosses que les supérieures.

Entre les branches, & principalement proche du tronc & de l'ouverture du col, on observe plusieurs trous qui sont l'aboutissant d'autant de canaux excréteurs de quelques corps ganglioformes, desquels coule une certaine quantité de matière visqueuse quand on comprime la paroi de la matrice; & il n'est pas de meilleure méthode pour les rendre apparens, que de faire *rôtir* une matrice à un feu violent.

La cavité de la matrice est beaucoup plus mince & plus lisse dans l'âge adulte qu'elle ne l'est dans le fœtus ou dans l'enfant; le tronc de l'arbre & ses branches ou s'effacent ou la substance intermédiaire s'élève; je n'ai rien de positif à ce sujet: les côtés de la matrice s'inclinent, avec le temps, l'une vers l'autre par leur milieu, ce qui rétrécit la cavité de ce viscère.

Quoi qu'il en soit, j'ai toujours trouvé dans les matrices de tous les âges, les parois latérales plus épaisses que la paroi postérieure & antérieure; ce surcroît d'épaisseur est produit par les troncs artériels & veineux (*aa, bb de la figure 6*) qui rampent entre les fibres des parois latérales de la matrice, & comme ces vaisseaux

ne pénètrent la matrice qu'à une certaine distance de l'orifice de l'utérus, le fond de la matrice sera plus épais que son col lorsqu'ils seront gorgés de sang, comme cela arrive dans la grossesse.

Il s'élève fréquemment sur la paroi interne des matrices des vieilles femmes (*figure 7*), même chez celles qui n'ont pas fait d'enfans, des excroissances; les Auteurs les ont décrites, mais ils n'ont point observé qu'elles fussent aussi communes qu'elles le sont, je les ai trouvées sur treize femmes de vingt que j'ai ouvertes à ce dessein & en différens temps, à l'Hôtel-Dieu & dans mon amphithéâtre.

La surface interne de la matrice est extrêmement irritable; j'ouvris la matrice d'une chienne vivante, vers sa face antérieure, & après en avoir extrait trois foetus, je versai quelques gouttes de vinaigre, la matrice se contracta & se dilata alternativement pendant plusieurs minutes, les contractions commencèrent presque toutes vers le fond & finissoient au col: c'est d'après cette observation que je conclus que la surface interne de la matrice est très-irritable. Harvée rapporte, dans son Traité de la génération, un fait à peu près semblable: ce savant Observateur a vu la matrice extraite d'un animal vivant se mouvoir en différens sens pendant un assez long espace de temps. Je n'ai pas trouvé la paroi extérieure de la matrice aussi irritable, ce qui s'accorde avec les expériences que M.^{rs} Senac & Haller ont faites sur le cœur; ces célèbres Anatomistes ont prouvé par l'expérience, que la surface extérieure du cœur n'étoit presque point irritable, quoique la surface interne des ventricules le fût beaucoup.



Fig. 2.



Fig. 3

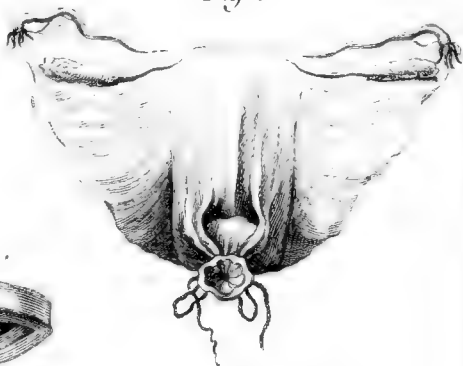
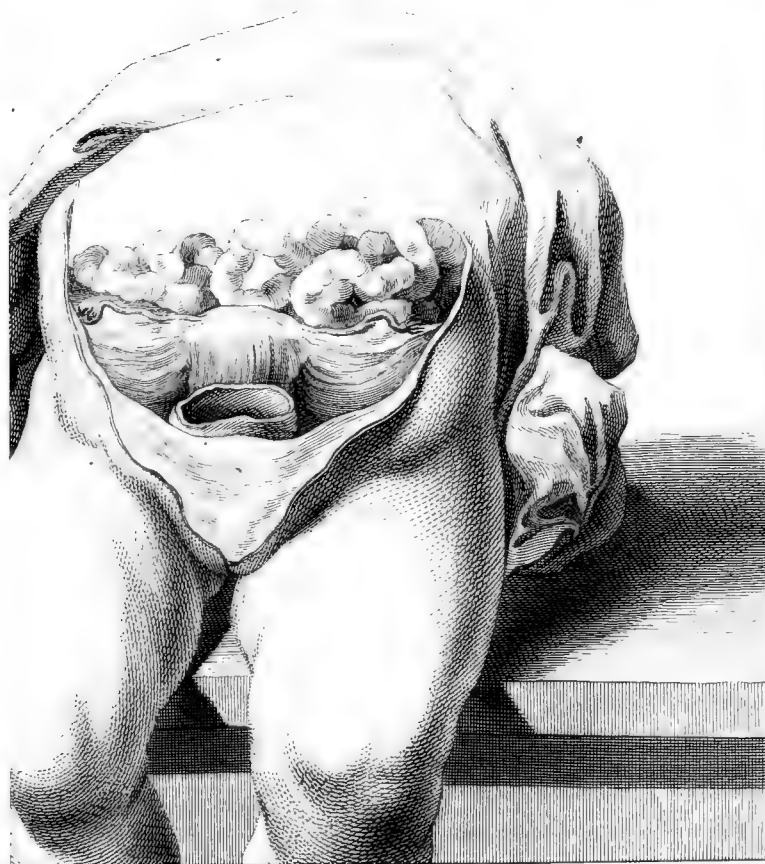


Fig. 4.



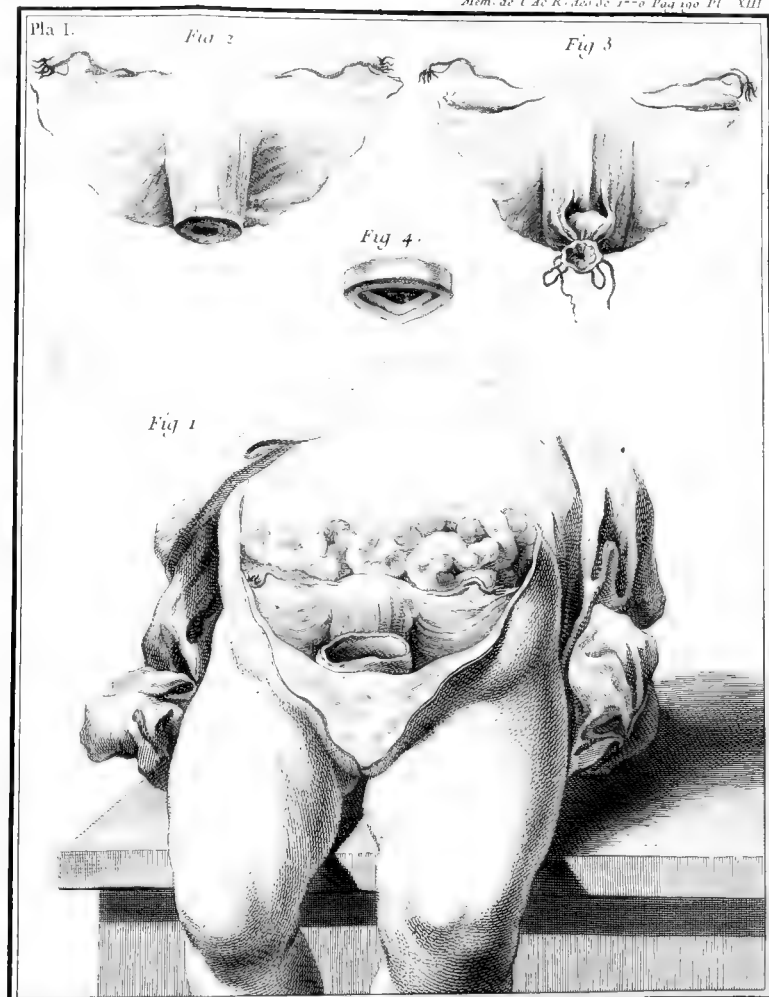
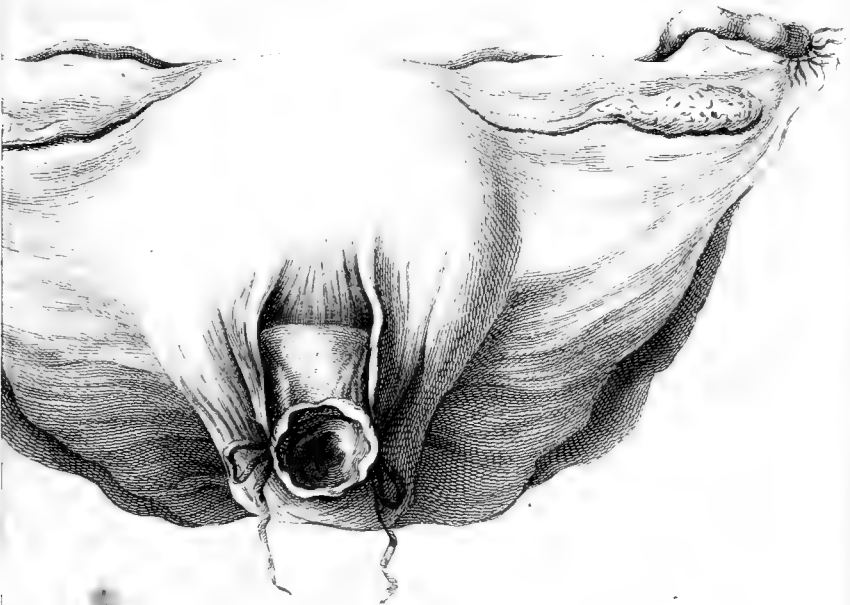




Fig. 3.



Pla. II.



Pla. III.

Fig. 3.



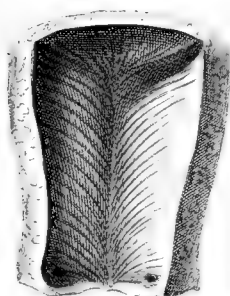
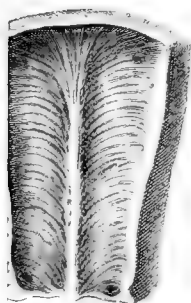


Fig. 2.

ront les Fig. 4..... et 5. indiquées pag. 180.

Fig. 7.



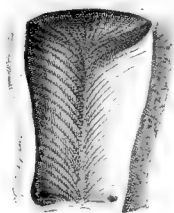
Pla. IV.

Fig. 1



de l'art de Fig. 4

Fig. 2

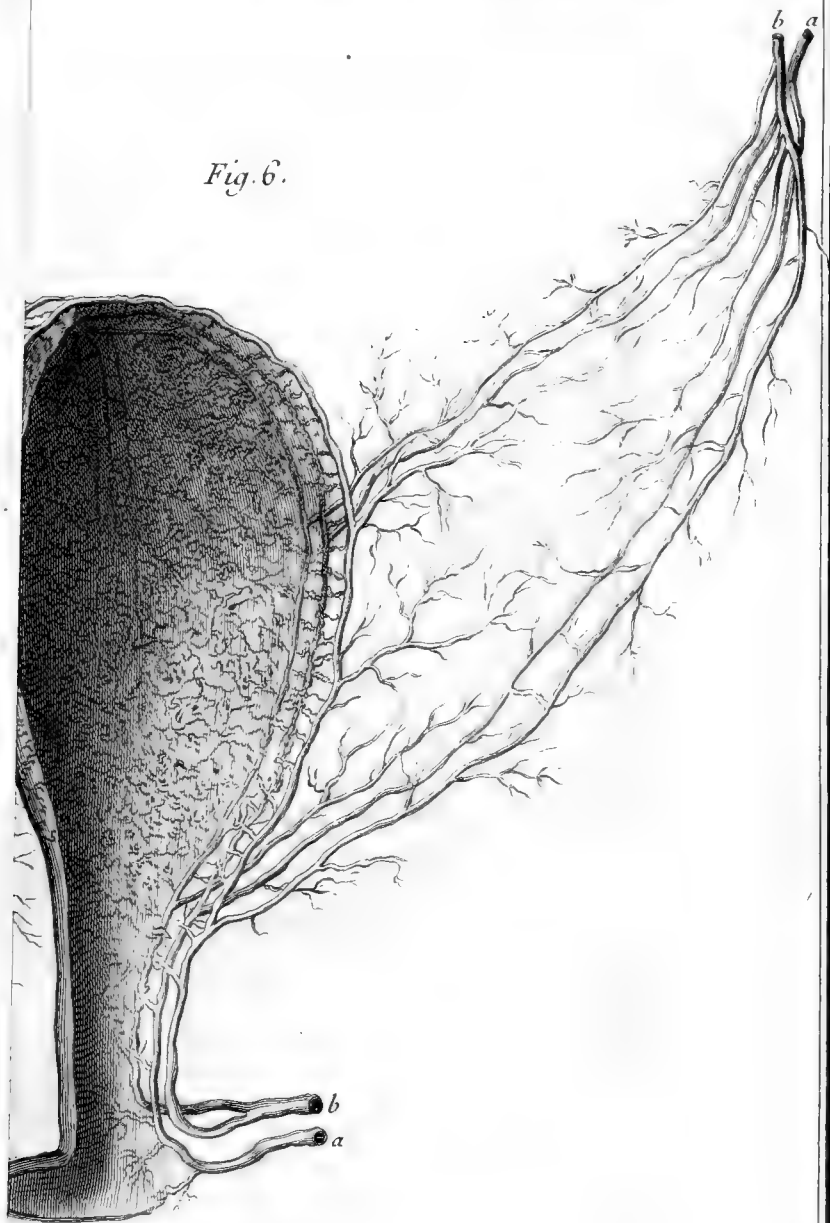


de l'art de Fig. 4

Fig. 3

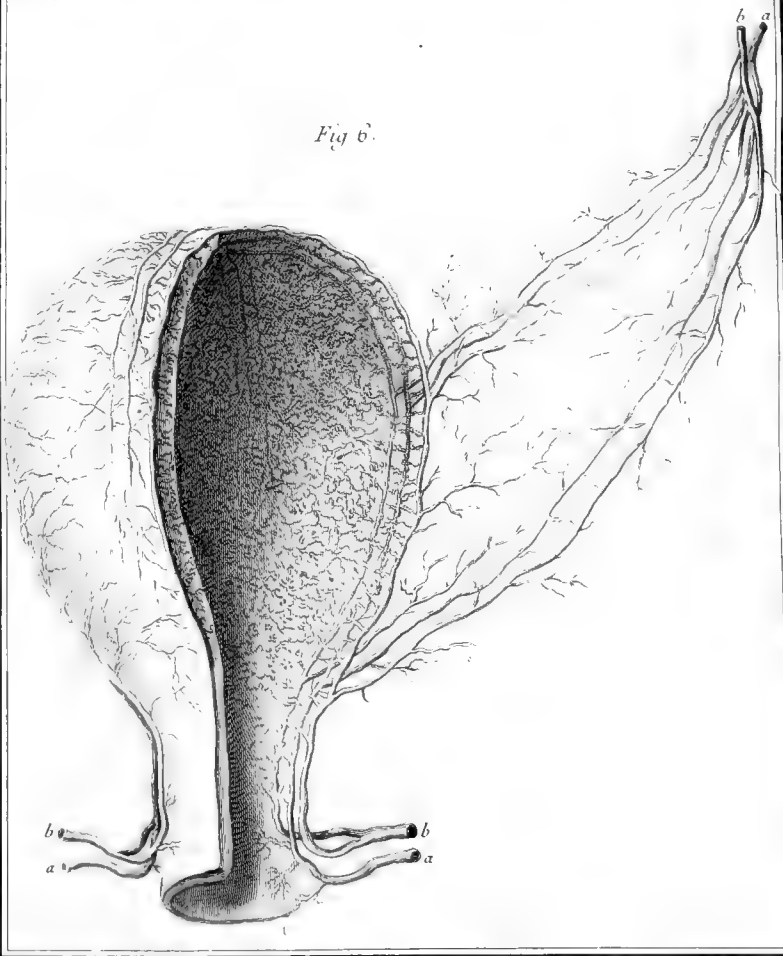


Fig. 6.



Pla. V.

Fig. 6.



Fournier del.

V. le Gouaz sc.

M É M O I R E

S U R L E S

É Q U A T I O N S D I F F É R E N T I E L L E S .

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

NOTIONS préliminaires.

I. **L**ORSQU'ON a un certain nombre d'équations différentielles entre un nombre plus grand de variables, on peut toujours, en différenciant & éliminant, trouver une équation définitive qui ne contienne qu'autant de variables que leur nombre surpasse celui des équations diminué de l'unité, en sorte que soit m le nombre des variables, & m' celui des équations, l'équation définitive contiendra $m - m' + 1$ variables. Cette équation sera de l'ordre n' , n' étant la somme des exposans de l'ordre de chaque équation.

II. Si l'équation définitive admet une solution complète qui contienne un nombre n' d'arbitraires, on aura entre $m - m' + 1$ des variables prises à volonté, une équation finie, contenant un pareil nombre d'arbitraires, & de plus on aura chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$, variables prises aussi à volonté.

III. Une pareille intégrale étant supposée connue, on ne pourra avoir immédiatement ni les équations finies entre $m - m' + 1$, autres variables prises à volonté, ni chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$, autres prises aussi à volonté, que lorsque l'on pourra tirer de chacune de ces équations la valeur de chaque variable en une fonction des autres, quoiqu'on ait toujours chaque variable de celles qui ne sont point entrées dans l'équation définitive, égale à une fonction des $m - m' + 1$ qui y entrent; & par conséquent on ne pourra avoir la

solution complète de toutes les proposées, qu'en résolvant autant d'équations de l'ordre n' entre $m - m' + 1$ variables, qu'il y a dans m variables de combinaisons de $m - m' + 1$ variables différentes.

IV. Si on a une équation intégrale entre $m - m' + 1$ variables, & chaque autre variable égale à une fonction finie de ces $m - m' + 1$, on aura m' équations finies entre les m variables. Soient, par exemple, V, V', V'' des fonctions algébriques de x, y , & que j'aie $1(V + 1V') + V'' = 0$, & $z = x1V' + 1(V + 1V')$, j'aurai $z = x1V' - V''$, & $(1V + \frac{z + V''}{x}) + V'' = 0$, équations du premier ordre.

V. De ces m' équations finies entre les m variables, on peut tirer l'équation définitive, par exemple, de $z = x1V' - 1V''$, & $(1V + \frac{z + V''}{x}) + V'' = 0$; on tirera $(1V + 1V') + V'' = 0$; mais ces m' équations entre les m variables, ne donnent pas toutes les équations finies définitives; en effet, dans l'exemple précédent on n'a point z en y ou z en x, V, V', V'' restant quelconques.

VI. Si on a chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$ variables quelconques, & de plus ou une des intégrales définitives, ou m' équations finies, la solution complète sera trouvée.

VII. On peut, indépendamment de l'intégration, s'assurer si on a la valeur d'une variable quelconque en $m - m' + 1$ autres variables. En effet, soit z cette variable, & que j'aie $A + Bz = 0$ & $A' + B'z = 0$, j'aurai $\frac{A}{B} - \frac{A'}{B'} = 0$ pour équation définitive; & la valeur de $z = -\frac{A}{B} = -\frac{A'}{B'}$ ne deviendra \circ en substituant dans A, B , ou A', B' les valeurs des différences tirées de l'équation définitive, que lorsqu'on aura $A = A', B = B'$; ainsi toutes les fois que l'équation définitive viendra

viendra de la comparaison de deux valeurs de z , on aura une valeur finie de z .

VIII. Il peut arriver que j'aie des équations entre m variables au nombre de m' , & que je n'en puisse tirer une équation définitive entre $m - m' + 1$ variables. Soit donc $Z = 0$ & $Z' = 0$ deux équations en x, y, z qui contiennent chacune une transcendante, & telles qu'on n'en puisse tirer une seule valeur de z en x, y . Si je différentie ces équations pour faire disparaître les fonctions transcendentes, & que j'élimine dz , j'aurai z en x, y, dx, dy ; j'aurai également en supposant dx constant, une équation du second ordre en x & y , qui sera possible; tirant de son intégrale une valeur de $\frac{dy}{dx}$ & la substituant dans la valeur de z , j'aurai z égale à une fonction finie des deux variables x, y , ce qu'on ne pouvoit tirer immédiatement des deux proposées. La cause de ce paradoxe que je ne fais pas avoir encore été remarqué, est que la fonction $z = Fx, y$ qu'on cherche, est toujours donnée par une équation entr'elle Z, Z' , & les variables, mais qu'elle n'est pas toujours donnée égale à une fonction de Z, Z' & des variables, & que l'équation entre cette fonction, Z, Z' & les variables étant ordonnée par rapport à cette fonction, peut n'être pas séparable.

IX. Dans la même hypothèse, ayant différentié & éliminé dz & substitué dans chaque équation la valeur de z en $x, y, \frac{dy}{dx}$, on aura deux intégrales du premier ordre pour l'équation du 2.^e ordre en x & y , mais on n'en pourra point tirer l'intégrale finie. Soient en effet $IA + B = 0, IA' + B' = 0$, ces deux équations où A, B, A', B' , sont des fonctions algébriques; & qu'après les substitutions on puisse tirer de ces équations une valeur de $\frac{dy}{dx}$, il faudra que A ou B , ou A' ou B' , ou $A \times A'^m$ ou $B + mB'$ soient sans $\frac{dy}{dx}$, ou bien qu'on puisse supposer égaux à zéro $A \times A'^m$, ou $B + mB'$; or, toutes ces sup-

positions ne peuvent avoir lieu sans qu'on ait immédiatement z en x, y , à l'aide des deux équations ; ce qui est impossible par la supposition : dans l'hypothèse de deux intégrales du premier ordre d'une équation du second, on ne peut donc pas toujours tirer l'intégrale finie. Ce paradoxe s'expliquera comme dans l'article précédent, soient en effet $IV + V' = 0$, $IV'' + V''' = 0$. deux équations intégrales du premier ordre dont on peut tirer l'intégrale finie ; il est clair que toutes les autres intégrales du même ordre & de même forme qui sont $F(IV + V')(IV'' + V''')$, ne peuvent être que $IV + mIV'' + V' + mV''' = 0$, donc de deux quelconques, on déduira toujours l'intégrale finie ; mais celles de ces intégrales qui sont données par une équation non séparable entr'elles & $IV + V'$, $IV'' + V'''$, peuvent se trouver de la même forme, sans être assujetties à cette condition. Ce que je viens de dire est général pour tous les ordres ; lors donc qu'on a des intégrales desquelles on ne peut éliminer les différences supérieures, on en cherchera d'autres jusqu'à ce qu'on en ait trouvées où cette élimination soit possible. *Voyez mon premier Mémoire dans le cinquième Volume des Mémoires de l'Académie de Turin*, où j'ai déjà fait cette remarque qui rend l'intégration plus difficile. *Voyez aussi le n.º 4 du second Mémoire*. La remarque que je viens de faire rend plus incertaine la méthode d'avoir des équations de condition que j'y ai déduite des calculs de M. Fontaine.

X. Lorsque toutes les variables ne sont pas égales à une fonction de $m - m' + 1$ variables, & qu'une seule dépend d'une équation du premier ordre, l'équation définitive devient du $n' - 1$ & du $n' - 2$, si l'autre équation est du second ; si la même chose arrive pour plusieurs variables, l'ordre de l'équation définitive varie à proportion, & l'on aura les variables par l'intégration de leurs équations différentielles qu'on rendra possible à l'aide de l'équation définitive & de ses intégrales, ou bien par l'intégration des autres équations définitives.

Tout ceci posé, je vais dans la suite de ce Mémoire, 1.º donner la manière de trouver les formules des équations de condition,

pour un nombre quelconque d'équations & de variables, & pour un ordre quelconque. 2.^o Tracer la méthode de les intégrer & d'en tirer la solution complète, c'est-à-dire, toutes les équations définitives. 3.^o De ce second article je tirerai une méthode d'intégrer une seule équation proposée, & je la comparerai avec celle des Mémoires de Turin déjà cités. 4.^o Je traiterai du cas où toutes les variables sont sous une forme linéaire, hors celle dont la différence est constante. 5.^o J'examinerai celui où toutes les variables hors une, sont telles qu'on puisse en négliger une puissance donnée, 6.^o J'appliquerai les principes précédens ou Problèmes des trois corps.

ARTICLE PREMIER.

Des Équations de condition.

Soient $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$, &c. des équations entre les variables $x y z u$, &c. je multiplie V par A , V' par A' , V'' par A'' , &c. j'ajoute ensemble toutes ces équations, je prends les équations de condition pour que $AV + A'V' + A''V''...$ soit une différentielle exacte, & elles sont au nombre de m ; j'y suppose $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$, &c. ce qui fait disparaître les termes multipliés par ces fonctions ou leurs différences, & qui contiennent des différences partielles de A , A' , $A''...$ On éliminera ces facteurs, & on aura les équations de condition pour que $AV + A'V' + A''V''..... = dB$, ensuite on prendra la valeur de dB qu'on a dans cette supposition, & on fera $A_1V + A'_1V'... + A''_1dB$ égal à une différentielle complète, le coefficient de A''_1 disparaîtra; on pourra faire $dA'' = A'''_1$, & on prendra les nouvelles équations de condition. Comme dans cette nouvelle opération, on a nécessairement négligé une des équations en V , on aura, en la répétant autant de fois qu'il y a de V , & les négligeant successivement, avoir de nouvelles équations de condition; mais il sera plus rigoureux de faire $A_1V + A'_1V'..... + A''_1dB = dB'$ & $a_1V + a'_1V'..... + a''_1dB + a'''_1dB'$ égale à une différence exacte, en ôtant deux des équations V & ainsi de suite.

Lorsqu'il sera question d'avoir les équations de condition pour que les V aient des intégrales finies, il suffira de traiter les B, B' , comme on a traité les V . De ce que je viens de dire de la substitution indiquée dans l'article III.^e, & de la quatrième remarque de l'article I.^{er} du Mémoire sur les différences finies, imprimé dans ce volume, on déduira une méthode de trouver les équations de condition sans faire $V = 0$, qui s'étendra jusqu'à la possibilité des intégrales finies.

ARTICLE II.

De l'intégration des équations différentielles, sans avoir éliminé.

Soit un nombre m de variables & m' équations différentielles qu'il faille intégrer sans éliminer, on fera les trois observations suivantes.

1.^o On peut supposer que toutes ces équations sont du même ordre n ; en effet, s'il y en a une d'un ordre inférieur, on peut lui ajouter une de celles de l'ordre le plus élevé, & prendre l'équation qui résulte de leur somme au lieu de la proposée. On peut également supposer que les différences les plus élevées de toutes les variables y sont sous une forme linéaire; en effet, si cela n'étoit pas, on pourroit toujours les rappeler à cette forme, du moins par la différentiation au défaut d'autres moyens.

On pourra donc rendre les proposées une différentielle exacte d'une fonction de toutes les variables, en multipliant chaque équation par une fonction algébrique des variables, de leurs différences, excepté la plus élevée & des radicaux qui entrent dans les proposées. Au reste, on peut supposer qu'il n'y ait point de radicaux, parce qu'on peut les faire disparaître comme les puissances les plus élevées des plus hautes différences.

Ces facteurs F pourront être donnés chacun par une équation de la forme

$$A + B F^p + C F^{2p} + \dots = 0;$$

p étant ici un nombre entier quelconque, & l'équation étant pour F^p du degré nm' , en sorte que F^p puisse avoir nm' valeurs :

données par cette équation, nombre égal à celui des intégrales qu'on peut avoir. *Voyez le tome IV des Mémoires de Turin, à la fin.* On peut supposer ici que l'on ait une équation de la forme

$$A + BR + CR^2 \dots \dots \dots + QR^{nm'} = 0;$$

& que chaque facteur soit donné par une équation $F^p + P = 0$, P étant une fonction rationnelle des variables & de R , dans laquelle, à cause de l'équation en R , R n'entrera qu'au numérateur, & ne sera qu'au degré $nm' - 1$, & l'on peut, à volonté, ou supposer l'équation en R sans second terme, ou faire $P = R$ pour un des facteurs seulement.

Même ayant trouvé F on pourra supposer que les autres facteurs soient égaux à F multiplié par une fonction rationnelle des variables & de R .

Si on peut supposer $F = 0$, ou égal à une constante, alors l'équation en R ne sera que du degré $nm' - 1$, & ainsi de suite s'il y a plusieurs facteurs qui soient dans les mêmes cas.

La forme de F , prise comme ci-dessus, donne toujours un facteur, quoiqu'elle puisse ne pas les donner tous par une même formule.

Cette forme pour les facteurs a cet avantage, que lorsqu'on substitue dans les équations de condition les valeurs hypothétiques des facteurs en m , ces équations sont du premier ordre; la quantité F en peut disparaître & qu'il n'y reste que R & le coefficient p ; en sorte qu'il n'y entre point de quantités avec des exposans indéterminés. Si les facteurs qu'on a trouvé par cette méthode, n'ont qu'une valeur & ne donnent qu'une solution, il faudra en chercher une nouvelle où R ne montera qu'au degré $nm' - 1$; & si ces facteurs se trouvent toujours être rationnels on cherchera successivement l'ordre des équations étant n , un nombre n de valeurs de chaque facteur, d'où l'on tirera une intégrale finie, & pour avoir les m' intégrales finies, il faudra en avoir nm' .

La raison pour laquelle j'ai supposé ci-dessus que le degré des F^p égal à nm' , est que le nombre des valeurs doit être nm' le coefficient de ces valeurs restant arbitraire, & que toute autre forme

semble devoir donner un plus grand nombre de valeurs, ou pourra se rappeler à celle-ci; comme, si je supposois qu'une valeur de F fût multipliée par un coëfficient irrationnel tel qu'on ne put faire évanouir les irrationalités en l'élevant à la puissance p , il est aisé de voir, qu'appelant F'' cette valeur, l'équation du degré p , qui serviroit à faire évanouir ce coëfficient, seroit homogène par rapport à F & F' , en sorte que le dernier terme en F'^p étant appelé F'' , on auroit toujours $F = b^{\frac{p}{p}} / F''$, & F'' ayant seulement un nombre $m'n$ de valeurs.

Cependant, comme pour les équations déterminées au-dessus du 4.^e degré, & par conséquent pour les équations différentielles au-dessus du troisième ordre, cette théorie des racines n'est pas encore assez développée, s'il restoit quelques doutes sur la légitimité de la preuve ci-dessus, il faudroit prendre, au lieu d'une équation du degré $m'n$ en F^p une équation du degré....

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \dots m'n - 1 \times m'n}{n'}, \quad n' \text{ est ici le plus petit diviseur de}$$

$m'n$ autre que l'unité, en observant que cette forme générale est trop compliquée pour la plupart des cas. Si $p = 1$ l'équation du degré $m'n$ ne peut avoir de second terme, sans qu'il y ait un facteur rationnel, car la somme de toutes ces racines donne également un facteur, mais si ce terme manque il est aisé de voir que ces $m'n$ racines ne donnent que $m'n - 1$, facteurs différens à cause que chaque facteur est égal à moins la somme des $m'n$ autres; on pourroit donc supposer dans ce cas l'équation du degré $m'n - 1$.

On observera ici que cela retomberoit dans le cas exposé ci-dessus, si sans avoir égard aux coëfficiens des radicaux les $m'n$ fonctions F qui sont sous le signe radical dans la racine de l'équation du degré $m'n - 1$ peuvent être donnés par une équation de la forme $A + BF^p + CF^{2p} \dots + QF^{m'n p} = 0$, ou, ce qui est la même chose, si une quantité dont le coëfficient est arbitraire, & qui n'a que $m'n$ valeur peut-être toujours

supposée de cette forme; alors en effet le facteur seroit $F^{\frac{m'n}{n'} + 1}$

ou $F \frac{y}{p}$, & la même formule renfermeroit les deux cas. Mais si cela n'étoit pas vrai en général, il faudroit que l'équation en R fut supposée du degré $\frac{1 \times 2 \times 3 \dots m' n \times m' n + 1}{q}$, q étant un diviseur de $m' n + 1$ autre que l'unité.

2.^o En supposant les équations sans radicaux, les équations pour les facteurs contiendront (nulle différence n'étant constante) un nombre $n m$ de variables; ils seront au nombre de m' donnés par m' équations, où il y aura des différences de l'ordre $2 n - 1$, & il en faudra déterminer au moins $n m'$ valeurs. Si on avoit cherché l'intégrale d'une équation définitive trouvée par l'élimination, on auroit eu un seul facteur, donné par $m - m' + 1$, équations où il y auroit des différences de l'ordre $2 n m' - 1$, il faudroit également au moins $n m'$ valeurs du facteur, son équation contiendrait $(m - m' + 1) \times m' n$ variables, ce dernier nombre étant plus grand que $m n$, excepté lorsque $m' = 1$, ou il seroit $n m'$ comme ci-dessus. Si une des variables est supposée constante, le nombre des conditions pour déterminer les facteurs diminuera d'une unité, dans chaque manière d'envisager le Problème; & le nombre des variables qui entrent dans les équations aux facteurs, diminuera pour le premier cas de $n - 1$ unités, & de $m' n - 1$ dans le second, en sorte que l'un est $m n - n + 1$, & l'autre $(m - m') \times m' n + 1$, quantités qui sont égales dans le cas de $m = m' + 1$ qui est le plus commun, & dans celui de $m' = 1$, mais dans tout autre cas le second nombre est plus grand que le premier. Il paroît donc que pour la détermination des facteurs; il est à peu près égal pour la complication & la longueur des calculs, d'intégrer avant ou après l'élimination.

3.^o De ce que je connois m' intégrales finies des proposées, il ne suit pas que je puisse connoître immédiatement une équation définitive finie entre $m - m' + 1$ variables, bien loin de les connoître toutes, de même que connoissant une de ces équations définitives, je n'en puis pas tirer immédiatement les autres équations définitives, mais en cherchant d'autres intégrales finies

entre les m variables, je parviendrai toujours à en trouver de telles que l'élimination soit possible, & que j'aie toutes les équations définitives. Soit données en effet une équation définitive du second ordre en x, y , deux équations du premier ordre en z, x, y , les intégrales du premier ordre de la première telles qu'on en puisse tirer l'intégrale finie, & les deux intégrales finies des équations en x, y, z , sans qu'on puisse en éliminer z ; il est clair que différentiant ces deux équations finies, on en peut tirer $\frac{dy}{dx}$ égal à une fonction algébrique de x, y, z ; donc la substituant dans les intégrales du premier ordre, d'où on peut éliminer $\frac{dy}{dx}$; on en aura de nouvelles en x, y, z , d'où l'on pourra éliminer z . Donc, &c. La même chose se démontrera pour un ordre & un nombre de variables quelconques; on pourra donc, en intégrant avant d'éliminer, trouver des intégrales telles qu'on en puisse déduire immédiatement toutes les équations définitives, comme on les auroit eues en intégrant successivement après l'élimination chacune des différentielles correspondantes. Il sera donc indifférent, quant aux derniers résultats, d'intégrer avant ou après l'élimination. Les difficultés sont absolument les mêmes, & les calculs paroissent devoir être à peu près également longs & compliqués.

ARTICLE III.

Nouvelle méthode d'intégrer une Équation proposée.

Soit une équation du second ordre sans radicaux entre les deux variables x, y , $A dy + B = 0$, je fais dans A & dans B $\frac{dy}{dx} = z$, & comme dx est constant, j'ai entre les trois variables x, y, z , les deux équations $A dz + B dx = 0$, $dy - z dx = 0$; je les suppose multipliées par A' & A'' fonctions algébriques de x, y, z , & je suppose que $A' z dx - A' dy + A'' A dz + A'' B dx$ soit une différentielle exacte d'une fonction de x, y, z ; j'ai par conséquent les trois équations de

de condition $\frac{dA'}{dz} + \frac{AdA''}{dy} + \frac{A''dA}{dy} = 0$, &

$$\frac{dA'}{dx} + \frac{z dA'}{dy} + \frac{B dA''}{dy} + \frac{A'' d B}{dy} = 0, \frac{d(A''A)}{dx} = \frac{d(Az + A''B)}{dz}, A' \text{ \& } A'' \text{ étant donnés par des équations}$$

$A'^2P + BA'^P + C = 0, A''^2P + B'A'^P + C' = 0$, ou plutôt par ces équations $A'^P + aR + b = 0, A'' = A' \times a'R + b'$, & $R^2 + a''R + b'' = 0$. Les deux valeurs de A', A'' , que donnent les deux racines de l'équation en R , donnent deux solutions; & si elles sont telles qu'on puisse en éliminant en déduire l'intégrale finale, la solution sera achevée, sinon il faudra chercher d'autres facteurs.

Il peut arriver, ou que l'équation en R ait deux racines, ou qu'elle n'en ait qu'une. Dans le second cas on n'aura qu'une solution, & il en faudra chercher une seconde; dans l'autre on auroit les deux valeurs de facteurs, sans autre radical que $\sqrt{}$; les $a, b; a', b'; a'', b''$ sont toujours des fonctions rationnelles, on aura donc (en faisant les substitutions nécessaires pour faire évanouir dans les équations de conditions les différences de A', A'') des équations qui ne contiendront que R , les fonctions $a, b; a', b'; a'', b''$, & leurs différences; & mettant les deux équations qui restent, sous la forme $a'''R + b''' = 0, a''^vR + b''^v = 0$, on aura $a'', b''; a''^v, b''^v$, fonctions de $a, a', a''; b, b', b''$, & de leurs différences; & ces dernières quantités qui sont rationnelles doivent être telles que $a'', b''; a''^v, b''^v$, s'évanouissent.

On pourra, pour faciliter le calcul, supposer un dénominateur commun à toutes ces fonctions; & même sans limiter la forme des facteurs, supposer en général $a'' = 0$, ou bien $b = 0$ & $a = 1$.

Soit $Ad^3y + B = 0$, je fais $\frac{dy}{dx} = z, \frac{dz}{dx} = u$, & j'ai entre les quatre variables x, y, u, z , les trois équations $dy - zdx = 0, dz - udx = 0, Adu + Bdx = 0$. Je suppose que $A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx = 0$; ce qui me donne les trois équations de condition

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx)}{dy} - dA' = 0.$$

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx)}{dz} - dA'' = 0.$$

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx)}{du} - dAA''' = 0.$$

On cherchera ici, comme ci-dessus, à déterminer A' , A'' , A''' par trois équations de la forme $A'^3 + BA'^2 + CA' + D = 0$; ou bien, prenant une équation $R^3 + aR^2 + bR + c = 0$, on aura $A'^3 + a'R^2 + b'R + c' = 0$,

$$A'' = A' \times a'R^2 + b'R + c''$$

$$A''' = A' \times a''R^2 + b''R + c''',$$

dans lesquelles a , b ; a' , b' , c' , &c. sont des fonctions rationnelles. Substituant dans les équations de condition les valeurs hypothétiques des facteurs, on déterminera ces fonctions rationnelles par la méthode des coefficients indéterminés, & on aura des valeurs pour les facteurs cherchés.

On peut faire ici à volonté ou $a = 0$; ou a' , $c' = 0$, & $b' = 1$; & cette dernière supposition est toujours légitime, parce que le seul cas où elle ne le seroit pas, est celui où a' , & b' seroient zéro; or dans ce cas les quantités qui multiplient A' , donnent les deux facteurs, sont les trois racines d'une équation du troisième degré, dont la somme est rationnelle, n'est pas égale à zéro, & donne aussi une des valeurs de ces quantités; donc, &c.

On pourroit ici, comme dans ce qui précède, donner un coefficient différent de l'unité à R^3 , & à R^2 , & alors on n'auroit plus à chercher par la méthode des coefficients indéterminés que des fonctions rationnelles & entières. Dans ce cas il faudroit augmenter chaque variable d'une constante indéterminée, & alors on trouveroit que dès qu'un rang manque dans une de ces fonctions, tous les rangs supérieurs manquent également; ce qui sans cette substitution ne seroit pas généralement vrai & rendroit très-compiquée & souvent difficile & incertaine la détermination de ces fonctions.

Cette supposition aura encore cet avantage, que ce coefficient

de R^3 sera égal à zéro dans les cas où l'équation en R n'est que du second ou premier degré, cas où sans cela il faudroit, quoiqu'il soit plus simple en lui-même, avoir également une équation du troisième degré où toutes les racines seroient égales, ou bien qui auroit un facteur inutile.

Au lieu de l'équation $R^3 + aR^2 + bR + C = 0$, il faudroit supposer l'équation $R'^2 + aR' + q$, & les coefficients de A' pour donner A'' & A''' contiendroient un terme $a''R'$, si la nature des équations déterminées exigeoient qu'on prit la forme plus compliquée que j'ai proposée dans l'article précédent. C'est donc cette forme qu'il faudra employer jusqu'à ce qu'on ait des preuves plus certaines que l'autre est d'une généralité suffisante; connoissant par ce moyen un, deux, trois facteurs, on verra s'ils peuvent donner trois intégrales différentes, sinon on cherchera de nouvelles valeurs des facteurs, mais R étant alors donné par une équation du second degré, ou étant rationnel & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on trouve trois intégrales réellement différentes, & dont on puisse tirer une solution définitive.

Il est aisé de voir que les mêmes principes donneront également la solution des équations de tous les ordres; & si on compare cette solution à celle que j'ai donnée dans les Mémoires de Turin, on verra que les $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, &c. y sont représentés par les z , u , &c. que ces variables entrent de la même manière dans les intégrales de l'ordre inférieur, qu'il faut par conséquent employer les mêmes moyens pour résoudre les mêmes difficultés, & avoir égard à celles dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire.

EXEMPLE I.

Soit l'équation différentielle du second ordre

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2xy + 2y^2 + 2xy^2 + y^4) d^2y + (2x - 2y^2) dy \\ & - (4y + x^2 + 2xy + 2xy^2 + 2y^3 + y^4) dy dx \\ & - (x + y^2 + 1) dx^2 = 0, \text{ je fais comme ci-dessus} \\ & \frac{dy}{dx} = z, \text{ \& j'ai les deux équations } (x^2 + 2xy + 2xy^2 \end{aligned}$$

$+ 2y^3 + y^4)dz + (2xz^2 - 2y^2z^2 - 4yz - x^2z - 2xyz$
 $- 2xy^2z - 2y^3z - y^4z - x - y^2 - 1) dx = 0,$
 & $dy - zdx = 0$; & cherchant par la méthode des coefficients indéterminés une valeur de A' , & A'' dans les équations ci-dessus, je trouve que leur valeur est rationnelle, & que leur dénominateur commun peut être $x^2 + 2xy^2 + y^4 + x^3z + 2yx^2z + 3y^2x^2z + 4y^3xz + 3y^4xz + 2y^5z + y^6z$. Le numérateur du facteur de la première équation est $a + azx + 2azy + az y^2 + bx + by^2$, a , & b , étant arbitraires, & tout le numérateur étant multiplié par l'un ou par l'autre comme cela arrive nécessairement, parce que si V est une différentielle exacte, nV l'est aussi lorsque n est une constante. Quant au numérateur du facteur de la seconde, il sera $2bxz - 2by^2z - 2bxy - 2by^3 + a(1 + zx + 2zy + 2y^2 \times 2xz - 2y^2z - 4y - x^2 - 2xy - 2xy^2 - 2y^3 - y^4)$.

Faisant mention $a = 0$, $b' = 1$, $a' = 1$, $b = 0$, qui sont les deux suppositions les plus simples, j'aurai pour la seconde l'équation intégrale

$$l(x + y^2) + \frac{yx + y^3 - 2yz - xz - y^2z - 1}{x + y^2} + N' = 0,$$

& pour la première équation

$$l(1 + 2yz + xz + y^2z) - l(x + y^2) - x + N = 0.$$

Tirant de l'une ou de l'autre la valeur de z , j'aurai pour l'intégrale finie définitive

$$l(x + y^2) + y + e^x - N + N' = 0;$$

ou bien $l[l(x + y^2) + y + N'] - x + N = 0$; équations qui rentrent l'une dans l'autre.

E X E M P L E I I.

Soient les trois équations $xydx + xydy + xy^2zdx + x^2yzdx + xy^2udy + x^2yudy + xy^2dx + y^3dx + x^2ydy + x^3dy = 0$, $xdu - dx = 0$, $ydz - dy = 0$; je trouve que les deux dernières sont intégrables par elles-mêmes, & que leurs intégrales sont $ly = z + N$, $lx = u + N'$;

je n'ai plus besoin que d'une seule valeur des trois facteurs. Cette valeur est donc donnée par des équations $A^p + B = 0$, $A' = A \times C$, $A'' = A' \times D$, B, C, D , étant rationnels. Cela posé, je trouve qu'ici p peut être supposé égal à l'unité, & que le dénominateur commun doit être $xy^2 + yx^2$, le numérateur de la première étant 1, celui de la troisième sera $x^3 + x^2y$, & celui de la seconde $y^3 + y^2x$; intégrant, j'aurai l'équation $l(x + y) + yu + xz + N'' = 0$, & en x & y l'équation définitive $l(x + y) + ylx + yN' + xly + xN + N'' = 0$. Cet exemple donne la manière de résoudre par cette méthode les équations qui contiennent des transcendentes ou des radicaux sans aucune nouvelle différenciation; & l'on voit que si l'équation qui les contient est du premier ordre, les équations hypothétiques pour les facteurs seront comme pour les équations du premier ordre, & ainsi de suite.

ARTICLE IV.

Des Equations différentielles linéaires.

C'est à M. d'Alembert qu'on a l'obligation de la méthode d'intégrer sans avoir éliminé ces équations différentielles pour un très-grand nombre de cas, & il en a fait les plus heureuses applications: je vais faire ici quelques réflexions sur leur solution générale avec un exemple de celle que je propose. Faisant les mêmes substitutions que ci-dessus; si le nombre des variables est n , celui des équations $n - 1$, l'ordre de chacune m , on aura $m \times (n - 1)$ équations du premier ordre en $m \times (n - 1) + 1$ variables, les multipliant ensuite chacune par un facteur $A, A', A'' \dots$ les ajoutant & prenant les équations de condition, pour que leur somme soit une différentielle exacte, j'aurai $m \times (n - 1)$ équations pour $m \times (n - 1)$ facteurs; chacun de ces facteurs peut être supposé égal à une fonction linéaire d'un autre & de ses différences jusqu'à celle de l'ordre $m \times (n - 1) - 1$, & cet autre sera donné par une équation de l'ordre $m \times (n - 1)$, par conséquent cet A ni les autres ne pourront avoir plus de $m \times (n - 1)$ valeurs différentes; donc les fonctions algébriques

qui entrent dans les équations algébriques $dA + cA = 0$, qu'on peut supposer avoir lieu, ne peuvent contenir de radicaux du degré $m \times (n - 1) + 1$, parce qu'ils donneroient nécessairement alors un plus grand nombre de valeurs; je suppose ensuite que j'aie un nombre $m \times (n - 1)$ d'équations (P) entre $m \times (n - 1) + 1$ variables, & qu'elles soient de la forme $ay + bz + cu \dots + B + BZ + B''Z^2 \dots + BZ^p = 0$, & que j'aie (Q) $C + C'Z + CZ^2 + C''Z^3 + \dots + CZ^{p+1} = 0$, $a, b, c, \dots, B, B', \dots, B, C, C', \dots, C$ étant des fonctions rationnelles de x ; je différencie les équations (P) , j'y substitue pour Z^{p+1} sa valeur tirée de l'équation (Q) , j'ai $2 \times m \times (n - 1)$ équations; donc si p n'est pas plus grand que $m \times (n - 1)$, j'élimine Z & ses puissances, en sorte qu'il me reste $m \times (n - 1)$ équations rationnelles du premier ordre entre les variables; donc A peut contenir des radicaux du degré $m \times (n - 1) + 1$ & c du degré $m \times (n - 1)$ & des degrés inférieurs; on pourra donc le supposer donné par une équation du degré p égal au produit de tous les facteurs des nombres

$1, 2, 3, 4, \dots, p, p = m \times (n - 1)$ chaque c étant égal à une fonction de chaque autre c rationnelle & du degré $p' - 1$, on aura entre ces c un nombre $m \times (n - 1)$ d'équations dont les coefficients seront rationnels algébriques & entiers, & dans lesquels on déterminera les coefficients constans des puissances de x , en faisant dans ces équations de condition pour chaque A , $dA + cA = 0$, & les prenant tels qu'ils satisfissent à ces nouvelles équations; ayant les c on aura les A par les quadratures, & les intégrales cherchées par une nouvelle quadrature. Si A à $m \times (n - 1)$ valeurs différentes, toutes les intégrales seront trouvées; mais s'il n'est que q , par exemple, on prendra ces intégrales, & il restera, en éliminant, q variables, $m \times (n - 1) - q$ équations entre $m \times (n - 1) - q + 1$ variables qu'on traitera comme les proposées; mais si dans leurs coefficients il entre des radicaux, il faudra les faire également entrer dans les coefficients des nouvelles équations en c , ce qui pourra les rendre aussi compliquées que les premières. J'ai dit dans les Mémoires de 1769, pourquoi on

ne pouvoit pas toujours supposer que c eût $m \times (n - 1)$ valeurs algébriques.

Soient les deux équations du premier ordre

$$X'z + X'y + X''dz + X'''dy + X'''' = 0.$$

$$X_z + X'_y + X''dz + X'''dy + X'''' = 0.$$

Je multiplie la première par A , & la seconde par A' & j'ai les deux équations de condition

$$(X - dX'') A - X'' dA + (X' - dX''') A' - X''' dA' = 0.$$

$$(X' - dX''') A - X''' dA + (X' - dX''') A' - X''' dA' = 0.$$

Je fais $Ac + dA = 0$, $A'c' + d'A' = 0$, & mettant pour dA' & dA leurs valeurs, j'ai les deux équations

$$(X - dX'' + X'') cA + (X' - dX'' + X'') c' \times A' = 0,$$

$$(X' - dX''' + X''') cA + (X' - dX''' + X''') c' \times A' = 0,$$

d'où je tire $\frac{X - dX'' + X'' c}{X' - dX''' + X''' c'} = \frac{X' - dX''' + X''' c}{X' - dX''' + X''' c'}$, &

différentiant l'une des deux équations en A & A' , substituant &

éliminant $\frac{Xc - dX''c + X''c^2 - dX + d^2X'' - cdX'' - X''dc}{X'c' - dX'''c' + X'''c'^2 - dX' + d^2X''' - c'dX''' - X'''dc'} = \frac{X - dX'' + X''c}{X' - dX''' + X'''c'}$

Supposant de plus

$$c^2 = Bc + P, \quad dc = B'c + P' \quad \& \quad c' = Dc + E,$$

où B' , & P' sont des fonctions données de B , P , dB , dP , j'aurai

définitivement deux équations de la forme $Rc + Q = 0$,

$R'c + Q' = 0$, je ferai $R = 0$, $Q = 0$, $R' = 0$, $Q' = 0$,

& à l'aide de ces quatre équations, je déterminerai les coefficients

de B , P , D , E , qui doivent être des fonctions algébriques &

rationnelles de x & des radicaux & transcendentes qui se trouvent

dans les X , ou bien je ferai

$$B = \frac{B_1}{A_1}, \quad P = \frac{P_1}{A_1}, \quad D = \frac{D_1}{A_1}, \quad E = \frac{E_1}{A_1},$$

je les substituerai dans les équations ci-dessus, & je déterminerai

les coefficients constants de A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , E_1 , en les supposant des

fonctions finies algébriques rationnelles & entières de x , & des fonctions irrationnelles ou transcendentes qui entrent dans les X .

Soit, par exemple, X^{iv} quelconque $X^{iv} = 0$, $X''' = 0$, $X'' = 1$, $X' = 0$, $X = 1$, $X'' = 0$, $X' = \frac{3x^4 + 6x^2 + 4}{(x^2 + 1)^2} dx$, $X' = 0$, $X = \frac{4x^3 + 5x}{2x^2 + 2} dx$, $X' = -dx$, j'aurai, en suivant les procédés détaillés ci-dessus, $B = -2x$, $P = 1$, $c^2 + 2cx - 1 = 0$, $A = e^{\int [-x \pm \sqrt{1+x^2}] dx}$, $A' = -\frac{(c + 4x^3 + 5x)}{x^2 + 1} A$, & les intégrales seront...

$e^{\int [-x \pm \sqrt{1+x^2}] dx} \left(\gamma + \frac{[5x^3 + 6x \mp (1+x^2)]}{1+x^2} \right) y + \int e^{\int [-x \pm \sqrt{1+x^2}] dx} X^{iv} dx + N = 0$; en prenant alternativement les deux signes, elles seront donc $a\gamma + by + e = 0$, $a'\gamma + b'y + e' = 0$, & les équations définitives $y + \frac{a'e - e'a}{b'a' - a'b} = 0$, $\gamma + \frac{b'e - e'b}{a'b - b'a} = 0$; or $\int [x \pm \sqrt{1+x^2}] dx$ se trouve par les logarithmes ou par la quadrature de l'hyperbole & $\int e^{\int [-x \pm \sqrt{1+x^2}] dx} X^{iv} dx$ ne peut être que $e^{\int [-x \pm \sqrt{1+x^2}] dx}$ multipliée par une fonction algébrique de x & des fonctions transcendentes contenues dans X^{iv} parce que toute nouvelle transcendante de nature à disparaître, par la différentiation, donneroit une arbitraire qui ne doit pas être dans l'intégrale.

ARTICLE V.

Des intégrales approchées pour un degré quelconque.

1.^o Je suppose que j'aie un nombre m d'équations de l'ordre n entre $m + 1$ variables telles que je puisse supposer que m de ces variables soient très-petites, & négliger leur puissance m' , que je les aie mises sous une forme rationnelle & entière, & que les
ayant

ayant ordonnées par rapport aux variables très - petites , la plus haute différence de chaque variable ne s'y trouve qu'au premier degré, & se trouve à chaque rang. Il est aisé de voir que je puis toujours remplir ces conditions par des différentiations & des substitutions convenables. Ensuite multipliant chaque équation par une fonction entière du degré $m' - 1$ de toutes les variables & de leurs différences jusqu'à l'ordre $n - 1$, & les ajoutant, je dis que je puis supposer cette somme une différentielle exacte, ces coefficients étant des fonctions inconnues de x ; en effet il faut pour cela que chaque rang soit une différentielle exacte, prenant une fonction du degré m' , & de l'ordre $n - 1$ qui soit l'intégrale du premier rang, ceux au-dessus de m étant négligés, & où les coefficients soient indéterminés; il est aisé de voir que leur nombre est celui des termes d'une fonction homogène & du degré m' de $m n$ variables; que celui des coefficients indéterminé dans tous les facteurs est, pour le premier rang, le nombre des termes d'une fonction homogène des mêmes $m n$ variables du degré $m' - 1$, multipliée par celui des facteurs; c'est - à - dire, par $m n$; or, le nombre des termes de la différentielle correspondante est précisément égal à celui de ces coefficients indéterminés; en effet, elle est composée de la somme de chaque différence multipliée par une fonction du degré $m' - 1$ plus une fonction du degré m' . On aura donc, pour le premier rang, autant d'indéterminées que d'équations. On trouvera la même chose pour le second, pour le troisième, & ainsi de suite; les équations qui serviront à déterminer les coefficients des facteurs seront toutes linéaires, elles seront au nombre de p pour $p - 1$ variables, & par conséquent résolubles par la méthode expliquée dans l'article précédent.

2.^o Soit x la variable dont la différentielle est constante, on pourra toujours éliminer des équations du Problème, elles seront toujours susceptibles de la forme ci-dessus, & les équations linéaires pour déterminer les coefficients des facteurs auront pour coefficients des constantes & non des fonctions de x ; appelant donc ces facteurs A, A', A'', A''' , &c. & faisant $A = e^{f x}$, $A' = C A$, $A'' = C' A$, $A''' = C'' A$, &c. on aura des

équations déterminées, d'où on tirera définitivement

$$f^n + af^{n-1} + bf^{n-2} \dots \dots \dots + p = 0$$

$$C = a'f^{n-1} + b'f^{n-2} \dots \dots \dots + p'$$

$$C' = a''f^{n-1} + b''f^{n-2} \dots \dots \dots + p''$$

& ainsi de suite.

Chaque valeur de f donne une valeur des facteurs, & par conséquent une intégrale de la proposée de l'ordre immédiatement inférieur d'une unité, & le nombre de ces valeurs est suffisant pour en donner toutes les intégrales finies, si toutes sont inégales. S'il y en a deux égales, au lieu de $A = ef^x$, on fera $d^2 A + adA + bA = 0$; d'où $A = ef^x (a + bx)$, au lieu de deux valeurs de ef^x on prendra ef^x & xef^x , & on aura $A' = C'ef^x + D'xef^x$ &c. s'il y en a trois égales, on fera de même $d^3 A + ad^2 A + b^2 dA + CA = 0$, & pour une solution $A = ef^x (a + bx + cx^2)$; au lieu de trois valeurs de ef^x on prendra ef^x , xef^x , $x^2 ef^x$ & on aura $A' = C'A + D'dA$, $A' = C''A + D''dA + E''d^2 A$ & ainsi de suite pour un plus grand nombre de racines égales.

On peut se dispenser ici de supposer les proposées multipliées par des facteurs; en effet, prenant $e^{f^x} Z$, Z étant une fonction de toutes les variables du degré m' & de l'ordre $n - 1$; la différentiant & y mettant pour les plus hautes différences leurs valeurs rationnelles & entières, tirées des proposées, on n'aura qu'à égaler à zéro ces coefficients pour déterminer ainsi ceux de Z , & enfin f ; chaque valeur de f donnera une solution, & si af a plusieurs valeurs égales, on prendra e^{f^x} pour une valeur, xe^{f^x} pour une autre, $x^2 e^{f^x}$ pour une troisième, & on déterminera en

conséquence les coefficients de Z ; cette dernière manière est facile à réduire en formule pour chaque cas particulier.

3.^o Le degré au-dessus duquel on néglige étant m' , & ayant mn intégrales entre les mn variables & x , j'aurai pour chaque variable une équation entre x & elle du degré m'^{mn} , & chaque coefficient de y en x sera composé de $m'^{mn} - 1$ termes e^{fx} , ou $(a + bx) e^{fx}$, $(a + bx + a)^2 e^{fx}$, &c. ces derniers termes étant comptés pour 2, 3, &c.

4.^o L'équation qui donnera f n'est point ici d'un degré égal à la somme des exposans des ordres des équations, mais au nombre des termes qui entrent dans une fonction de mn variables & du degré m' , en sorte qu'il est égal à $+$

$$\frac{mn + 1 \times mn + 2 \times mn + 3 \dots mn + m' + 1}{1, 2, 3, 4, \dots m'}, mn \text{ valeurs}$$

de f donneront une valeur finie de chaque variable en x par une équation du degré m'^{mn} , & toutes ces valeurs en donneront une linéaire; mais la première n'aura que mn arbitraires, & la seconde

en aura $\frac{+ mn + 1 \times mn + 2 \dots mn + m' + 1}{1, 2, 3, \dots m'}$; de

même si on prend les proposées mises sous une telle forme que les plus hautes différences n'aient que des coefficients constants; les différentiant, mettant à la place de ces plus hautes différences leurs valeurs prises des proposées, & ainsi de suite, en négligeant toujours les termes au-dessus de m' , on trouvera un nombre d'équations de différens ordres, assez grand pour faire évanouir tous les termes au-dessus du premier degré, & la somme des ordres dans toutes les équations linéaires qui en résulteront, sera comme

ci-dessus $\frac{mn + 1 \dots mn + m' + 1}{1, 2, 3, \dots m'}$, & il y aura dans

la valeur de chaque variable en x un pareil nombre d'arbitraires. Cette dernière manière de résoudre ces équations a été donnée par M. d'Alembert dans ses Opuscules, pour le cas d'une seule équation & d'une seule variable; mais il étoit aisé de voir qu'elle s'étend en général au cas de m équations & de m variables.

ARTICLE VI.

Du Problème des trois Corps.

SECTION PREMIÈRE.

Du mouvement de deux Corps autour d'un troisième, lorsque le milieu est sans résistance, & qu'on cherche une solution rigoureuse.

Le corps autour duquel les autres se meuvent étant à l'origine des coordonnées, appelant x, y, z celles du corps dont la masse est M ; x', y', z' celles du corps dont la masse est M' , M'' la masse du corps auquel on rapporte le mouvement immobile, F la distance entre M & M' , F' la distance entre M & M'' & F'' la distance entre M' & M'' ; faisant $F^3 = \frac{1}{f}$, $F'^3 = \frac{1}{f'}$, $F''^3 = \frac{1}{f''}$, & dt désignant l'élément constant du temps, on aura les quinze équations.

$$(B) \quad dX + M'fxdt - M'fx'dt + M''f'xdt + Mf'xdt + M'f_{,x'}dt = 0.$$

$$(B') \quad dY + M'fydt - M'fy'dt + M''f'ydt + Mf'ydt + M'f_{,y'}dt = 0.$$

$$(B'') \quad dZ + M'fzdt - M'fz'dt + M''f'zdt + Mf'zdt + M'f_{,z'}dt = 0.$$

$$(B''') \quad dX' + (Mfx' - Mfx + M''f_{,x'})dt + M'f_{,x'}dt + Mf'xdt = 0.$$

$$(B'') \quad dY' + (Mfy' - Mfy + M''f_{,y'})dt + M'f_{,y'}dt + Mf'ydt = 0.$$

$$(B'') \quad dZ + (Mfz' - Mfz + M''f_{,z'})dt + M'f_{,z'}dt + Mf'zdt = 0.$$

$$(B^{vi}) dx = X dt = 0.$$

$$(B^{vii}) dy = Y dt = 0.$$

$$(B^{viii}) dz = Z dt = 0.$$

$$(B^{ix}) dx' = X' dt = 0.$$

$$(B^x) dy' = Y' dt = 0.$$

$$(B^{xi}) dz' = Z' dt = 0.$$

$$(B^{xii}) [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2] \times df + \\ [(3x - 3x')(X - X') + (3y - 3y')(Y - Y') + \\ (3z - 3z')(Z - Z')] \times f dt = 0.$$

$$(B^{xiii}) (x^2 + y^2 + z^2) df + (3xX + 3yY + 3zZ) f dt = 0.$$

$$(B^{xiv}) (x'^2 + y'^2 + z'^2) df + (3x'X' + 3y'Y' + 3z'Z') f dt = 0.$$

Je les multiplie chacune successivement par un facteur $A, A', A'' \dots A^{xiv}$, & j'ai les quinze équations de condition;

$$1. B \frac{dA}{dX} + B' \frac{dA'}{dX} + B'' \frac{dA''}{dX} + B''' \frac{dA'''}{dX} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dX} \\ + B^v \frac{dA^v}{dX} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dX} - A^{vi} dt + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dX} \\ + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dX} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dX} + B^x \frac{dA^x}{dX} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dX} \\ + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dX} + (3x - 3x') A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dX} \\ + 3x A^{xiii} f dt - dA = 0.$$

$$2. B \frac{dA}{dY} + B' \frac{dA'}{dY} + B'' \frac{dA''}{dY} + B''' \frac{dA'''}{dY} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dY} \\ + B^v \frac{dA^v}{dY} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dY} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dY} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dY} \\ + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dY} + B^x \frac{dA^x}{dY} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dY} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dY}$$

$$+ (3y - 3y') A^{xii} f dt + B^{xiiii} \frac{dA^{xiiii}}{dY} + 3y A^{xiii} f' dt \\ + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dY} - A^{vii} dt - dA' = 0.$$

$$3. B \frac{dA}{dZ} + B' \frac{dA'}{dZ} + B'' \frac{dA''}{dZ} + B''' \frac{dA'''}{dZ} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dZ} \\ + B^v \frac{dA^v}{dZ} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dZ} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dZ} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dZ} \\ + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dZ} + B^x \frac{dA^x}{dZ} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dZ} \\ + (3z - 3z') A^{xiii} f dt + B^{xiiii} \frac{dA^{xiiii}}{dZ} + 3z A^{xiv} f' dt \\ + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dZ} - A^{viii} dt - dA'' = 0.$$

$$4. B \frac{dA}{dX'} + B' \frac{dA'}{dX'} + B'' \frac{dA''}{dX'} + B''' \frac{dA'''}{dX'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dX'} \\ + B^v \frac{dA^v}{dX'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dX'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dX'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dX'} \\ + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dX'} + B^x \frac{dA^x}{dX'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dX'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dX'} \\ + (3x' - 3x) A^{xiii} f dt + B^{xiiii} \frac{dA^{xiiii}}{dX'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dX'} \\ + 3x' A^{xiv} f' dt - A^{ix} dt - dA''' = 0.$$

$$5. B \frac{dA}{dY'} + B' \frac{dA'}{dY'} + B'' \frac{dA''}{dY'} + B''' \frac{dA'''}{dY'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dY'} \\ + B^v \frac{dA^v}{dY'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dY'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dY'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dY'} \\ + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dY'} + B^x \frac{dA^x}{dY'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dY'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dY'} \\ + (3y' - 3y) A^{xiii} f dt + B^{xiiii} \frac{dA^{xiiii}}{dY'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dY'} \\ + 3y' A^{xiv} f' dt - A^x dt - dA^{iv} = 0.$$

$$6. B \frac{dA}{dZ'} + B' \frac{dA'}{dZ'} + B'' \frac{dA''}{dZ'} + B''' \frac{dA'''}{dZ'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dZ'} \\ + B^v \frac{dA^v}{dZ'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dZ'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dZ'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dZ'}$$

$$\begin{aligned}
& + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dZ'} + B^{ix} \frac{dA^x}{dZ'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ'} \\
& + (3Z' - 3Z) A^{xi} f dt + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ'} \\
& + 3Z' A^{xi} f dt - A^{xi} dt - dA^v = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. B \frac{dA}{dx} + A \frac{dB}{dx} + B' \frac{dA'}{dx} + B'' \frac{dA''}{dx} + B''' \frac{dA'''}{dx} \\
+ A''' \frac{dB'''}{dx} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dx} + B^v \frac{dA^v}{dx} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dx} \\
+ B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dx} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dx} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dx} + B^x \frac{dA^x}{dx} \\
+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dx} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dx} + (3X - 3X') A^{xi} f dt \\
+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dx} + 3X A^{xi} f dt - dA^v + \\
(2x - 2x') A^{xi} df + 2x A^{xi} df' = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. B \frac{dA}{dy} + B' \frac{dA'}{dy} + A' \frac{dB'}{dy} + B'' \frac{dA''}{dy} + B''' \frac{dA'''}{dy} \\
+ B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dy} + A^{iv} \frac{dB^{iv}}{dy} + B^v \frac{dA^v}{dy} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dy} \\
+ B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dy} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dy} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dy} + B^x \frac{dA^x}{dy} \\
+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dy} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dy} + (3Y - 3Y') A^{xi} f dt \\
+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dy} + 3Y A^{xi} f dt + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dy} - dA^{vi} \\
+ (2y - 2y') A^{xi} df + 2Y A^{xi} df' = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. B \frac{dA}{dz} + B' \frac{dA'}{dz} + B'' \frac{dA''}{dz} + A'' \frac{dB''}{dz} \\
+ B''' \frac{dA'''}{dz} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dz} + B^v \frac{dA^v}{dz} + A^v \frac{dB^v}{dz} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dz} \\
+ B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dz} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dz} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dz} + B^x \frac{dA^x}{dz} \\
+ B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dz} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dz} + (3Z - 3Z') A^{xi} f dt
\end{aligned}$$

$$+ B^{x_{111}} \frac{dA^{x_{112}}}{dz} + 3XA^{x_{111}} f dt - dA^{v_{111}} + (2z - 2z') \\ - A^{x_{11}} df + 2zA^{x_{111}} df = 0.$$

$$10. B \frac{dA}{dx} + A \frac{dB}{dx} + B' \frac{dA'}{dx} + B'' \frac{dA''}{dx} + B''' \frac{dA'''}{dx} \\ + A'''' \frac{dB'''}{dx} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dx} + B^v \frac{dA^v}{dx} + B^{v_1} \frac{dA^{v_1}}{dx} \\ + B^{v_{11}} \frac{dA^{v_{11}}}{dx} + B^{v_{111}} \frac{dA^{v_{111}}}{dx} + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dx} + B^x \frac{dA^x}{dx} \\ + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dx} + B^{x_{11}} \frac{dA^{x_{11}}}{dx} + (3X' - 3X)A^{x_{11}} f dt \\ + B^{x_{111}} \frac{dA^{x_{112}}}{dx} + B^{x_{1v}} \frac{dA^{x_{1v}}}{dx} + 3X'A^{x_{1v}} f dt - dA^{x_1} \\ + (2x' - 2x)A^{x_{11}} df + 2x'A^{x_{11}} df = 0.$$

$$11. B \frac{dA}{dy} + B' \frac{dA'}{dy} + A' \frac{dB'}{dy} + B'' \frac{dA''}{dy} + B''' \frac{dA'''}{dy} \\ + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dy} + A^{iv} \frac{dB^{iv}}{dy} + B^v \frac{dA^v}{dy} + B^{v_1} \frac{dA^{v_1}}{dy} \\ + B^{v_{11}} \frac{dA^{v_{11}}}{dy} + B^{v_{111}} \frac{dA^{v_{111}}}{dy} + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dy} + B^x \frac{dA^x}{dy} \\ + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dy} + B^{x_{11}} \frac{dA^{x_{11}}}{dy} + (3Y' - 3Y)A^{x_{11}} f dt \\ + (2Y' - 2Y)A^{x_{11}} df + B^{x_{111}} \frac{dA^{x_{112}}}{dy} + B^{x_{1v}} \frac{dA^{x_{1v}}}{dy} \\ + 3Y'A^{x_{1v}} f dt + 2Y'A^{x_{1v}} df - dA^x = 0.$$

$$12. B \frac{dA}{dz'} + B' \frac{dA'}{dz'} + B'' \frac{dA''}{dz'} + A'' \frac{dB''}{dz'} + B''' \frac{dA'''}{dz'} \\ + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dz'} + B^v \frac{dA^v}{dz'} + A^v \frac{dB^v}{dz'} + B^{v_1} \frac{dA^{v_1}}{dz'} \\ + B^{v_{11}} \frac{dA^{v_{11}}}{dz'} + B^{v_{111}} \frac{dA^{v_{111}}}{dz'} + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dz'} + B^x \frac{dA^x}{dz'} \\ + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dz'} + B^{x_{11}} \frac{dA^{x_{11}}}{dz'} + (3Z' - 3Z)A^{x_{11}} f dt \\ + (2z' - 2z)A^{x_{11}} df + B^{x_{111}} \frac{dA^{x_{112}}}{dz'} + B^{x_{1v}} \frac{dA^{x_{1v}}}{dz'} \\ + 3Z'A^{x_{1v}} f dt + 2zA^{x_{1v}} df - dA^{x_1} = 0.$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad & B \frac{dA}{df} + A \frac{dB}{df} + B' \frac{dA'}{df} + A' \frac{dB'}{df} + B'' \frac{dA''}{df} \\
 & + A'' \frac{dB''}{df} + B''' \frac{dA'''}{df} + A''' \frac{dB'''}{df} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{df} \\
 & + A^{iv} \frac{dB^{iv}}{df} + B^v \frac{dA^v}{df} + A^v \frac{dB^v}{df} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{df} \\
 & + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{df} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{df} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{df} + B^x \frac{dA^x}{df} \\
 & + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{df} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{df} + (3x - 3x') \times (X - X') A^{xii} dt \\
 & + (3y - 3y') \times (Y - Y') A^{xii} dt + (3z - 3z') \\
 & \times (Z - Z') A^{xii} dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{df} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{df} \\
 & - A^{xii} [(2x - 2x') \times (dx - dx') + (2y - 2y') \\
 & \times (dy - dy') + (2z - 2z') \times (dz - dz')] \\
 & + [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2] dA^{xii} = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad & B \frac{dA}{df'} + A \frac{dB}{df'} + B' \frac{dA'}{df'} + A' \frac{dB'}{df'} + B'' \frac{dA''}{df'} \\
 & + A'' \frac{dB''}{df'} + B''' \frac{dA'''}{df'} + A''' \frac{dB'''}{df'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{df'} \\
 & + A^{iv} \frac{dB^{iv}}{df'} + B^v \frac{dA^v}{df'} + A^v \frac{dB^v}{df'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{df'} \\
 & + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{df'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{df'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{df'} + B^x \frac{dA^x}{df'} \\
 & + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{df'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{df'} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{df'} \\
 & + (xX + yY + zZ)^3 A^{xiii} dt + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{df'} \\
 & + (x^3 + y^3 + z^3) dA^{xiii} - A^{xiii} (2x dx + 2y dy \\
 & + 2z dz) = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15. \quad & B \frac{dA}{df_s} + A \frac{dB}{df_s} + B' \frac{dA'}{df_s} + A' \frac{dB'}{df_s} + B'' \frac{dA''}{df_s} \\
 & + A'' \frac{dB''}{df_s} + B''' \frac{dA'''}{df_s} + A''' \frac{dB'''}{df_s} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{df_s} + A^{iv} \frac{dB^{iv}}{df_s} \\
 & + B^v \frac{dA^v}{df_s} + A^v \frac{dB^v}{df_s} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{df_s} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{df_s}
 \end{aligned}$$

Mém. 1770.

E c

$$\begin{aligned}
& + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{df_i} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{df_i} + B^x \frac{dA^x}{df_i} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{df_i} \\
& + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{df_i} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{df_i} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{df_i} + 3 A^{xiv} \\
& (x'X' + y'Y' + z'Z') dt - (x'^2 + y'^2 + z'^2) dA^{xiv} \\
& - A^{xiv} (2x'dx' + 2y'dy' + 2z'dz') = 0.
\end{aligned}$$

On remarquera ensuite, 1.^o qu'on pourra supposer qu'au moins une des valeurs des A ne contient pas t ; 2.^o qu'on connoît immédiatement trois intégrales telles qu'on en tire à volonté une des variables qui y entrent, égale à une fonction des autres, puisque toutes trois sont algébriques, ce qui facilitera la détermination des intégrales définitives; 3.^o si je multiplie l'équation B par

$$\begin{aligned}
& \frac{y}{M'} + \frac{y-y'}{M''}, \text{ l'équation } B' \text{ par } \frac{x'-x}{M''} - \frac{x}{M'}, \text{ l'équa-} \\
& \text{tion } B''' \text{ par } \frac{y'}{M'} + \frac{y'-y}{M''}, \text{ l'équation } B^{iv} \text{ par } \frac{x-x'}{M''} \\
& - \frac{x'}{M'}, \text{ l'équation } B^{v'} \text{ par } -\frac{Y}{M'} + \frac{Y'-Y}{M''}, B^{vii} \\
& \text{par } +\frac{X}{M'} - \frac{X'-X}{M''}, B^{ix} \text{ par } -\frac{Y'}{M'} + \frac{Y-Y'}{M''} \& \\
& B^x \text{ par } +\frac{X'}{M'} - \frac{X-X'}{M''}, \text{ on aura une équation intégrable;} \\
& \text{dont l'intégrale sera } \frac{yX - Yx}{M'} + \frac{y'X' - Y'x'}{M} + \\
& \frac{y'X' - y'X - yX' + yX - Y'x' + Y'x + Yx - Yx}{M''} - N = 0,
\end{aligned}$$

N étant une arbitraire, & comme au lieu de $x, y; x' y'$ on peut prendre également $x, z; x', z'$ ou $y, z; y', z'$, on aura trois intégrales semblables.

$$\begin{aligned}
& \text{De même si je multiplie les équations } B \text{ par } \frac{X}{M'} + \frac{X'-X}{M''}, \\
& B''' \text{ par } \frac{X'}{M'} + \frac{X-X'}{M''}, \text{ les équations } B', B^{iv} \text{ par } \frac{Y}{M'} \\
& + \frac{Y'-Y}{M''}, \frac{Y'}{M'} + \frac{Y-Y'}{M''}, B'', B^v \text{ par } \frac{Z}{M'} + \frac{Z'-Z}{M''}, \\
& \frac{Z'}{M'} + \frac{Z-Z'}{M''}, \text{ l'équation } B^{xvi} \text{ par } -(M + M' + M'')
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{M'' f^{\frac{1}{2}}}, B^{x^{(1)}} \text{ par } -(M + M' + M'') \frac{1}{M' f^{\frac{1}{2}}}$$

$$\& B^{x^{(v)}} \text{ par } -(M + M' + M'') \frac{1}{M f^{\frac{1}{2}}}; \& \text{ on aura}$$

en les ajoutant, une fonction intégrable dont l'intégrale sera

$$\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{2 M'} + \frac{X'^2 + Y'^2 + Z'^2}{2 M} + \frac{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}{2 M''}$$

$$-(M + M' + M'') \left(\frac{1}{M'' f^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{M' f^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{M f^{\frac{1}{2}}} \right)$$

+ N = 0, N étant une arbitraire. Je dois à un Ouvrage manuscrit d'un très-grand Géomètre, cette manière de trouver ces quatre intégrales.

Cela posé, puisque les A sont des fonctions algébriques & qu'on peut avoir huit intégrales différentes, outre les sept déjà connues par ce qui précède; on trouvera, par la même méthode que dans l'article troisième, que l'on doit prendre une équation de la forme

$$aR^9 + bR^8 + cR^7 \dots qR^2 + rR + f = 0,$$

$$\text{que } A^p + R = 0 \& A' = A. d' + b'R + c''R^2 \dots$$

$$+ q'R^8, A'' = A + b''R + c''R^2 \dots + q''R^8$$

$$\& \text{ainsi de suite. On fera } dR = a_1 + b_1R + c_1R^2 \dots$$

$$+ q_1R^8 \& \text{ on aura } R dR = -\frac{f q_1}{a} - \left(\frac{r q_1}{a} - a_1 \right) R$$

$$- \left(\frac{q q_1}{a} - b_1 \right) R^2 \dots + p_1 - \frac{b q_1}{a} R^8, R^2 dR =$$

$$\frac{b q_1 R^2}{a^2} - \frac{p_1 R^2}{a} + \left(\frac{b q_1 R}{a^2} - \frac{p_1 R}{a} - \frac{s q_1}{a} \right) R \dots \text{On voit}$$

de-là comment tous ces termes se forment les uns des autres, & par conséquent dès qu'on aura une fois l'expression de dR & par

conséquent de $\frac{dR}{dy}, \frac{dR}{dz}, \frac{dR}{dz}, \&c.$ on aura des équations qui

ne contiendront plus que des puissances de R au-dessous de 9, & des fonctions rationnelles & entières. Comme ces équations sont identiques, on sera obligé de faire égaux à zéro les coefficients de chacune des différences qui restent dans les équations de

condition. Les coefficients de chaque puissance de R doivent aussi être égales à zéro dans chacune. On a supposé ici que l'on pouvoit regarder les facteurs comme donnés par des équations du degré 9 ou du degré indéfini 8^p , pourvu que l'équation en A^p fût du huitième; mais si on doit la supposer du degré $2.3.4.5.6.7.8.3.p$, l'équation en A^p étant du $2.3...8.3$, la solution du problème deviendra d'une bien plus grande complication. Or comme nous l'avons déjà observé, nous n'avons encore aucune raison bien démontrée de croire que cette dernière forme plus générale ne soit jamais nécessaire. Au reste il suffira ici de connoître seulement huit valeurs des facteurs, puisqu'on connoît déjà sept facteurs de quinze que le Problème exigeoit, & il faut que ces huit valeurs donnent des intégrales différentes & telles que l'élimination des différences soit possible.

Puisque les quinze équations sont identiques, on peut trouver chacun de A égale à une fonction d'un autre A qui resteroit indéterminé; mais cette fonction seroit donnée par une équation beaucoup plus compliquée; d'ailleurs on trouvera de même ici à chaque opération tous les coefficients donnés en un seul qui restera à déterminer par une ou plusieurs équations.

DEUXIÈME SECTION.

Du Problème des trois corps dans les mêmes hypothèses, en supposant de plus un milieu résistant, comme le quarré de la vitesse, & 1.^o d'une densité uniforme, 2.^o d'une densité proportionnelle à une puissance de la distance du Soleil.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. Densité uniforme.

Si l'on veut résoudre ici ce problème dans toute sa rigueur, on verra qu'il ne suffit pas de connoître l'orbite relative de chaque corps, mais qu'il faut connoître son orbite absolue, ce qui donne d'abord vingt-une équations & vingt-une variables au lieu de quinze; on verra de plus qu'il faut ajouter pour chaque corps M , M' & M'' dans chaque équation, au coefficient de dt une quantité

NrX , ou NrY , &c. ou $N'r'X'$, &c. ou $N''r''X''$, &c. ou N est une constante dépendante du volume de chaque corps & r étant tel qu'on ait $r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$, & de même pour chaque corps; ce qui fera en différentiant pour éviter les irrationnalités, vingt-quatre équations qui auront seulement six intégrales connues. Mais on voit d'abord que si la densité uniforme est très-petite, on pourra regarder le changement qui a lieu dans le mouvement réel du Soleil, comme absolument négligeable, & dans ce cas il suffira d'ajouter à l'équation (B) — $NXr dt$, à (B') — $NYr dt$, à (B'') — $NZr dt$, à (B''') — $N'X'r' dt$, à (B'') — $N'Y'r' dt$, & à (B'') — $N'Z'r' dt$, & l'on aura de plus les deux équations

$$(B^{xv}) r dr - X dX - Y dY - Z dZ = 0,$$

$$(B^{xvi}) r' dr' - X' dX' - Y' dY' - Z' dZ' = 0.$$

ainsi d'abord on ajoutera aux quinze équations du Problème, à cause de $A^{xv} B^{xv} + A^{xvi} B^{xvi}$ qu'il faut ajouter à la fonction qui devient une différentielle exacte, $B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dX} + B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dX}$

pour la première, $B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dY} + B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dY}$ pour la seconde;

& ainsi de suite; de plus si on ajoute aux six premières équations

$$- NAr dt + (dA^{xv} X) \text{ pour la première,}$$

$$- NA'r dt + (dA^{xv} Y) \text{ pour la seconde,}$$

$$- NA''r dt + (dA^{xv} Z) \text{ pour la troisième,}$$

$$- NA'''r dt + (dA^{xvi} X') \text{ pour la quatrième,}$$

$$- N'A''r dt + (dA^{xvi} Y') \text{ pour la cinquième,}$$

$$- N'A''r dt + (dA^{xvi} Z') \text{ pour la sixième,}$$

on aura ensuite les deux équations

$$16. B \frac{dA}{dr} - NXAdt + B' \frac{dA'}{dr} - NYA'dt + B'' \frac{dA''}{dr}$$

$$- NZA''dt + B''' \frac{dA'''}{dr} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dr} + B^v \frac{dA^v}{dr}$$

$$+ B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dr} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dr} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dr} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dr}$$

$$\begin{aligned}
& + B^x \frac{dA^x}{dr} + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dr} + B^{x_{11}} \frac{dA^{x_{11}}}{dr} + B^{x_{111}} \frac{dA^{x_{111}}}{dr} \\
& + B^{x_{1v}} \frac{dA^{x_{1v}}}{dr} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dr} - A^{xv} dr - r dA^{xv} \\
& + B^{xv_1} \frac{dA^{xv_1}}{dr} = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
17. \quad & B \frac{dA}{dr} + B' \frac{dA'}{dr} + B'' \frac{dA''}{dr} + B''' \frac{dA'''}{dr} - N' X' dA''' dt \\
& + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dr} + N' Y' A^{iv} dt + B^v \frac{dA^v}{dr} - N' Z' A^v dt \\
& + B^{v_1} \frac{dA^{v_1}}{dr} + B^{v_{11}} \frac{dA^{v_{11}}}{dr} + B^{v_{111}} \frac{dA^{v_{111}}}{dr} + B^{vx} \frac{dA^{vx}}{dr} \\
& + B^x \frac{dA^x}{dr} + B^{x_1} \frac{dA^{x_1}}{dr} + B^{x_{11}} \frac{dA^{x_{11}}}{dr} + B^{x_{111}} \frac{dA^{x_{111}}}{dr} \\
& + B^{x_{1v}} \frac{dA^{x_{1v}}}{dr} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dr} + B^{xv_1} \frac{dA^{xv_1}}{dr} - A^{xv_1} dr' \\
& - r' dA^{xv_1} = 0.
\end{aligned}$$

Enfin il est clair que l'on a ici immédiatement cinq équations intégrales algébriques, mais les quatre intégrales trouvées ci-dessus n'auront plus lieu, ainsi il en restera douze à trouver, ce qui augmentera le degré de l'équation au facteur, & de plus le nombre des variables sera augmenté de deux.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE. *Le milieu résistant comme une puissance indéterminée de la distance au Soleil.*

Dans ce cas, la résistance étant ou nulle ou infinie pour le Soleil, on pourra ou en faire abstraction, ou le supposer immobile dans le premier cas.

On aura ici à ajouter aux six premières équations — $NRrXdtdt$ pour (B) — $NRrYdt$ pour (B') — $NRrZdt$ pour (B'') — $N'R'r'X'dt$ pour (B''') — $N'R'r'Y'dt$ pour (B^{iv}) — $N'R'r'Z'dt$ pour (B^v) , & de plus deux équations $f'dR - nRdf' = 0$ ($B^{xv_{11}}$) $f'dR' - nR'df' = 0$ ($B^{xv_{111}}$); il faudra donc ajouter ici aux dix-sept équations de condition, à cause des deux nouvelles équations

$$B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dX} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dX} \text{ pour la première;}$$

$$B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dY} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dY} \text{ pour la seconde; \& ainsi}$$

de suite; de plus on ajoutera aux six premières

$$- NARrdt + XdA^{xv} + A^{xv}dX \text{ pour la première;}$$

$$- NA'Rrdt + YdA^{xv} + A^{xv}dY \text{ pour la seconde;}$$

$$- NA''Rrdt + ZdA^{xv} + A^{xv}dZ \text{ pour la troisième;}$$

$$- N'A'''R'rdt + X'dA^{xvi} + A^{xvi}dX' \text{ pour la quatrième;}$$

$$- N'R'r'A^{iv}dt + Y'dA^{xvi} + A^{xvi}dY' \text{ pour la cinquième, \&}$$

$$- N'R'r'A^vdt + Z'dA^{xvi} + A^{xvi}dZ' \text{ pour la sixième.}$$

Ensuite on ajoutera à la quatorzième

$$+ (n + 1) A^{xvii}dR + nRdA^{xvii}, \text{ \& à la quinzième}$$

$$+ (n + 1) A^{xviii}dR' + n'R'dA^{xviii}. \text{ Enfin on aura les deux nouvelles équations}$$

$$\begin{aligned} 18. & B \frac{dA}{dR} - NrXAdt + B' \frac{dA'}{dR} - NrYA'dt + B'' \frac{dA''}{dR} \\ & - NrZA''dt + B''' \frac{dA'''}{dR} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dR} + B^v \frac{dA^v}{dR} \\ & + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dR} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dR} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dR} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dR} \\ & + B^x \frac{dA^x}{dR} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dR} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dR} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dR} \\ & + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dR} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dR} + B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dR} + B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dR} \\ & - (n + 1) A^{xvii}df' - f dA^{xvii} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dR} = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19. & B \frac{dA}{dR'} + B' \frac{dA'}{dR'} + B'' \frac{dA''}{dR'} + B''' \frac{dA'''}{dR'} - N'r'X'A'''dt \\ & + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dR'} - N'r'Y'A^{iv}dt + B^v \frac{dA^v}{dR'} - N'Z'r'A^vdt \\ & + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dR'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dR'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dR'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dR'} \\ & + B^x \frac{dA^x}{dR'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dR'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dR'} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dR'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + B^{x_{1y}} \frac{d A^{x_{1y}}}{d K'} + B^{x_y} \frac{d A^{x_y}}{d R'} + B^{x_{y1}} \frac{d A^{x_{y1}}}{d R'} + B^{x_{y11}} \frac{d A^{x_{y11}}}{d R'} \\
& + B^{x_{y111}} \frac{d A^{x_{y111}}}{d R'} - n + 1 A^{x_{y111}} df, - f, d A^{x_{y111}} = 0.
\end{aligned}$$

L'on aura immédiatement ici sept équations intégrales algébriques, ou du moins séparables, selon que n sera rationnel ou irrationnel, & le nombre des intégrales non connues, restant toujours le même, & le reste sera dans le cas de la résistance constante, le nombre des variables étant seulement encore augmenté de deux. Si le Soleil étoit supposé immobile, cette hypothèse ne seroit d'autre changement que de simplifier les six premières équations.

Je crois devoir observer que j'aurai pu simplifier la solution indiquée ci-dessus, quant au nombre des variables & des équations; en effet, 1.^o au lieu des équations en $f, f', f_1; r, r_1,$ & les variables connues, j'aurois pu n'en supposer qu'une seule qui contiât toutes les irrationnalités, l'appelant q j'aurois eu $f, f',$ &c. égales à une fonction rationnelle de q & des variables, que j'aurois mises dans les équations, au lieu de ces quantités, & je n'aurois plus eu que treize équations différentielles rationnelles, au lieu de 15, 17, 19. 2.^o Dans le cas de la première section, où je connois quatre intégrales, j'aurois pu faire évanouir $X' x', Y' y'$ immédiatement, & il me seroit resté huit équations & huit variables, & comme une seule équation étant ajoutée suffit pour faire disparaître toutes ces irrationnalités, sans même qu'il soit besoin de résoudre les équations dont elles dépendent, au lieu de quinze ou treize équations & variables, il y eut eu seulement neuf équations & neuf variables, ces équations étant à la vérité plus compliquées, & le degré des équations aux facteurs restant le même dans tous les cas. Mais il faut remarquer de plus que si je ne fais aucune réduction, les $x, y, z,$ &c. & les autres quantités entrent d'une même manière dans les équations, de même que les $M, M',$ les équations étant semblables dans chaque classe. Cette symétrie peut servir beaucoup à simplifier les recherches.

Je n'essaierai point ici de pousser plus loin cette méthode qui paroîtra sans doute impraticable; mais j'ai cru que cette esquisse d'une

d'une solution directe & exacte d'un Problème si célèbre, ne déplairoit pas aux Géomètres, & qu'ils me fauroient quelque gré de l'avoir ainsi réduite à des opérations purement élémentaires.

TROISIÈME SECTION.

*Du Problème des trois Corps résolu par approximation
dans l'hypothèse du vide.*

En supposant toujours ici que le mouvement se fait autour de M'' , on aura les six équations :

$$1. d \cdot \frac{dr \cos. x - r \sin. x dx}{dt} + \frac{M'' r \cos. x dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' r \cos. x - r' \cos. x'}{f^{\frac{1}{2}}} dt \\ + \frac{M r \cos. x dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' r' \cos. x' dt}{f^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$2. d \cdot \frac{dr \sin. x + r \cos. x dx}{dt} + \frac{M'' r \sin. x dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' r \sin. x - r' \sin. x'}{f^{\frac{1}{2}}} dt \\ + \frac{M r \sin. x dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' r' \sin. x' dt}{f^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$3. d \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{M'' z dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' z - z'}{f^{\frac{1}{2}}} dt + \frac{M z dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' z' dt}{f^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$4. d \cdot \frac{d' \cos. x' - r' \sin. x' dx'}{dt} + \frac{M'' r' \cos. x' dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' r' \cos. x' - r \cos. x}{f^{\frac{1}{2}}} dt \\ + \frac{M' r' \cos. x' dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M r \cos. x dt}{f^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$5. d \cdot \frac{d' \sin. x' + r' \cos. x' dx'}{dt} + \frac{M'' r' \sin. x' dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' r' \sin. x' - r \sin. x}{f^{\frac{1}{2}}} dt \\ + \frac{M' r' \sin. x' dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M r \sin. x dt}{f^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$$6. d \cdot \frac{dz'}{dt} + \frac{M'' z' dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M' (z - z')}{f^{\frac{1}{2}}} dt + \frac{M' z' dt}{f^{\frac{1}{2}}} + \frac{M z dt}{f^{\frac{1}{2}}} = 0.$$

$ff'f$, sont ici les quarrés des distances des corps entr'eux, r & r' des rayons vecteurs pour la projection des orbites réelles sur un même plan toujours parallèle à lui-même, qui passe par l'axe des x , & celui des y ; z , & z' sont les perpendiculaires abaissées sur ce

plan, & x , & x' sont les angles parcourus. Je suppose qu'on commence à les compter de la ligne des nœuds, lorsque les lignes des nœuds des deux orbites, avec le plan de projection, coïncident entr'elles; c'est-à-dire que je prends, pour plan de projection, celui de l'orbite d'un des corps à un instant donné.

Supposant maintenant que les corps M & M' décrivent à peu près des ellipses autour de M'' , dans un même plan, le plan fixe étant celui où se meut à peu près M ; on aura $r = \frac{A}{B + C \cos. x}$

$$+ R, z = Z, \frac{dt}{dx} = pr^2 + T, \text{ ou } \frac{dx}{dt} = \frac{1}{pR^2}$$

$$+ X, r = \frac{A'}{B' + C' \cos. x'} + R', z' = nr' \sin. x' + Z'$$

$$= \frac{n A' \sin. x'}{B' + C' \cos. x'} + n \sin. x' R' + Z', \frac{dt}{dx} = P' r'^2 + T,$$

$$\text{ou bien } \frac{dx'}{dt} = \frac{1}{P' R'^2} + X', \text{ selon qu'on préférera les}$$

hypothèses de dt , dx ou dx' constants. Les six variables $R, R'; Z, Z'; X, X'$; ou T & T' resteront très-petites, du moins pendant un long espace de temps, faisant les substitutions ci-dessus, j'aurai six équations où les différentielles de quatre premières variables monteront au second ordre, celles des deux autres au premier, & qui, outre ces six variables, contiendront encore $\sin. x$, $\cos. x$; $\sin. x'$, $\cos. x'$. On fera en sorte que l'on ait deux équations contenant dX, dX' ; ou dT & dT' sans aucune des secondes différences; ce qui est facile, puisqu'elles sont toutes linéaires; on tirera de ces équations des valeurs de $f^{\frac{1}{2}}, f'^{\frac{1}{2}}, f, \frac{1}{2}$, aussi linéaires; on les substituera dans les quatre autres; on les fera disparaître des deux premières, en quarrant; ensuite de ces deux premières, on tirera des valeurs de $\sin. x'$, & $\cos. x'$, qu'on substituera dans les quatre autres, & il en restera une cinquième, sans différences secondes & contenant $\cos. x$; on la différentiera, & comparant, on aura $\cos. x$ égal à une fonction rationnelle, qui contiendra ddX, ddX' , ou ddT, ddT' , & les $ddr, ddr'; ddz, ddz'$. On fera disparaître ces différences secondes, par le moyen des équations qui les contiennent,

on substituera cette valeur dans les quatre équations; alors on différentiera de nouveau l'équation qu'on a en ddX, ddX', d^2T, ddT' , pour avoir une deuxième valeur de $\cos. x$ & l'éliminer; on aura une pareille équation & différentiant la valeur trouvée de $\cos. x''$, & éliminant; par-là on aura six équations linéaires, par rapport à $d^2R, d^2R', ddz, ddz', d^3X, d^3X',$ ou d^3T , qui ne contiendront plus d'autres variables, & auxquelles la méthode ci-dessus s'applique immédiatement. Après avoir donc rappelé à un même dénominateur les valeurs linéaires de toutes les plus hautes différences, & pris une fonction d'un ordre inférieur avec des coefficients indéterminés, dont chacun est multiplié par ef^* ; l'avoir différenciée & comparée avec la proposée; on aura, selon qu'on néglige les 2, 3, n degrés 12, $\frac{13 \times 14}{2}$

$$+ 12, \dots 12 - \frac{13 \times 14}{2} \dots \frac{+ 13 \times 14 \dots 13 + n - 2}{1 \times 2 \times 3 \dots n - 1}$$

coefficients indéterminés donnés par des équations linéaires dont les coefficients seront de la forme $af + b$; a, b , étant des

$$\text{quantités connues, \& } 13, \frac{13 \times 14}{1 \times 2} + 13 \dots 13 + \frac{14 \times 15}{2} \dots \frac{+ 13 \times 14 \dots 13 + n - 2}{1 \times 2 \dots n - 1} \text{ équations.}$$

On voit qu'il y a dans cette solution autant d'arbitraires que de valeurs de f , & qu'il faudra les déterminer en général par autant d'observations. Mais 1.^o on pourra observer que l'équation qu'on a eue pour que tout fut linéaire, donne une valeur $f = 0$, & la constante correspondante aussi égale à zéro. 2.^o Si on ignore la valeur des masses, on peut employer pour les déterminer les observations prises immédiatement; mais l'équation qui en résulte pour les masses peut être très-élevée; si donc on veut, même sans les connoître à peu près, les déterminer immédiatement par des observations, il faudroit en tirer des valeurs des équations ci-dessus, & différentier chacune de ces valeurs; on auroit alors, en employant la méthode d'approximation de ce Mémoire, deux équations & deux variables de plus, & on connoîtroit trois

valeurs de $f = 0$, & les arbitraires à ajouter seroient telles qu'on auroit une fonction égale à M arbitraire, une à M' , une à M'' , & par conséquent on aura, d'après les observations, ces masses par une équation linéaire. Par les mêmes moyens, si l'on connoissoit seulement que l'orbite approchée est une ellipse, & qu'on en ignorât les élémens, on pourroit également résoudre le Problème des perturbations, & déterminer ensuite les élémens par les observations; ce qui, dans quelques cas, pourroit être utile dans la pratique.

Si dans les équations de cette section l'on avoit eu égard à la résistance de l'éther, les équations n'auroient pas été plus compliquées, quant à l'ordre & au nombre des variables.

Si on vouloit avoir égard à la figure non-sphérique des corps; on auroit, en suivant les mêmes procédés, des équations auxquelles la méthode s'appliqueroit immédiatement; mais leur nombre seroit 32, si on négligeoit le second degré; 35×16 si on ne négligeoit que le troisième, & par conséquent la valeur de chaque quantité très-petite auroit 32 termes dans le premier cas, & 35×16 dans le second.

En suivant cette méthode, on trouvera que si on a pour la quantité exponentielle f , une équation qui ait un nombre de racines inégales, égal à celui des variables, on pourra les avoir par des équations qui ne contiendront point d'arcs de cercle, quoique si on prenoit les autres valeurs de f , on pût avoir des valeurs qui en continssent, & que dans les deux cas on eût négligé un même ordre de quantités. Les équations sans arcs ne pourront à la vérité donner que des valeurs non linéaires, & par conséquent il sera encore possible qu'elles soient infinies, quoique l'équation qui les donne ne contienne que des sinus & cosinus. *Voyez l'article V, page 211.*

Telle est la solution approchée du Problème des trois corps; en considérant en même temps & cherchant à déduire à la fois toutes les équations; mais si pour éviter la complication qui reste encore dans cette hypothèse, l'on veut considérer à part chaque corps & séparer les équations dûes à la non-sphéricité du corps de celles qu'on a pour les perturbations de l'orbite, on aura des équations beaucoup moins compliquées, mais on remarquera

que si on se contente de négliger le second degré, le nombre total des équations sera le même dans les deux cas, & que si on pousse l'approximation plus loin, la méthode ci-dessus ne paroît plus sûre, sans compter que si on veut un même degré d'approximation pour toutes les quantités, l'autre ne sera pas moins compliquée.

Je finirai ce Mémoire par des remarques qui paroîtront peut-être étrangères à l'objet que j'y traite, mais qui peuvent être curieuses. De ce que j'ai dit ci-dessus, il suit, que supposant y une quantité très-petite & donnée par une équation inconnue en y & en t , on aura

$$y = e^{ft} + e^{f't} + e^{f''t} \dots$$

le nombre des f dépendant de l'ordre de l'équation en y & en t & du degré de y qu'on peut négliger. On pourra donc en prenant pour t des valeurs successives $a, 2a, 3a, \dots$ & les valeurs correspondantes de y , déterminer $e^{fa}, e^{f'a}, e^{f''a}$, & par conséquent $e^{ft}, e^{f't}, e^{f''t}$, &c. & la valeur générale de y ; si cela ne se pouvoit pas & qu'on trouvât une valeur illusoire pour e^{fa} , on prendroit au lieu de la série précédente $y = e^{ft} + ate^{f't} + e^{f''t}$ &c. ou bien

$$y = e^{ft} (1 + at + bt^2) + e^{f't} \dots$$

ainsi si l'on connoît seulement la puissance de y qu'il est possible de négliger, & l'ordre de l'équation qu'on peut avoir pour déterminer y , on aura la valeur par des observations sans connoître l'équation en elle-même.

L'ordre de l'équation se déduit de la nature du Problème & du nombre des arbitraires qui doivent y rester. Dès qu'on sait, par exemple, qu'un Problème ne contient pas de différences partielles, & qu'on connoît le nombre de quantités qui, déterminées pour chaque point & chaque instant, varient avec eux; on peut supposer l'ordre égal au nombre de ces quantités: cette manière de déduire des phénomènes les loix que la Nature nous cache, peut conduire à des calculs au-dessus de la patience & du courage des hommes; aussi la donnai-je ici moins comme une manière pratique de découvrir ces loix que comme un

exemple des ressources de l'analyse en elle-même, & de ce qu'on pourroit en attendre pour la connoissance de la Nature, si on trouvoit moyen de simplifier & d'abrégér les méthodes de calculer.

La méthode des coefficients indéterminés, que j'ai employée ici pour la détermination du facteur des équations, devient une méthode directe toutes les fois qu'on a déterminé *à priori* la forme de la quantité cherchée. Cette méthode, qui s'applique à toutes les questions d'analyse, est par cela même souvent moins élégante & plus compliquée que toute autre méthode plus particulière, qui résolveroit également le Problème; mais aussi arrive-t-il quelquefois qu'il n'y en a point d'autre qui puisse le résoudre dans toute son étendue. Celui de la recherche du facteur est dans ce cas; en effet, si nous considérons une équation différentielle du second ordre où dx soit constant, il est aisé de voir que si V & V' sont les deux facteurs qui rendent la proposée une différentielle exacte, B & B' les deux intégrales correspondantes $(FB, B')V + (F'B, B')V'$, sera la valeur générale du facteur, avec cette seule condition que $\frac{d(FB, B')}{dB} = \frac{d(F'B, B')}{dB}$.

Donc l'équation définitive du facteur sera à trois différences partielles. De quelque manière donc qu'on jugera à propos de considérer les conditions d'intégrabilité, ou elles limiteront la proposée à une forme particulière, ou on aura le facteur par une équation de cette étendue; & si au lieu du facteur on prend ou (l'équation étant mise sous la forme $ddy + addx + b$) une valeur de a inconnue & différente de $\frac{dy}{dx}$, ou un terme qui, ajouté à la proposée, permettra de la regarder comme homogène, on aura encore un même résultat. Mais dans des cas particuliers; c'est-à-dire, si l'on suppose que le facteur ne contient pas $\frac{dy}{dx}$, ou que a soit donné & différent de $\frac{dy}{dx}$, alors on pourra avoir des conditions d'intégrabilité qui donneront le

facteur par une équation beaucoup plus simple; parce que dans ces cas particuliers le nombre des variables qui entrent dans le facteur est diminué, ou bien qu'on l'assujettit à rendre la proposée différentielle exacte du second ordre; ce qui limite la forme générale du facteur. Ces deux cas ont été traités; celui du facteur

sans $\frac{-dy}{dx}$ par M. Bezout, & l'autre par M. Fontaine; mais

il y auroit encore à faire sur ce dernier plusieurs observations assez importantes, & qu'il seroit facile de déduire des remarques que j'ai faites dans les Mémoires de l'Académie de Turin. M. Fontaine qui, dans la première méthode de calcul intégral, a cherché à déterminer le facteur par des conditions d'intégrabilité qu'il trouve surpasser de l'unité le nombre des inconnues, s'est assuré qu'en général la valeur algébrique & linéaire qu'il paroît devoir trouver pour ce facteur, est $\frac{0}{0}$, excepté dans le cas dont je

viens de parler, mais il n'avoit point dit pourquoi cela arrive ainsi. J'ai cru devoir entrer dans ce détail, pour prévenir le travail en pure perte que pourroient faire des commençans, en cherchant, par une méthode semblable à celle de M. Fontaine une quantité que ce grand Analyste auroit trouvée si elle avoit pu l'être par de pareils moyens.

La limitation que j'ai donnée au facteur, & qui consiste à le supposer algébrique, & toutes celles de cette espèce qui ne limitent point la forme de la proposée ne peuvent point entrer comme condition dans celle de l'intégrabilité; & par conséquent la méthode des coefficients indéterminés est la seule qui puisse être générale.



CONTACT INTERNE
DU DISQUE DE VÉNUS AU DISQUE DU SOLEIL;
Observé à Saron par M. le Président BOCHART
DE SARON, & communiqué à l'Académie.

Par M. LE MONNIER.

28 Février
1770.

ON a lû l'été dernier à l'Assemblée les deux momens de ce deuxième contact, qu'on a jugé, avec une lunette achromatique qui grossissoit 68 fois, à $7^h 43' 53''$ & $60''$; d'où ôtant, suivant le rapport qu'on en a fait à l'Académie, $5' 6''$ de différence des méridiens, il en résultoit, pour l'instant du contact interne, $7^h 38' 47''$ ou $54''$ pour le méridien de Paris.

Comme le Soleil étoit à Saron, qui est au sud-est de Paris & à vingt-cinq lieues de distance, beaucoup plus bas qu'à Paris, la décomposition des rayons, qui a dû avoir lieu par l'effet des réfractions, n'y auroit pas été la même qu'à Paris. Comment a-t-on prétendu faire accorder cette observation à 2 ou 3 secondes près, avec celles qui ont été faites à l'Observatoire royal? c'est ce que j'ignore absolument, quoiqu'on ait déjà imprimé cette observation dans différens journaux, & vraisemblablement sans l'agrément de l'Auteur.

Je trouve que Saron est à l'orient de Paris de 52902 toises; & plus au sud de 14823 toises, ce qui répond à $0^h 5' 42'' \frac{1}{2}$ de différence des méridiens.

Il s'ensuit donc que le deuxième contact doit être corrigé, & qu'il a dû arriver, en réduisant au méridien de Paris, à $7^h 38' 10''$ à $15''$.

A Kergars, contact interne, selon M. DA PRÈS, à $7^h 15' 50''$; ajoutez-y $22' 00''$: donc à Paris $7^h 37' 50''$.

A Caen, M. PIGOTT avec une lunette achromatique de $6 \frac{1}{2}$ pieds, dans un lieu bas, mais l'horizon net, a vu le deuxième contact ou interne à $7^h 26' 25''$ ou $27'' \frac{1}{2}$: on admet Caen $10' 47''$ à l'ouest de Paris; ou bien par une lettre du 16 Août 1769, les Satellites ont donné $0^h 10' 05''$: négligeant la différence des parallaxes, on auroit $7^h 37' 05''$, ou bien $7^h 36' 30''$ pour le contact interne.



SUPPLÉMENT

SUPPLÉMENT

AUX

OBSERVATIONS DU PRINTEMPS
DE L'ANNÉE 1735.

Par M. LE MONNIER.

CES Observations, ainsi que les erreurs des Tables des Institutions astronomiques, ont été déjà communiquées à M.^{rs} de Charnières & de Verdun: celui-ci se prépare, l'année prochaine, à en retirer les éclaircissémens nécessaires à la recherche des Longitudes par les mégamètres & octans.

Il est inutile de détailler ici les causes qui ont nui à l'observation du quart-de-cercle mural en 1735, lorsque l'alidade en fut démontée & qu'il étoit question de l'emporter au Pérou. Dans les cahiers *in-folio*, on ne trouve que la moitié de la 91.^e lunaison & la deuxième quadrature observée uniquement pendant la 92.^e lunaison, ce que me procura l'observation de *Sirius*, dont la Lune ce jour-là rencontroit le parallèle; en sorte qu'à la lunette murale je vis les passages de l'un & de l'autre à deux fils: quoiqu'ils fussent situées un peu à l'orient du méridien, l'erreur de la position de ces fils n'est nullement à craindre; mais il faudra avoir égard à la parallaxe d'ascension droite de la Lune, à cause que le deuxième fil donnoit une minute plus tôt qu'au vrai méridien.

Les lunaisons se comptent, comme l'on fait, depuis le passage du Nœud par la section d'*Aries*.

JOURS DU MOIS.	TEMPS VRAI.	☾ — ☉	ARG. ANN.
ANNÉE	H. M. S.	S. D. M.	S. D. M.
1753 8 Mars au soir.	2. 25. 19 $\frac{1}{4}$	1. 09. 13	1. 17. 21 $\frac{2}{5}$
9 1. ^{re} bord....	3. 15. 03 $\frac{1}{2}$	1. 21. 41	1. 18. 16 $\frac{1}{4}$
10.....	4. 04. 27 $\frac{1}{2}$	2. 04. 30	1. 19. 11
13.....	6. 57. 23	3. 15. 09	1. 21. 56 $\frac{1}{3}$
16.....	9. 48. 57 $\frac{1}{2}$	4. 27. 34	1. 24. 41
18 centre.....	11. 38. 24 $\frac{1}{2}$	5. 25. 32 $\frac{1}{4}$	1. 26. 31 $\frac{3}{4}$
21 au matin....	1. 24. 28 $\frac{1}{2}$	6. 22. 29	1. 28. 20
22 2. ^d bord....	2. 16. 50 $\frac{1}{2}$	7. 05. 27 $\frac{1}{2}$	1. 29. 14 $\frac{2}{3}$
24.....	4. 00. 18	8. 00. 25	2. 01. 03 $\frac{2}{3}$
26.....	5. 40. 27	8. 24. 13 $\frac{1}{2}$	2. 02. 52 $\frac{1}{2}$
31.....	9. 29. 20 $\frac{1}{2}$	10. 21. 17 $\frac{1}{3}$	2. 07. 23 $\frac{1}{4}$
91. ^e lunaison.			
11 Avril au soir.	6. 54. 08 $\frac{1}{2}$	3. 11. 19 $\frac{3}{5}$	2. 17. 18 $\frac{3}{5}$
12 1. ^{re} bord....	7. 48. 56	3. 25. 18 $\frac{2}{5}$	2. 18. 12 $\frac{1}{2}$
13.....	8. 42. 15	4. 09. 13	2. 19. 06 $\frac{2}{5}$
15.....	10. 26. 14 $\frac{1}{4}$	5. 06. 31 $\frac{3}{4}$	2. 20. 54
16 centre.....	11. 18. 56	5. 19. 49 $\frac{1}{2}$	2. 21. 48
18 centre matin.	0. 10. 35 $\frac{1}{2}$	6. 02. 50	2. 22. 42
20 2. ^d bord....	1. 56. 07 $\frac{1}{4}$	6. 27. 56 $\frac{1}{2}$	2. 24. 29 $\frac{2}{5}$
21.....	2. 48. 00 $\frac{1}{4}$	7. 10. 05	2. 25. 23
23.....	4. 27. 58	8. 03. 41 $\frac{1}{3}$	2. 27. 10 $\frac{1}{3}$
25.....	6. 01. 56 $\frac{1}{4}$	8. 26. 43 $\frac{1}{2}$	2. 28. 57 $\frac{1}{3}$
27.....	7. 30. 12	9. 19. 38 $\frac{1}{4}$	3. 00. 43 $\frac{3}{4}$
92. ^e lunaison.			



pendant la 91.^e & la 92.^e lunaison, en l'année 1753.

JOURS du MOIS.	LONGITUDE OBSERVÉE.	LES TABLES.	ERREUR.
ANNÉE	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
1753 8 Mars.	γ 28. 02. 07 $\frac{1}{2}$	28. 00. 42 $\frac{1}{2}$	— 1. 25
9.....	δ 11. 27. 46 $\frac{1}{2}$	11. 26. 45	— 1. 01 $\frac{1}{2}$
10.....	25. 09. 42	25. 07. 03 $\frac{1}{2}$	— 2. 38 $\frac{1}{2}$
13.....	ϵ 8. 06. 34	8. 05. 09	— 1. 25
16.....	ζ 25. 07. 10	23. 37. 05	— 0. 05
18.....	η 24. 08. 50	24. 07. 51 $\frac{3}{4}$	— 0. 58
21.....	θ 23. 36. 05	23. 36. 15 $\frac{1}{2}$	+ 0. 10 $\frac{1}{2}$
22.....	ι 7. 43. 17.	7. 42. 23	— 0. 54
24.....	κ 4. 36. 30	4. 35. 43	— 0. 47
26.....	λ 0. 03. 47 $\frac{1}{2}$	0. 02. 07 $\frac{1}{2}$	— 1. 40
31.....	μ 1. 40. 07	1. 39. 45 $\frac{1}{3}$	— 0. 22
11 Avril.	ν 3. 04. 20 $\frac{1}{3}$	3. 01. 38	— 2. 42 $\frac{1}{3}$
12.....	17. 55. 46	17. 51. 59	— 3. 47
13.....	π 2. 47. 48	2. 43. 56 $\frac{1}{3}$	— 3. 52
15.....	ρ 2. 18. 12 $\frac{1}{2}$	2. 15. 34	— 2. 38 $\frac{1}{3}$
16.....	16. 46. 34 $\frac{1}{2}$	16. 46. 08 $\frac{1}{2}$	— 0. 26
18.....	σ 1. 00. 13	1. 00. 25	+ 0. 12
20.....	28. 29. 44 $\frac{1}{2}$	28. 28. 30	— 1. 14 $\frac{1}{2}$
21.....	τ 11. 43. 07 $\frac{1}{2}$	11. 41. 34 $\frac{1}{2}$	— 1. 33
23.....	υ 7. 15. 17	7. 13. 42	— 1. 35
25.....	ϕ 1. 58. 18	1. 58. 08 $\frac{1}{2}$	— 0. 09 $\frac{1}{2}$
27.....	26. 30. 55 $\frac{2}{3}$	26. 32. 18 $\frac{1}{3}$	+ 1. 22 $\frac{2}{3}$



OBSERVATIONS

SUR

DIVERS POINTS D'ANATOMIE.

Par M. PORTAL.

*OBSERVATIONS sur des ischuries survenues à la suite
d'un racornissement de la vessie.*

POUR que l'excrétion de l'urine se fasse d'une manière & dans un temps convenable, il doit y avoir une juste proportion entre la matière de l'urine que le rein sépare & la capacité de la vessie qui la reçoit.

Les Auteurs ont connu & détaillé les effets qui sont la suite d'une augmentation dans la capacité de la vessie par rapport à l'excrétion de l'urine, mais ils ont peu insisté sur ceux qui peuvent, dans un âge avancé, provenir de l'imminution dans la capacité de ce réservoir; ils méritent cependant, à ce qu'il me semble, d'être examinés, & c'est ce qui m'engage à communiquer les observations suivantes.

J'ai trouvé à Montpellier en 1764, en disséquant le cadavre d'une femme âgée d'environ soixante ans, que je destinois à la démonstration de la Névrologie, la vessie si rapetissée qu'elle n'étoit pas plus grosse qu'une petite noix. Son col étoit très-racorni, semblable à du parchemin brûlé; l'ouverture par laquelle elle communique avec l'urètre, totalement oblitérée; ses parois de l'épaisseur d'un écu de six livres; semblables à un cartilage; la cavité presque anéantie; les uretères étoient très-gros & remplis d'urine, du reste le canal de l'urètre en très-bon état; les reins étoient livides, & ses vaisseaux gorgés de sang. Je ne pus absolument savoir les symptômes de la maladie dont cette femme étoit morte; vraisemblablement c'étoit à la suite d'une suppression d'urine; la couleur livide des reins, la tuméfaction des vaisseaux annonçoient qu'il y avoit eu inflammation.

Un homme âgé de quatre-vingt-douze ans, après avoir mené une vie laborieuse, sur-tout fort voyagé à cheval, ressentit à la verge des douleurs fort vives; il les rapportoit en différens endroits,

tantôt au gland & tantôt au col de la vessie. Les douleurs cessèrent d'elles-mêmes quelques jours après; cependant l'urine qui jusqu'ici avoit eu un libre cours, diminuoit chaque jour en quantité. On administra en vain les diurétiques les plus forts; le Chirurgien ordinaire du malade voyant le peu d'efficacité des médicamens administrés, alloit recourir aux bougies, lorsqu'on vit l'urine couler par l'ombilic & par la verge.

Dans la suite, la voie naturelle lui fut entièrement interdite; le malade vécut encore environ six mois, il mourut d'une maladie qui ne reconnoissoit pour cause aucun vice dans les voies urinaires.

A l'ouverture du cadavre on trouva un canal de communication entre l'ombilic & la vessie; le col étoit entièrement oblitéré, froncé & racorni.

Je trouvai l'année suivante, en disséquant le cadavre d'un vieillard, la vessie & ses uretères remplis d'urine; le col de la vessie étoit racorni & totalement oblitéré; la cavité de la vessie très-diminuée par le resserrement de son corps; les parois de ce viscère avoient l'épaisseur de huit à neuf lignes: cependant par un examen réfléchi je vis que la membrane interne étoit la seule qui eût acquis du volume; l'extérieure fournie par le péritoine étoit dans son état naturel; les trousséaux musculéux étoient peu apparens, & si intimement collés à la membrane externe, qu'on pouvoit à peine les séparer.

La membrane intérieure ressembloit à un cartilage; son épaisseur n'étoit pas égale par-tout; elle étoit double vers la face inférieure du col de la vessie, c'est-à-dire à l'endroit où M. Lieutaud a placé son trigone, & où Nicolas Massa dit que les tuniques de la vessie sont plus épaisses qu'ailleurs.

En examinant vers la face interne de la membrane, il étoit fort difficile d'apercevoir la direction de ses fibres, mais on les voyoit plus facilement quand on incisoit la membrane; elle paroissoit formée de différentes couches de tissu cellulaire. Pour mieux me convaincre de son existence, je la fis macérer dans de l'eau pendant quelques jours; c'est pour lors que je divisai cette membrane en plusieurs feuillets, & que je vis qu'ils n'étoient formés que par du tissu cellulaire.

J'ai réitéré mes recherches sur plusieurs autres vessies de vieillards,

& j'ai fréquemment trouvé leurs parois beaucoup plus épaisses qu'elles n'ont coutume d'être, la cavité de beaucoup diminuée, & l'ouverture de l'urètre très-rétrécie.

Plusieurs autres viscères sont sujets à de pareils changemens, par exemple, l'estomac du vieillard est toujours plus petit, & ses parois beaucoup plus épaisses & plus denses que ne sont celles du ventricule d'un adulte ou d'un enfant; l'ouverture du pylore diminue sensiblement, & le bourlet circulaire est beaucoup plus gonflé.

Par ces observations sur la vessie faites en très-peu de temps, il est à présumer que les ischuries produites par le racornissement de ce viscère ne sont pas rares chez les vieillards; cependant elles ne me paroissent pas avoir été décrites par les Auteurs. Les Lithotomistes ont parlé des épaississemens de la vessie, produits des calculs, &c. Ruyssch, Detharding, Morgagni & M. Lieutaud en ont rapporté plusieurs exemples. Morgagni nous a appris qu'on trouvoit communément l'estomac de ceux qui ont fait un fréquent usage de boissons spiritueuses, racorni, épais, rapetissé; mais il n'a pas parlé du racornissement des parois & de l'oblitération du col de la vessie des vieillards.

OBSERVATION sur un Spina bifida, & sur le canal de la moëlle épinière.

Il n'y a pas long-temps que les Anatomistes connoissent le *Spina bifida*; Tulpius est le premier qui en a donné une description suivie; Lechelius, Zwinger & M. de Haller dans ses thèses chirurgicales, en ont parlé fort au long. Ces Auteurs sont d'accord sur les signes, mais ils se contredisent sur la nature de cette tumeur; les uns veulent que ce soit une infiltration dans la membrane vaginale de la moëlle épinière; d'autres assurent que l'eau est amassée entre la pie & la dure-mère.

Ces contradictions apparentes dans les Auteurs, me faisoient desirer depuis long-temps une occasion de m'assurer de la vérité par moi-même; un heureux hasard me l'offrit.

Je disséquai l'hiver dernier un fœtus hydrocéphale venu à terme; & qui étoit attaqué d'un *Spina bifida*; la tumeur avoit son siège au-dessus de l'os sacrum; j'incisai les tégumens avec circonspection, j'enlevai les muscles grands-dorſaux, je séparai les longs-dorſaux &

les demi-épineux des lombes, & je mis la tumeur bien à découvert.

La dernière vertèbre des lombes n'avoit point d'apophyse épineuse, & on voyoit un espace rhomboïde à travers lequel sortoit une excroissance qui cédoit au tact & dont la couleur étoit d'un rouge pâle. Je l'incisai légèrement, il s'écoula une petite quantité d'eau rougeâtre; après cet écoulement il parut une masse blanchâtre filamenteuse, je l'ouvris, j'y trouvai un canal rempli d'une eau limpide; je suivis ce canal jusqu'aux vertèbres cervicales, il étoit plus dilaté vers le bas que vers le haut où il se rétrécissoit sensiblement; la surface interne étoit très-unie, il me parut qu'il y avoit une membrane très-fine qui en formoit la paroi.

Je fis dans la suite plus d'attention à cette observation, que dans le temps que je m'adonnois à ces recherches; je soupçonnai qu'il y avoit un canal dans la moëlle épinière, qui communiquoit avec les ventricules du cerveau: j'ouvris divers fœtus & les cadavres de plusieurs adultes, mais mes peines & mes soins furent superflus; un évènement plus heureux satisfit à ma curiosité. J'ouvris à la rue du Regard, en présence de M. Maloet, célèbre Médecin de la Faculté de Paris, le cadavre d'un homme de trente à trente-cinq ans, mort à la suite d'une longue maladie, & dont M. Maloet avoit dirigé le traitement.

Comme le malade avoit eu des douleurs vives dans les extrémités, nous ouvrimes le canal spinal & la moëlle épinière; je trouvai dans la portion médullaire cervicale un canal dans lequel on pouvoit insinuer sans peine un assez gros stilet jusque vers la quatrième ou cinquième vertèbre cervicale.

Ce fait réuni au précédent me fit penser qu'il y avoit un canal dans la moëlle épinière qui existoit toujours, mais qui étoit plus apparent dans certains sujets que dans d'autres; j'écrivis à ce sujet un Mémoire, je le communiquai à M. Senac; il m'avoit déjà prévenu dans mes travaux, car il me dit avoir vu ce canal: il existe donc, & il est surprenant que les Anatomistes modernes l'aient passé sous silence; je l'ai trouvé depuis décrit dans les plus anciens Auteurs, & je dois leur rendre justice en leur accordant la découverte qui leur appartient. Charles Étienne, en décrivant la moëlle épinière, dit qu'il y a un canal au milieu de la substance, qui se propage du cerveau à la moëlle épinière, & qu'il se

remplit quelquefois d'une liqueur jaunâtre: *caterum quod ad interiora ipsius medullæ spectat, cavitatem in internum ejus substantiæ manifestam reperire licet, quæ ceu quidam ipsius ventriculus esse conspicitur, in quo aquosus quidam humor subflavus continetur, paulò tamen liquidior, quàm qui in anterioribus cerebri delitescit*^a.

^a Page 337.

^b *Dere Anat.*
pag. 194.

Columbus a été plus loin, il a déterminé la figure & la grandeur de ce canal, en le comparant à une plume à écrire^b. La description que cet Anatomiste donne du canal de la moëlle épinière, est exacte; plusieurs Auteurs qui lui ont succédé ont aussi parlé de ce canal, mais l'ont différemment décrit. Il est surprenant qu'une découverte aussi intéressante & si curieuse ait resté perdue dans les livres de ses Auteurs, il en est un grand nombre d'autres qui se trouvent dans le même cas. Ce canal ne favoriseroit-il pas les mouvemens de la moëlle épinière que quelques Physiologistes disent y avoir observés? Je puis assurer avoir vu la moëlle épinière se gonfler & s'affaisser dans un chat auquel on avoit ouvert le canal spinal en arrière & en haut vers les vertèbres cervicales inférieures: ces mouvemens dans la substance médullaire vertébrale ne répondoient point à ceux des artères; ils me parurent au contraire répondre aux mouvemens du cerveau. L'espace vide que l'on observe dans les cadavres entre la moëlle & le canal vertébral, pourroit bien permettre ces gonflemens & affaissemens alternatifs de la moëlle épinière: au reste, Paaw prétendoit autrefois que la moëlle épinière se mouvoit dans son canal, comme le cerveau se meut dans le crâne^c.

^c Voyez notre
Hist. de l'Anat.
t. II, p. 401.

HYDROPSIE particulière des ventricules latéraux du cerveau, & sur la cloison qui les sépare.

Depuis Galien jusqu'à Varoli, les Anatomistes ont presque tous regardé les ventricules latéraux comme deux cavités particulières & indépendantes l'une de l'autre; Varoli a prétendu qu'ils communiquoient entr'eux & qu'ils se joignoient au-dessous de la voute à trois piliers. Les Anatomistes qui lui ont succédé ont généralement suivi son opinion; si quelques-uns s'en sont écartés, ils ont admis une membrane mince & transparente au-dessous du *septum lucidum*, mais qu'ils ont dit être percée en différens endroits.

M. Winslow a décrit les trous de communication fort au long; l'observation suivante me fit douter de l'exactitude de sa description.

Je dissequois

Je diséquois, il y a environ trois ans, le cerveau d'un jeune enfant de trois à quatre ans, mort de la petite vérole; la tête étoit plus grosse qu'elle n'a coutume d'être à cet âge, quoique la substance du cerveau fût sèche. A l'ouverture des ventricules qui étoient fort dilatés, je trouvai une très-grande quantité de sérosité; le droit étoit rempli d'une sérosité limpide, le gauche d'une sérosité rougeâtre: cette différence dans la couleur me frappa, je craignis d'avoir ouvert quelque vaisseau qui eût versé son sang dans le ventricule gauche & qui eût troublé la transparence de la sérosité; je crus devoir attendre un certain temps avant de toucher au cerveau, pour voir si la différence de couleur dans l'eau des ventricules subsisteroit telle que je l'observois. Au bout d'une heure je trouvai le ventricule gauche rempli de la sérosité limpide, & le ventricule droit de la sérosité rougeâtre; je soupçonnai pour lors qu'il n'y avoit aucune communication entre les ventricules: je fis d'ultérieures recherches pour m'assurer de la vérité, j'emportai autant que je pus de la substance de l'hémisphère gauche du cerveau, j'ouvris le ventricule du même côté; l'eau qu'il contenoit s'épancha sans qu'il s'écoulât sensiblement une seule goutte de l'eau rougeâtre contenue dans le ventricule gauche; c'est pour lors qu'il m'a été aisé d'apercevoir une cloison membraneuse qui séparoit complètement les ventricules.

Plusieurs des Étudiens qui suivoient le cours d'Anatomie que je faisois cette année dans la rue de la Harpe, furent témoins de mes recherches.

Cependant l'eau rougeâtre contenue dans le ventricule gauche, rompit la membrane que je décrivais à mes auditeurs, & mon plaisir fut de courte durée. J'ai eu depuis occasion de la voir plusieurs fois dans l'homme, sans aucune ouverture apparente; mais il faut avouer qu'on ne la rencontre telle que par d'heureux hasards; la substance du cerveau est si mince & la cloison si fragile, qu'on la déchire en soulevant la voûte à trois piliers.

Je pourrais appuyer mon opinion sur l'existence d'une cloison entière entre les ventricules, de diverses observations puisées dans des Auteurs dignes de foi, mais qui n'ont tiré aucune conclusion sur la structure des parties. Je ne rapporterai que les plus frappantes. Tulpus parle d'un hydrocéphale qui avoit deux livres d'eau dans

un des ventricules, l'autre étant à sec. En parcourant l'histoire de l'ouverture du corps de Malpighi, faite par Baglivi, j'ai vu qu'on avoit trouvé un des ventricules du cerveau de ce célèbre Anatomiste rempli d'eau, quoiqu'il n'y en eût presque point dans l'autre: j'ai aussi trouvé dans un des Journaux de Médecine un fait à peu près pareil.

On a autrefois écrit qu'on soupçonnoit qu'il y eût une cloison parfaite qui séparoit les ventricules & qui interceptoit toute communication. L'observation que je viens de rapporter, jointe à celles des Auteurs, & qui sont presque inconnues, prouve l'existence de cette cloison qu'on est quelquefois assez heureux de conserver dans son intégrité.

OBSERVATION sur une Bosse particulière.

Une Dame d'une très-grande condition, d'une taille au-dessous de la médiocre, âgée de soixante-six ans & mère de plusieurs enfans, avoit l'épine extraordinairement contournée sur les côtés; elle formoit trois courbures: la supérieure étoit produite par les vertèbres cervicales & les deux premières vertèbres dorsales; la moyenne par les dix vertèbres dorsales suivantes, & la troisième par les vertèbres lombaires. La convexité de la première étoit à gauche, celle de la moyenne à droite & celle de la troisième étoit à gauche. Cette Dame parvint, ainsi conformée, à un âge fort avancé sans ressentir aucune incommodité de la distorsion de son épine: elle avoit accouché plusieurs fois heureusement; cependant elle avoit fait un usage très-fréquent des corps, mais sans succès; les bosses ne se redressèrent pas par de tels secours. Quelques années avant sa mort il lui survint un accident très-remarquable: environ trois ou quatre heures après son repas, elle ressentoit au bout du pied gauche une douleur des plus vives, une légère difficulté de respirer & une sensation désagréable dans le bas-ventre au-dessous de l'hypocondre gauche; les symptômes duroient deux ou trois heures; ils persisteroient davantage & étoient plus vifs lorsqu'elle avoit mangé plus qu'à son ordinaire. On appela plusieurs Médecins & divers Chirurgiens, chacun fit des remèdes particuliers, il y en eut qui conseillèrent des topiques sur le bout du pied gauche; cependant la

maladie résista à ce secours, la Dame vécut avec cette infirmité, & elle périt de toute autre maladie. M. de Bordeu, qui en étoit le Médecin, curieux de connoître la cause de la douleur que cette Dame avoit ressentie au bout du pied gauche, m'appela pour faire l'ouverture de son cadavre : je trouvai les deux dernières fausses côtes gauches renversées dans le bas-ventre ; la dernière recouroit le colon qui étoit très-rétréci, & son extrémité étoit appliquée sur le plexus lombaire ; le colon étoit très-adhérent à ce même plexus & au muscle grand psoas.

C'est à ce renversement des côtes dans le côté gauche, que nous attribuâmes la cause de la douleur que cette Dame avoit ressentie au bout du pied du même côté ; lorsque les excréments parvenaient à l'endroit du colon qui en étoit recouvert, ils le dilatoient ; & comme cet intestin ne pouvoit se porter en avant à cause de la côte qui lui opposoit un obstacle invincible, l'effet de la compression se transmettoit aux nerfs lombaires & de-là aux nerfs cruraux qui se prolongent sur le pied. Cette observation est curieuse, c'est ce qui m'engage à la communiquer à l'Académie ; je crois qu'on doit attribuer le renversement des deux dernières côtes aux corps dont la Dame avoit fait usage pour se redresser l'épine : rien n'est plus dangereux que l'application de pareils habillemens.

Je n'en rapporterai pas les inconvéniens, parce qu'on les a détaillés fort au long dans divers Ouvrages ; ce qu'il y a de particulier, c'est que les plus anciens Anatomistes en ont blâmé l'usage, & qu'on ne s'est pas corrigé. Charles Étienne en parlant de l'omoplate blâme la conduite des nourrices qui bandent le corps des enfans, ou qui avant qu'ils soient assez forts pour se soutenir, les obligent de marcher en les soutenant avec des lisières : « à cet âge, dit-il, les parties sont souples & cèdent facilement à la pression ; la position naturelle des os se dérange, & les muscles qui s'y attachent sont obligés de s'accommoder à ce déplacement. » Peu de Médecins ont fait attention à ce précepte ; l'usage des corps & des maillots s'est fortifié par le temps, les Médecins eux-mêmes l'ont préconisé ou n'ont point connu son inconvénient. Riolan plus judicieux a fait les mêmes réflexions que Charles Étienne ; il dit que les Dames Françoises ont pour la plupart une épaule plus haute que l'autre ; la vérité se fait toujours connoître ; Riolan l'a saisie, il a bien fait

de la manifester, mais il a tort de passer sous silence le nom de Charles Étienne. Il est vrai que plusieurs autres Ecrivains qui lui ont succédé ont marché sur ses traces, ils ont écrit sur l'abus des corps, mais sans citer ni Charles Étienne, ni Riolan qui en avoient connu les inconvéniens; je me fais un honneur & un devoir de leur rendre ce qui leur appartient.

OBSERVATION sur la capacité des ventricules du cœur.

La Nature varie dans tous les âges, & l'on ne peut avoir en Anatomie un résultat certain de ses opérations, qu'en la considérant sous les diverses formes qu'elle se présente: c'est en la suivant dans sa marche, qu'on pourra faire les plus grandes découvertes, & qu'on parviendra à concilier beaucoup d'opinions qui ne paroissent contraires que parce qu'on les a faites sur des sujets d'un âge différent.

Depuis Hippocrate jusqu'à Lower, les Anatomistes ont cru que le ventricule droit ou antérieur étoit plus grand que le ventricule gauche ou postérieur. Lower fut le premier qui osa contredire l'opinion reçue; il tâcha de prouver, par des calculs & par des expériences faites sur le cœur, que les ventricules étoient également amples: son sentiment fut adopté de M.^{rs} Sanctörini, Michelotti & Lieutaud, qui l'étayèrent de nouvelles preuves.

Cette opinion n'a pas été celle de M. Helvétius; ce Médecin pensa avec les Anciens que le ventricule droit étoit plus grand que le ventricule gauche. Pour le prouver, il remplit d'eau les ventricules du cœur; le ventricule droit du premier cœur dont il se servit pour son expérience, contint seize dragmes & demie d'eau, & le ventricule gauche n'en contint que quinze: il entra vingt-quatre dragmes de liqueur dans le ventricule droit du second cœur qu'il employa à ses recherches, quoique le ventricule gauche n'en contint que vingt dragmes.

La différence des ventricules lui parut donc plus grande dans la seconde expérience que dans la première; mais il en résulta toujours que le ventricule droit étoit plus grand que le ventricule gauche.

L'opinion de M. Helvétius fut adoptée de plusieurs Savans; M.^{rs} Nicolai, Lieberkuhn, Winslow & Senac lui ont donné leur suffrage; je la suivois, plutôt conduit par l'autorité que par l'expérience, lorsque le cœur du fœtus fixa mon attention; la pointe du

ventricule gauche formoit une grande élévation, & étoit plus saillante que celle du ventricule droit; ce qui me fit penser que si le ventricule droit étoit plus large, le ventricule gauche étoit, à cet âge, plus long; & ces différences dans les dimensions me déterminèrent à répéter les expériences de M. Helvétius. Je remplis d'eau les deux ventricules; le gauche en contient sept dragmes, quoique le droit n'en contient que six & demie: je pris dans le même moment le cœur d'un vieillard & je remplis les ventricules de la même liqueur; le ventricule droit contient dix-huit dragmes d'eau, le gauche n'en contient qu'environ dix-sept dragmes & quelques grains.

Il falloit, pour décider la question, évaluer la quantité d'eau qui entroit dans les ventricules d'un troisième cœur; j'allai à l'Hôtel-Dieu où je trouve ordinairement les sujets qui me sont nécessaires, je pris le cœur d'un jeune enfant dont je remplis les ventricules, ils continrent une égale quantité de liqueur.

Des expériences faites sur trois sujets d'un âge différent, & qui m'avoient donné trois résultats différens, me firent présumer que la capacité des ventricules du cœur varioit suivant les âges; je répéterai mes expériences & je trouvai que le fœtus avoit le ventricule gauche plus ample que le droit; que dans les enfans les cavités ou les ventricules du cœur sont à peu-près égales, & que dans l'adulte la cavité antérieure ou droite est plus ample que la cavité gauche.

En considérant ainsi la Nature dans les différens âges, on rend raison de la diversité des opinions des Auteurs, & on donne une solution exacte de la difficulté. Il seroit à désirer que l'on suivit en Anatomie cette méthode pour développer la structure des autres parties, on verroit que l'on peut concilier des sentimens sur divers objets qui paroissent opposés.

La raison peut venir au secours de l'expérience dans l'examen des ventricules du cœur; le ventricule droit des fœtus ne reçoit pas une aussi grande quantité de sang que le ventricule gauche; une très-grande partie de celui de l'oreillette droite coule dans l'oreillette gauche par le trou de Galien ou trou ovale de Carcanus, que l'ignorance a adjugé à Botal; ce sang parvient dans le ventricule gauche sans pénétrer le ventricule droit, & comme les

quantités du sang qui coule dans les ventricules sont inégales, puisqu'une celle qui entre dans le ventricule gauche est plus grande que celle qui pénètre le ventricule droit, il faut que le ventricule gauche soit plus ample que le droit.

L'ordre de la circulation change dans l'enfant qui vient au monde; dès qu'il commence à respirer, le canal artériel s'oblitére par l'élévation de la bronche gauche qui soulève l'aorte, à laquelle adhère le canal artériel; la valvule du trou ovale, soulevée par ses fibres musculieuses, comme Carcanus nous l'a appris, bouche le trou ovale, & intercepte toute voie de communication entre les oreillettes: le sang aborde pour lors en plus grande quantité dans le ventricule droit & le distend, jusqu'à ce qu'il soit aussi ample que le ventricule gauche; les quantités de sang qui les pénètrent étant égales, leurs cavités doivent l'être. Cette proportion subsisteroit ainsi jusqu'à la fin de la vie, si les parois des ventricules du cœur avoient la même épaisseur; mais comme la paroi du ventricule droit est plus mince que celle du ventricule gauche, elle résiste moins à l'effort latéral du sang, & par-là le ventricule droit doit s'agrandir. Nous ne disconviendrons cependant pas qu'il ne se présente quantité d'exceptions à la règle générale que nous établissons. Une disposition intérieure du cœur, quelque vice des vaisseaux sanguins, soit qu'ils soient rétrécis, soit qu'ils soient dilatés, peuvent produire des dilatations dans l'un ou l'autre ventricule.

OBSERVATIONS anatomiques pour servir à l'histoire des Muscles.

On trouve au-dessous des muscles destinés à mouvoir les os longs des extrémités, & qui recouvrent l'articulation d'un membre, des muscles qui d'une part sont attachés aux os, & de l'autre à la capsule articulaire: ils sont très-grêles, presque pyramidaux; leurs fibres s'épanouissent sur la capsule articulaire où elles se perdent; chacune d'elles est recouverte d'une gaine de tissu cellulaire, qu'on aperçoit facilement lorsqu'on soulève le muscle, & les fibres du muscle d'un côté passent obliquement sur celles de l'autre. Il y a de pareils muscles dans presque toutes les articulations; il en est plusieurs qui ont échappé aux recherches des Anatomistes, & d'autres qui leur sont connus, mais auxquels ils attribuent des usages différens de ceux qu'ils remplissent.

On voit au-dessous des muscles sous-scapulaires de l'omoplate, vers son angle supérieur, un muscle très-grêle qui d'une part s'attache à la lèvre interne du bord supérieur de l'omoplate, & de l'autre à la capsule articulaire de l'épaule. Plusieurs fibres se répandent sur la surface externe, d'autres se réunissent & forment un tendon plat qui s'insère à l'omoplate même, en confondant quelques-unes de ses fibres avec le tendon du biceps qui se contourne sur le bord de la cavité glénoïde; ce tendon avec celui du muscle que je décris, forme un rebord tendineux que les Anatomistes ont cru être ligamenteux. Le segment extérieur du bourlet appartient au tendon brachial du muscle biceps; l'intérieur à celui du nouveau muscle sous-scapulaire de l'omoplate: il n'est besoin d'aucune préparation pour apercevoir cette structure, & il est surprenant que les Anatomistes n'aient point fait attention à la continuité de ce bourlet avec le tendon des muscles. Vésale avoit avancé qu'un des tendons du muscle biceps s'implantoit au haut de la cavité glénoïde, & les Anatomistes qui lui ont succédé sont tombés dans la même erreur. Rolfinckius a cependant entrevu que le tendon du biceps se contournoit pour former le bourlet: il étoit sur la voie de la vérité; ses contemporains ou les Anatomistes qui lui ont succédé s'en sont écartés en suivant Vésale. M. Winslow même l'a suivie de trop près.

La direction des fibres du muscle capsulaire de l'omoplate est toujours différente de celle du muscle sous-scapulaire, & par-là on peut facilement le distinguer: la séparation est quelquefois naturelle dans certains sujets, mais il ne faut pas être bien instruit dans les dissections pour se convaincre que les muscles sont d'une nature différente.

Au côté externe & au-dessous du muscle brachial interne, on aperçoit sans aucune préparation un muscle particulier; d'une part il est attaché à la face intérieure du condyle antérieur de l'humérus, & de l'autre à la capsule articulaire du coude: cependant plusieurs de ses fibres s'implantent à l'apophyse coronôide du cubitus; la direction de ses fibres est telle qu'elles sont dirigées de dehors en dedans & de haut en bas, au lieu que celles du muscle brachial vont du dedans en dehors, &c. de sorte que les fibres de ces deux muscles s'entrecroisent, ce qui prouve assez leur différence.

L'inspection seule suffit pour la connoître, car après avoir levé la peau, on observe la ligne de séparation.

La capsule articulaire de la hanche est pourvue de pareils muscles, on en trouve deux à la partie antérieure, bien différens de l'iliaque, du pectiné ou du psoas; souvent il suffit de détacher ces muscles du fémur, & de les relever pour voir les deux muscles capsulaires; d'une part ils s'attachent aux os pubis, & de l'autre à la partie antérieure de la capsule, l'un vers son bord externe, & l'autre vers son bord interne.

J'ai été conduit à ces recherches par la découverte des muscles *sous-cruraux* de M. Albinus. Cet Anatomiste célèbre a trouvé au-dessous du muscle crural deux muscles destinés selon lui à élever la capsule du genou; il les a nommés *musculi subcrurales*. En étendant mes recherches sur les autres articulations, je suis parvenu à découvrir de pareils muscles; il paroît que M. Winslow les avoit entrevus; il a dit dans son Traité de Miologie, & en décrivant le deltoïde, le sus-épineux & le petit fessier, que plusieurs des fibres de ces muscles se perdoient à la capsule de l'articulation.

Les muscles capsulaires remplissent les plus grands usages dans l'économie animale, sans eux nous ne pourrions mouvoir les extrémités; car par leur moyen les capsules articulaires sont à l'abri de tout froissement, tandis que les muscles les plus puissans élèvent les os, les nouveaux muscles élèvent la capsule & l'éloignent des surfaces osseuses qui la comprimeront & la pinceront.

Les muscles que je viens de décrire ne sont pas les seuls qui remplissent cet usage; il en est d'autres qui concourent à leur action: tel est le sus-épineux qui sert à l'élévation & de l'humérus & de la capsule; tel est le petit fessier qui soulève la capsule de la hanche & qui concourt à étendre le fémur. Le poplité doit être rangé parmi ces muscles, & c'est dans la même classe qu'on doit placer le long palmaire, le plantaire grêle, les lombricaux; car ou ils soulèvent, en se contractant, les capsules articulaires, ou ils élèvent les gâines qui revêtent les tendons des muscles.

Sur les muscles dentelés postérieurs.

Les muscles dentelés postérieurs qu'on a coutume de diviser en postérieurs supérieurs, & en postérieurs & inférieurs, sont souvent

souvent confondus entre eux par une large aponévrose, dont les feuillets sont continus dans plusieurs sujets; dans d'autres l'aponévrose du muscle dentelé inférieur passe par-dessous celle du dentelé supérieur; mais il règne toujours tout le long de l'épine une membrane qui recouvre les muscles extenseurs du tronc, & qui est confondue vers les lombes avec l'aponévrose du grand dorsal, & assez distincte & séparée vers le dos; elle forme une gaine qui maintient les muscles dans leur situation, & s'oppose à leur déplacement; il arrive cependant quelquefois à la suite de violens mouvemens du tronc; & c'est ce déplacement que M. Lieutaud a connu sous le nom de *luxation* des muscles de l'épine, &c. dont Beverovicus avoit eu quelques notions.

J'ai eu occasion de disséquer le cadavre d'un homme qui après une chute d'une certaine hauteur, s'étoit plaint d'une très-vive douleur au dos; on y sentoit une tumeur dure, placée sur la huitième, neuvième & dixième côte, à peu de distance des vertèbres: cet homme ne pouvoit fléchir le tronc, quelque effort qu'il fît, & le plus léger étoit très-douloureux; il périt dans les convulsions, à l'ouverture du corps on trouva beaucoup de sang épanché dans le crâne, & l'on vit que la tumeur au dos étoit formée par le déplacement d'une partie du muscle long dorsal, qui s'étoit insinué entre les fibres de l'aponévrose commune aux deux dentelés, ou qui les avoit déchirées. Je crois que si un pareil cas se présentoit, il faudroit, après avoir tenté les moyens recommandés, faire une incision à la peau, inciser le ligament & débrider les parties pour en détruire l'étranglement & procurer la réduction.

Sur les muscles des yeux.

Les muscles des yeux ont fixé l'attention des Anatomistes les plus célèbres; Galien en admettoit sept pour mouvoir le globe, & deux pour relever la paupière supérieure. Vésale adopta ses travaux; Fallope fut le premier qui osa le contredire; il découvrit le releveur de la paupière, & la poulie dans laquelle s'engage le tendon du grand oblique. Cet Anatomiste judicieux nous apprit que le globe de l'œil n'avoit que six muscles, que le grand oblique avoit deux portions charnues jointes à un tendon; c'est

à ce tendon que les Anatomistes précédens divisoient le grand oblique, & par-là trouvoient sept muscles, quoiqu'il n'y en eût que six. Galien avoit avancé que les muscles des yeux s'attachoient à la dure-mère. On a suivi cette description jusqu'au milieu du dix-septième siècle. Arantius, un des plus grands Anatomistes qu'ait fourni l'Italie, crut ne devoir s'en rapporter qu'à lui-même; il fit de nouvelles recherches, & vit que ces muscles s'attachoient autour du trou optique, si l'on en excepte le petit oblique, qui, selon lui, adhère à la partie inférieure & externe de l'orbite, entre l'os maxillaire & celui de la pommette.

Voilà le premier pas de fait vers la vérité. Les Anatomistes qui ont survécu à Arantius, pour avoir une histoire complète des muscles de l'œil, n'auroient eu qu'à examiner quels étoient ceux qui s'attachoient en dedans, en dehors, en haut & en bas du trou optique, & ils auroient eu une idée exacte des muscles moteurs des yeux. Bien loin de suivre ce plan de recherches, ils ont plutôt consulté leur imagination que la Nature, & ont embrouillé la question au lieu de l'éclaircir.

Valsalva a écrit dans la suite que les muscles de l'œil formoient un anneau autour du trou optique, qui embrassoit exactement le nerf qui y passe. M. Winslow, quelque temps après, observa que le trou optique étoit placé plus près de l'angle interne que de l'angle externe de l'œil, & il conclut que les muscles droits de l'œil étoient inégaux en longueur, que le droit interne étoit plus court que l'externe. Cette conséquence paroissoit naturelle; cependant M. Winslow l'adopta, & tomba dans l'erreur, ce qui doit nous faire voir que le raisonnement le plus vraisemblable est souvent éloigné de la vérité, & qu'il peut séduire les Anatomistes les moins crédules. M. Lieutaud douta de la découverte de M. Winslow, il en appela au cadavre: son doute fut fondé; il trouva les muscles droits d'une égale longueur. « Les quatre muscles du globe, » dit-il, forment tous ensemble un cône, dont la pointe est diamé- » tralement opposée au centre de la prunelle, ce qui est, dit cet » Auteur, contraire aux observations de M. Winslow, qui a prétendu » que la pointe de ce cône étoit occupée par le trou optique, & que » par conséquent l'adducteur étoit plus court que son antagoniste,

& les autres deux étoient obliques, par rapport à l'axe de la cavité; ce qui seroit très-véritable, si la pointe du cône répondoit au trou optique; mais le centre de ce trou est éloigné de celui de la pointe du cône d'environ trois lignes. » Zinnius, Anatomiste de Gottingen, qui a écrit sur le même objet, a adopté la description de M. Lieutaud.

J'ai trouvé les trois muscles droits; savoir, l'interne, l'inférieur & l'externe, réunis à un seul tendon grêle & court, qui est implanté au bord inférieur & postérieur du trou optique; le muscle droit supérieur & le releveur de la paupière se joignent en un tendon commun, qui est fixé au bord supérieur & antérieur du trou optique. Ces tendons sont très-apparens chez les vieillards, ils se trouvent aussi dans l'enfant, mais ils sont moins gros; ils sont éloignés de quelques lignes du trou optique, & ils semblent se ramifier dans l'os; les deux muscles droits supérieur & interne, sont placés obliquement sur le nerf optique, qui est plus interne que le tendon de communication.

Avicenne, ce prince des Médecins Arabes, est celui qui s'est le plus approché de la Nature, il dit, en parlant des muscles de l'œil, que les muscles droits se réunissent en un seul tronc, *qui musculi in unum truncum coeunt*. Cette remarque est exacte, à quelques égards. Les muscles droits, par leurs extrémités antérieures, s'épanouissent en une membrane indépendante de celle que les Anatomistes ont appelée *albuginée*; on peut suivre la membrane des muscles droits jusque sur la cornée transparente, en conservant l'albuginée dans son intégrité. Le muscle grand oblique s'implante à l'orbite vers le bord interne du trou optique, il n'y a aucun muscle vers le segment inférieur du trou optique; Valsalva a donc eu tort d'avancer que les muscles de l'œil formoient un anneau autour du trou & du nerf optique, & ceux qui ont ajouté soi à sa description sont tombés dans une erreur grossière & préjudiciable à l'art de guérir: car c'est à la contraction subite de cet anneau musculeux qu'ils ont attribué la cause de quelques gouttes sereines; mais comme l'anneau musculeux est un être de raison, les effets qu'ils en déduisent sont aussi éloignés de la vérité.



M É M O I R E

Sur la nature du terrain de la Montagne de Saint Germain-en-Laie, & la comparaison d'un morceau de bois fossile qui y a été trouvé avec le jayet.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

M. PERRONET ayant instruit l'Académie des différentes couches qui composent la montagne de Saint Germain, & des circonstances qui y ont accompagné la découverte d'un morceau de bois fossile qu'il lui a présenté; je rapporterai ici ces détails & je terminerai ce Mémoire par comparer ce bois avec le fossile connu sous le nom de *jayet*.

On fait par tradition que la montagne de Saint Germain-en-Laie a eu, de temps immémorial, une source d'eau assez abondante, qui caufoit de temps en temps des éboulemens, & qui, depuis quelques années, ruinoit les meilleurs travaux qu'on avoit faits pour la sûreté & la commodité de la voie publique.

Pour empêcher ces dégradations on a fait des tranchées, c'est en formant une de ces tranchées qu'on a coupé plusieurs lits de matières très-hétérogènes; ces lits, parallèles entr'eux, conservoient la même inclinaison que la montagne qui est de 18 à 20 pouces par toise: nous allons parler de la nature & de l'épaisseur de ces différens lits & des morceaux qu'ils renferment.

Le premier lit qui recouvre la montagne est une terre légère d'un brun-terne, d'un pied environ de profondeur, quoiqu'il semble à peu-près de la même nature que le second qui est tout-à-fait stérile & de deux pieds d'épaisseur; ce premier est propre à la végétation. Seroit-ce la culture, ou des matières étrangères qu'on y auroit amenées, qui, avec le temps, auroient rendu fertile cette première couche? Le second lit a neuf pieds d'épaisseur, c'est une espèce de tuf; on y trouve des morceaux d'une pierre tendre qui paroissent de la même nature que la terre qui l'environne, & dont quelques morceaux ont acquis un peu plus ou un peu moins de dureté. Le

troisième lit a trois pieds de hauteur, il est d'une couleur verdâtre; c'est un mélange de sable, de coquilles & autres productions de mer pétrifiées. Le quatrième a neuf pieds six pouces d'épaisseur, il est composé d'un sable gris, en quelques parties orangé, graveleux & approchant de la nature du grès; on en a même trouvé quelques morceaux d'environ un pied en tout sens, & il devient d'autant plus glaiseux qu'il est plus profond: c'est dans ce banc qu'on a trouvé beaucoup de coquillages, la plupart bien conservés.

Les fouilles ont conduit à un cinquième lit de glaise couleur d'ardoise, de sept pieds d'épaisseur, c'est entre ce lit & le précédent que les eaux avoient établi leur cours ordinaire, & qu'on a trouvé deux morceaux de lave de trois ou quatre pouces de diamètre; ce lit est terminé par une couche de six pouces d'épaisseur composée de glaise & de craie marbrée, noire, brune & blanche.

On a trouvé dans la glaise noire un morceau de bois fort lourd couleur de café brûlé & d'un beau noir d'ivoire en certains endroits; on en ignore la longueur parce qu'il étoit à travers la tranchée & qu'on ne l'a pas suivie, la grosseur est de quatre à six pouces; ce bois étoit couché suivant la pente de la montagne, & rempli, dans ses nœuds & fentes, de pyrites faites en forme de lingots.

On a découvert, à cette même profondeur, un plancher de ces mêmes pyrites, de deux pouces d'épaisseur, dont la cristallisation est fort irrégulière; ces pyrites sont sulfureuses & vitrioliques, elles fleurissent aisément à l'air, & si on en décompose dans de l'eau, on lui donne la même odeur & le même goût que l'eau d'une source minérale, qui sort de cette même côte au-dessous du Château neuf, & qui opère de bons effets; d'où il semble qu'on peut inférer qu'elle passe sur des pyrites semblables à celles-ci: ce banc porte sur un sixième d'une espèce de craie très-blanche dont on n'a pas sondé toute la profondeur, elle est douce sous les doigts & s'y réduit en poudre fine. Ces détails qui font connoître la nature de la montagne de Saint Germain, ne sont point indifférens, sans doute, pour l'examen du morceau de bois qu'on y a trouvé, & la comparaison que je me propose d'en faire avec le jayet. On sait que le jayet ordinaire dont on faisoit autrefois plus d'usage dans les Arts, & qu'on emploie maintenant encore, mais très-peu en Médecine, se trouve en carrières

plus ou moins profondes & par morceaux de différentes dimensions, assez souvent posés les uns sur les autres & presque toujours formés de lames ou couches sur plusieurs desquelles on aperçoit des fibres.

La couleur du jayet est noire, mais la superficie de ces lames n'a point ce luisant qu'offre l'intérieur du morceau dans une cassure; c'est aussi ce qu'il est aisé de reconnoître dans le morceau de bois de Saint Germain. Dans l'intérieur d'une fente ou d'un morceau rompu, on voit une couleur d'un noir d'ivoire bien plus brillant que sur la surface du morceau. La dureté du jayet & du morceau de bois est à peu près la même, elle n'est pas grande dans ces deux fossiles, l'outil les entame aisément, cependant ils se polissent très-bien, & également tous deux, & étant polis, ils offrent la même nuance de couleur au point de les croire provenus du même morceau. Le bois fossile de Saint Germain & le jayet ordinaire, brûlent & donnent de la flamme sur les charbons, le jayet répand une odeur bitumineuse ou de pétrole; certains morceaux du bois dont nous parlons, donnent aussi une odeur assez semblable, sur-tout si l'on choisit les morceaux où il ne se rencontre point de pyrites; car dans les autres, l'odeur vive & suffoquante du soufre qui brûle domine celle du jayet. Par la distillation dans des vaisseaux fermés, ces deux fossiles offrent les mêmes principes, en choisissant des morceaux de bois entièrement exempts de pyrites.

Il résulte donc de cette comparaison, en considérant les caractères non-équivoques du morceau de bois, trouvé dans la montagne de Saint Germain que M. Perronet a déposé à l'Académie; qu'il est changé en jayet, & il servira à confirmer le sentiment de ceux qui croient le jayet produit par des végétaux; car le plus ou le moins de bitume ou de matières inflammables dans le jayet ne peut pas faire séparer de la classe, celui qui en contiendrait en plus ou en moindre quantité. Il auroit été à désirer que l'on eût pu reconnoître l'espèce de bois qui produit le jayet, s'il est dans la classe des résineux; & ensuite les circonstances nécessaires pour qu'il se change en jayet: mais voici un premier pas qui conduit à la découverte de ces autres questions, & l'on sait que souvent on marche lentement dans la connoissance des secrets de la Nature.



ÉLÉMENTS DE L'ORBITE DE LA COMÈTE

Découverte par M. MESSIER, le 14 Juin 1770.

Par M. PINGRÉ.

LIEU du nœud ascendant.....	4 ^f 16 ^d 39' 5"
Lieu du périhélie.....	11. 26. 7. 16
Logarithme de la distance périhélic.....	9,799056.
Distance périhélie.....	0,629587.
On suppose la moyenne distance de la Terre au Soleil de 1,000000.	
Sens du mouvement.....	direct.
Inclinaison de l'orbite.....	1 ^d 44' 29"

Temps moyen à l'Observatoire.

Passage au périhélie le 9 Août à..... 0^h 19' 17"

Sur ces élémens, j'ai calculé le lieu de la Comète pour le midi vrai de chaque jour jusqu'au mois de Septembre.

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.			LATITUDE de la COMÈTE.	DISTANCE de la COMÈTE à la TERRE.
	S.	D.	M.	D.	M.
Juillet 19	3.	2.	17	0. 57	Bor.
20	3.	2.	27	0. 45	
21	3.	2.	38	0. 33	
22	3.	2.	51	0. 23	
23	3.	3.	5	0. 14	
24	3.	3.	20	0. 5	
25	3.	3.	36	0. 3	Auft.
26	3.	3.	53	0. 10	
27	3.	4.	11	0. 17	
28	3.	4.	30	0. 23	
29	3.	4.	50	0. 28	
30	3.	5.	10	0. 33	
31	3.	5.	31	0. 37	

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE de la COMÈTE.	DISTANCE de la COMÈTE à la TERRE.
	<i>S. D. M.</i>	<i>D. M.</i>	
Août. 1	3. 5. 53	0. 41 Août.	0,506.
2	3. 6. 17	0. 45	
3	3. 6. 42	0. 48	
4	3. 7. 9	0. 51	
5	3. 7. 37	0. 54	
6	3. 8. 6	0. 57	0,621.
7	3. 8. 36	0. 59	
8	3. 9. 7	1. 1	
9	3. 9. 39	1. 3	
10	3. 10. 12	1. 5	
11	3. 10. 46	1. 6	0,737.
12	3. 11. 21	1. 8	
13	3. 11. 56	1. 9	
14	3. 12. 32	1. 10	
15	3. 13. 9	1. 11	
16	3. 13. 46	1. 12	0,850.
17	3. 14. 24	1. 13	
18	3. 15. 2	1. 14	
19	3. 15. 41	1. 15	
20	3. 16. 20	1. 15	
21	3. 16. 59	1. 16	0,957.
22	3. 17. 38	1. 16	
23	3. 18. 17	1. 16	
24	3. 18. 56	1. 17	
25	3. 19. 36	1. 17	
26	3. 20. 15	1. 17	
27	3. 20. 54	1. 17	
28	3. 21. 33	1. 17	
29	3. 22. 11	1. 17	
30	3. 22. 49	1. 17	
31	3. 23. 26	1. 17	1,069.
Septem. 1	3. 24. 3	1. 17	



NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES

POUR

CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL,
LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES

ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

*Et en général pour réduire les Observations de cet Astre,
faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.*

HUITIÈME MÉMOIRE,

*Dans lequel on applique à la solution de plusieurs
Problèmes astronomiques, les Équations démontrées
dans les Mémoires précédens.*

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal
au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

ω l'arc de 15^d rectifié.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'inclinaison de l'orbite corrigée.} \\ \text{Cette inclinaison se détermine par l'équation suivante;} \\ \text{Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée} = \\ \frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ en latit. évalué en secondes de degré}}{\text{sin. (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. hor. du } \odot)} \end{array} \right.$

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue
du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à
l'instant pour lequel on calcule.

Mém. 1770.

K k

Année 1764. s le sinus } de la latitude corrigée de l'Observateur (2.^d Mém. §. 20;
 c le cosinus } Table I), c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la
latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.
 g le sinus } de l'angle horaire du Soleil.
 h le cosinus }
 p le sinus } de la déclinaison du Soleil à l'instant pour lequel on calcule.
 q le cosinus }
 Ω le cosinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$\chi = \sqrt{q^2 - \Omega^2}.$$

ω le sinus } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou
 t la tangente } équatorial* de l'Observateur supposé au centre de la Terre.
 ϕ le cosinus } Cet angle se détermine par l'équation suivante,

$$\omega = \frac{\theta \Omega}{q} + \frac{\psi \chi}{q}.$$

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'instant pour lequel on calcule.

π' le sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi' \xi}{\pi}$$

$$l = r \times \frac{\sin. \text{ de la lat. de la } \odot \text{ à l'inst. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\sin. \text{ de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\sin. \text{ verse (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\sin. \text{ de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

$$n = \frac{r \xi}{\psi} \times \frac{\sin. \text{ (mouv. horaire de la } \odot \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\sin. \text{ de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai supposé que les quantités précédentes étoient positives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités devinssent négatives.

(3.) Que dans toutes les Éclipses de Soleil, les quantités $r, g, v, \psi, \xi, c, q, \Omega, \phi, \pi, \pi', \zeta, \gamma, n$, étoient essentiellement positives; que par conséquent le changement de leurs valeurs absolues ne pouvoit faire varier le signe des termes dans lesquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'étoit pas de même des quantités $\theta, b, s, g, h, p, \chi, t, \omega, l$.

* Dans les premiers Mémoires, j'avois appelé *fil horaire* ce que l'on nomme ordinairement *fil parallèle* ou *équatorial*; je reprends la définition adoptée par les Astronomes.

Que la quantité l devenoit négative, lorsque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit australe à l'instant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorsque l'Éclipse arrivoit dans le nœud descendant de la Lune.

Que b devenoit négatif, lorsque l'instant pour lequel on calcule précédoit l'instant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorsque la latitude de l'Observateur étoit australe.

Que g devenoit négatif, lorsque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négative, lorsque l'heure étoit entre six heures du soir & six heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorsque la déclinaison du Soleil étoit australe.

Que χ devenoit négatif, lorsque le Soleil étoit dans les signes descendans, c'est-à-dire depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

Que le signe de ω , & de z qui en est une conséquence, étoit déterminé par la formule du §. 1.^{er}

(5.) J'ai supposé dans ce Mémoire que pour l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit les Éléments suivans.

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short à Londres, 10^h 21' 28" du matin.

Lieu de la conjonction.....	12 ^d	9' 56"	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil.....	0.	2. 27,7	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0.	29. 39	
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction.	0.	39. 32	boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0.	2. 44	{ Éclipse dans le nœud ascendant.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune....	0.	54. 1,5	
Obliquité de l'Écliptique.....	23.	28. 21	
Déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction.	4.	48. 50	boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil.....	0.	0. 10	

K k ij

260 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables. $0^d 16' 1''$

Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation* $0. 15. 56$

Inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe
de la Lune. $0. 0. 5$

\sinus (demi-diam. horizont. de la \odot) = $\frac{9000}{32887}$ \sinus (parallaxe horizont. polaire) $\frac{1}{2}$

Demi-diamètre horizontal de la Lune. $0. 14. 47,1$

Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.

Variation horaire de la parallaxe horizontale
de la Lune. $0. 0. 0,5$ négative

Variation horaire de la déclinaison du Soleil. . . $0. 0. 58$ positive.

D'où j'ai conclu

$r = + 100000.$	Logarithme...	$r = 10,0000000.$
$\rho = + 100565.$		$\rho = 10,0024467.$
$v = +$ arc de 15^d rectifié.		$v = 9,4179686.$
$\theta = +$ sinus. $5^d 44' 26''$		$\theta = 9,0001044.$
$\downarrow = +$ cosin. $5. 44. 26.$		$\downarrow = 9,9978165.$
$\xi = +$ cosin. $0. 39. 32.$		$\xi = 9,9999711.$
$p = +$ sinus. $4. 48. 50.$		$p = 8,9238624.$
$q = +$ cosin. $4. 48. 50.$		$q = 9,9984653.$
$\Omega = +$ cosin. $23. 28. 21.$		$\Omega = 9,9624884.$
$\chi = + 38936.$		$\chi = 9,5903565.$
$\omega = +$ sinus. $28. 44. 50.$		$\omega = 9,6820198.$
$t = +$ tang. $28. 44. 30.$		$t = 9,7391209.$
$\phi = +$ cosin. $28. 44. 30.$		$\phi = 9,9428989.$
$\pi = +$ sinus. $0. 34. 15.$		$\pi = 8,1963030.$
$\pi' = +$ sinus. $0. 0. 10.$		$\pi' = 5,6855749.$
$\zeta = + 99692.$		$\zeta = 9,9986603.$
$\left\{ \begin{array}{l} \sin. \text{ de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction...} = 8,0606800. \\ \text{Logar.} \left\{ \begin{array}{l} \sin. \text{ versé (mouv. hor. de la } \odot \text{ en long. — mouv. hor. du } \odot) = 5,4972284. \\ \sin. \text{ (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. hor. du } \odot) = 7,8981331. \end{array} \right. \end{array} \right.$		

* J'ai distingué deux différens demi-diamètres du Soleil, celui tiré des Tables, & celui que je suppose dépouillé de l'irradiation; on verra

(S. 32 & suivans) les raisons sur lesquelles cette distinction peut être fondée.

$$\begin{array}{lcl}
 l = + 73177. & & l = 9,8643770. \\
 \gamma = + 200. & & \gamma = 7,3008965. \\
 n = + 50581. & \text{Logarithme...} & n = 9,7039847. \\
 \frac{nr}{\zeta} = + 50737. & & \frac{nr}{\zeta} = 9,7053244.
 \end{array}$$

$206265''$ = le nombre de secondes de degré que contient le rayon du cercle, lorsqu'on le compare à la circonférence.

(6.) Je suppose également que le lecteur a présent à l'esprit ce que j'ai dit (§. 28 du 3.^e Mém.) sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme. Année 1765.

Qu'il se rappelle l'exception relative au nombre de secondes, soit d'heure, soit de degré.

Qu'il n'a pas oublié la division du disque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'article III du même Mémoire, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

Qu'il a présent à la mémoire la manière de distinguer chacun des termes d'une équation, en le surmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour signifier la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Je suppose encore que le Lecteur n'a pas oublié que dans toutes les formules, par la latitude d'un lieu j'entends la latitude corrigée. Cette latitude est réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie est réductible à la latitude corrigée, par la première Table du §. 20 de mon second Mémoire. Année 1764.

(7.) Dans ce Mémoire j'ai changé la latitude de la Lune, l'instant de la conjonction, & le demi-diamètre du Soleil, employés précédemment; j'ai pareillement altéré d'une demi-seconde l'inflexion des rayons solaires. Je me suis cru fondé dans ces changemens, ainsi que le lecteur en pourra juger d'après les réflexions

que je lui présenterai: d'ailleurs comme les élémens ne sont qu'hypothétiques, ces changemens sont absolument indifférens.

(8.) Dans les précédens Mémoires j'avois supposé, d'après les *Année 1765*, remarques du §. 28 de mon troisième Mémoire,

$$\text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} 1'' = 0,0000000, \\ 10 = 1,0000000, \\ 100 = 2,0000000, \end{array} \right.$$

& ainsi de suite. Avec cette notation on a un nombre négatif pour le logarithme d'une fraction de seconde. Afin d'éviter cet inconvénient, je supposerai dans ce Mémoire

$$\text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} 0'',01 = 0,0000000, \\ 0,1 = 1,0000000, \\ 1 = 2,0000000, \\ 10 = 3,0000000, \\ 100 = 4,0000000, \end{array} \right.$$

& ainsi de suite. Je négligerai toutes les quantités au-dessous d'un centième de seconde, c'est-à-dire toutes celles dont le logarithme seroit négatif. Dans cette nouvelle notation

$$\text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} 3600'' = 5,5563025. \\ 206265 = 7,3144255. \end{array} \right.$$

(9.) On a pu remarquer (§. 5) que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; & qu'au contraire la variation horaire de la déclinaison du Soleil étoit positive. En général, la variation horaire de la parallaxe de la Lune est positive, lorsque cet astre tend de l'apogée au périée, c'est-à-dire dans les 180 premiers degrés d'anomalie, elle est négative dans les 180 derniers degrés d'anomalie: c'étoit le cas de l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764.

Quant à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, cet élément est positif dans les signes ascendants, c'est-à-dire, depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été; il est négatif dans les signes descendans, c'est-à-dire, depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

ARTICLE PREMIER.

Recherches préliminaires.

SECTION PREMIÈRE.

Exposition du sujet.

(10.) J'ai supposé connus jusqu'ici, les élémens de l'Éclipse; & j'ai fait voir comment on en peut déduire les circonstances futures. Il y a un autre genre de Problèmes peut-être plus intéressans par leur objet, & dont la solution n'est pas moins difficile. On peut en effet demander des méthodes pour conclure, d'après les observations, les élémens de l'Éclipse, & la position respective des différens lieux où elle a été observée.

(11.) Je me propose aujourd'hui de résoudre cette dernière question dans toute la généralité. Ce Problème devoit naturellement entrer dans la troisième partie de mon Ouvrage; l'utilité actuelle dont il peut être relativement au dernier passage de Vénus, qui, par une circonstance heureuse, se trouve lié à l'observation d'une Éclipse de Soleil; le desir que quelques Astronomes ont paru témoigner de connoître ma méthode, m'a fait intervertir l'ordre que je m'étois proposé d'abord; j'ai cru que cette interversion pouvoit m'être d'autant plus permise, que ma méthode ne suppose les élémens connus qu'avec l'exactitude que l'on a droit d'attendre de bonnes Tables astronomiques. J'ajouterai que mes équations serviront à rectifier ces élémens.

(12.) On a pu remarquer qu'une des attentions que j'ai cru ne devoir jamais négliger, a été de porter jusqu'à l'évidence la plus scrupuleuse, l'exactitude des méthodes; ce même esprit me fait examiner d'abord plusieurs questions, que l'on pourroit regarder au premier coup d'œil, comme superflues.

(13.) Dans la suite de cet Ouvrage, j'ai fait, avec tous les Astronomes, une supposition dont il s'agit d'apprécier la légitimité. J'ai supposé que si par le centre de la Lune, on faisoit

passer à chaque instant un plan mobile, perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, c'est-à-dire, à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; la trace que laisseroit le centre de la Lune sur ce plan mobile, seroit une ligne droite. Dans la rigueur géométrique, cette supposition n'est pas exacte. En effet, puisque
Année 1764. j'ai fait voir (2.^e Mémoire, §. 21) que toutes les courbes tracées sur le plan mobile de projection sont entièrement semblables, soit de grandeur, soit de position, à celles tracées sur le plan particulier, passant par le centre de la Terre, & que j'ai appelé l'*horizon absolu*; la trace du centre de la Lune sur le plan mobile de projection, est entièrement semblable à la projection orthographique de l'orbite de la Lune sur l'*horizon absolu*. Il s'agit donc de déterminer 1.^o dans quel cas cette projection est rigoureusement une ligne droite; 2.^o combien cette projection diffère de la ligne droite, lorsqu'elle est portion de courbe. Je fais voir que dans les cas extrêmes, la différence entre les ordonnées à la ligne droite & à la courbe, soutend un angle, qui est à peine un neuf millièrne de la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

(14.) Si l'on jette les yeux sur mes formules, on verra facilement que la connoissance exacte des grandeurs dont elles sont composées, dépend en partie des élémens du Soleil, & en partie des élémens de la Lune. Quoique peut-être j'eusse pu supposer connus plusieurs de ces élémens, tels que les parallaxes du Soleil & de la Lune, les mouvemens horaires, la déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction, &c. je n'ai cependant regardé aucune de ces quantités comme absolument déterminée par les Tables astronomiques. On pourroit, sous ce point de vue, taxer de superfluité une partie de mon travail, mais j'ai préféré de présenter la question dans toute sa généralité, sauf à négliger, dans chaque cas, la portion des équations dont on se croira dispensé de faire usage.

(15.) Quoique dans la suite de ce Mémoire je regarde comme indéterminés les élémens de l'Éclipse, il se rencontre cependant dans les différentes équations, de certaines valeurs qui
 semblent

semblent dépendre de ces élémens, & que je regarde comme rigoureusement données par les Tables: ce sont celles dont les variations sont trop insensibles, relativement aux erreurs possibles des Tables, pour entrer en ligne de compte dans les résultats.

(16.) Je passe ensuite à la solution d'un Problème qui peut être utile dans un grand nombre de circonstances. Il arrive souvent que pendant la durée d'une Éclipse, la déclinaison du Soleil & la distance de la Lune à la Terre varient d'une manière sensible. Quelque légère que soit la différence que cette variation d'élémens apporte dans les calculs, il est indispensable d'y avoir égard lorsqu'il s'agit d'un résultat rigoureux. Le moyen qui se présente naturellement est de supposer variables la déclinaison du Soleil, la distance de la Lune à la Terre, & d'employer pour chaque observation particulière, les élémens qui ont lieu à cet instant. Quelque simple que paroisse cette méthode au premier coup d'œil, lors cependant que l'on veut comparer par des formules analytiques, des observations faites dans des temps différens, on peut élever quelque doute sur sa légitimité; les formules supposent essentiellement que les élémens sont les mêmes pour les différentes observations, il ne seroit pas possible autrement de parvenir à un résultat analytique; l'élimination des variables les unes par les autres seroit ou impossible ou inexacte; il faut donc avoir recours à une méthode de correction qui permette d'employer les mêmes élémens pour toutes les observations: cette méthode consiste dans la solution de deux questions que l'on peut réduire en une de la façon suivante.

Étant donnée une distance des centres du Soleil & de la Lune, observée dans un lieu & à une heure quelconques; déterminer quelle eût été la distance observée dans le même lieu & à la même heure, si la distance de la Lune à la Terre & la déclinaison du Soleil n'eussent pas varié depuis l'instant de la conjonction.*

(17.) Après avoir résolu ces questions préliminaires je viens enfin

* On peut également, dans le calcul, faire usage de la véritable distance observée des centres, pourvu que l'on ait des formules pour corriger

le résultat, relativement à la variation de la parallaxe de la Lune & de la déclinaison du Soleil; j'emploierai indistinctement ces deux méthodes.

à la solution du Problème qui fait un des principaux objets de ce Mémoire. Je suppose les élémens de l'éclipse déterminés d'une manière quelconque, soit par de bonnes Tables astronomiques, soit par des observations déjà calculées, & je donne dans cette hypothèse, une formule pour conclure la différence en longitude de deux observatoires où l'on aura observé deux distances des centres quelconques.

(18.) Parmi toutes les phases possibles qui peuvent également servir à la détermination des Longitudes, deux sur-tout m'ont paru mériter une attention particulière, celles du commencement & de la fin de l'Éclipse; de la formation & de la rupture de l'anneau; quoique le Problème soit traité d'une manière générale, je fais singulièrement attention à ces phases importantes.

(19.) Si l'on pouvoit se flatter de connoître les véritables élémens de l'Éclipse, on pourroit regarder ce premier résultat comme l'expression rigoureuse de la Longitude, & c'est sous ce point de vue qu'on a coutume de l'envisager en Astronomie. Lorsqu'on fait attention cependant que cette première valeur renferme des quantités sur lesquelles les Astronomes ne sont nullement d'accord, il me paroît assez difficile de lui accorder une entière confiance: j'ai donc cru qu'il seroit utile de ne présenter ce résultat que comme hypothétique, & de chercher la forme la plus générale que puisse avoir l'équation à la Longitude.

(20.) Lorsqu'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans la latitude du lieu, les diamètres du Soleil & de la Lune, les parallaxes, le rapport des mouvemens horaires, les quantités absolues de ces mouvemens, le rapport des axes de la Terre, la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, la déclinaison du Soleil, l'heure précise des observations, soit que cette dernière erreur provienne du dérangement de la pendule, soit qu'elle provienne de l'inattention de l'observateur ou de l'imperfection des instrumens qu'il a employés. Il est donc sensible que l'équation générale à la Longitude doit renfermer; 1.^o le terme hypothétique, c'est-à-dire celui qui est donné par les élémens dont on est parti pour calculer; 2.^o toutes les corrections

que l'on doit faire à ce premier résultat relativement aux différences qui peuvent se trouver entre les élémens supposés & les véritables élémens de l'Éclipse; entre les observations que l'on a faites & les observations que l'on auroit dû faire.

(21.) J'ai supposé dans cet ouvrage, que les méridiens terrestres sont elliptiques, cette supposition peut renfermer quelqu'inexactitude; je remarquerai cependant que la figure elliptique étant donnée par la théorie dans l'hypothèse que la Terre ait été primitivement fluide, il est probable qu'elle ne doit pas s'écarter beaucoup de la véritable figure de notre globe; les mesures géodésiques que l'on a prises dans les différentes parties de la Terre déposent en faveur de cette opinion. Je fais voir qu'en supposant les méridiens terrestres peu différens d'une ellipse, il est possible dans la rigueur géométrique de partir pour les calculs de l'hypothèse elliptique; il suffit de supposer variable le rapport des axes de l'ellipse.

(22.) On sait qu'il y a des parties de notre globe fort élevées au-dessus du niveau de la mer; cette élévation doit certainement influencer d'une manière quelconque sur l'observation; quelque légère que l'on suppose l'erreur du résultat due à cette cause, elle n'est pas nulle, & s'il est possible de l'éviter, par un calcul simple & facile, on ne doit pas s'en dispenser. Je me propose donc de démontrer comment il est possible d'avoir égard dans le calcul, à l'élévation de l'observateur au-dessus du niveau de la mer. Cette recherche m'a paru d'autant plus curieuse que c'est à ce niveau que l'on peut attribuer plus probablement la figure elliptique.

(23.) Après avoir détaillé les différens termes qui doivent composer l'équation générale à la Longitude, il est aisé de sentir la manière dont j'ai formé cette équation; j'ai différencié l'expression indéterminée de la Longitude, en regardant successivement comme variables toutes les quantités qu'elle renferme; chaque différenciation m'a donné un des termes dont la réunion est l'équation complète.

(24.) Qu'il me soit permis de présenter rapidement quelques réflexions sur la méthode que je viens d'exposer. Cette manière

de parvenir aux élémens rigoureux, en cherchant à déterminer la différence entre ces élémens & les élémens hypothétiques, présente un avantage aux yeux du Géomètre, celui de n'avoir jamais à résoudre que des équations du premier degré, quel que soit le nombre des observations que l'on veuille comparer, & le nombre des variables que l'on ait à éliminer : la raison en est sensible. Chaque différence est déterminée par les méthodes infinitésimales qui ne conduisent qu'à des équations du premier degré ; mais quand même on ne se proposeroit pas d'éliminer les variables les unes par les autres, la méthode n'en seroit pas moins utile ; rien de plus curieux en effet que de représenter par une équation, tous les résultats possibles dans toutes les hypothèses d'élémens de l'Eclipse.

(25.) Je ne puis dissimuler une réflexion que ces équations présentent naturellement. On peut sans doute se flatter d'atteindre dans les résultats à une assez grande précision ; les secours de toute espèce, soit de théorie, soit de pratique, que fournit l'Astronomie moderne, sont assez multipliés pour qu'on ne doive pas craindre de s'éloigner beaucoup de la vérité ; mais, est-il également démontré que l'on ait atteint ce dernier degré d'exactitude que l'on annonce quelquefois, parce qu'on se flatte d'y être parvenu ? N'est-il pas évident au contraire que cette extrême précision dépend de la combinaison de tant d'élémens, dont aucun n'est rigoureusement connu, & qui peuvent conduire à la même conclusion de tant de façons différentes, qu'il doit toujours rester quelque incertitude sur les vrais élémens ? Ne seroit-il pas plus conforme à la vérité, plus utile à l'avancement des Sciences, de ne donner jamais que des résultats qui se plient à toutes les hypothèses, sans en supposer privativement aucune, ainsi que je le propose ; ou du moins, de ne pas présenter comme absolument certaines, des conclusions qui ne sont que probables ?

(26.) Ces premières recherches conduisent naturellement à la détermination d'un genre d'équations que j'appelle, à cause de leurs propriétés, *équations de condition* : je m'explique. Je suppose que dans un lieu on ait fait deux observations différentes ; il est sensible

que si elles sont exactes, & que l'on ait d'ailleurs les véritables élémens de l'Éclipse, chacune de ces observations doit donner la même Longitude; si donc l'on compare ces observations, & que l'on égale les expressions de la Longitude, on aura une relation entre les élémens qui satisfont à ces observations; c'est celle que j'appelle *équation de condition*.

(27.) Il est aisé de sentir que l'on doit avoir autant de ces relations que l'on peut combiner d'observations deux à deux; on peut, suivant les usages auxquels on se propose de les employer & le degré de confiance que l'on a dans chacune, les laisser sous cette forme distincte & séparée, ou les réduire à une seule équation qui sera alors *la résultante* des différentes observations que l'on veut comparer; l'utilité de ces relations est bien sensible; elles apprennent au premier coup d'œil, si tels ou tels élémens satisfont à telles & telles observations, & en général, on ne doit employer dans les *équations aux Longitudes*, que les valeurs qui rendent nulles les *équations de condition*. La forme de ces équations convaincra facilement qu'il seroit à désirer, lorsque les Astronomes donnent des observations réduites, qu'ils voulussent s'expliquer d'une manière claire & précise, sur les élémens dont ils ont fait usage; ils épargneroient par-là au lecteur l'inquiétude de savoir s'ils ne sont point partis dans leurs calculs, d'une hypothèse que le lecteur ne croit pas devoir adopter; en tout cas on seroit plus à portée de rectifier ce qu'on jugeroit de défectueux dans le résultat.

(28.) Après avoir exposé les principes analytiques des méthodes, & les attentions de calcul qu'elles exigent, je passe à l'application de ces méthodes. J'ai calculé, dans la plus grande généralité possible, toutes les observations que j'ai pu recueillir de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764; j'entends celles où l'on a vu des contacts, soit intérieurs, soit extérieurs des limbes. Je commence par discuter les observations de l'Éclipse annulaire: je n'en connois que neuf de cette dernière espèce; celles de Cadix, Madrid, Rennes, Nolon, Calais, Chatam, Hernosand, Torneå, Pello: je détermine pour chacune *les équations de condition*, & *l'équation générale à la Longitude*; j'exécute ensuite le même travail

pour tous les lieux où l'on a observé des commencemens & fins d'Éclipse, le 1.^{er} Avril 1764 *.

(29.) On sent assez combien un pareil travail est considérable; l'utilité que l'Astronomie & la Géographie doivent s'en promettre, m'a soutenu dans cette entreprise. Indépendamment de la position géographique de plusieurs villes célèbres de l'Europe, qui paroît l'objet principal de mon travail, peut-être pourrai-je me flatter d'avoir jeté quelque lumière sur des questions délicates d'Astronomie; celle des véritables diamètres du Soleil & de la Lune, de la constante de la parallaxe lunaire, de la force réfractive de l'atmosphère de la Lune, &c. Si l'on fait réflexion que l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764 a eu le rare avantage d'être observée avec beaucoup d'exactitude, de part & d'autre de la ligne de la centralité, dans une très-grande étendue de pays; qu'elle a été vue annulaire depuis l'extrémité méridionale de l'Espagne, jusqu'en Lapponie; que dans ce dernier climat on a deux observations très-voisines, dont l'une sert de preuve à l'autre; qu'il en est de même des observations faites en Bretagne & en Angleterre, lorsqu'on les compare à celles faites dans le reste de l'Europe; que sur-tout les durées de l'anneau comparées aux autres durées de l'Éclipse peuvent fixer un grand nombre d'incertitudes; qu'enfin les méthodes & les instrumens sont portés à une grande perfection; on verra que mes espérances sont fondées, que l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, considérée sous un grand nombre de points de vue, est peut-être un des événemens astronomiques

* SUÈDE ET DANEMARCK.

Torneå, Hernösand, Stockholm, Upsal, Lunden, Landskron, Carlscroon, Abo, Copenhague.

POLOGNE ET HONGRIE.

Varsovie, Posen ou Posnanie, Léopold ou Lemberg, Tyrnau.

ANGLETERRE.

Londres, Clerkenveel - Close, Brompton-park, Greenwich, Oxford, Thorley-Hall, Schirburn-Castle, Liverpool.

ALLEMAGNE.

Hambourg, Berlin, Leipsick, Pollingen, Ingolstat, Schwezingen, Vienne, Cremsmunster.

ITALIE ET ESPAGNE.

Murano, Milan, Bologne, Rome, Naples, Madrid, Cadiz.

FRANCE.

Montpellier, Avignon, Toulouse, Brest, Kergars, Châlons, Metz, Toul, Nanci, Auxerre.

les plus intéressans de notre siècle, & qu'il est très-raisonnable de chercher à faire servir, s'il est possible, les observations de ce phénomène à des déterminations délicates, quoique les Observateurs n'aient point eu ces questions en vue.

(30.) Pour faire comprendre en peu de mots comment on peut parvenir à ces déterminations; je suppose que l'on ait calculé toutes les *équations de condition*, en ayant égard à toutes les circonstances qu'une saine critique doit faire entrer en ligne de compte; je suppose de plus, que ces équations conspirent toutes à établir de certains élémens: je demande si cette masse de preuves qui, si elles étoient isolées, auroient sans doute moins de force, ne doit pas, par leur réunion, porter la conviction la plus entière sur la certitude de ces élémens. Prenons ensuite un de ces élémens, par exemple, la parallaxe de la Lune: si je vois qu'en faisant la différencielle négative, toutes les équations deviennent moins exactes, ne dois-je pas conclure que cet élément a été bien déterminé par les observations du Cap de Bonne-espérance, ou que du moins il n'est pas probable que cette parallaxe soit plus petite? J'oserois croire que lorsque l'on aura sous les yeux toutes les *équations de condition*, on ne pourra s'empêcher de convenir que ces équations suffiroient seules peut-être pour déterminer avec exactitude cet important élément, quand même on seroit actuellement au point d'incertitude où l'on étoit avant le voyage du Cap.

(31.) Dans la suite de mon travail, j'ai cru voir qu'au lieu d'éliminer les variables les unes par les autres (ce qui m'auroit occasionné un travail infini, sur-tout si j'avois voulu épuiser toutes les combinaisons possibles), il étoit plus naturel & plus lumineux en même temps, de distinguer parmi les différentes observations celles qui paroissent les plus certaines, d'ajouter ensemble leurs *équations de condition*, & d'en faire résulter, par voie d'addition, une *relation moyenne entre les élémens*. Cette manière de simplifier le Problème, m'a rendu facile dans la pratique ce qui certainement n'eût été possible qu'en théorie.

(32.) Il y a quelques années que mes calculs m'avoient appris

que la détermination des diamètres du Soleil, que l'on trouve dans la Connoissance des Temps, s'accordoit moins avec mes résultats que celle donnée par M. Bradley, & confirmée en dernier lieu par M. Short. Je pensois que si cet élément demandoit à être rectifié, c'étoit dans le sens opposé à la correction que l'on trouve dans la Connoissance des Temps. J'en avertis M. de la Lande notre Confrère : il me répondit alors qu'ayant eu occasion, lors de son voyage d'Angleterre, de comparer les méthodes employées par lui, par M.^{rs} Short & Bradley, il donnoit la préférence à sa détermination ; que d'ailleurs les Éclipses de Soleil ne lui paroissent pas susceptibles d'éclaircir la question des véritables diamètres. Malgré ces réflexions, je crus devoir persister dans mon opinion, dont j'indiquai les principes dans une remarque sur les Observations de M. Short, faites le 1.^{er} Avril 1764. Je croyois alors, & je crois encore les Éclipses de Soleil très-propres à déterminer les véritables diamètres, sur-tout lorsque l'on choisit les circonstances convenables. Je pensois que si l'on considère la grandeur de l'instrument que l'on doit employer pour des déterminations aussi délicates, il n'y en a point de comparable à celui qui a pour rayon la distance de la Lune à la Terre. Il y a même des illusions optiques, telles que l'irradiation, la dispersion des rayons, le défaut de concentration du foyer dans un point mathématique, l'ébranlement communiqué aux parties de la rétine voisines de celles qui reçoivent l'impression principale, qui toutes conspirent à augmenter le diamètre du Soleil, & dont il ne me paroît pas possible de se garantir entièrement, dans des observations sublunaires.

*Mém. Acad.
année 1767.*

(33.) Il n'en est pas de même des Éclipses de Soleil ; en effet, la Nature dépouille ces phénomènes de toutes les illusions optiques dont nous venons de parler. Quelqu'altération que la lumière éprouve dans l'atmosphère, dans la lunette, dans l'organe même de la vue, l'impression du premier rayon lumineux qui parvient à notre œil, n'en est pas moins instantanée, l'œil n'en est pas averti d'une manière moins subite du premier instant physique, où la position respective de la Lune & du Soleil laisse voir le disque entier de ce dernier astre. J'ai vu, avec plaisir, qu'après

qu'après avoir combattu mon opinion, M. de la Lande a enfin été conduit aux mêmes conclusions, par ses calculs des deux passages de Vénus sur le Soleil, & qu'il emploie un demi-diamètre plus petit de 5 secondes (ainsi que je le croyois) que celui de la Connoissance des Temps. Au reste, je ne suis point éloigné de penser avec M. de la Lande, qu'il faut distinguer deux différens demi-diamètres du Soleil; le véritable demi-diamètre dépouillé de toutes les illusions optiques que je comprends sous la dénomination générale d'*irradiation*, & que l'on doit employer lors des contacts des limbes; & le demi-diamètre affecté de l'*irradiation*; c'est celui que donnent les Tables Astronomiques, & que l'on doit continuer d'admettre pour toutes les observations qui se font avec le micromètre. Quoi qu'il en soit, ce dernier élément dépend peut-être beaucoup & de l'œil de l'Observateur, & de la lunette dont il se sert.

(34.) Lors de la lecture de ce Mémoire, M. de la Lande m'a objecté que la méthode très-concluante, suivant lui, lorsqu'on l'applique, ainsi qu'il l'a fait, au passage de Vénus sur le disque solaire, ne doit pas être employée lors des Éclipses de Soleil, à cause de la grande exactitude qu'elle exige dans l'observation. Ma réponse est simple; lorsqu'en 1768 j'ai fait part à M. de la Lande de mes résultats, je ne pouvois certainement pas prévoir que ses calculs futurs conduiroient aux mêmes conclusions. D'ailleurs, la diminution du diamètre du Soleil, qu'il a conclu lui-même, en occasionne une au moins de 24 secondes de temps dans la durée des Éclipses, quantité certainement appréciable dans une bonne observation.

(35.) Indépendamment de la correction que le calcul semble indiquer pour le diamètre du Soleil, il y a encore un autre élément qui paroît se combiner avec les diamètres du Soleil & de la Lune. Cette quantité, additive lors des contacts intérieurs & soustractive lors des contacts extérieurs, m'a paru d'environ 4 à 5 secondes: je l'ai attribuée à l'inflexion que les rayons solaires éprouvent en passant dans l'atmosphère de la Lune. Si les diamètres de cet astre sont bien déterminés par les Tables Astrono-

miques, ou du moins, si l'on ne croit pas devoir les supposer au-dessous de la valeur donnée par celles de ces Tables qui les supposent les plus petits, il ne me paroît pas possible d'assigner une autre cause à ce phénomène. D'ailleurs l'explication a l'avantage de se plier aux observations faites en Écosse par M. le Monnier, lors de l'Éclipse de 1748; elle est de plus très-plausible, & entièrement analogue à ce que l'on observe dans notre atmosphère. La forme de mes équations démontre cependant que si l'on ne considère que les contacts des limbes, on donneroit également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans les véritables diamètres de la Lune. Je remarquerai à ce sujet que ce nouvel élément paroît aller dans le même sens que la diminution qu'il me semble difficile de ne pas adopter pour le diamètre du Soleil. Cette similitude d'effet indiqueroit peut-être une similitude de cause; c'est-à-dire une erreur semblable dans la mesure des diamètres lumineux de la Lune; erreur qui pourroit avoir sa source dans l'irradiation dont j'ai parlé ci-dessus. Je laisse aux Astronomes à peser ces réflexions, que je n'ai pas cru devoir passer sous silence. Indépendamment de toutes les raisons que l'on pourroit avoir pour se décider sur cette question, je donnerai par la suite des moyens que je crois propres à fixer cette incertitude.

(36.) Je passe ensuite à la solution d'un Problème qui peut être intéressant dans plusieurs cas. On sait que le 1.^{er} Avril 1764, Chatam & Nolon se sont trouvés sur la limite des contacts des limbes; une circonstance semblable aura lieu relativement à nos Provinces septentrionales de France, lors de l'Éclipse du 26 Octobre 1772; la trace du contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, traversera le nord de la France. Il est sensible que si l'on suppose de certains élémens préférablement à d'autres, cette courbe passera par des points assez différens de notre globe; il est donc important d'avoir une méthode qui représente d'une manière générale, la trace des contacts dans une hypothèse quelconque d'élémens. Je résous le Problème dans la plus grande généralité; je fais voir de plus que les mêmes équations peuvent servir à déterminer, 1.^o la largeur de ce que j'appelle la *zone annulaire*; c'est-à-dire, l'étendue de pays sous chaque parallèle

où l'on peut observer, soit l'Éclipse annulaire, soit l'Éclipse totale avec demeure dans l'ombre; 2.^o la variation de cette largeur relativement à la variation de chacun des élémens de l'Éclipse.

(37.) On trouve dans nos Recueils un Mémoire de M. Pingré *Année 1766.* analogue à mon travail. Le but que s'est proposé ce savant Astronome, & qu'il a exécuté long-temps avant moi, est en partie semblable au mien, celui de déterminer la position géographique de plusieurs villes de l'Europe; il a même fait usage de beaucoup d'observations que j'emploierai comme lui. J'aurois fort désiré de comparer son analyse à la mienne, mais il n'a donné que des résultats. J'ai vu avec plaisir qu'en général dans les recherches qui nous sont communes, ce que j'appelle le *terme hypothétique de mes équations aux Longitudes*, s'écarte peu de ses calculs: au reste je dois avertir que son travail diffère du mien dans une partie essentielle, celle des *équations de condition* & des termes qui complètent les *équations générales aux Longitudes*.

(38.) La détermination de la parallaxe du Soleil est un objet assez intéressant pour mériter que l'on y applique mon analyse dans sa plus grande généralité; je me propose d'exécuter ce travail, aussi-tôt que l'on aura reçu toutes les observations du passage de Vénus du 3 Juin 1769; je comparerai les résultats avec ceux que l'on conclut des observations du Passage du 6 Juin 1761; j'y joindrai le calcul de beaucoup d'observations de l'Éclipse du 4 Juin 1769. Peut-être mes recherches, quoique postérieures à celles des autres Astronomes, pourront, par leur généralité, mériter encore quelque attention*.

(39.) Je finis par une remarque importante. Il seroit à désirer que les longueurs de calculs qu'entraîne la nouvelle forme d'équations que je propose, ne rebutassent point les Astronomes. Quel avantage, en effet, l'Astronomie ne pourroit-elle pas se promettre d'un grand nombre de bonnes observations réduites d'une manière générale, en ayant égard à toutes les erreurs possibles, sans que le résultat soit lié à aucun système d'élémens? Un pareil calcul est, j'ose le dire, un calcul de tous les temps;

* Ce travail est fort avancé à l'instant où l'on imprime ce Mémoire.

quand même, par exemple, je me ferois trompé sur les conséquences que je tire de mes équations, mon travail au fond pourroit n'en être pas moins utile : ce seroit dans mon ouvrage que l'on pourroit puiser les plus fortes objections pour me combattre.

SECTION SECONDE.

Examen de l'erreur qu'introduit dans les Calculs astronomiques, la supposition de l'orbite relative de la Lune regardée comme rectiligne, dans le petit intervalle de temps que dure l'Éclipse sur la Terre.

(40.) Dans la suite de cet ouvrage, j'ai fait, avec tous les Astronomes, une supposition dont il s'agit d'apprécier la légitimité. J'ai supposé que si, par le centre de la Lune, on faisoit passer à chaque instant un plan mobile perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, c'est-à-dire, perpendiculaire à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; la trace que laisseroit le centre de la Lune sur ce plan mobile, seroit une ligne droite. Dans la rigueur géométrique, cette supposition n'est point exacte; en effet; *Année 1762.* puisque j'ai fait voir (*II.^e Mém. S. 21*) que toutes les courbes tracées sur le plan mobile de projection, sont entièrement semblables, soit de grandeur, soit de position, à celles tracées sur le plan particulier passant par le centre de la Terre, & que j'ai appelé l'*horizon absolu*; la trace du centre de la Lune sur le plan mobile de projection est entièrement semblable à la projection orthographique de l'orbite de la Lune sur l'horizon absolu. Je me propose d'examiner, 1.^o dans quel cas cette projection est rigoureusement une ligne droite; 2.^o combien cette projection diffère de la ligne droite, lorsqu'elle est portion de ligne courbe.

La supposition dont je viens de parler ne m'étant pas particulière, j'aurois pu me dispenser d'en apprécier l'exactitude; j'ai cru cependant que les Astronomes verroient avec plaisir mes recherches sur ce sujet. Comme il ne peut être ici question que d'un résultat moyen, je supposerai la Terre sphérique, l'inclinaison moyenne

de l'orbite relative de la Lune sur l'écliptique de $5^d\ 44'\ 26''$, l'orbite circulaire, & la parallaxe horizontale de la Lune de $57'$.

(41.) Soit G le centre de la Terre, S le Soleil, Ttt' l'écliptique terrestre, c'est-à-dire, celui qui a pour rayon le demi-diamètre Gt de la Terre, $AOBG$ le plan de l'écliptique, $AGBH$ le plan de l'horizon absolu que je suppose perpendiculaire au plan de l'écliptique, GM la distance de la Lune à la Terre, MH l'orbite relative de la Lune, M le point où cette orbite rencontre l'écliptique, H le point où elle rencontre l'horizon absolu, GO la partie du rayon vecteur GS mené du centre G de la Terre au centre S du Soleil, interceptée entre le centre G de la Terre & le cercle AOB . Fig. 1.

En vertu de la construction que je viens d'indiquer, les cercles AOB , AHB , MH ont pour centre commun le point G , & pour rayon la distance GM de la Lune à la Terre; si donc du centre G & du rayon GM on décrit une sphère, il est évident que les cercles AOB , AHB , HM seront à la circonférence de cette sphère; que l'arc OM exprime l'arc de l'écliptique intercepté entre la ligne GM des nœuds, & la ligne GO qui détermine le plan dans lequel se fait la conjonction; que l'angle AMH mesure l'inclinaison de l'orbite relative de la Lune sur l'écliptique; que l'angle MAH est droit puisqu'il mesure l'angle du plan de l'écliptique avec l'horizon absolu; que l'angle MHB mesure l'angle du plan de l'orbite relative de la Lune avec l'horizon absolu; & que l'arc AH mesure l'angle HGA formé sur l'horizon absolu, par les intersections de cet horizon avec les plans de l'orbite relative de la Lune & de l'écliptique.

On a donc (*Trigonométrie sphérique*)

$$\text{Tangente } AH = \frac{\sinus\ AM \times \text{tang. } AMH}{\sinus\ total},$$

$$\text{Cofinus } AHM = \frac{\cosin.\ AM \times \sinus\ AMH}{\sinus\ total}.$$

(42.) Si la ligne GM des nœuds coïncide avec la ligne GO ,

on a alors

Fig. 1. $\sinus AM = \sinus \text{ total}; \quad \cosinus AM = 0;$

le côté AH est donc d'un égal nombre de degrés que l'angle AMH qui mesure l'inclinaison de l'orbite relative de la Lune sur le plan de l'écliptique, & l'angle AHM est de 90 degrés; dans ce cas le plan de l'orbite lunaire est perpendiculaire au plan de l'horizon absolu, & la projection de l'orbite sur le plan de l'horizon absolu est rigoureusement une ligne droite; dans tous les autres cas, l'angle AHM diffère de 90 degrés; le plan de l'orbite lunaire est incliné sur l'horizon absolu; & la projection de cette orbite est une ellipse.

(43.) Pour déterminer la quantité dont cette projection diffère
Fig. 2. d'une ligne droite; soit $AHBDG$ l'horizon absolu parallèle au plan de projection, AB l'intersection de l'horizon absolu & du plan de l'écliptique, G le centre de la Terre, DGH l'intersection de l'horizon absolu & du plan de l'orbite lunaire, GR la perpendiculaire élevée du point G sur la ligne DGH . Par la ligne DGH , supposons mené le plan $HNDG$ de l'orbite lunaire, qui fasse, avec l'horizon absolu, l'angle qui convient à ces plans; & par le point G menons dans le plan de cette orbite, la droite GN perpendiculaire à la droite DGH .

Soit de plus

r le sinus total & en même temps le rayon de la Terre.

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, & par conséquent $\frac{r^2}{\pi}$ la distance de la Lune à la Terre.

f le cosinus de l'angle du plan de l'orbite de la Lune avec l'horizon absolu.

x' l'abscisse } à l'orbite lunaire sur le plan de cette orbite; je prends
 z' l'ordonnée } le point G pour l'origine des coordonnées, la droite
 DGH pour la ligne des abscisses, & la perpendiculaire
 GN à la droite DGH pour la ligne des ordonnées.

x l'abscisse } à la projection de la Lune sur le plan de l'horizon absolu;
 z l'ordonnée } je prends pareillement le point G pour l'origine des
coordonnées, la droite DGH pour la ligne des abscisses,
& la perpendiculaire GR à la droite DGH pour la
ligne des ordonnées.

Puisque l'orbite HND de la Lune est un cercle dont le rayon Fig. 2.
égale $\frac{r^2}{\pi}$, & que l'origine des coordonnées est le centre de ce
cercle; on a pour équation à cette orbite

$$x'^2 + z'^2 - \frac{r^4}{\pi^2} = 0.$$

(44.) Considérons maintenant la projection de cette courbe
sur l'horizon absolu, c'est-à-dire, la courbe que l'on devroit
calculer. Cette courbe est représentée par la ligne RmM ; le point Fig. 3.
 G est l'origine des coordonnées, la droite DGH la ligne des
abscisses, la droite GR , la ligne des ordonnées, & TKt l'in-
tersection de la surface de la Terre avec l'horizon absolu.

La théorie des projections nous fait voir que l'on a

$z' = \frac{rz}{f}$; $x' = x$; on a donc, pour équation à la courbe
 RmM sur le plan de l'horizon absolu,

$$f^2 x^2 + r^2 z^2 - \frac{f^2 r^4}{\pi^2} = 0;$$

donc cette courbe est une ellipse dont le grand axe égale $\frac{r^2}{\pi}$,
& dont le petit axe égale $\frac{fr}{\pi}$.

(45.) De cette dernière équation l'on tire

$$z = \frac{f}{r} \sqrt{\left(\frac{r^4}{\pi^2} - x^2\right)};$$

si l'on réduit en série cette expression, on aura

$$z = \frac{f}{r} \left(\frac{r^2}{\pi} - \frac{\pi x^2}{2r^2} \right),$$

& cette quantité est suffisamment exacte, puisque dans la question
que nous considérons, x est toujours très-petite relativement à $\frac{r^2}{\pi}$.

Soit $x = 0$, on aura $z = \frac{fr}{\pi}$; c'est l'équation à la droite
 $R\mu\mu$ menée par le point R parallèlement à la droite DGH .
Donc la différence $m\mu$ des ordonnées à la véritable courbe, &
à l'orbite considérée comme rectiligne, s'exprime par $\frac{f\pi x^2}{2r^3}$.

Fig. 3. (46.) Soit m un point quelconque de la projection de l'orbite lunaire, mp l'ordonnée correspondante, K le point où cette ordonnée rencontre l'intersection TKI de la surface de la Terre & de l'horizon absolu. Pour que l'Observateur qui se trouve au point K éprouve une éclipse lorsque la Lune est au point m , il est absolument nécessaire que mK ne surpasse pas la valeur numérique de la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune. Soit Δ cette valeur, on aura $mK = \Delta$; d'ailleurs si l'on nomme r le rayon GK de la Terre, & x l'abscisse Gp , on aura

$$pK = \sqrt{r^2 - x^2};$$

$$\text{donc } mp = \Delta + \sqrt{r^2 - x^2};$$

$$\text{mais d'ailleurs } mp = z = \frac{f}{r} \left(\frac{r^2}{\pi} - \frac{\pi x^2}{2r^2} \right);$$

$$\text{donc } \frac{fr}{\pi} - \frac{f\pi x^2}{2r^2} = \Delta + \sqrt{r^2 - x^2};$$

$$\text{donc } \frac{f\pi}{r} = \frac{\Delta + \sqrt{r^2 - x^2}}{\frac{r^2}{\pi^2} - \frac{x^2}{2r^2}};$$

ou (à cause que $\frac{x^2}{2r^2}$ est une quantité infiniment petite relativement à $\frac{r^2}{\pi^2}$)

$$\frac{f\pi}{r} = \frac{\pi^2}{r^2} [\Delta + \sqrt{r^2 - x^2}].$$

(47.) Soit $m\mu = y$; si dans l'expression de $m\mu$ du §. 45 on substitue à $\frac{f\pi}{r}$ la valeur tirée du paragraphe précédent; on aura

$$y = \frac{\pi^2}{2r^2} [\Delta x^2 + x^2 \sqrt{r^2 - x^2}].$$

(48.) Rien de plus simple que de déterminer à quelle valeur de x répond le *maximum* de cette quantité; en effet, par la méthode de *maximis & minimis*, on parvient tout-de-suite à l'équation suivante

$$9x^4 - 12r^2x^2 + 4\Delta^2x^2 + 4r^4 - 4\Delta^2r^2 = 0,$$

d'où

d'où l'on tire

$$x = \pm \frac{\sqrt{6r^2 - 2\Delta^2 + 2\Delta\sqrt{3r^2 + \Delta^2}}}{3},$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{6r^2 - 2\Delta^2 - 2\Delta\sqrt{3r^2 + \Delta^2}}}{3}.$$

Pour distinguer laquelle des valeurs de x satisfait à la question proposée, j'observe que l'équation

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4} [\Delta x^2 + x^2 \sqrt{r^2 - x^2}]$$

représente un lieu géométrique composé de deux espèces d'ovales, Fig. 4. dont l'origine G est un point d'osculation avec une tangente double dans la direction de la ligne des abscisses; les ordonnées à la courbe deviennent imaginaires lorsque l'abscisse surpasse r ; la courbe a quatre *maxima* d'ordonnées correspondans aux points $B, b; C, c$.

Dans la construction, on a supposé

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4} [\Delta x^2 + x^2 \sqrt{r^2 - x^2}];$$

mais cette supposition renferme nécessairement celle de

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4} [\Delta x^2 - x^2 \sqrt{r^2 - x^2}];$$

la partie $mbGBM$ résout ce dernier Problème, & la partie $MCGcm$ appartient au premier. On voit donc que l'expression

$$x = \pm \frac{\sqrt{6r^2 - 2\Delta^2 + 2\Delta\sqrt{3r^2 + \Delta^2}}}{3},$$

répond à la question proposée.

La valeur numérique de la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune est environ les $\frac{6}{11}$ de la parallaxe horizontale de la Lune. Je prends le cas des moyennes distances, temps où les diamètres du Soleil & de la Lune sont à peu près égaux, & où par conséquent; Somme des demi-diamètres du Soleil & de la

Lune $= \frac{1800}{3289}$ Parallaxe horizontale polaire de la Lune. On a donc

$3289\Delta = 1800r$, ou, plus simplement, $11\Delta = 6r$.

Mém. 1770.

N n

Fig. 3. Si l'on fait les calculs, dans cette hypothèse, on aura

$$r = 100000, \quad \Delta = 54546, \quad \pi = 1658, \\ x = 90591, \quad \sqrt{(r^2 - x^2)} = 42345, \quad y = 10.93.$$

Donc dans le cas le plus défavorable, l'ordonnée à la véritable orbite relative de la Lune, ne diffère de l'ordonnée à l'orbite considérée comme rectiligne, que de 10,93 parties telles que le rayon de la Terre en contient 100000; cette quantité, vue de la Terre, peut soutendre un angle d'environ un neuf millième de la parallaxe horizontale polaire. Cette circonstance a lieu pour l'Observateur qui voit un contact extérieur des limbes au lever ou au coucher du Soleil, environ deux heures avant ou après le passage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite; la latitude de la Lune doit être à la parallaxe à peu près dans le rapport de 974 à 1000.

(49.) On a vu (§. 45), que la différence $m\mu$ des ordonnées à la véritable courbe, & à l'orbite considérée comme rectiligne, a pour expression $\frac{f\pi x^2}{2r^3}$; de plus (§. 44) $\frac{fr}{\pi}$ est le petit axe de la projection elliptique de l'orbite relative de la Lune sur l'horizon absolu.

Si l'on rapproche ces constructions de ce qui a été démontré dans les Mémoires précédens, on verra facilement que $\frac{fr}{\pi}$ est une quantité égale à $\frac{\psi l}{r}$; on verra de plus que si l'on nomme b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis le passage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite, & que l'on conserve les définitions de η , ψ , l ; on a

$$x = \frac{b'}{3600''} \eta;$$

donc, en substituant ces nouvelles valeurs, on aura

$$m\mu = \frac{l'^2}{3600''^2} \frac{\eta^2 \pi^2 \psi l}{2r^3}.$$

Cette nouvelle expression de $m\mu$ fournira un moyen facile de rectifier, si l'on veut, la légère inexactitude dont nous venons de déterminer le *maximum*, ainsi que je le ferai voir (§. 117 & 118).

SECTION TROISIÈME.

Détermination des valeurs que l'on peut supposer rigoureusement données par les Tables Astronomiques.

(50.) Quoique dans la suite de ce Mémoire, je me propose de regarder comme indéterminés les élémens de l'Éclipse, il se rencontre cependant dans les différentes équations, de certaines valeurs qui semblent dépendre de ces élémens, & que l'on peut regarder comme rigoureusement données par les Tables; ce sont celles dont les variations sont trop insensibles relativement aux erreurs possibles des Tables, pour entrer en ligne de compte dans les résultats: je vais m'occuper rapidement de la détermination de ces quantités.

(51.) Soit

λ la tangente de la distance apparente des centres.

$$A = \frac{\downarrow l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cgp\omega}{r^3} + \frac{chpp\varphi}{r^4},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgp\varphi}{r^3} + \frac{chpp\omega}{r^4},$$

$$T = \frac{ps}{r} + \frac{cpgk}{r^3} + \frac{\gamma b^2}{3600''^2},$$

$$E = \xi - \frac{T\pi}{r}.$$

On peut conclure du §. 1.^{er} de mon III.^e Mémoire, qu'en général Année 1765

$$\lambda = \frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)}}{Er}.$$

Je vais démontrer que dans cette dernière équation, la quantité E peut être regardée comme rigoureusement donnée par les Tables; ou, ce qui revient au même, que la légère incertitude que l'erreur des Tables peut introduire dans l'expression de E , n'influe en aucune façon sur l'expression de la distance des centres.

(52.) Si l'on différencie l'équation du *paragraphe précédent*,
N n ij

& que l'on n'ait égard dans la différenciation, qu'au terme qui résulte de la variation de E , il est bien évident que ce terme aura pour expression

$$d\lambda = - \frac{\pi \zeta \sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{rr}{\zeta}]^2)} \times dE}{E^2 r} = - \frac{\lambda dE}{E};$$

Supposons d'abord que E ne soit pas bien connu, parce que quelques-unes des quantités $p, s, c, \varphi, q, h, b$, ne sont pas rigoureusement déterminées par les Tables Astronomiques, & nommons en général dE l'erreur qui en résulte. Puisque (§. 51)

$$E = \xi - \frac{T\pi}{r}; \text{ on a dans ce cas } dE = - \frac{\pi dT}{r};$$

donc

$$d\lambda = + \frac{\lambda \pi dT}{Er};$$

mais $\lambda \pi$ est infiniment petit relativement à Er , puisque la parallaxe de la Lune ne peut guère surpasser un degré, & que la distance des centres n'est jamais plus grande que 37 minutes; donc $d\lambda$ est infiniment petit par rapport à dT . Dans les cas les plus défavorables $d\lambda$ n'est qu'environ un millième de l'erreur sur l'élément qui entre dans l'expression de T ; cette erreur est donc inappréciable.

Supposons ensuite que E ne soit pas bien connu, parce que la parallaxe horizontale de la Lune n'est pas rigoureusement déterminée.

Puisque $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$, on a dans ce cas $dE = - \frac{T}{r} d\pi$.

Soit, pour abrégier le calcul, $T = r$, $\xi = r$, (ce sont les plus grandes valeurs que ces quantités puissent avoir); l'équation

$$d\lambda = - \frac{\lambda dE}{E},$$

deviendra

$$d\lambda = \frac{\lambda d\pi}{r - \pi};$$

mais dans les cas extrêmes $\frac{\lambda}{r - \pi}$ ne peut jamais surpasser $\frac{1}{100}$;

donc l'erreur sur la distance des centres, n'est qu'un centième de l'erreur des Tables sur la parallaxe horizontale.

Donc, dans tous les cas, la quantité E peut être regardée comme rigoureusement donnée par les Tables Astronomiques.

L'erreur sur la parallaxe de la Lune n'influe point sur l'expression de ζ .

(53.) Il y a encore une autre valeur que l'on peut regarder comme rigoureusement déterminée par les Tables Astronomiques; ou du moins sur laquelle l'erreur de la parallaxe horizontale de la Lune n'a aucune influence: c'est la quantité ζ . En effet, puisque $\zeta = r - r \frac{\pi'}{\pi}$ (je suppose $\xi = r$ à cause de la différence inappréciable des résultats dans les deux hypothèses) on aura

$$d\zeta = - \frac{r d\pi'}{\pi} + \frac{r \pi' d\pi}{\pi^2}.$$

Si l'on compare les deux termes qui entrent dans l'expression de $d\zeta$, il sera aisé de voir qu'une erreur quelconque dans la parallaxe de la Lune ne produit qu'environ un trois cent soixantième de ce que produiroit la même erreur dans la parallaxe du Soleil; on doit donc conclure:

1.° Que l'erreur sur la parallaxe de la Lune, produit un effet absolument nul dans l'expression de ζ :

2.° Que l'on ne doit considérer que l'erreur de la parallaxe du Soleil:

3.° Que la quantité ζ sera rigoureusement déterminée par les Tables, lorsque l'on connoîtra rigoureusement la parallaxe du Soleil.

SECTION QUATRIÈME.

Méthode pour employer sans erreur dans les calculs, la parallaxe de la Lune & la déclinaison du Soleil qui ont lieu à l'instant de la conjonction, quelle que soit la distance de la conjonction à l'instant de l'observation.

(54.) Il arrive souvent que pendant la durée d'une Éclipse

la déclinaison du Soleil & la distance de la Lune à la Terre, varient d'une manière sensible. Quelque légère que soit la différence que cette variation d'éléments apporte dans les calculs; il est indispensable d'y avoir égard, lorsqu'il s'agit d'un résultat rigoureux. Si l'on veut donc employer les mêmes éléments pour toutes les observations, on voit qu'il est indispensable d'avoir recours à une méthode de correction; cette méthode consiste dans la solution des deux Problèmes suivans.

PROBLÈME I.

Étant donnée une distance des centres du Soleil & de la Lune observée dans un lieu & à une heure quelconques, déterminer quelle eût été la distance observée dans le même lieu & à la même heure, si la distance de la Lune à la Terre, n'eût pas varié dans l'intervalle écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de l'observation.

PROBLÈME II.

Étant donnée une distance des centres du Soleil & de la Lune observée dans un lieu & à une heure quelconques, déterminer quelle eût été la distance observée dans le même lieu & à la même heure, si la déclinaison du Soleil n'eût pas varié dans l'intervalle écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de l'observation.

SOLUTION du premier Problème.

(55.) Rien de plus simple que la solution du premier Problème:

Soit, dist. observ. la distance observée des centres, évaluée en secondes & dixièmes de secondes.

λ la tangente de cette distance.

dist. corr. la distance qui auroit eu lieu si la parallaxe de la Lune n'avoit pas varié.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\downarrow l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cgp\omega}{r^3} - \frac{chpp\varphi}{r^4}, \\ F &= \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgp\varphi}{r^3} + \frac{chpp\omega}{r^4}, \\ E &= \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4} - \frac{\gamma\pi}{r} \times \frac{b^2}{3600''^2} \end{aligned}$$

On a vu que

$$\lambda = \frac{\pi \zeta \sqrt{A^2 + \left[F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}\right]^2}}{Er};$$

si l'on différencie cette équation en regardant la seule quantité π comme variable; on aura

$$d\lambda = \frac{\zeta \sqrt{A^2 + \left[F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}\right]^2}}{Er} \quad d\pi = \frac{\lambda d\pi}{\pi};$$

$d\lambda$ est la variation de la tangente de la distance des centres que l'on peut regarder sans erreur appréciable comme égale à la variation de l'arc; on a donc

$$d\lambda = r \frac{d(\text{dist. observ.})}{206265''}.$$

Par une raison semblable, soit

b' , le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾), la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes & dixièmes de secondes de degré.

On aura

$$d\pi = \frac{b'}{3600''} r \times \frac{\text{variation hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)}}{206265''}.$$

donc

$$d(\text{dist. obs.}) = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)},$$

$$\text{dist. corr.} = \text{dist. obs.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾)},$$

SOLUTION du second Problème.

(56.) Si l'on différencie l'équation du §. 55, en regardant la déclinaison seule du Soleil comme variable, & en supposant, pour abrégier le calcul, $E = r$; on aura

$$d\lambda = \frac{\pi \zeta}{r^2} \left(\frac{A dA + \left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) \times d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right)}{\sqrt{A^2 + \left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right)^2}} \right),$$

ou, ce qui revient au même,

$$d\lambda = \frac{\pi^2 \zeta^2}{r^4 \lambda} [AdA + (F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}) \times d(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta})].$$

Puisque l'on considère uniquement dans la question présente le changement que la variation de la déclinaison du Soleil peut occasionner dans la distance des centres, on a

$$dA = -\frac{s}{r^2} d(q\phi) + \frac{cgp}{r^2} d\omega + \frac{chp}{r^2} d(p\phi),$$

$$d(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}) = -\frac{s}{r^2} d(q\omega) - \frac{cgp}{r^2} d\phi + \frac{chp}{r^2} d(p\omega).$$

D'ailleurs j'ai démontré dans le cours de cet Ouvrage, que

$$q\phi - \psi\Omega + \theta\chi = 0; q\omega - \theta\Omega - \psi\chi = 0;$$

$$\theta q - \omega\Omega + \phi\chi = 0; \psi q - \phi\Omega - \omega\chi = 0;$$

$$d(q\phi) = -\frac{\theta q dq}{\chi}; d(q\omega) = +\frac{\psi q dq}{\chi};$$

$$d\omega = +\frac{\phi \Omega dq}{q\chi}; d\phi = -\frac{\omega \Omega dq}{q\chi};$$

$$d(p\phi) = -\frac{r^2 \phi dq}{pq} - \frac{p\theta dq}{\chi}; d(p\omega) = -\frac{r^2 \omega dq}{pq} + \frac{p\psi dq}{\chi};$$

donc

$$dA = [\frac{\theta qs}{r^2 \chi} + \frac{cgp\phi\Omega}{qr^2 \chi} - \frac{chp}{r^2} \times (\frac{r^2 \phi}{pq} + \frac{p\theta}{\chi})] dq;$$

$$d(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}) = [-\frac{\psi qs}{r^2 \chi} + \frac{cgp\omega\Omega}{qr^2 \chi} - \frac{chp}{r^2} \times (\frac{r^2 \omega}{pq} - \frac{p\psi}{\chi})] dq;$$

On fait que $dq = -\frac{p}{r}$ diff. (déclin. du Soleil); d'ailleurs si l'on nomme

B' , le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule;

var. hor. (décl. ☉), la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré;

&c que l'on conserve les définitions de dist. observée, dist. corrigée; λ du §. 55, on aura

$$\text{diff. (décl. du Soleil)} = \frac{B'}{3600''} r \times \frac{\text{var. hor. (décl. du Soleil)}}{206265''}.$$

De plus,

$$d\lambda = r \frac{d(\text{dist. observ.})}{206265''}.$$

Si donc

Si donc on suppose

$$A = \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{r^2} + \frac{(A_3)}{r^3} + \frac{(A_4)}{r^4}.$$

$$F = \frac{(F_1)}{\zeta} - \frac{(F_2)}{r^2} - \frac{(F_3)}{r^3} + \frac{(F_4)}{r^4}.$$

$$M = \frac{(M_1)}{r^2 \chi} + \frac{(M_2)}{r^3 q \chi} - \frac{(M_3)}{r^3} \times \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi} \right),$$

$$N = \frac{(N_1)}{r^2 \chi} - \frac{(N_2)}{r^3 q \chi} + \frac{(N_3)}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi} \right),$$

on aura

$$\text{dist. corr.} = \text{dist. obs.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta^2}{r^2 \lambda} \left[\frac{N}{r} \left(F + \frac{b' r}{3600'' \zeta} \right) - \frac{AM}{r} \right] \text{ var. hor. (décl. } \odot \text{)}.$$

(57.) Dans l'usage de ces formules, la distance observée, la distance corrigée, λ & π sont toujours positifs; A , F , M , N ont le signe déterminé par leur équation; la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, celle de la déclinaison du Soleil & b' , peuvent être positifs & négatifs.

La quantité b' est positive lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule; elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la parallaxe de la Lune & à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, on peut voir ce que j'ai dit relativement à leur signe (S. 9).

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\left. \begin{array}{l} \text{Var. hor. (par. horiz. de la } \odot \text{)} = - 0'',5. \\ \text{Var. hor. (déclinaison du } \odot \text{)} = + 58''. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Var. hor. (par. horiz. pol. de la } \odot \text{)} = + 1,6989700. \\ \text{Var. hor. (déclinaison du Soleil)} = + 3,7634280. \\ \text{Var. hor. (par. horiz. pol. de la } \odot \text{)} = - 12,0536355. \\ \frac{3600'' \pi}{\pi^2 \zeta^2} \times \text{Var. hor. (déclin. du } \odot \text{)} = - 5,4029479. \end{array} \right.$$

(58.) J'ai nommé b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule, quoique j'aie toujours désigné jusqu'ici cette quantité par b ; la raison

Mém. 1770.

OO

en est simple. Comme dans le présent Problème il n'est pas nécessaire de connoître rigoureusement l'instant de la conjonction, attendu l'erreur inappréciable qui en résulte dans le calcul, j'emploie celui donné par les Tables astronomiques; il a donc fallu désigner par une expression différente ces deux instans qui peuvent ne pas coïncider. Toutes les fois donc que l'on trouvera dans la suite de ce Mémoire la quantité b' , on se ressouviendra qu'elle se rapporte, non à l'instant rigoureux de la conjonction, mais à un instant approché, tel qu'on peut le conclure des Tables astronomiques.

(59.) Lorsque j'ai différencié l'expression de λ du §. 55, j'ai regardé les valeurs E & ζ comme rigoureusement connues, conformément à ce qui est démontré (§. 51, 52 & 53). J'ai regardé pareillement les quantités n & l comme connues, quoiqu'au premier coup d'œil elles paroissent renfermer l'expression de la parallaxe horizontale de la Lune; mais cette parallaxe (§. 1.^{re}) est celle qui a lieu à l'instant de la conjonction, & par conséquent celle que je regarde comme connue dans le Problème. Il n'en est pas de même de la quantité π ; cette parallaxe est celle de l'instant pour lequel on calcule; il faut donc avoir égard à la variation qu'elle a éprouvée depuis l'instant de la conjonction.

E X E M P L E.

(60.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Londres une distance des centres de $30^{\circ} 45', 3$ à $9^h 4' 33''$ du matin, $1^h 16' 55''$ avant la conjonction; on demande quelle eût été la distance observée à la même heure, si la Lune avoit eu la même parallaxe qu'à l'instant de la conjonction.

SOLUTION. Lors de l'Eclipse du 1.^{er} Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe de la Lune étoit négative; de plus, puisque dans le cas particulier que nous considérons, la conjonction précède de $4615''$ l'instant pour lequel on calcule; on a $b' = -4615''$; & l'équation qui résout le Problème est (§. 55)

$$\text{dist. corr.} = \text{dist. observ.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune).}$$

D'ailleurs dist. obs. = $30' 45'',3$ $\lambda = \text{tang.}(30' 45'',3)$;
donc

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{r}
 + \quad 5,6641717 \dots \log. b' \\
 + \quad 7,9516900 \dots \log. \lambda \\
 \hline
 + \quad 13,6158617. \\
 - \quad 12,0536355. \\
 \hline
 1,5622262 \dots \log. 0'',365.
 \end{array}$$

On voit donc que si à l'instant de l'observation, la Lune avoit eu la même parallaxe qu'à l'instant de la conjonction, on auroit observé une distance plus petite de $0'',365$, c'est-à-dire, une distance de $30' 44'',9$.

Je ne donnerai point de Type du calcul pour déterminer la distance corrigée, en ayant égard à la variation de la déclinaison du Soleil; on pourra dans ce cas faire usage des Types des $\S. 68$ & 78 ,

pour déterminer les quantités $A, M, N, F + \frac{b'}{3600''\zeta} \times \frac{n''}{\zeta}$,
 $\frac{N}{r} (F + \frac{b'n''}{3600''\zeta}) - \frac{AM}{r}$; le reste du calcul n'aura alors

aucune difficulté. Dans notre exemple, on auroit observé une distance plus petite de $0'',591$, si le Soleil avoit eu la même déclinaison à l'instant de la phase qu'à l'instant de la conjonction.

ARTICLE II.

Des Équations générales aux Longitudes.

SECTION PREMIÈRE.

Détermination du terme hypothétique des Équations aux Longitudes.

(61.) Je suppose dans cette première section les élémens de l'Éclipse déterminés d'une manière quelconque, soit par de bonnes Tables astronomiques, soit par de bonnes observations. Je suppose de plus que l'on connoisse l'heure que l'on comptoit dans un certain lieu à l'instant de la conjonction; je vais donner dans

cette hypothèse une formule pour déterminer la différence en longitude entre ce lieu & un autre lieu où l'on aura observé une distance des centres quelconque.

Dans la recherche qui va nous occuper, j'appellerai toujours Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a observé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z' .

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

y la différence en longitude des lieux Z' & z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z' plus oriental que le lieu Z' .

Soit de plus

σ = cosin. (somme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

σ' = cosin. (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

σ = sinus } demi-diamètre du Soleil.

τ = cosinus }

τ' = cosinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

δ = sinus (demi-diam. horiz. de la Lune) $\times \frac{\text{cosin. (parall. horiz. polaire)}}{r}$.

λ la tangente de la distance des centres observée dans le lieu z' .

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques, jusqu'à l'instant de l'observation*.

$$\begin{aligned} A &= \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{r^2} + \frac{(A_3)}{r^3} - \frac{(A_4)}{r^4} \\ F &= \frac{(F_1)}{\zeta} - \frac{(F_2)}{r^2} - \frac{(F_3)}{r^3} + \frac{(F_4)}{r^4} \\ E &= \zeta - \frac{(E_2)}{r^2} - \frac{(E_3)}{r^4} - \frac{(E_4)}{3600''^2 r} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Ces quantités} \\ \text{doivent} \\ \text{\AA \AA tre \AA val\AA u\AA es} \\ \text{rela-} \\ \text{tivement} \\ \text{au lieu } z'. \end{array} \right\}$$

* Comme la quantité b' n'entre que dans le terme (E_4) qui est très-petit, on voit pourquoi l'on peut substituer l'instant de la conjonction donné par les Tables, au véritable instant de la conjonction.

$$L = \frac{(L_1)}{\sigma \tau' r E} \frac{\pi \zeta \delta'}{\pi \zeta} - \frac{(L_2)}{\delta \tau r} \frac{\pi \zeta}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact intérieur.}$$

$$L = \frac{(L_1)}{\sigma \tau' r E} \frac{\pi \zeta \delta}{\pi \zeta} + \frac{(L_2)}{\delta \tau r} \frac{\pi \zeta}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact extérieur.}$$

$$L = \frac{(L_1)}{\lambda r E} \frac{\pi \zeta}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'une distance quelconque des centres.}$$

J'ai démontré (*VII.^e Mémoire §. 11*) que le nombre b Année 1769^a de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la phase observée dans le lieu ζ' , a pour expression

$$b = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \mp \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{L^2 - A^2}.$$

D'ailleurs, par la supposition, à l'instant de la phase observée on comptoit l'heure ζ dans le lieu ζ' ; donc la conjonction est arrivée dans le lieu ζ' à l'heure déterminée par

$$\zeta - b = \zeta + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{L^2 - A^2}.$$

Mais par la supposition, cette même conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit l'heure Z dans le lieu Z' ; donc

$$y = \zeta - Z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{L^2 - A^2}.$$

(62.) Il est essentiel de ne point se tromper sur le signe des quantités qui composent la formule précédente. Je ne parlerai point ici des valeurs qui entrent dans l'expression de A, F, E, L , on doit y appliquer les remarques générales; je me contenterai de détailler ce qui est particulier à ζ, Z & y .

Dans ce Mémoire je compterai les heures Z, ζ d'une manière continue depuis 0^h $0'$ $0''$ jusqu'à 24^h $0'$ $0''$, en partant de l'instant de midi; ainsi, par exemple, 3 heures répondent à 3 heures du soir, 7 heures répondent à 7 heures du soir, 15 heures répondent à 3 heures du matin, 22 heures répondent à 10 heures du matin; & ainsi de suite.

Je compterai pareillement y d'une manière continue depuis 0^h $0'$ $0''$ jusqu'à 24^h $0'$ $0''$; toutes les longitudes seront orientales.

Cette manière de représenter la position des lieux n'est pas moins en usage que celle que j'avois adoptée jusqu'ici. On se rappellera seulement qu'une Longitude orientale qui surpasse 12 heures, peut être, sous un autre point de vue, considérée comme occidentale; il en est de même d'une Longitude dont l'expression seroit négative.

(63.) Il pourroit arriver que par un résultat de calcul, y fût donné sous la forme d'une quantité négative; on ajoutera alors 24 heures au résultat pour le rendre positif. Il pourroit arriver également que y surpassât 24 heures; alors il faudra retrancher 24 heures du résultat.

(64.) Si l'on veut faire entrer dans la solution un nouvel élément qui dépende d'une inflexion de lumière.

Soit Φ la quantité dont on suppose infléchis les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune;

On fera

$$\sigma = \sinus (\text{demi-diamètre du Soleil} \mp \Phi),$$

suivant que l'on aura observé un contact extérieur ou intérieur des limbes.

Pour les contacts des limbes, il paroît naturel d'employer le demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation.

Fig. 6. (65.) L'équation du §. 61 donne deux solutions. Pour entendre ce qu'elles signifient, on se rappellera 1.^o que j'ai donné *Année 1765. (III.^e Mémoire §. 30 & suivans)* une méthode pour déterminer, relativement au *fil parallèle ou équatorial*, la position de la parallèle à l'orbite relative, menée par le centre du Soleil, & par conséquent celle de la perpendiculaire à cette parallèle, 2.^o que cette perpendiculaire partage le disque du Soleil en deux hémisphères, que j'ai appelé *hémisphère précédent* & *hémisphère suivant* *.

* La raison de cette dénomination est simple; j'ai appelé *hémisphère précédent*, celui qui s'étend dans la partie du Ciel, vers laquelle le Soleil s'avance, en vertu du mouvement diurne;

j'ai appelé *hémisphère suivant*, celui qui s'étend dans la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne, en vertu du mouvement diurne.

3.^o Que j'ai fait voir (*VIII.^e Mémoire §. 12*) que sous chaque parallèle terrestre, il y a toujours deux lieux différens qui observent la même phase, lorsque l'on compte la même heure dans ces lieux respectifs; l'un de ces lieux observe la phase lorsque le centre de la Lune est dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil; l'autre lieu observe la phase lorsque le centre de la Lune est dans l'hémisphère suivant. Pour éviter toute incertitude, je nommerai

Y la différence en longitude du lieu *Z'* & du lieu *z'* qui a observé la phase lorsque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil.

y la différence en longitude du lieu *Z'* & du lieu *z'* qui a observé la phase lorsque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère suivant.

On aura dans cette supposition

$$Y = z - Z + \frac{(Y_2)}{(Y_1)} \times \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F + \frac{(Y_3)}{(Y_1)} \sqrt{(L + A) \times (L - A)}].$$

$$y = z - Z + \frac{(y_2)}{(y_1)} \times \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F - \frac{(y_3)}{(y_1)} \sqrt{(L + A) \times (L - A)}].$$

(66.) Puisqu'en général, le centre de la Lune passe de l'hémisphère précédent dans l'hémisphère suivant vers l'instant de la plus grande phase, on doit presque toujours, pour les Éclipses de Soleil, employer la valeur de *Y* lorsque l'instant de l'observation précède la plus grande phase; on doit faire usage de la valeur de *y* lorsque la plus grande phase précède l'observation. Cette règle cependant n'est pas absolument rigoureuse, même pour les Éclipses de Soleil; car on doit observer la règle contraire pour les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, & en général pour tous les phénomènes où la quantité *n* étant négative, le commencement de l'Éclipse arrive presque toujours dans l'hémisphère suivant du disque, & la fin dans l'hémisphère précédent. Au reste, puisque l'on connoît la position de la perpendiculaire à l'orbite relative; c'est à l'observation même à faire connoître si le centre de la Lune est dans l'hémisphère précédent ou dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil.

(67.) TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la présente recherche.

<u>A.</u>		<u>F.</u>	
	(A 1.)		(F 1.)
	$\frac{\downarrow l}{\zeta} = 73035.$		$\frac{\theta l}{\zeta} = 7342.$
	(A 2.)		(F 2.)
Log.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q \varphi}{r^2} = - 0,0586358. \\ \frac{p \omega}{r^3} = - 10,3155335. \\ \frac{pp \varphi}{r^4} = - 11,1307920. \end{array} \right.$	Log.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q \omega}{r^2} = - 0,3195149. \\ \frac{p \varphi}{r^3} = - 10,0546544. \\ \frac{pp \omega}{r^4} = - 11,3916711. \end{array} \right.$
	(A 3.)		(F 3.)
	(A 4.)		(F 4.)
<u>E.</u>		<u>L.</u>	
	(E 1.)		(L 1.)
	$\xi = 99993.$		$\frac{r}{\pi \zeta} = - 8,1949633.$
Log.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r \pi}{r^2} = - 2,8798346. \\ \frac{pq \pi}{r^4} = - 11,8027850. \\ \frac{\gamma \pi}{3600'' r} = - 5,6154055. \end{array} \right.$	Log.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma \tau' r}{\pi \zeta \delta} = - 0,5266706. \\ \frac{\sigma \tau' r}{\pi \zeta \delta} = - 0,5311962. \end{array} \right.$
	(E 2.)		$\left. \begin{array}{l} \text{J'ai supposé} \\ \text{une inflexion} \\ \text{de } 5'' \text{ dans les} \\ \text{rayons qui ras-} \\ \text{sent le limbe} \\ \text{de la Lune.} \end{array} \right\}$
	(E 3.)		
	(E 4.)		(L 2.)
			$\frac{\delta \tau r}{\pi \zeta} = 27449.$
		Log. $\frac{3600'' \zeta}{\eta r} = - 4,1490219.$	

E X E M P L E.

(68.) Je suppose que le 1.^{er} Avril 1764, la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit 10^h 21' 28" du matin dans un lieu Z'; que de plus on ait observé le commencement de l'Éclipse à 9^h 4' 33" du matin dans l'observatoire de M. Short, à Londres: on demande la différence en Longitude de l'Observatoire de M. Short & du lieu Z'.

SOLUTION.

SOLUTION. Par la supposition, on comptoit $9^h 4' 33''$ du matin lors du commencement de l'Eclipse, dans l'observatoire de M. Short; donc $z = 21^h 4' 33''$. On comptoit $10^h 21' 28''$ du matin dans le lieu Z' , à l'instant de la conjonction; donc $Z = 22^h 21' 28''$; donc $z - Z = -1^h 16' 55''$. Lors de l'observation, la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil; donc (§. 65) il faut employer la valeur Y . La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de $51^d 31' 0''$ boréale, la latitude corrigée est donc de $51^d 21' 33''$. De plus l'angle horaire à l'instant de l'observation étoit de $316^d 8' 15''$. Donc

$$\left. \begin{array}{l} s = \sinus \quad 51^d 21' 33'' \dots \text{posit.} \\ c = \cosin. \quad 51. 21. 33 \dots \text{posit.} \\ g = \sinus \quad 316. 8. 15 \dots \text{négat.} \\ h = \cosin. \quad 316. 8. 15 \dots \text{posit.} \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8926912. \\ c = 9,7954889. \\ g = 9,8406895. \\ h = 9,8579381. \\ cg = 19,6361784. \\ ch = 19,6534270. \end{array} \right.$$

Si d'ailleurs le lieu Z' n'est pas fort éloigné de l'observatoire de M. Short, on a à peu près

$$b' = -4615''. \quad \text{Logarithme } b'^2 = 11,3283434.$$

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{r} A = + (A_1) - (A_2) - (A_3) + (A_4) \dots \dots (A_1) = 73035. \\ \begin{array}{r} (A_2) \\ + 9,8926912 \dots \log. s. \\ - 0,0586358. \\ \hline 9,8340554 \dots \log. 68243. \end{array} \quad \begin{array}{r} (A_3) \\ + 19,6361784 \dots \log. cg. \\ - 10,3155335. \\ \hline 9,3206449 \dots \log. 20924. \end{array} \quad \begin{array}{r} (A_4) \\ + 19,6534270 \dots \log. ch. \\ - 11,1307920. \\ \hline 8,5226350 \dots \log. 3331. \end{array} \\ A = - 12801 \dots \dots \log. A = 9,1072439. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} F = + (F_1) - (F_2) + (F_3) + (F_4) \dots \dots (F_1) = 7342. \\ \begin{array}{r} (F_2) \\ + 9,8926912 \dots \log. s. \\ - 0,3195149. \\ \hline 9,5731763 \dots \log. 37426. \end{array} \quad \begin{array}{r} (F_3) \\ + 19,6361784 \dots \log. cg. \\ - 10,0546544. \\ \hline 9,5815240 \dots \log. 38153. \end{array} \quad \begin{array}{r} (F_4) \\ + 19,6534270 \dots \log. ch. \\ - 11,3916711. \\ \hline 8,2617559 \dots \log. 1827. \end{array} \\ F = + 9896 \dots \dots \log. F = 8,9954597. \end{array}$$

Mém. 1770.

Pp

$$E = + (E_1) - (E_2) - (E_3) - (E_4) \dots (E_1) = 99993.$$

(E ₂)	(E ₃)	(E ₄)
+ 9,8926912...log. s.	+ 19,6534270...log. ch.	+ 11,3283434...log. W ² .
- 2,8798346.	- 11,8027850.	- 5,6154055.
<hr/> 7,0128566...log. 103.	<hr/> 7,8506420...log. 709.	<hr/> 5,7129379...log. 5.

$$E = + 99176 \dots \log. E = 9,9964066.$$

$$L = + (L_1) + (L_2) \dots (L_2) = 27449.$$

(L ₁)	
+ 9,9964066...log. E.	
- 0,5311962.	L = + 56637...log. L = 9,7531002.
<hr/> 9,4652104...log. 29188.	

$$\left. \begin{array}{l} L + A = + 43836. \\ L - A = + 69438. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} L + A = 9,6418309. \\ L - A = 9,8415972. \\ \hline L^2 - A^2 = 19,4834281. \\ \hline 2. \end{array} \right.$$

$$9,7417140 \dots \log. \sqrt{L^2 - A^2}.$$

$$Y = - (Y_1) + (Y_2) + (Y_3) \dots (Y_1) = 1^h 16' 55''.$$

(Y ₂)	(Y ₃)
+ 8,9954597...log. F.	+ 9,7417140...log. $\sqrt{L^2 - A^2}$.
- 4,1490219.	- 4,1490219.
<hr/> 4,8464378...log. 702.	<hr/> 5,5926921...log. 3915.

$$Y = \left\{ \begin{array}{l} - 1^h 16' 55'' \\ + 0. 11. 42 \\ + 1. 5. 15 \end{array} \right\} = + 0^h 0' 2''.$$

On peut conclure de ce premier calcul, que l'observatoire de M. Short est plus oriental de 2 secondes que le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin, à l'instant de la conjonction.

(69.) On voit que les formules du §. 65, peuvent résoudre plusieurs questions; elles apprennent à connoître la position respective des lieux Z', Z'; & conséquemment la longitude du lieu Z', si celle du lieu Z' est bien connue. Lorsque l'on n'a point égard au terme Z, elles déterminent l'heure que l'on compte dans le

lieu z' à l'instant de la conjonction. Si l'on n'a point égard à la quantité $z - Z$, elles donnent l'expression du temps écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de l'observation.

Dans ces deux derniers cas on a les équations suivantes

$$\text{Heure que l'on compte dans le lieu } z' \text{ à l'instant de la conjonction} \\ = z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600'' \zeta}{nr} V[(L + A) \times (L - A)].$$

$$\text{Nombre de secondes écoulées depuis l'instant de la conjonction} \\ = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \mp \frac{3600'' \zeta}{nr} V[(L + A) \times (L - A)].$$

(70.) Si l'on pouvoit se flatter de connoître les véritables élémens de l'Eclipse, les formules du §. 65 donneroient rigoureusement l'expression de la longitude, & c'est sous ce point de vue que l'on a coutume de l'envisager en Astronomie. Il est cependant difficile de se refuser à l'évidence que ces équations renferment des quantités sur lesquelles les Astronomes ne sont nullement d'accord; je regarderai donc ce premier calcul comme un résultat purement hypothétique, & je vais parcourir les différentes corrections que l'on doit faire pour avoir l'expression, la plus générale & la plus rigoureuse, de la Longitude. Remarquons en finissant que dans le calcul du *terme hypothétique* (c'est ainsi que je désignerai désormais ce premier résultat) si au lieu d'employer la distance observée des centres, on avoit employé la distance corrigée par les formules des §. 55 & 56, il ne seroit pas nécessaire de faire usage des corrections des deux sections suivantes.

SECTION SECONDE.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, relativement à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation.

(71.) Dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude, j'ai prescrit d'employer la parallaxe particulière de la Lune,

qui a lieu à l'instant de la conjonction. On voit que cette supposition pourroit être inexacte; en effet, à l'instant de l'observation, la Lune peut ne pas avoir la même parallaxe horizontale qu'à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(72.) Si l'on jette les yeux sur l'expression de Y & de y du §. 65, on verra que relativement au Problème que nous considérons, L est la seule quantité qui renferme une variable. En effet, quoiqu'au premier coup d'œil n & l , & par conséquent $\frac{\downarrow l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$, A , F , contiennent l'expression de la parallaxe horizontale de la Lune; comme néanmoins (§. 1.^{re}) cette parallaxe est la parallaxe particulière qui répond à l'instant de la conjonction, que je suppose bien déterminée, n , l , $\frac{\downarrow l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$, A , F , sont réellement des quantités connues relativement à la question présente. Il n'en est pas de même de la quantité L , puisque π qui divise les différens termes qui la composent, est réellement la parallaxe qui a lieu à l'instant de l'observation; on a donc

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{L dL}{\sqrt{L^2 - A^2}}; \quad dy = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{L dL}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\text{De plus, } dL = - \frac{L}{\pi} d\pi.$$

Soit donc

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation*.

Var. hor. (parall. horiz. de la ☾) $\left\{ \begin{array}{l} \text{la variation horaire de la parallaxe} \\ \text{horizontale polaire de la Lune,} \\ \text{évaluée en secondes \& dixièmes} \\ \text{de secondes de degré.} \end{array} \right.$

On aura

$$d\pi = \frac{b'}{3600''} r \frac{\text{Var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)}}{206265''},$$

* Dans cette recherche & dans celle de la section suivante, comme il n'est pas nécessaire que b' soit déterminé avec la dernière exactitude, on

peut employer la distance à la conjonction donnée par les Tables, ou plus exactement encore celle donnée par la formule du §. 69.

$$dY = - \frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta L^2}{11\pi \sqrt{L^2 - A^2}} \text{ var. hor. (par. horiz. de la } \odot).$$

$$dy = + \frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta L^2}{11\pi \sqrt{L^2 - A^2}} \text{ var. hor. (par. horiz. de la } \odot).$$

Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit (§. 57) sur le signe de b' & de la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune; on peut relire ce paragraphe.

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{var. hor. (parall. horiz. de la } \odot) = - 0'',5. \quad \text{Log. } \frac{\zeta \text{ var. hor. (parall. horiz. de la } \odot)}{206265'' 11\pi} = - 13,5170839,$$

EXEMPLE.

(73.) *Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de dY , relativement à l'observation de Londres.*

SOLUTION. Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; de plus, dans le cas que je considère on avoit (§. 69) $b' = -4617''$; la valeur de dY ne change donc point de signe.

TYPE du Calcul.

$$\begin{aligned} b' &= -4617''. & \text{Log. } \left\{ \begin{array}{l} \frac{b'}{L^2} = + 5,6643599. \\ \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} = + 9,7644864. \end{array} \right. \\ &+ 5,6643599 \dots \text{log. } b'. \\ &+ 9,7644864 \dots \text{log. } \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\ &\hline &+ 15,4288463. \\ &- 13,5170830 \dots \text{log. } \frac{\zeta \text{ var. hor. (parall. horiz. de la } \odot)}{206265'' 11\pi}. \\ &\hline &1,9117633 \dots \text{log. } 0'',816. \\ &dY = - 0'',816. \end{aligned}$$

On voit par-là que si l'on a égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune dans l'intervalle de l'instant de la conjonction

302 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short fera plus occi-
dental de 0",816 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique*.

SECTION TROISIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la longitude, relativement à la variation de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation.

(74.) Dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude; j'ai prescrit d'employer la déclinaison particulière du Soleil qui a lieu à l'instant de la conjonction. On voit que cette supposition pourroit être inexacte; en effet, il est probable qu'à l'instant de l'observation le Soleil n'a pas la même déclinaison qu'à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(75.) Si l'on jette les yeux sur l'expression de Y & de y du §. 65, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, si l'on conserve les définitions de A & de L du §. 61; que de plus on suppose

$$N = \frac{(N_1)}{r^2 \chi} - \frac{(N_2)}{r^1 q \chi} + \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{(N_3)}{q} - \frac{p^2 \downarrow}{r \chi} \right).$$

$$M = \frac{(M_1)}{r^2 \chi} + \frac{(M_2)}{r^1 q \chi} - \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{(M_3)}{q} + \frac{p^2 \uparrow}{r \chi} \right).$$

Var. hor. (décl. ☉) = la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré.

b' = le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation. Ce nombre est donné par le §. 69.

Que l'on fasse

$$\begin{aligned} \epsilon &= + \frac{3600'' \zeta^{(\epsilon 1)}}{206265'' n} \times N + \frac{3600'' \zeta^{(\epsilon 2)}}{206265'' n} \times \frac{A M}{\sqrt{L^2 - A^2}} r \\ &= + \frac{3600'' \zeta^{(\epsilon 1)}}{206265'' n} \times N - \frac{3600'' \zeta^{(\epsilon 2)}}{206265'' n} \times \frac{A M}{\sqrt{L^2 - A^2}} r \end{aligned}$$

& que l'on nomme dY , dy , la correction de la Longitude due à la variation de la déclinaison du Soleil dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation ; on aura

$$dY = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (décl. } \odot). \quad dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (décl. } \odot);$$

(76.) Rien de plus simple que la démonstration de la proposition précédente. En effet, si l'on différencie la valeur de Y & de y du §. 65, en regardant comme variable la déclinaison du Soleil, on aura

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{nr} (dF - \frac{AdA}{\sqrt{L^2 - A^2}}); \quad dy = \frac{3600'' \zeta}{nr} (dF + \frac{AdA}{\sqrt{L^2 - A^2}});$$

mais

$$dF = + \frac{b'}{3600''} \left[\frac{\psi p s}{r^2 \chi} - \frac{c g p p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h p}{r^3} \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi} \right) \right] \frac{\text{var. hor. (décl. } \odot)}{206265''};$$

$$dA = - \frac{b'}{3600''} \left[\frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g p p \varphi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h p}{r^3} \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi} \right) \right] \frac{\text{var. hor. (décl. } \odot)}{206265''};$$

donc

$$dF = + \frac{b'}{3600''} \times N \frac{\text{var. hor. (déclin. du } \odot)}{206265''};$$

$$dA = - \frac{b'}{3600''} \times M \frac{\text{var. hor. (déclin. du } \odot)}{206265''};$$

donc

$$dY = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot).$$

$$dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot).$$

(77.) Je ne répéterai point ce que j'ai dit (§. 57) sur le signe des quantités A , F , M , N , b' , & de la variation horaire de la déclinaison du Soleil ; on peut relire ce paragraphe.

Comme dans les termes (N 3) & (M 3) les facteurs

$$\frac{p}{r^3} \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi} \right), \quad \frac{p}{r^3} \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi} \right)$$

sont complexes, il faut avoir grand soin de remarquer quel est leur signe, afin de ne pas ajouter dans le cas où il faudroit retrancher,

304 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
ou réciproquement. Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, ces
facteurs étoient positifs; on avoit de plus
var. hor. (décl. ☉) = + 58". Log. var. hor (décl. ☉) = 3,7634280.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril
1764, relatives à la présente recherche.

<u>N.</u>		<u>M.</u>	
Log. {	$\frac{\downarrow qp}{r^2 \chi} = -$	(N ₁)	$\frac{\theta qp}{r^2 \chi} = -$
			(M ₁)
	$\frac{pp\omega\Omega}{r^3 q \chi} = -$	(N ₂)	$\frac{pp\varphi\Omega}{r^3 q \chi} = -$
			(M ₂)
Log. {	$\frac{p}{r^3} (\frac{\omega r}{q} - \frac{r^2 \downarrow}{r \chi}) = -$	(N ₃)	$\frac{p}{r^3} (\frac{\varphi r}{q} + \frac{r^2 \theta}{r \chi}) = -$
			(M ₃)
	Log. $\frac{3600'' \zeta}{206265'' n} = -$		Log. $\frac{\text{var. hor. (décl. ☉)}}{3600''} = -$

E X E M P L E.

(78.) Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on demande
quelle étoit la valeur de dY, relativement à l'observation de
Londres, déjà discutée (§. 68).

SOLUTION. Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, la
variation horaire de la déclinaison du Soleil étoit positive; de
plus dans le cas que je considère, on avoit

$$\left. \begin{array}{l} s = \text{finus } 51^{\text{d}} 21' 33'' \dots \text{posit.} \\ c = \text{cosin. } 51. 21. 33 \dots \text{posit.} \\ g = \text{finus } 316. 8. 15 \dots \text{negat.} \\ h = \text{cosin. } 316. 8. 15 \dots \text{posit.} \\ A = - 12801. \\ b' = - 4617. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} s = + 9,8926912. \\ cg = + 19,6361784. \\ ch = + 19,6534270. \\ b' = + 5,6643599. \\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = - 0,6344701. \end{array} \right.$$

Donc

Donc

TYPE du Calcul.

$$N = + (N_1) + (N_2) + (N_3).$$

(N_1)	(N_2)	(N_3)
$+ 9,8926912... \log. s.$	$+ 19,6361784... \log. cg.$	$+ 19,6534270... \log. ch.$
$- 0,6702123.$	$- 11,0180039.$	$- 10,3305115.$
$9,2224789... \log. 16691.$	$8,6181745... \log. 4151.$	$9,3229155... \log. 21034.$

$$N = + 41876... \log. N = 9,6219652.$$

$$M = + (M_1) - (M_2) - (M_3).$$

(M_1)	(M_2)	(M_3)
$+ 9,8926912... \log. s.$	$+ 19,6361784... \log. cg.$	$+ 19,6534270... \log. ch.$
$- 1,6679244.$	$- 10,7571254.$	$- 10,0522275.$
$8,2247668... \log. 1678.$	$8,8790530... \log. 7569.$	$9,6011995... \log. 39921.$

$$M = - 45812... \log. M = 9,6609793.$$

$$\epsilon = + (\epsilon_1) + (\epsilon_2).$$

(ϵ_1)	(ϵ_2)
$+ 9,6219652... \log. N.$	$+ 9,6609793... \log. M.$
$- 1,4634475.$	$- 0,6344701... \log. \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$
$8,1585177... \log. 1441.$	$+ 9,0265092.$
	$- 1,4634475.$
	$7,5630617... \log. 366.$

$$\epsilon = + 1807... \log. \epsilon = 8,2569582.$$

dY

$$\begin{aligned}
 &+ 5,6643599... \log. b'. \\
 &+ 8,2569582... \log. \epsilon. \\
 &+ 3,9213181. \\
 &- 1,7928745... \log. \frac{\text{var. hor. (déclin. } \odot \text{)}}{3600''}. \\
 &2,1284436... \log. 1'',344. \\
 &dY = - 1'',344.
 \end{aligned}$$

On voit par-là que si l'on a égard à la variation de la déclinaison
Mém. 1770.

Qq

du Soleil dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short sera plus occidental de $1^{\circ}, 344$ qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique*.

Si l'on réunit cette dernière correction avec celle du §. 73; c'est-à-dire, si l'on a égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune & de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short sera plus occidental de $2^{\circ}, 160$ qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique*; on comptoit donc dans ce lieu $10^h 21' 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

(79.) Il est évident que l'on doit faire usage de dY & de dy dans les mêmes circonstances où il faut employer Y & y (§. 65). dY , dy positifs apprennent que le lieu z' est plus oriental que ne l'avoit indiqué le *terme hypothétique*. dY , dy négatifs font connoître que le lieu z' est plus occidental. Je ne répéterai plus désormais ces dernières remarques, qui s'appliquent non-seulement aux calculs de la présente section, mais encore à ceux de la section précédente & des sections suivantes.

SECTION QUATRIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on n'ait point employé dans le calcul de ce terme, la véritable déclinaison du Soleil qui avoit lieu à l'instant de la conjonction.

(80.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable déclinaison du Soleil, correspondante à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit

d (déclin. ☉) la différence entre la véritable déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction, & celle que l'on a employée dans le calcul du *terme hypothétique*. Je suppose cette différence évaluée en secondes de degré.

dY , dy , l'erreur du résultat du *terme hypothétique*.

& conservons toutes les définitions de la section précédente.

Puisque dans la présente section, j'ai nommé d (déclin. \odot) l'erreur sur la déclinaison du Soleil, qui, dans la question précédente, avoit pour expression $\frac{v}{3600''} \times \text{var. hor. (déclin. } \odot)$; on aura (§. 76)

$$dY = \frac{e}{r} d \text{ (déclin. } \odot), \quad dy = \frac{e}{r} d \text{ (déclin. } \odot).$$

(81.) Dans l'usage de ces formules,

d (déclin. \odot) est positif, lorsque la nouvelle déclinaison du Soleil d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (déclin. \odot) est négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit (§. 78) relativement à l'observation de Londres, $e = + 1807$; donc

$$dY = + 0,018 d \text{ (déclin. } \odot).$$

On voit donc, dans ce cas, que l'erreur du *terme hypothétique* est à l'erreur sur la déclinaison du Soleil comme 18 est à 1000.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur l'heure précise de l'observation.

(82.) Lorsque l'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans l'heure précise que l'on comptoit à l'instant de l'observation; soit que cette erreur provienne du dérangement de la pendule, soit qu'elle provienne de l'inattention de l'Observateur ou de l'imperfection des instrumens qu'il a employés. Je vais donner une formule pour y avoir égard dans la détermination de la Longitude.

Rien de plus simple que de déterminer cette erreur. En effet; si l'on différencie les équations du §. 65, en regardant Z & L

comme connus (& cette supposition est très-légitime, car Z est donné, & L ne pourroit varier qu'à raison de E qui (S. 51) peut être regardé comme rigoureusement connu); on aura

$$dY = dz + \frac{3600'' \zeta}{nr} dF - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = dz + \frac{3600'' \zeta}{nr} dF + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

mais $dF = - \frac{cp\phi dg}{r^3} + \frac{cp\rho\omega dh}{r^4},$

$$dA = + \frac{cp\omega dg}{r^3} + \frac{cp\rho\phi dh}{r^4}.$$

D'ailleurs on fait qu'une seconde de temps répond à $15''$ de degré du premier mobile; $15 dz$ exprime donc le nombre de secondes du premier mobile écoulées pendant le temps dz ; & par conséquent $206265'' dg - 15 h dz = 0$; $206265'' dh + 15 g dz = 0$; donc

$$dF = - \frac{15 dz}{206265''} \times \left(\frac{cp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\phi}{r^3} \right),$$

$$dA = - \frac{15 dz}{206265''} \times \left(\frac{cp\rho\phi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3} \right).$$

Soit donc

d (instant de l'observation) l'erreur sur l'instant précis de l'observation, évaluée en secondes horaires.

$$C = \frac{(C_1)}{r^{\frac{1}{2}}} + \frac{(C_2)}{r^3} \quad D = \frac{(D_1)}{r^4} - \frac{(D_2)}{r^{\frac{3}{2}}}.$$

$$\Delta = r - \frac{(\Delta_1)}{206265'' n} \times C + \frac{(\Delta_2)}{206265'' n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Delta = r - \frac{(\Delta_1)}{206265'' n} \times C - \frac{(\Delta_2)}{206265'' n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Puisque d (instant de l'observation) $= dz$, on aura

$$dY = \frac{\Delta}{r} d \text{ (instant de l'observation)}, \quad dy = \frac{\Delta}{r} d \text{ (instant de l'observation)}.$$

(83.) Dans l'usage de ces formules,

d (instant de l'observation) est positif lorsque le nouvel instant d'après lequel on veut réformer le résultat du terme *hypothétique*, est postérieur à l'instant que l'on a employé dans le calcul.

d (instant de l'observation) est négatif dans le cas contraire.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la présente recherche.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{C.} & & \text{D.} \\
 \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{p p \omega}{r^4} = - 11,3916711. \\ \frac{p \phi}{r^1} = - 10,0546544. \end{array} \right. & \begin{array}{l} (C_1) \\ (C_2) \end{array} & \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{p p \phi}{r^4} = - 11,1307920. \\ \frac{p \omega}{r^3} = - 10,3155335. \end{array} \right. \\
 & & \begin{array}{l} (D_1) \\ (D_2) \end{array} \\
 \text{Log.} \frac{54000'' \zeta}{206265'' \eta} = - 0,2873562. & &
 \end{array}$$

EXEMPLE.

(84.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes sur l'instant précis du commencement de l'Éclipse observé à Londres à 9^h 4' 33" du matin; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique du §. 68.

SOLUTION. Dans le cas que nous considérons, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus on avoit

$$\left. \begin{array}{l} c = \cosin. \ 51^d \ 21' \ 33'' \dots \text{posit.} \\ g = \sinus \ 316. \ 8. \ 15 \dots \text{négat.} \\ h = \cosin. \ 316. \ 8. \ 15 \dots \text{posit.} \\ A = - 12801. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} cg = + 19,6361784. \\ ch = + 19,6534270. \\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = - 0,6344701. \end{array} \right.$$

TYPE du Calcul.

$$C = - (C 1) + (C 2).$$

$\begin{array}{r} + 19,6361784 \dots \log. cg. \\ - 11,3916711. \\ \hline 8,2445073 \dots \log. 1756. \end{array}$	$\begin{array}{r} + 19,6534270 \dots \log. ch. \\ - 10,0546544. \\ \hline 9,5987726 \dots \log. 39698. \end{array}$
$C = + 37942 \dots \log. C = 9,5791202.$	

$$D = - (D 1) - (D 2).$$

$\begin{array}{r} + 19,6361784 \dots \log. cg. \\ - 11,1307920. \\ \hline 8,5053864 \dots \log. 3202. \end{array}$	$\begin{array}{r} + 19,6534270 \dots \log. ch. \\ - 10,3155335. \\ \hline 9,3378935 \dots \log. 21772. \end{array}$
$D = - 24974 \dots \log. D = 9,3974881.$	

$$\Delta = + (\Delta 1) - (\Delta 2) + (\Delta 3) \dots (\Delta 1) = 100000.$$

$\begin{array}{r} + 9,5791202 \dots \log. C. \\ - 0,2873562. \\ \hline 9,2917640 \dots \log. 19578. \end{array}$	$\begin{array}{r} + 9,3974881 \dots \log. D. \\ - 0,6344701 \dots \log. \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\ \hline + 8,7630180. \\ - 0,2873562. \\ \hline 8,4756618 \dots \log. 2990. \end{array}$
--	---

$$\Delta = + 83412.$$

$$dY = + 0,834 d \text{ (instant de l'observation).}$$

On voit donc que dans le cas particulier dont il s'agit, l'erreur du terme *hypothétique* est à l'erreur sur le temps précis de l'observation, comme 834 est à 1000. Supposons, par exemple, qu'au lieu de 9^h 4' 33", que marquoit la pendule, il fut réellement 9^h 4' 43" à l'instant de l'observation, l'observatoire sera plus oriental de 8",34 que ne l'indique le premier calcul. L'observatoire de M. Short sera au contraire plus occidental de 8",34, s'il n'étoit réellement que 9^h 4' 23" lors du commencement de l'Éclipse.

SECTION SIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, la véritable latitude du lieu où l'on a observé.

(85.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable latitude du lieu où l'on a observé; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Dans l'hypothèse que nous considérons, il est aisé de voir que l'on a les équations suivantes;

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{nr} dF - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{nr} dF + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Mais relativement à la supposition qui nous occupe

$$dF = - \frac{q \omega ds}{r^2} - \frac{gp \phi dc}{r^3} + \frac{h p \rho \omega dc}{r^4},$$

$$dA = - \frac{q \phi ds}{r^2} + \frac{gp \omega dc}{r^3} + \frac{h p \rho \phi dc}{r^4}.$$

D'ailleurs, si l'on nomme

d (latitude de l'observatoire) l'erreur sur la latitude du lieu évaluée en secondes de degré.

On a

$$206265'' ds - cd \text{ (latitude de l'observatoire)} = 0.$$

$$206265'' dc + sd \text{ (latitude de l'observatoire)} = 0.$$

Donc

$$dF = - \frac{d \text{ (latitude de l'observatoire)}}{206265''} \times \left(\frac{q \omega c}{r^2} - \frac{gp \phi s}{r^3} + \frac{h p \rho \omega s}{r^4} \right),$$

$$dA = - \frac{d \text{ (latitude de l'observatoire)}}{206265''} \times \left(\frac{q \phi c}{r^2} + \frac{gp \omega s}{r^3} + \frac{h p \rho \phi s}{r^4} \right).$$

Soit donc

$$G = \frac{(G_1)}{r^2} - \frac{(G_2)}{r^3} + \frac{(G_3)}{r^4}, \quad H = \frac{(H_1)}{r^2} + \frac{(H_2)}{r^3} + \frac{(H_3)}{r^4},$$

$$\beta = - \frac{3600'' \zeta^{(\beta 1)}}{206265'' n} \times G + \frac{3600'' \zeta^{(\beta 2)}}{206265'' n} \times \frac{A H}{\sqrt{L^2 - A^2}},$$

$$\beta = - \frac{3600'' \zeta^{(\beta 1)}}{206265'' n} \times G - \frac{3600'' \zeta^{(\beta 2)}}{206265'' n} \times \frac{A H}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

On aura

$$dY = \frac{\beta}{r} d(\text{latitude de l'observatoire}). \quad dy = \frac{\beta}{r} d(\text{latitude de l'observatoire}).$$

(86.) Dans l'usage de ces formules,

d (latitude de l'observatoire) est positif, lorsque la nouvelle latitude d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (latitude de l'observatoire) est négatif dans le cas contraire.

TABLE des quantités constantes de l'Eclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la présente recherche.

	<u>G.</u>		<u>H.</u>	
Log.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q \omega}{r^2} = - 0,3195149. \\ \frac{p \phi}{r^1} = - 10,0546544. \\ \frac{p p \omega}{r^4} = - 11,3916711. \end{array} \right.$	$\left(\begin{array}{l} G_1, \\ G_2, \\ G_3, \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q \phi}{r^2} = - 0,0586358, \\ \frac{p \omega}{r^3} = - 10,3155335, \\ \frac{p p \phi}{r^4} = - 11,1307920. \end{array} \right.$	$\left(\begin{array}{l} H_1, \\ H_2, \\ H_3, \end{array} \right.$
	$\text{Log. } \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} = - 1,4634475.$			

E X E M P L E.

(87.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764 on se soit trompé de quelques minutes sur la latitude de Londres, employée dans le calcul du *terme hypothétique*; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.

SOLUTION.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus, on avoit

$$\left. \begin{array}{l} s = \sinus \quad 51^{\text{d}} 21' 33'' \dots \text{posit.} \\ c = \cosin. \quad 51. 21. 33 \dots \text{posit.} \\ g = \sinus \quad 316. \quad 8. 15 \dots \text{négat.} \\ h = \cosin. \quad 316. \quad 8. 15 \dots \text{posit.} \\ A = - 12801. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} c = + 9,7954889. \\ g s = + 19,7333807. \\ h s = + 19,7506293. \\ \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} = - 0,6344701. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$G = + (G 1) + (G 2) + (G 3).$$

(G 1)	(G 2)	(G 3)
+ 9,7954889...log. c.	+ 19,7333807...log. g s.	+ 19,7506293...log. h s.
- 0,3195149.	- 10,0546544.	- 11,3916711.
<hr/>	<hr/>	<hr/>
9,4759740...log. 29921.	9,6787263...log. 47723.	8,3589582...log. 2285.

$$G = + 79929 \dots \dots \dots \text{log. } G = 9,9027044.$$

$$H = + (H 1) - (H 2) + (H 3).$$

(H 1)	(H 2)	(H 3)
+ 9,7954889...log. c.	+ 19,7333807...log. g s.	+ 19,7506293...log. h s.
- 0,0586358.	- 10,3155335.	- 11,1307920.
<hr/>	<hr/>	<hr/>
9,7368531...log. 54557.	9,4178472...log. 26173.	8,6198373...log. 4167.

$$H = + 32551 \dots \dots \dots \text{log. } H = 9,5125643.$$

$$\beta = - (\beta 1) - (\beta 2).$$

(\beta 1)	(\beta 2)
+ 9,9027044...log. G.	+ 9,5125643...log. H.
- 1,4634475.	- 0,6344701...log. $\frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$
<hr/>	<hr/>
8,4392569...log. 2750.	+ 8,8780942.
	- 1,4634475.
	<hr/>
	7,4146467...log. 260.

$$\beta = - 3010.$$

$$dY = - 0,030 d(\text{latitude de l'observatoire}).$$

Mém. 1770.

Rr

On voit donc que dans le cas que nous considérons, l'erreur du terme *hypothétique* est à l'erreur sur la latitude de l'observatoire, comme moins 30 est à plus 1000. Supposons, par exemple, l'observatoire de M. Short plus boréal de 1' 40" que je ne l'ai supposé; cet observatoire sera plus occidental de 3" que le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction; ou si l'on veut, la conjonction sera arrivée lorsque l'on comptoit 10^h 21' 25" dans cet observatoire.

Si l'observatoire est plus méridional de 1' 40" que je ne l'ai supposé; ce lieu sera plus oriental de 3 secondes que celui qui comptoit 10^h 21' 28" à l'instant de la conjonction.

S E C T I O N S E P T I È M E .

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la longitude, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport des axes de la Terre.

(88.) J'ai supposé, dans mes calculs, que le petit axe de la Terre est au grand axe, comme 177 est à 178. Ce rapport, adopté par M. de Maupertuis, donne pour valeur du demi-grand axe de la Terre, 100565 parties telles que le demi-petit axe en contient 100000. Les Astronomes ne sont pas d'accord sur ces quantités. Newton a conclu, d'après la théorie des forces centrifuges combinées avec l'attraction, que les axes doivent être entre eux comme 230 est à 231; cette conséquence suppose la Terre primitivement fluide & homogène. Le demi-grand axe de notre globe seroit alors de 100438 parties telles que le demi-petit axe en contient 100000. D'autres Astronomes ont adopté le rapport moyen de 199 à 200; & ils supposent le demi-grand axe de la Terre de 100501 parties. Je n'examinerai point laquelle de ces opinions est la mieux fondée; cette question m'écarteroit trop de mon objet. D'ailleurs, il faudroit peut-être examiner avant tout, si la Terre est un sphéroïde parfait, & si l'excentricité de ses différens méridiens est absolument la même.

Quoi qu'il en soit, je me propose dans cette section de déterminer l'erreur de la longitude donnée par le *terme hypothétique*, en supposant que l'on se soit trompé sur le rapport des axes de la Terre.

Je fais plus, je démontre comment on peut, sans rien changer aux formules, avoir égard à la supposition que les méridiens terrestres ne sont pas des ellipses parfaites. Je ferai voir aussi comment il est possible d'avoir égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer. Cette recherche m'a paru d'autant plus curieuse, que je croirois que c'est à ce niveau que l'on peut attribuer plus probablement la figure elliptique.

(89.) Soit

$$\left. \begin{array}{l} s \text{ le sinus} \\ c \text{ le cosin.} \end{array} \right\} \text{de la latitude corrigée.} \quad \left. \begin{array}{l} s' \text{ le sinus} \\ c' \text{ le cosin.} \end{array} \right\} \text{de la latitude vraie.}$$

J'ai fait voir (*II.^e Mémoire*, §. 18) que l'on a les équations Année 1764, suivantes,

$$\varphi \times \frac{s}{c} = r \times \frac{s'}{c'}; \quad s^2 + c^2 - r^2 = 0;$$

donc

$$c = \frac{\varphi r c'}{(p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad s = \frac{r^2 s'}{(p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on substitue ces valeurs dans les équations

$$A = \frac{\frac{1}{2} l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g p \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi \varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g p \varphi}{r^3} + \frac{c h p \varphi \omega}{r^4};$$

On aura

$$A = \frac{\frac{1}{2} l}{\zeta} - \frac{q \varphi s'}{(p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{g p^2 \omega c'}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{h p p^2 \varphi c'}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q \omega s'}{(p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{g p^2 \varphi c'}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{h p p^2 \omega c'}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on différencie ces nouvelles expressions de *A* & de *F*, en ne regardant comme variable que la quantité φ ;

on aura

$$A = \begin{cases} + \frac{q \phi c'^2 s' p}{(p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi + \frac{2 g \omega c' p}{r^2 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi - \frac{g \omega c'^3 p^3}{r^2 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi \\ + \frac{2 h p \phi c' p}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi - \frac{h p \phi c'^3 p^3}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi. \end{cases}$$

$$dF = \begin{cases} + \frac{q \omega c'^2 s' p}{(p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi - \frac{2 g \phi c' p}{r^2 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi + \frac{g \phi c'^3 p^3}{r^2 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi \\ + \frac{2 h p \omega c' p}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi - \frac{h p \omega c'^3 p^3}{r^3 (p^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} d\phi. \end{cases}$$

Mais $g c' s - r c s' = 0$; $(g^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{p r c'}{c}$;

$$(g^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{p^3 r^3 c'^3}{c^3} = \frac{p^3 r^3 c'^2}{c^2} \times \frac{r s'}{p s} = \frac{p^2 r^4 c'^2 s'}{c^2 s};$$

donc

$$dA = \frac{q \phi c'^2 s}{r^4 p} d\phi + \left(\frac{c g \omega}{r^3} + \frac{c h p \phi}{r^4} \right) \times \left(\frac{r^2 + s^2}{r^2} \right) d\phi;$$

$$dF = \frac{q \omega c'^2 s}{r^4 p} d\phi - \left(\frac{c g \phi}{r^3} - \frac{c h p \omega}{r^4} \right) \times \left(\frac{r^2 + s^2}{r^2} \right) d\phi.$$

Relativement au Problème qui nous occupe, A & F sont les seules quantités qui doivent être regardées comme inconnues; puisque ce sont les seules qui renferment la variable ϕ ; car la variation de E ne doit point entrer en ligne de compte dans toutes ces questions, ainsi que je l'ai démontré (§. 51). On a donc

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{n r} dF - \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{n r} dF + \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Soit

$$P = \frac{(P_1)}{r^3 p} - \frac{(P_2)}{r^2} \left(r + \frac{s^2}{r} \right) + \frac{(P_3)}{r^2} \left(r + \frac{s^2}{r} \right);$$

$$Q = \frac{(Q_1)}{r^3 p} + \frac{(Q_2)}{r^2} \left(r + \frac{s^2}{r} \right) + \frac{(Q_3)}{r^2} \left(r + \frac{s^2}{r} \right);$$

Les valeurs de dA & de dF deviendront

$$dA = \frac{Q}{r} dp; \quad dF = \frac{P}{r} dp.$$

Soit $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) $= dp$; c'est-à-dire, soit $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en parties telles que le demi-petit axe terrestre contient cent mille de ces parties.

Soit de plus

$$\begin{aligned} \varpi &= \frac{(\varpi 1)}{\frac{3600'' \zeta a}{n r^2}} \times P - \frac{(\varpi 2)}{\frac{3600'' \zeta a}{n r^2}} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}, \\ \varpi &= \frac{(\varpi 1)}{\frac{3600'' \zeta a}{n r^2}} \times P + \frac{(\varpi 2)}{\frac{3600'' \zeta a}{n r^2}} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{aligned}$$

On aura

$$dY = \varpi d \text{ (demi-grand axe terrestre).}$$

$$dy = \varpi d \text{ (demi-grand axe terrestre).}$$

(90.) J'ai dit (§. 89) que $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) exprime l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en parties telles que le demi-petit axe terrestre contient cent mille de ces parties. On voit par-là que a est une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon terrestre, & que d (demi-grand axe terrestre) est le coefficient numérique de ce cent millième. Comme j'ai toujours supposé, dans cet Ouvrage, que le rayon terrestre a pour logarithme 10,00000000; a , qui en est le cent millième, aura pour logarithme 5,00000000.

(91.) Rien de plus simple que d'évaluer dans tous les cas la quantité d (demi-grand axe terrestre).

Soit

p le demi-grand axe employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

p' le demi-grand axe que l'on croit devoir substituer à cette première valeur.

on aura

$$d \text{ (demi-grand axe terrestre)} = p' - p.$$

Pour nous éclaircir par un exemple, cherchons quelle doit être

la valeur de d (demi-grand axe terrestre) dans l'hypothèse de la Terre sphérique. Il est évident que dans ce cas, $\varphi = 100565$, $\varphi' = 100000$; on aura donc

$$d \text{ (demi-grand axe terrestre)} = \left\{ \begin{array}{l} + 100000 \\ - 100565 \end{array} \right\} = - 565.$$

Par une raison semblable, si l'on suppose les axes de la Terre dans le rapport de 230 à 231; il faudra faire

$$d \text{ (demi-grand axe terrestre)} = \left\{ \begin{array}{l} + 100438 \\ - 100565 \end{array} \right\} = - 127.$$

Si l'on suppose les axes de la Terre, dans le rapport de 199 à 200, on aura

$$d \text{ (demi-grand axe terrestre)} = \left\{ \begin{array}{l} + 100501 \\ - 100565 \end{array} \right\} = - 64.$$

On ne doit plus maintenant être embarrassé dans aucun cas possible.

(92.) Nous remarquerons ici que les quantités ϖ & ϖ expriment des secondes de temps. Un coup d'œil suffit pour s'en convaincre; en effet, ϖ & ϖ ont pour valeurs, trois mille six cents secondes multipliées par des quantités linéaires de dimension nulle.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la présente recherche.

	<u>P.</u>		<u>Q.</u>
Log.	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\varphi \omega}{r^3 p} = - 20,3219616. \\ \frac{\varphi}{r^3} = - 20,0571011. \\ \frac{p \omega}{r^4} = - 21,3941178. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\varphi \varphi}{r^3 p} = - 20,0610825. \\ \frac{\omega}{r^3} = - 20,3179802. \\ \frac{p \varphi}{r^4} = - 21,1332387. \end{array} \right.$	
	$\text{Log. } \frac{3600'' \zeta a}{n r^2} = - 9,1490219.$		

E X E M P L E.

(93). On suppose que le 1.^{er} Avril 1764; on se soit trompé sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, employée dans le calcul du terme hypothétique (§. 68); on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus on avoit

$$\begin{array}{lcl}
 s = \text{sinus } 51^{\text{d}} 21' 33'' \dots \text{posit.} & & \\
 c = \text{cosin. } 51. 21. 33 \dots \text{posit.} & & \\
 g = \text{sinus } 316. 8. 15 \dots \text{negat.} & & \\
 h = \text{cosin. } 316. 8. 15 \dots \text{posit.} & & \\
 A = - 12801. & & \\
 \frac{s^2}{r} = + 61007. & &
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} c^2 s = + 29,4836690. \\ r + \frac{s^2}{r} = + 10,2068450. \\ c g \left(r + \frac{s^2}{r} \right) = + 29,8430234. \\ c h \left(r + \frac{s^2}{r} \right) = + 29,8602720. \\ \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} = - 0,6344701. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$P = + (P 1) + (P 2) + (P 3).$$

$$\begin{array}{rcl}
 (P 1) & (P 2) & (P 3) \\
 + 29,4836690 \dots \log. c^2 s. & + 29,8430234 \dots \log. c g \left(r + \frac{s^2}{r} \right). & + 29,8602720 \dots \log. c h \left(r + \frac{s^2}{r} \right). \\
 - 20,3219616. & - 20,0571011. & - 21,3941178. \\
 \hline
 9,1617074 \dots \log. 14511. & 9,7859223 \dots \log. 61083. & 8,4661542 \dots \log. 2925; \\
 P = + 78519 \dots \log. P = 9,8949748.
 \end{array}$$

$$Q = + (Q 1) - (Q 2) + (Q 3).$$

$$\begin{array}{rcl}
 (Q 1) & (Q 2) & (Q 3) \\
 + 29,4836690 \dots \log. c^2 s. & + 29,8430234 \dots \log. c g \left(r + \frac{s^2}{r} \right). & + 29,8602720 \dots \log. c h \left(r + \frac{s^2}{r} \right). \\
 - 20,0610825. & - 20,3179802. & - 21,1332387. \\
 \hline
 9,4225865 \dots \log. 26460. & 9,5250432 \dots \log. 33500; & 8,7270333 \dots \log. 5334. \\
 Q = - 1706 \dots \log. Q = 8,2319790.
 \end{array}$$

$$\varpi = + (\varpi 1) - (\varpi 2).$$

(ϖ 1)	(ϖ 2)
+ 9,8949748...log. P.	+ 8,2319790...log. Q.
- 9,1490219.	- 0,6344701...log. $\frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}$.
<hr/> + 0,7459529...log. 0",056.	<hr/> + 7,5975089.
	- 9,1490219.
	<hr/> - 1,5515130...log. $\left. \begin{array}{l} \text{d'une quantité} \\ \text{négligeable} \\ \text{§. 8.} \end{array} \right\}$

$$\varpi = + 0",056.$$

$$dY = + 0",056 \ d \text{ (demi-grand axe terrestre).}$$

On voit, par ce calcul, que l'excentricité plus ou moins grande de notre globe, influe d'une manière sensible sur le résultat. Si l'on supposoit la Terre sphérique, on auroit (§. 91)

$$d \text{ (demi-grand axe terrestre)} = - 565;$$

& par conséquent

$$dY = - 0",056 \times 565 = - 31",640.$$

L'observatoire de M. Short seroit de 31",640 de temps plus occidental que le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction.

Si l'on suppose les axes de la Terre dans le rapport de 230 à 231, on aura (§. 91) $d \text{ (demi-grand axe)} = - 127$; donc

$$dY = - 0",056 \times 127 = - 7",112.$$

L'observatoire de M. Short fera, dans cette hypothèse, plus occidental de 7" de temps que le lieu qui comptoit 10^h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction.

Méthode pour avoir égard au défaut d'ellipticité parfaite des Méridiens terrestres; & à l'élévation de l'Observateur, au-dessus, du niveau de la mer.

(94.) J'ai supposé, dans cet Ouvrage, que les méridiens terrestres sont elliptiques; cette supposition peut renfermer quelque inexactitude. Je remarquerai cependant que la figure elliptique
étant

étant donnée par la théorie, en supposant la Terre primitivement fluide & homogène, il est probable qu'elle ne doit pas s'écarter beaucoup de la véritable figure de notre globe. Les mesures géométriques que l'on a prises dans les différentes parties de la Terre, déposent en faveur de cette opinion. Je vais faire voir qu'en supposant les méridiens terrestres peu différens d'une ellipse, il est possible, sans erreur appréciable, de partir pour les calculs de l'hypothèse elliptique.

(95.) On sait qu'il y a des parties de notre globe fort élevées au-dessus du niveau de la mer. Cette élévation de l'Observateur doit certainement influer d'une manière quelconque sur l'observation. Quelque légère que l'on suppose l'erreur du résultat due à cette cause, elle n'est pas nulle, & s'il est possible de l'éviter, par un calcul simple & facile, on ne doit pas s'en dispenser. Je me propose donc de démontrer également comment on peut avoir égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer.

Soit C le centre de la Terre; P le pôle; PC le rayon terrestre passant par le pôle; $E'CE$ l'équateur. Par les points P, p , & dans le plan $PEpE'$, je trace l'ellipse $Pfepé'$, dont je suppose les axes dans le rapport de r à g . J'appellerai désormais cette ellipse, l'*ellipse primitive*. Par le point f , je mène la normale fV à l'ellipse $Pfep$, qui rencontre le petit axe Pp de l'ellipse au point V , & l'Observateur au point O , que je suppose situé dans le prolongement de cette normale. Je trace le cercle inscrit $Pf'p$ & j'abaisse sur PC la perpendiculaire $f''f'f$. Fig. 5.

Si l'Observateur étoit à la circonférence de l'*ellipse primitive*, les points f, O seroient confondus; mais quoique le point O ne fasse pas partie de l'ellipse $Pfep$, il est possible d'imaginer qu'il est à la circonférence d'une autre ellipse que j'appellerai l'*ellipse hypothétique*, & dont les axes ne sont plus dans le rapport de r à g , mais dans le rapport de r à $g + dg$; examinons la relation qu'il peut y avoir entre la quantité fO , & la valeur de dg .

Soit

c le cosinus de la latitude corrigée, c' le cosinus de la latitude vraie. Puisque la perpendiculaire $f''f'fF$ rencontre le cercle inscrit

Fig. 5. au point f' , l'*ellipse primitive* au point f , & l'*ellipse hypothétique* au point F . Par la nature de l'ellipse on a $f''f' = c$; $f''f = \frac{c\rho}{r}$; $f''F = \frac{c(\rho + d\rho)}{r}$; donc $Ff = \frac{cd\rho}{r}$; de plus l'Observateur situé au point O de l'*ellipse hypothétique*, a sans erreur appréciable la même latitude que l'Observateur qui se trouveroit au point f de l'*ellipse primitive*, puisque la pesanteur au point O doit, sans erreur sensible, prendre la direction de la normale fV à l'*ellipse primitive*; l'angle FfO représente donc la latitude vraie de l'Observateur; donc si du point F l'on abaisse sur la normale fV la perpendiculaire FO' , l'angle $O'Ff$ sera égal au complément de la latitude. Soit $X = fO'$; puisque $fF = \frac{cd\rho}{r}$, on aura $\frac{cd\rho}{r} : X :: r : c'$, & par conséquent $d\rho = \frac{r^2 X}{c'c} = \frac{r^2 X}{c^2}$; car on peut supposer, sans erreur, $c' = c$.

(96.) Il est aisé de sentir que X n'est autre chose que la distance de l'Observateur au point correspondant de l'*ellipse primitive*, exprimée en parties aliquotes du demi-petit axe terrestre. En effet, par la propriété de l'ellipse, celle des droites qui, menée par le point F , rencontreroit l'Observateur, fait avec la ligne fF un angle dont la tangente est à la tangente du complément de la latitude comme ρ est à $\rho + d\rho$; $d\rho$ ne peut être qu'une quantité peu considérable relativement au globe que nous habitons; une petite élévation de l'Observateur ne donneroit une grande valeur à $d\rho$, que vers le pôle où certainement on n'observe pas; ce dernier angle peut donc se confondre avec le complément de la latitude; & par conséquent, fO' égale la distance de l'Observateur à l'*ellipse primitive*. Il n'est pas facile de déterminer exactement cette distance; je croirois cependant que l'on peut prendre pour cette valeur l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer, sous la même latitude. Dans tous les calculs, r exprime le rayon de la Terre; on fait que ce rayon contient environ 1432 lieues de 2282 toises chacune; chaque cent millième partie du rayon terrestre contiendra donc 32,678 toises. Si l'on conserve la définition de a & de d (demi-grand axe terrestre) des §. 89, 90

& 91; j'ai fait voir que l'on a l'équation suivante

$$a \times d (\text{demi-grand axe terrestre}) = d\rho.$$

L'équation du §. précédent, deviendra donc

$$d (\text{demi-grand axe terrestre}) = \frac{r^2 X}{ac^2}.$$

Soit maintenant

a' le coefficient numérique de l'élévation de l'Observateur, au-dessus du niveau de la mer, exprimée en toises.

Comme d'après mes constructions, a est une quantité linéaire égale à la cent millièème partie du rayon terrestre, & que X est une quantité linéaire égale à l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer; on aura $a : X :: 32,678 : a'$; donc

$$d (\text{demi-grand axe terrestre}) = \frac{r^2}{c^2} \times \frac{a'}{32,678}.$$

(97.) Si l'Observateur étoit au point F , la correction précédente suffiroit; mais l'Observateur est réellement au point O , c'est-à-dire à l'extrémité de l'ordonnée OK correspondante à une latitude corrigée, plus grande que celle employée dans le calcul du terme *hypothétique*. Pour y avoir égard, on ajoutera à cette première correction celle qui proviendra des équations du §. 85, dans lesquelles on supposera

$$d (\text{latitude de l'Observateur}) = 206265'' \times \frac{2a'}{3267824} \times \frac{s}{c}.$$

SECTION HUITIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude.

(98.) On fait que l'inclinaison de l'orbite corrigée dépend du rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude; cette inclinaison (§. 1.^{er}) est donnée par l'équation suivante,

Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée =

$$\frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. horaire de la Lune en latitude évalué en secondes de degré}}{\text{sinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}.$$

S f ij

Il paroît assez difficile, au premier coup-d'œil, d'élever quelque doute sur cet élément, lorsqu'il est donné par de bonnes Tables astronomiques. Rien de plus plausible, en effet, que le raisonnement suivant. Il peut arriver qu'à un instant quelconque la latitude & la longitude calculées diffèrent de quelques secondes de l'observation; mais cette erreur est le résultat de plusieurs erreurs accumulées pendant une longue suite d'instantans successifs, & non pas un dérangement subit dans les mouvemens horaires; il est donc très-probable que cette même différence se retrouvera encore une heure après la première observation, & que par conséquent les mouvemens sont bien déterminés. Quelque concluant que paroisse ce raisonnement, comme de fait les différentes Tables astronomiques ne donnent pas les mêmes mouvemens horaires, ainsi que je le ferai voir (§. 106); je vais donner une formule pour avoir égard à la différence d'inclinaison de l'orbite.

(99.) Puisque A & F sont les seules grandeurs qui, dans le cas que nous examinons, renferment les variables, on a

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{nr} dF - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{nr} dF + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

De plus, puisque

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \text{sinus} \\ \psi = \text{cosinus} \end{array} \right\} \text{de l'inclinaison de l'orbite corrigée.}$$

& que d'ailleurs

$$\omega = \frac{\theta \Omega + \psi \chi}{q} \quad \phi = \frac{\psi \Omega - \theta \chi}{q};$$

il est sensible que les variables du Problème sont $\theta, \psi, \phi, \omega$; donc

$$dF = \frac{ld\theta}{\zeta} - \frac{qs d\omega}{r^2} - \frac{cgs d\phi}{r^3} + \frac{chps d\omega}{r^4};$$

$$dA = \frac{ld\psi}{\zeta} - \frac{qs d\phi}{r^2} + \frac{cgs d\omega}{r^3} + \frac{chps d\phi}{r^4};$$

Mais

$$d\omega = \frac{\Omega d\theta + \chi d\psi}{q} = + \frac{(\psi \Omega - \theta \chi)}{q} \times \frac{d\theta}{\psi} = + \frac{\phi d\theta}{\psi}.$$

$$d\phi = \frac{\Omega d\psi - \chi d\theta}{q} = - \frac{(\theta \Omega + \psi \chi)}{q} \times \frac{d\theta}{\psi} = - \frac{\omega d\theta}{\psi}.$$

D'ailleurs si l'on nomme

d (inclinaison de l'orbite corrigée) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite évaluée en secondes de degré;

on fait que

$$206265'' d \theta - \psi d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)} = 0;$$

$$206265'' d \psi + \theta d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)} = 0;$$

donc

$$dF = + \frac{d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)}}{206265''} \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} + \frac{e g p \omega}{r^3} + \frac{c h p p \omega}{r^4} \right).$$

$$dA = - \frac{d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)}}{206265''} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{e g p \omega}{r^3} + \frac{c h p p \omega}{r^4} \right).$$

Soit donc

$$\mu = + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times A^{(\mu 1)} + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{AF}{\sqrt{L^2 - A^2}}^{(\mu 2)},$$

$$\mu = + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times A^{(\mu 1)} - \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{AF}{\sqrt{L^2 - A^2}}^{(\mu 2)};$$

on aura

$$dY = \frac{\mu}{r} d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)};$$

$$dy = \frac{\mu}{r} d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)}.$$

Je donnerai (§. 101) une équation pour déterminer la valeur & le signe de d (inclinaison de l'orbite).

Il n'est point nécessaire, relativement à la recherche présente; de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764; on peut se servir pour A & pour F , de la Table du §. 67. Nous avons vu d'ailleurs que

$$\text{Log. } \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} = -1,4634475.$$

EXEMPLE.

(100.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé sur le rapport des mouvemens horaires; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique du §. 68.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune

326 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de
 l'observation; on avoit de plus

$$\left. \begin{array}{l} A = - 12801. \\ F = + 9896. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} A = + 9,1072439. \\ F = + 8,9954597. \\ \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} = - 0,6344701. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\mu = - (\mu 1) - (\mu 2).$$

$$\begin{array}{rcl} & (\mu 1) & (\mu 2) \\ + 9,1072439 \dots \log. A. & & + 8,9954597 \dots \log. F. \\ - \frac{1,4634475.}{7,6437964 \dots \log. 440.} & & - 0,6344701 \dots \log. \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\ & & + \frac{8,3609896.}{6,8975421 \dots \log. 79.} \\ & & - \frac{1,4634475.}{6,8975421 \dots \log. 79.} \end{array}$$

$$\mu = - 519.$$

$$dY = - 0,005 d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée).}$$

Détermination de la quantité d (inclinaison de l'orbite).

(101.) Puisque l'inclinaison de l'orbite relative n'est pas donnée directement par les Tables astronomiques, & qu'il faut la conclure du rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude; j'ai cru qu'il étoit à propos de donner une formule pour exprimer la variation de cette inclinaison, en supposant que les mouvemens horaires varient d'une petite quantité.

Si l'on différencie l'expression de l'inclinaison de l'orbite relative du §. 98, on aura

$$d. \text{ (tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée)} =$$

$$\text{tang. (inclin. de l'orbite corr.)} \times \left\{ \begin{array}{l} + \frac{d \text{ (mouv. horaire de la Lune en latit.)}}{\text{mouv. horaire de la Lune en latit.}} \\ - \frac{d \text{ fin. (mouv. hor. de la Lune au Soleil)}}{\text{fin. (mouv. hor. de la Lune au Soleil)}} \end{array} \right.$$

Si donc l'on confond le sinus du mouvement horaire de la Lune au Soleil avec le mouvement horaire de la Lune au Soleil, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; que de plus l'on nomme

d (inclinaison de l'orbite relative) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, évaluée en secondes de degré.

& que l'on substitue à d (tangente de l'inclinaison de l'orbite) les valeurs qui lui sont trigonométriquement égales, on aura

$$d(\text{inclin. de l'orb.}) = 206265'' \frac{\downarrow \theta}{r^2} \times \left(\frac{d(\text{mouv. hor. } \odot \text{ en latit.})}{\text{mouv. hor. } \odot \text{ en latit.}} - \frac{d(\text{mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot)}{\text{mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot} \right).$$

(102.) Dans l'usage de la formule du *paragraphe précédent*, il est essentiel de ne pas se tromper sur le signe des quantités qui la composent.

Le mouvement horaire de la Lune en latitude est positif, lorsque l'Éclipse arrive dans le nœud ascendant; il est négatif, lorsque l'Éclipse arrive dans le nœud descendant.

Le mouvement horaire de la Lune au Soleil est toujours positif.

d (mouvement horaire de la Lune en latitude) est positif, lorsque dans le nœud ascendant, le véritable mouvement horaire de la Lune en latitude est plus grand que celui employé dans la détermination de l'inclinaison de l'orbite, ou lorsque, dans le nœud descendant, le véritable mouvement horaire de la Lune en latitude est plus petit que celui employé dans la détermination de l'inclinaison de l'orbite.

d (mouvement horaire de la Lune en latitude) est négatif dans les cas contraires.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est positif, lorsque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil est plus grand que celui employé dans la détermination de l'inclinaison de l'orbite.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est négatif dans le cas contraire.

θ & \downarrow ont le signe déterminé par les remarques des §. 1.^{er} 3 & 5 de ce Mémoire.

d (inclinaison de l'orbite) a le signe déterminé par la formule du *paragraphe précédent*.

On n'oubliera pas que pour la facilité du calcul on doit évaluer en secondes & dixièmes de secondes de degré, les quantités d (mouv. hor. de la Lune en latit.), d (mouv. hor. de la Lune au Soleil), ainsi que les mouvemens horaires de la Lune en latitude, & de la Lune au Soleil.

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\frac{206265'' \div \theta}{r^2 \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ en latit.)}} = 125; \quad \frac{206265'' \div \theta}{r^2 \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot)} = 12,6.$$

On voit donc qu'une seconde d'erreur sur le mouvement horaire de la Lune en latitude, donne environ 125'' d'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, tandis qu'une seconde d'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, ne donne qu'une erreur d'environ 12'',6.

SECTION NEUVIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on n'ait point employé, dans le calcul, le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil.

(103.) Quoique les Tables Astronomiques paroissent devoir donner avec beaucoup de précision les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, & par conséquent le mouvement horaire de la Lune au Soleil; comme cependant ces Tables ne donnent pas toutes rigoureusement la même quantité, on peut demander l'erreur du *terme hypothétique* de la longitude, en supposant que l'on croie devoir employer des mouvemens horaires un peu différens de ceux employés dans le premier calcul. Rien de plus simple que la solution de ce Problème.

Puisque dans le cas que nous considérons, η est la seule inconnue du Problème; si l'on différencie les équations du §. 65, on aura

$$dY = - \frac{3600''\zeta}{\eta^2 r} \times [F + \sqrt{L^2 - A^2}] d\eta;$$

$$dy = - \frac{3600''\zeta}{\eta^2 r} \times [F - \sqrt{L^2 - A^2}] d\eta.$$

On a vu §. 1.^{er} que

$$\eta = \frac{r\xi}{\div} \times \frac{\text{sinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi}.$$

Donc

$$d\eta = \frac{r\xi}{\div} \times \frac{d \text{ sinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi}.$$

Soit

d (mouv. hor. \odot au \odot) l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degrés.

Et

Et supposons, $\xi = r$, cosinus (mouvement horaire \odot au \odot) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; on aura

$$d\eta = \frac{r^3}{206265'' \downarrow \pi} \times d(\text{mouvement horaire } \odot \text{ au } \odot).$$

Donc si l'on suppose

$$\Xi = - \frac{(\Xi 1)}{3600'' r^3 \zeta} \times F = - \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} \times V(L^2 - A^2). \quad (\Xi 2)$$

$$\Xi = - \frac{(\Xi 1)}{3600'' r^3 \zeta} \times F + \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} \times V(L^2 - A^2). \quad (\Xi 2)$$

On aura

$$dY = \frac{\Xi}{r} d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}).$$

$$dy = \frac{\Xi}{r} d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}).$$

(104.) Dans l'usage de ces formules,

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est positif, lorsque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du terme *hypothétique*.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est négatif dans le cas contraire.

Il n'est pas nécessaire, relativement à la recherche présente; de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse; on peut se servir, pour déterminer A , F , L , $V(L^2 - A^2)$, de la Table du §. 67; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log. } \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} = + 0,6384484.$$

EXEMPLE.

(105.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique du §. 68.

Mém. 1770.

Tt

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus on avoit

$$\left. \begin{array}{l} F = + 9896. \\ \sqrt{L^2 - A^2} = + 55171. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} F = 8,9954597. \\ \sqrt{L^2 - A^2} = 9,7417140. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Xi = - (\Xi 1) - (\Xi 2).$$

$$\begin{array}{rcl} (\Xi 1) & & (\Xi 2) \\ + 8,9954597 \dots \text{log. } F. & & + 9,7417140 \dots \text{log. } \sqrt{L^2 - A^2}. \\ + 0,6384484. & & + 0,6384484. \\ \hline 9,6339081 \dots \text{log. } 43043. & & 10,3801624 \dots \text{log. } 239973. \end{array}$$

$$\Xi = - 283016.$$

$dY = - 2,830 d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).

On voit par ce calcul que l'erreur d'une seconde sur le mouvement horaire produit en sens opposé une erreur de $2",830$ sur la Longitude.

(106.) J'ai dit que les différentes Tables astronomiques ne donnent pas précisément les mêmes mouvemens horaires; pour se convaincre de cette vérité, il suffira de jeter les yeux sur le Tableau suivant.

DATE DES ÉCLIPSES.	MOUVEMENS HORAIRES de la LUNE en Longitude.				MOUVEMENS HORAIRES de la LUNE en Latitude.			
	Suivant M. MAYER.		Suivant M. CLAIRAUT.		Suivant M. MAYER.		Suivant M. CLAIRAUT.	
	<i>M.</i> <i>S.</i>		<i>M.</i> <i>S.</i>		<i>M.</i> <i>S.</i>		<i>M.</i> <i>S.</i>	
Éclipses du	1. ^{er} Avril 1764...	29. 40,2	29. 39,0	2. 43,5	2. 44,0			
	5 Août 1766...	29. 29,1	29. 28,0	2. 42,9	2. 41,2			
	4 Juin 1769...	37. 55,0	37. 58,5	3. 27,0	3. 26,5			

Dans cette dernière Éclipse, la différence seroit encore plus

considérable si l'on comparoit les mouvemens horaires des Tables des Institutions. D'après un calcul qui m'a été communiqué par M. le Monnier, ces mouvemens sont de $38' 1'' ,5$ en longitude, & de $3' 28'' ,5$ en latitude; de sorte que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, tiré des Tables des Institutions, diffère de $6'' ,5$ de celui que donnent les nouvelles Tables de Mayer. Cette remarque doit faire sentir que l'on doit être en garde sur les conclusions que l'on pourroit tirer des observations de l'Éclipse du 4 Juin 1769.

(107.) Je finis par une remarque importante. Si l'on calcule, pour le 4 Juin 1769, la longitude de la Lune correspondante à $8^h 27' 40''$ du matin, temps moyen à Paris, on aura les résultats suivans.

<i>Tables des INSTITUTIONS.</i>	<i>Tables de M. CLAIRAUT.</i>	<i>Tables de MAYER.</i>
$2^e 13^d 48' 22''$	$2^e 13^d 50' 43''$	$2^e 13^d 51' 10''$

On voit, par cette comparaison, que les Tables qui donnent à la Lune une longitude moins avancée, donnent à cet astre un mouvement horaire plus considérable, afin probablement de se rapprocher dans les instans suivans. Je laisse aux Astronomes à éclaircir ces difficultés.

SECTION DIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction.

(108.) Quoiqu'au premier coup-d'œil la détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction, paroisse devoir faire l'objet de deux Problèmes différens, ces questions ont cependant une si grande analogie entr'elles, qu'on peut les réunir dans une

seule formule, ainsi qu'on le verra par la suite. Je vais d'abord déterminer ce qui regarde la parallaxe du Soleil.

Calcul dans lequel on ne suppose variable que la parallaxe horizontale du Soleil.

(109.) Si l'on ne suppose variable que la parallaxe horizontale du Soleil, π' & par conséquent ζ seront les seules inconnues du Problème; mais si l'on jette les yeux sur les valeurs de A , F & L du §. 61, il fera aisé de se convaincre que ces grandeurs renferment la quantité ζ ; il faudra donc, dans la question présente, les regarder comme inconnues; on aura alors, par la différenciation des équations du §. 65,

$$dY = \left\{ \begin{aligned} &+ \frac{3600'' F}{nr} d\zeta + \frac{3600'' \zeta}{nr} dF + \frac{3600''}{nr} \sqrt{L^2 - A^2} d\zeta \\ &+ \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{L dL}{\sqrt{L^2 - A^2}} - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{L^2 - A^2}}; \end{aligned} \right.$$

$$dy = \left\{ \begin{aligned} &+ \frac{3600'' F}{nr} d\zeta + \frac{3600'' \zeta}{nr} dF - \frac{3600''}{nr} \sqrt{L^2 - A^2} d\zeta \\ &- \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{L dL}{\sqrt{L^2 - A^2}} + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \end{aligned} \right.$$

Relativement au Problème dont il s'agit;

$$dF = - \frac{\theta d\zeta}{\zeta^2}; \quad dA = - \frac{\psi d\zeta}{\zeta^2}; \quad dL = - \frac{L d\zeta}{\zeta}.$$

On a vu (§. 1.^{re}) que $\zeta = r - \frac{\pi' \xi}{\pi}$; donc

$$d\zeta = - \frac{\xi d\pi'}{\pi} = - \frac{r d\pi'}{\pi}, \text{ attendu l'erreur inappré-$$

chiable que la supposition de $\xi = r$ introduit dans le calcul.

Soit

d (parallaxe horiz. du ☉) l'erreur sur la parallaxe horizontale du Soleil; évaluée en secondes de degré.

Puisque l'on peut confondre sans erreur la différentielle du sinus de la parallaxe du Soleil avec la différentielle de cette parallaxe, & que par conséquent $206265'' d\pi' = r d$ (parall. horiz. ☉) = 0, on aura

$$d\zeta = - \frac{r^2}{206265'' \pi} \times d(\text{parallaxe horizontale du Soleil}).$$

$$dY = \frac{3600'' r}{206265'' \pi} \times \left\{ \begin{aligned} & -F + \frac{\theta l}{\zeta} - \sqrt{L^2 - A^2} \\ & + \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} \end{aligned} \right\} d(\text{par. horiz. } \odot)$$

$$dy = \frac{3600'' r}{206265'' \pi} \times \left\{ \begin{aligned} & -F + \frac{\theta l}{\zeta} + \sqrt{L^2 - A^2} \\ & - \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} + \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} \end{aligned} \right\} d(\text{par. horiz. } \odot)$$

Calcul dans lequel on ne suppose variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction.

(110.) Si l'on ne suppose variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction, π sera la seule inconnue du Problème; mais si l'on jette les yeux sur les valeurs de η , l , A , F , L , (*S. 1.^{er} & 61*)*, il sera aisé de se convaincre que ces grandeurs renferment la quantité π ; il faudra donc, dans la question présente, les regarder comme inconnues; on aura alors, par la différenciation des équations du *S. 65*,

$$\begin{aligned} dY &= \left\{ \begin{aligned} & -\frac{3600'' \zeta}{\eta^2 r} \times [F + \sqrt{L^2 - A^2}] d\eta \\ & + \frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times \left(dF + \frac{L dL}{\sqrt{L^2 - A^2}} - \frac{A dA}{\sqrt{L^2 - A^2}} \right) \end{aligned} \right\} \\ dy &= \left\{ \begin{aligned} & -\frac{3600'' \zeta}{\eta^2 r} \times [F - \sqrt{L^2 - A^2}] d\eta \\ & + \frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times \left(dF - \frac{L dL}{\sqrt{L^2 - A^2}} + \frac{A dA}{\sqrt{L^2 - A^2}} \right) \end{aligned} \right\}. \end{aligned}$$

Mais (*S. 1.^{er}*)

$$\eta = \frac{r \zeta}{\psi} \times \frac{\sin. (\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil})}{\pi};$$

$$l = r \times \frac{\sin. (\text{latitude de la Lune à l'instant de la conjonction})}{\pi}.$$

* ζ paroît également renfermer la quantité π ; on doit cependant, dans la présente question, le regarder comme

connu, conformément à la remarque du *S. 53*.

Donc

$$dn = -n \frac{d\pi}{\pi}; dl = -l \frac{d\pi}{\pi}; dF = -\frac{\theta l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};$$

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi}; dL = -L \frac{d\pi}{\pi}.$$

Soit maintenant

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Puisque l'on peut confondre sans erreur la différentielle du sinus de la parallaxe de la Lune avec la différentielle de cette parallaxe, & que par conséquent $206265'' d\pi - rd(\text{parall. horiz. pol. } c) = 0$; on aura

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n \pi} \times \left\{ +F - \frac{\theta l}{\zeta} + \sqrt{L^2 - A^2} \right. \\ \left. - \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} + \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} \right\} d(\text{par. hor. pol. } c)$$

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n \pi} \times \left\{ +F - \frac{\theta l}{\zeta} - \sqrt{L^2 - A^2} \right. \\ \left. + \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} \right\} d(\text{par. hor. pol. } c)$$

Réunion des deux Calculs des S. 109 & 110.

(111.) On fait que l'incertitude sur la parallaxe horizontale du Soleil est une quantité très-petite. Il est donc absolument indifférent que les quantités dY, dy du S. 109, aient pour coefficient $\frac{3600'' r}{206265'' n \pi}$, ou $\frac{3600'' \zeta}{206265'' n \pi}$; on peut par conséquent réunir les deux calculs des S. 109 & 110.

Soit

$$T = \left\{ \begin{array}{ll} \text{(Γ 1)} & \text{(Γ 2)} \\ + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times (F - \frac{\theta l}{\zeta}) + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \sqrt{L^2 - A^2} \\ \text{(Γ 3)} & \text{(Γ 4)} \\ - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} \end{array} \right.$$

$$r = \begin{cases} + \frac{3600'' \zeta r^{(\Gamma 1)}}{206265'' \eta \pi} \times (F - \frac{\theta l}{\zeta}) - \frac{3600'' \zeta r^{(\Gamma 2)}}{206265'' \eta \pi} \times \sqrt{L^2 - A^2} \\ + \frac{3600'' \zeta r^{(\Gamma 3)}}{206265'' \eta \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} - \frac{3600'' \zeta r^{(\Gamma 4)}}{206265'' \eta \pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \end{cases}$$

On aura

$$dY = \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. pol. de la Lune}) - \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. du Soleil}).$$

$$dy = \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. pol. de la Lune}) - \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. du Soleil}).$$

(112.) Dans l'usage de ces formules,

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est positif, lorsque la véritable parallaxe horizontale de la Lune est plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est négatif dans les cas contraires.

On doit dire la même chose de d (parallaxe horizontale du Soleil).

Il n'est pas nécessaire, relativement à la recherche présente, de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse; on peut se servir, pour déterminer A , F , $F - \frac{\theta l}{\zeta}$, L , $\sqrt{L^2 - A^2}$, de la Table du §. 67. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\psi l}{\zeta} = + 9,8635332. \\ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} = + 0,3402496. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(113.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on n'ait pas employé dans le calcul du *terme hypothétique* les véritables parallaxes horizontales de la Lune & du Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune

336 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de l'observation; on avoit de plus

$$\left. \begin{array}{l} F = + 9896. \\ \frac{\theta l}{\zeta} = + 7342. \\ F - \frac{\theta l}{\zeta} = + 2554. \\ A = - 12801. \\ L = + 56637. \\ \sqrt{L^2 - A^2} = + 55171. \end{array} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} A = + 9,1072439. \\ L = + 9,7531002. \\ F - \frac{\theta l}{\zeta} = + 8,4072209. \\ \sqrt{L^2 - A^2} = + 9,7417140. \\ \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} = + 9,7644864. \\ \frac{\downarrow l A}{\sqrt{L^2 - A^2}} = + 9,2290671. \end{array} \right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Gamma = + (\Gamma 1) + (\Gamma 2) - (\Gamma 3) - (\Gamma 4)$$

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l} + 8,4072209 \dots \log. F - \frac{\theta l}{\zeta}. \\ + 0,3402496. \\ \hline 8,7474705 \dots \log. 5591. \\ (\Gamma 3) \\ + 9,7644864 \dots \log. \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\ + 0,3402496. \\ \hline 10,1047360 \dots \log. 127273. \end{array} & \begin{array}{l} + 9,7417140 \dots \log. \sqrt{L^2 - A^2}. \\ + 0,3402496. \\ \hline 10,0819636 \dots \log. 120771. \\ (\Gamma 4) \\ + 9,2290631 \dots \log. \frac{\downarrow l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\ + 0,3402496. \\ \hline 9,5693127 \dots \log. 37095. \end{array} \end{array}$$

$$\Gamma = - 38006.$$

$$dY = - 0,380 \text{ } d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) + 0,380 \text{ } d \text{ (parall. horiz. } \odot).$$

(114.) La présente recherche a quelque affinité avec celle de la section précédente. En effet, il est bien sensible que la variation de la parallaxe horizontale de la Lune doit influer sur le mouvement horaire de la Lune, & par conséquent sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil. On démontre en Astronomie que l'on a à peu près la relation suivante.

$$\frac{200000}{2897} \times d \text{ (parall. horiz. pol. de la } \odot) = \frac{r \text{ } d \text{ (mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot)}{\text{parallaxe horiz. polaire de la Lune}}.$$

Au

Au moyen de cette dernière relation, on pourroit éliminer d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) dans les équations du §. 103. Au reste je ne vois pas trop où conduiroit cette simplification.

SECTION ONZIÈME.

Détermination de l'erreur de la Longitude donnée par le terme hypothétique, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction.

(115.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique*, on n'ait pas employé la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Puisque dans le cas dont il s'agit, la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction est l'inconnue du Problème, l & par conséquent A & F sont les variables; on a donc

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{nr} dF - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{nr} dF + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{A dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dF = \frac{\theta dl}{\zeta}; \quad dA = \frac{\psi dl}{\zeta}.$$

On a vu (§. 1.^{er}) que

$$l = r \times \frac{\text{finus (latitude de la Lune à l'instant de la conjonction)}}{\pi}.$$

Si l'on différencie cette équation en supposant $\cosin. (\text{latit. } c) = r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; & que l'on nomme

d (latitude de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

on aura

$$dl = \frac{r^2}{206265'' \pi} d (\text{latitude de la Lune}).$$

Mém. 1770.

V u

Soit donc

$$\begin{aligned}\Theta &= \frac{(\ominus 1)}{\frac{3600'' \uparrow r^2}{206265'' \eta \pi}} - \frac{(\ominus 2)}{\frac{3600'' \downarrow r^2}{206265'' \eta \pi}} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}; \\ \Theta &= \frac{(\ominus 1)}{\frac{3600'' \uparrow r^2}{206265'' \eta \pi}} + \frac{(\ominus 1)}{\frac{3600'' \downarrow r^2}{206265'' \eta \pi}} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};\end{aligned}$$

on aura

$$dY = \frac{\Theta}{r} d(\text{latitude de la Lune}).$$

$$dy = \frac{\Theta}{r} d(\text{latitude de la Lune}).$$

(116.) Dans l'usage de ces formules,

d (latitude de la Lune) est positif, lorsque la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le calcul du terme hypothétique.

d (latitude de la Lune) est négatif dans les cas contraires.

Il n'est pas nécessaire de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse, relativement à la question présente, on peut se servir, pour déterminer A , L , $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du §. 67; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\frac{3600'' \uparrow r^2}{206265'' \eta \pi} = + 21963. \quad \text{Log. } \frac{3600'' \downarrow r^2}{206265'' \eta \pi} = + 10,3394059.$$

EXEMPLE.

(117.) On suppose que, le 1.^{er} Avril 1764, on n'ait pas employé dans le calcul du terme hypothétique, la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, à l'instant de l'observation; on avoit de plus

$$A = - 12801 \dots \text{log. } \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = - 0,6344701.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\odot = + (\odot 1) + (\odot 2) \dots (\odot 1) = 21963.$$

$$\begin{array}{r} (\odot 2) \\ + 10,3394059. \\ - 0,6344701. \\ \hline 9,7049358 \dots \log. 50692. \end{array}$$

$$\odot = + 72655.$$

$$dY = + 0,727 d \text{ (latitude de la Lune).}$$

(118.) J'ai dit (S. 49) que je donnerois un moyen facile pour rectifier, s'il étoit nécessaire, la légère erreur que l'on commet en confondant avec une ligne droite la véritable orbite relative de la Lune. Voici en quoi consiste cette méthode.

Soit $AGBDH$ l'horizon absolu parallèle au plan de projection; AB l'intersection de l'horizon absolu & du plan de l'écliptique; G le centre de la Terre; $R\mu\mu$ l'orbite relative de la Lune considérée comme rectiligne; RmM l'orbite curviligne; $M\mu$, $m\mu$ la différence des ordonnées à ces deux orbites; b'' le nombre de secondes horaires écoulées depuis le passage de la Lune par la perpendiculaire GR à l'orbite curviligne. J'ai fait

$$\text{voir (S. 49) que } M\mu = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \pi^2 \downarrow l}{2 r^5}. \text{ Menons}$$

maintenant perpendiculairement à AGB la droite GL de sorte que le point L soit le point de l'orbite rectiligne $R\mu\mu$ correspondant à l'instant de la conjonction. Par le point M de l'orbite curviligne, menons la droite $M\lambda$ parallèlement à l'orbite rectiligne $LR\mu\mu$, & qui rencontre la droite GL au point λ .

$$\text{Puisque } \downarrow = \sinus GLR \text{ \& que } M\mu = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \pi^2 \downarrow l}{2 r^5},$$

$$\text{il est clair que } L\lambda \text{ aura pour expression } \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \pi^2 l}{2 r^4};$$

mais $L\lambda$ peut être supposé, sans erreur appréciable, égal à moins dl ; donc (S. 115)

$$-r^2 \times \frac{d \text{ (latitude de la Lune)}}{206265'' \pi} = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \pi^2 l}{2 r^4};$$

Vu ij

Fig. 3.

$$d \text{ (latitude de la Lune)} = - \frac{l'^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \pi^3 l}{2 r^6} \times 206265''.$$

On voit maintenant comment on pourroit employer les équations du §. 115 à rectifier, s'il étoit nécessaire, la supposition de l'orbite rectiligne. Il ne s'agiroit que de faire usage, pour la latitude de la Lune, de la petite correction déterminée par l'équation précédente.

Si l'on vouloit faire usage de la distance à la conjonction, rien de plus simple que la solution du Problème; soit

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction. on a en général

$$b'' = b' + 3600'' \times \frac{\theta l}{n r}.$$

SECTION DOUZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la distance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, & sur la quantité de l'inflexion des rayons solaires.

(119.) Quoiqu'au premier coup d'œil, la détermination de l'erreur de la longitude donnée par le *terme hypothétique*, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la distance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, & sur la quantité de l'inflexion des rayons solaires, paroisse devoir faire l'objet de plusieurs Problèmes différens; ces questions ont cependant une si grande analogie entr'elles qu'on peut les réunir dans une seule formule.

Relativement à toutes ces questions, il n'y a d'inconnue que la seule quantité qui renferme la distance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, l'inflexion des rayons solaires; on a donc en général,

$$dY = + \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{L d L}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}; \quad dy = - \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{L d L}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}^2$$

On a vu (§. 61) que

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \partial'} - \frac{\partial \tau r}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.}$$

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \partial} + \frac{\partial \tau r}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.}$$

$$L = \frac{\lambda r E}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'une distance quelconque des centres.}$$

Je suppose que l'on a présent à l'esprit les définitions de ∂ , ∂' , σ , τ , τ' , ∂ , λ du §. 61; & que de plus on se rappelle la remarque du §. 64.

Si l'on différencie la quantité L en confondant dans le calcul la différentielle du sinus des demi-diamètres du Soleil & de la Lune avec la différentielle de ces arcs; que l'on suppose de plus ∂ , ∂' , τ , τ' , cosinus (parallaxe horizontale polaire de la Lune), cosinus (distance observée des centres) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que ces suppositions introduisent dans le résultat; & que l'on nomme

d (demi-diam. du Soleil) l'erreur sur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (demi-diam. de la Lune) l'erreur sur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (inflexion) l'erreur sur la quantité d'inflexion qu'éprouvent les rayons solaires, évaluée en secondes de degré.

d (distance des centres) l'erreur sur la distance des centres, évaluée en secondes de degré.

On aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi \zeta} \times [d \text{ (demi-diam. du } \odot) + d \text{ (inflexion)} - \frac{r}{E} \times d \text{ (demi-diam. de la } \ominus)];$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi \zeta} \times [d \text{ (demi diam. du } \odot) - d \text{ (inflexion)} + \frac{r}{E} \times d \text{ (demi-diam. de la } \ominus)];$$

Distance quelconque des centres.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi \zeta} \times d \text{ (distance des centres).}$$

Soit enfin

$$\Sigma = + \frac{(\Sigma 1)}{\frac{3600'' r^2}{206265'' \pi}} \times \frac{LE}{\sqrt{L^2 - A^2}}; \quad \Sigma = - \frac{(\Sigma 1)}{\frac{3600'' r^2}{206265'' \pi}} \times \frac{LE}{\sqrt{L^2 - A^2}};$$

Et supposons $\frac{r}{E} = 1$, à cause de la petitesse du coefficient d (demi-diamètre de la Lune), on aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$dY = \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du Soleil) } + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion) } - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la Lune).}$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du Soleil) } + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion) } - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la Lune).}$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$dY = \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du Soleil) } - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion) } + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la Lune).}$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du Soleil) } - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion) } + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la Lune).}$$

Distance quelconque des centres.

$$dY = \frac{\Sigma}{r} d \text{ (distance des centres); } \quad dy = \frac{\Sigma}{r} d \text{ (distance des centres).}$$

(120.) Dans l'usage de ces formules,

d (demi-diam. du Soleil) est positif, lorsque le véritable demi-diamètre du Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (demi-diam. du Soleil) est négatif dans le cas contraire.

On dira la même chose de d (demi-diamètre de la Lune), d (inflexion), d (distance des centres).

Il n'est pas nécessaire de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse, relativement à la recherche présente; on peut se servir, pour déterminer A , L , E , $\sqrt{L^2 - A^2}$, de la Table du §. 67; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \frac{3600'' r^2}{206265'' \pi} = + 0,3415893.$$

E X E M P L E.

(121.) On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques secondes sur la véritable valeur du demi-diamètre du Soleil, de l'inflexion des rayons solaires & du demi-diamètre horizontal de la Lune; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique du §. 68.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil à l'instant de l'observation; d'ailleurs le contact des limbes étoit extérieur; on avoit de plus

$$\left. \begin{array}{l} A = - 12801. \\ E = + 99176. \\ L = + 56637. \\ \sqrt{L^2 - A^2} = + 55171. \end{array} \right\} \text{Log. } \frac{LE}{\sqrt{L^2 - A^2}} = + 10,0077928.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\begin{array}{r} \Sigma = + (\Sigma 1) \\ (\Sigma 1) \\ + 0,3415893. \\ + 10,0077928. \\ \hline + 10,3493821 \dots \text{log. } 223554. \\ \Sigma = + 223554. \end{array}$$

$$dY = + 2,236 \times d \text{ (demi-diam. du } \odot) - 2,236 d \text{ (inflexion)} + 2,236 d \text{ (demi-diam. de la } \odot).$$

On voit par ce calcul que les demi-diamètres de la Lune & du Soleil, & la quantité de l'inflexion des rayons solaires, influent d'une manière sensible sur le résultat. On voit aussi par la forme des valeurs de dY , dy du §. 119, la démonstration de ce que j'ai avancé dans l'exposition de ce Mémoire, que si l'on ne considère que les contacts des limbes, il n'est pas indispensablement nécessaire d'admettre une inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. En effet, dans toutes les suppositions du §. 119, les quantités d (inflexion) & d (demi-diam. de la Lune)

ont un signe contraire avec le même coefficient numérique; on donneroit donc également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans le demi-diamètre de la Lune.

RÉCAPITULATION des Sections précédentes.

Équation complète aux Longitudes.

(122.) J'ai épuisé, ce me semble, toutes les façons possibles de faire varier les équations du §. 65; je puis donc déterminer maintenant l'équation complète aux Longitudes, en lui donnant la forme la plus générale dont elle soit susceptible.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a observé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z' .

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

b' le nombre de secondes horaires écoulées, depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques jusqu'à l'instant de l'observation, ou calculé par la formule du §. 69.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cgs\varphi\omega}{r^3} + \frac{chps\varphi\varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgs\varphi\varphi}{r^3} + \frac{chps\varphi\omega}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpgqh\pi}{r^4} - \frac{b'^2\gamma\pi}{3600''^2r};$$

$$L = \frac{\sigma\tau'rE}{\pi\zeta\vartheta} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.}$$

$$L = \frac{\sigma\tau'rE}{\pi\zeta\vartheta} + \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.}$$

$$L = \frac{\lambda r E}{\pi\zeta} \text{ s'il s'agit d'une distance quelconque des centres.}$$

$N =$

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{\downarrow q p s}{r^2 \chi} - \frac{c g p p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \downarrow}{r \chi} \right). \\
 M &= \frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g p p \phi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h p}{r^3} \times \left(\frac{\phi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi} \right). \\
 C &= \frac{c g p p \omega}{r^4} + \frac{c h p \phi}{r^3}. \\
 D &= \frac{c g p p \phi}{r^4} - \frac{c h p \omega}{r^3}. \\
 G &= \frac{q \omega c}{r^2} - \frac{p \phi g s}{r^3} + \frac{p p \omega h s}{r^4}. \\
 H &= \frac{q \phi c}{r^2} + \frac{p \omega g s}{r^3} + \frac{p p \phi h s}{r^4}. \\
 P &= \frac{q \omega c^2 s}{r^3 p} - \left(r + \frac{s^2}{r} \right) \times \left(\frac{c g \phi}{r^3} - \frac{c h p \omega}{r^4} \right). \\
 Q &= \frac{q \phi c^2 s}{r^3 p} + \left(r + \frac{s^2}{r} \right) \times \left(\frac{c g \omega}{r^3} + \frac{c h p \phi}{r^4} \right).
 \end{aligned}$$

Soit de plus

Variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Variat. hor. (décl. ☉) la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (déclin. ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (instant de l'observation) l'erreur sur l'instant précis de l'observation, évaluée en secondes horaires.

d (latitude de l'observatoire) l'erreur sur la latitude du lieu, évaluée en secondes de degré.

a une quantité linéaire égale à la cent millièème partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terrestre seroit représenté par 100000.

d (inclinaison de l'orbite corrigée) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, évaluée en secondes de degré.

d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horiz. pol. de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horizontale du Soleil) l'erreur sur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en secondes de degré.

Mém. 1770.

X x

d (latitude de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (demi-diamètre du Soleil) l'erreur sur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (inflexion) l'erreur sur l'inflexion des rayons solaires, évaluée en secondes de degré.

d (demi-diam. de la Lune) l'erreur sur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (distance des centres) l'erreur sur la distance observée des centres, évaluée en secondes de degré.

Soit enfin

Lorsqu'à l'instant de la phase observée, le centre de la Lune a été vu dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil.

$$\varepsilon = \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times N + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{AM}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''\eta} \times C + \frac{54000''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{AD}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\beta = - \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times G + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{AH}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{\eta r^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{\eta r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\mu = + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times A + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{AF}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\pi = - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2 \downarrow \pi} \times F - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2 \downarrow \pi} \times \sqrt{L^2 - A^2}.$$

$$\Gamma = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta \pi} \times (F - \frac{\theta l}{\zeta}) + \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta \pi} \times \sqrt{L^2 - A^2} \\ - \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} + \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta \pi} \times \frac{\downarrow l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}} \end{array} \right.$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''\eta \pi} - \frac{3600''\downarrow r^2}{206265''\eta \pi} \times \frac{A}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$\Sigma = \frac{3600''r^2}{206265''\eta \pi} \times \frac{LE}{\sqrt{L^2 - A^2}}.$$

$$Y = \zeta - L + \frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F + \frac{3600''\zeta}{\eta r} \sqrt{L^2 - A^2}.$$

$$\begin{aligned}
 dY = & \left\{ \begin{aligned}
 & - \frac{b' \zeta}{206265'' \eta \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{L^2 - A^2}} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\
 & + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \frac{\varepsilon}{r} d (\text{déclin. du Soleil}) \\
 & + \frac{\Delta}{r} d (\text{instant de l'observ.}) + \frac{\beta}{r} d (\text{latitude de l'Observatoire}) \\
 & + \varpi d (\text{demi-grand axe terrestre}) + \frac{\mu}{r} d (\text{inclin. de l'orbite corr.}) \\
 & + \frac{\Xi}{r} d (\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) + \frac{\Gamma}{r} d (\text{parall. horiz. pol. de la } \odot) \\
 & - \frac{\Gamma}{r} d (\text{parall. horiz. du Soleil}) + \frac{\odot}{r} d (\text{latitude de la Lune}). \\
 & \text{Contacts intérieurs des limbes.} \\
 & + \frac{\Sigma}{r} d (\text{demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma}{r} d (\text{inflexion}) - \frac{\Sigma}{r} d (\text{demi-diam. de la } \odot), \\
 & \text{Contacts extérieurs des limbes.} \\
 & + \frac{\Sigma}{r} d (\text{demi-diam. du } \odot) - \frac{\Sigma}{r} d (\text{inflexion}) + \frac{\Sigma}{r} d (\text{demi-diam. de la } \odot), \\
 & \text{Distance quelconque des centres.} \\
 & + \frac{\Sigma}{r} d (\text{distance des centres}).
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Lorsqu'à l'instant de la phase observée, le centre de la Lune a été vu dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil.

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times N - \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{AM}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\
 \Delta &= r - \frac{54000'' \zeta}{206265'' \eta} \times C - \frac{54000'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{AD}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\
 \beta &= - \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times G - \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{AH}{\sqrt{L^2 - A^2}}. \\
 \varpi &= \frac{3600'' \zeta a}{\eta r^2} \times P + \frac{3600'' \zeta a}{\eta r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{L^2 - A^2}}.
 \end{aligned}$$

X x ij

$$\mu = + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times A - \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\varepsilon = - \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} \times F + \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Gamma = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} \times (F - \frac{\theta^1}{\zeta}) - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} \times \frac{\downarrow^1}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \end{array} \right.$$

$$\Theta = \frac{3600'' \theta r^2}{206265'' \eta \pi} + \frac{3600'' \downarrow r^2}{206265'' \eta \pi} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Sigma = - \frac{3600'' r^2}{206265'' \eta \pi} \times \frac{L E}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$y = \zeta - Z + \frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times F - \frac{3600'' \zeta}{\eta r} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$dy = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\nu \zeta}{206265'' \eta \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ + \frac{\nu'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \frac{\varepsilon}{r} d(\text{déclin. du Soleil}) \\ + \frac{\Delta}{r} d(\text{instant de l'observ.}) + \frac{\beta}{r} d(\text{latitude de l'Observatoire}) \\ + \omega d(\text{demi-grand axe terrestre}) + \frac{\mu}{r} d(\text{inclin. de l'orbite corr.}) \\ + \frac{\Xi}{r} d(\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \ominus) + \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. pol. de la } \odot) \\ - \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. du Soleil}) + \frac{\Theta}{r} d(\text{latitude de la Lune.}) \end{array} \right.$$

Contacts intérieurs des limbes.

$$+ \frac{\Sigma}{r} d(\text{demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma}{r} d(\text{inflexion}) - \frac{\Sigma}{r} d(\text{demi-diam. de la } \odot).$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$+ \frac{\Sigma}{r} d(\text{demi-diam. du } \odot) - \frac{\Sigma}{r} d(\text{inflexion}) + \frac{\Sigma}{r} d(\text{demi-diam. de la } \odot).$$

Distance quelconque des centres.

$$+ \frac{\Sigma}{r} d(\text{distance des centres}).$$

On aura

$$\begin{array}{l} \text{Longitude du lieu } \zeta' - \text{longitude du lieu } Z' \left\{ \begin{array}{l} = Y + dY. \\ = y + dy. \end{array} \right. \end{array}$$

(123.) Au lieu de déterminer la différence en longitude des lieux z' & Z' , si l'on veut uniquement connoître l'heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant de la conjonction, on aura

$$\text{Heure que l'on compte dans le lieu } z' \text{ à l'instant de la conjonction} \begin{cases} = Y + Z + dY \\ = y + Z + dy \end{cases}$$

(124.) Lors de l'observation, si le centre de la Lune s'étoit trouvé dans la perpendiculaire à l'orbite relative, c'est-à-dire, dans le point de passage de l'hémisphère précédent à l'hémisphère suivant; comme alors $L^2 - A^2 = 0$, il est évident que si l'on suppose

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} N, \quad \Delta = r - \frac{54000'' \zeta}{206265'' n} C, \quad \beta = - \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} G, \\ \varpi &= \frac{3600'' \zeta a}{n r^2} P, \quad \mu = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} A, \quad \Xi = - \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \downarrow \pi} F, \\ \Gamma &= \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} (F - \frac{\theta l}{\zeta}), \quad \Theta = \frac{3600'' \theta r^2}{206265'' n \pi}; \end{aligned}$$

on aura

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{n r} \times F.$$

$$dy = \begin{cases} + \frac{l'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot) & + \frac{\epsilon}{r} d(\text{déclin. du } \odot) \\ + \frac{\Delta}{r} d(\text{instant de l'observ.}) & + \frac{\beta}{r} d(\text{latitude de l'observatoire}) \\ + \varpi d(\text{demi-grand axe terrestre}) & + \frac{\mu}{r} d(\text{inclin. de l'orbite corr.}) \\ + \frac{\Xi}{r} d(\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) & + \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. pol. de la } \odot) \\ - \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horiz. du Soleil}) & + \frac{\Theta}{r} d(\text{latitude de la Lune}). \end{cases}$$

(125.) Indépendamment de ces valeurs, la supposition de $L^2 - A^2 = 0$, donne encore une autre équation. Comme ce cas particulier, qui d'ailleurs est infiniment rare, me paroît plus particulièrement lié à une question que je traiterai dans la suite, je ne m'étendrai pas davantage quant-à-présent sur ce Problème.

(126.) Si l'on applique dans toute la généralité mon analyse à l'observation du commencement de l'Eclipse faite à Londres

à $9^h 4' 33''$ du matin, & que l'on cherche l'expression générale de la différence en longitude entre l'observatoire de M. Short & le lieu qui comptoit $10^h 21' 28''$ du matin à l'instant de la conjonction, on aura

$$Y = +21^h 4' 33'' - 22^h 21' 28'' + 11' 42'' + 1^h 5' 15'' = +2''.$$

$$dY = \left\{ \begin{array}{l} - 0'',816 - 1'',344 + 0,018 d \text{ (déclinaison du Soleil)} \\ + 0,834 d \text{ (inst. du comm. de l'Éclipse)} - 0,030 d \text{ (latit. de Londres)} \\ + 0'',056 d \text{ (demi-grand axe terr.)} - 0,005 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} \\ - 2,830 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \oplus) - 0,380 d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) \\ + 0,380 d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + 0,727 d \text{ (latit. de la Lune)} \\ + 2,236 d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 2,236 d \text{ (inflexion)} \\ + 2,236 d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{array} \right.$$

Longitude de l'observatoire de M. Short moins longitude du lieu qui comptoit $10^h 21' 28''$ à l'instant de la conjonction =

$$Y + dY = \left\{ \begin{array}{l} - 0^h 0' 0'',160 + 0,018 d \text{ (déclinaison du Soleil)} \\ + 0,834 d \text{ (inst. du comm. de l'Éclipse)} - 0,030 d \text{ (latit. de Londres)} \\ + 0'',056 d \text{ (demi-grand axe terr.)} - 0,005 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} \\ - 2,830 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \oplus) - 0,380 d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) \\ + 0,380 d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + 0,727 d \text{ (latit. de la Lune)} \\ + 2,236 d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 2,236 d \text{ (inflexion)} \\ + 2,236 d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{array} \right.$$

(127.) Il est aisé de voir que les équations du §. 122, représentent tous les résultats possibles dans toutes les hypothèses d'élémens de l'Éclipse, ainsi que je l'ai annoncé dans l'exposition de ce Mémoire. On doit sentir combien cette forme d'équation est générale, & combien il seroit avantageux à la Géographie que les longueurs de calculs qu'elle entraîne ne rebutassent point les Astronomes. Quel avantage en effet l'Astronomie ne pourroit-elle pas se promettre d'un grand nombre de bonnes observations calculées d'une manière générale, en ayant égard à toutes les erreurs possibles, & sans que le résultat soit lié à aucun système d'élémens!

Un pareil calcul est, j'ose le dire, un calcul de tous les temps; il ne seroit pas moins utile, quand même le Calculateur seroit parti d'une hypothèse dont par la suite on viendrait à découvrir l'inexactitude. Au reste, il n'est pas toujours nécessaire d'employer l'équation dans toute la généralité. Chaque Astronome peut affecter de certains élémens dont il croit être sûr; d'autres élémens peuvent lui paroître devoir donner une correction inappréciable. Rien de plus simple que de négliger dans tous ces cas, les termes affectés de ces corrections.

(128.) Je ne puis dissimuler une seconde réflexion que les équations du §. 122 présentent naturellement. On peut sans doute se flatter d'atteindre dans les résultats à une très-grande précision. Les secours de toute espèce, soit de théorie, soit de pratique, que fournit l'Astronomie moderne, sont assez multipliés pour que l'on ne doive pas craindre de s'éloigner beaucoup de la vérité. Mais est-il également démontré que l'on ait atteint ce dernier degré d'exactitude que l'on annonce quelquefois parce qu'on se flatte d'y être parvenu? N'est-il pas évident au contraire que cette extrême précision dépend de la combinaison de tant d'élémens dont aucun n'est encore rigoureusement connu, & qui peuvent conduire au même résultat de tant de façons différentes, qu'il doit toujours rester quelqu'incertitude? Ne seroit-il pas plus conforme à la vérité, plus utile pour l'avancement des Sciences, de ne donner jamais que des résultats qui se plient à toutes les hypothèses, sans en supposer privativement aucune, ainsi que je le propose; ou du moins de ne pas présenter comme absolument certaines, des conclusions qui ne sont que probables?

(129.) On ne sera peut-être pas fâché d'avoir sous les yeux le procédé que l'on doit suivre pour conclure des calculs du §. 126, le résultat que l'on auroit eu dans une autre hypothèse. Je prends pour exemple l'observation de Londres, & j'y applique les données dont M. Pingré a fait usage dans son Mémoire sur les Longitudes. Je ne parlerai que des élémens dans lesquels nous différons; les autres sont communs entre nous.

*Mém. Acad.
année 1766.*

ÉLÉMENTS DE L'ÉCLIPSE.	Suivant M. PINGRÉ.	Suivant moi.
Demi-grand axe terrestre.....	100438.	100565.
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.	0 ^d 27' 13",1	0 ^d 27' 11",3
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0. 2. 44,8	0. 2. 44.
Inclinaison de l'orbite corrigée.....	5. 45. 45.	5. 44. 26.
Latitude de la Lune.....	0. 39. 29.	0. 39. 32.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune.	0. 53. 55.	0. 54. 1,5.
Demi-diamètre du Soleil.....	0. 16. 2.	0. 15. 56.
Demi-diamètre horizontal de la Lune, diminué à raison des causes physiques; cette correction renferme l'inflexion...	0. 14. 42,3	0. 14. 42,1

Donc

$$\begin{aligned}
 d \text{ (déclinaison du Soleil)} &= 0. \\
 d \text{ (instant du commencement de l'Éclipse)} &= 0. \\
 d \text{ (latitude de Londres)} &= 0. \\
 d \text{ (demi-grand axe terrestre)} &= - 127. \\
 d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)} &= + 79",000. \\
 d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil)} &= + 1,800. \\
 d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)} &= - 6,500. \\
 d \text{ (parallaxe horizontale du Soleil)} &= 0. \\
 d \text{ (latitude de la Lune)} &= - 3,000. \\
 d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} &= + 6,200. \\
 d \text{ (demi-diamètre de la Lune) - } d \text{ (inflexion)} &= + 0,200.
 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned}
 d \text{ (demi-grand axe terrestre)} \times 0",056 &= - (127,000 \times 0",056) = - 7",112 \\
 - 0,005 \text{ } d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)} &= - (0,005 \times 79,000) = - 0,395 \\
 - 2,830 \text{ } d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil)} &= - (2,830 \times 1,800) = - 5,094 \\
 - 0,380 \text{ } d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)} &= + (0,380 \times 6,500) = + 2,470 \\
 + 0,727 \text{ } d \text{ (latitude de la Lune)} &= - (0,727 \times 3,000) = - 2,181 \\
 + 2,236 \text{ } d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} &= + (2,236 \times 6,200) = + 13,863 \\
 + 2,236 \text{ } [d \text{ (demi-diam. de la Lune) - } d \text{ (inflexion)}] &= + (2,236 \times 0,200) = + 0,447
 \end{aligned}$$

$$Y + dY = \left\{ \begin{array}{l} - 0",160 - 7",112 - 0",395 - 5",094 \\ + 2",470 - 2",181 + 13",863 + 0",447 \end{array} \right\} = + 1",838.$$

On

On voit donc que relativement à l'observation de Londres; les élémens de M. Pingré donnent à 2 secondes près le même résultat que mes élémens hypothétiques; mais cette similitude n'est pas absolue; elle n'a lieu qu'à cause des compensations.

SECONDE MÉTHODE pour avoir égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus de l'ellipse primitive.

(130.) Je terminerai cet article en remarquant que les recherches de la section dixième, peuvent fournir un nouveau moyen pour avoir égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus de ce que j'ai appelé (S. 95) *l'ellipse primitive*. Par l'Observateur *M*, je fais passer une ellipse que j'appelle, comme dans le S. 95, *l'ellipse hypothétique*, mais que je suppose semblable à *l'ellipse primitive*, & je mène le demi-diamètre *CNM* commun à ces ellipses. Puisque ces deux ellipses sont semblables, & que, relativement au globe que nous habitons, l'angle du demi-diamètre avec la normale à chaque point de l'ellipse ne surpasse pas 19' 22" dans les cas extrêmes, la différence *NM* des demi-diamètres à *l'ellipse primitive* & à *l'ellipse hypothétique*, sera, sans erreur sensible, égale à l'élévation de l'Observateur au-dessus de *l'ellipse primitive*. Fig. 51

Soit

R le demi-diamètre de *l'ellipse primitive* passant par l'Observateur.

R + *dR* le demi-diamètre correspondant de *l'ellipse hypothétique*.

r le demi-petit axe de *l'ellipse primitive*.

r + *dr* le demi-petit axe de *l'ellipse hypothétique*.

Et conservons toutes les autres définitions de ce Mémoire.

A cause de la similitude des ellipses, on a

$$R : dR :: r : dr; \text{ donc } \frac{dr}{r} = \frac{dR}{R} = \frac{dR}{r} \times \frac{r}{R}; \text{ de}$$

$$\text{plus } \pi : d\pi :: r : dr; \text{ donc } d\pi = \frac{\pi dr}{r} = \frac{dR}{r} \times \frac{\pi r}{R}.$$

Soit

d le coefficient numérique de l'élévation de l'Observateur au-dessus de *l'ellipse primitive* exprimée en toises.

Mém. 1770.

Yy

Fig. 5. Puisque le demi-petit axe de la Terre contient environ 3267824 toises, on aura $\frac{dR}{r} = \frac{d'}{3267824}$; donc $d\pi = \frac{d'}{3267824} \times \frac{\pi r}{R}$;

donc (à cause de 206265" $d\pi - r \times d$ (parall. horiz. pol. ϵ) = 0)

$$d \text{ (parall. horiz. polaire de la Lune)} = 206265" \times \frac{d'}{3267824} \times \frac{\pi}{R};$$

c'est l'expression de l'excès de la parallaxe horizontale polaire de la Lune dans le *sphéroïde hypothétique* sur la même parallaxe dans le *sphéroïde primitif*. On aura donc la correction qu'il faudra faire au résultat du §. 68, eu égard à l'élévation de l'Observateur au-dessus de l'*ellipse primitive*, en substituant dans les équations du §. 111, la valeur de d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) tirée de l'équation précédente.

(131.) Appliquons ces principes à l'observation de Londres dans laquelle nous supposerons l'Observateur élevé de 1000 toises au-dessus de l'*ellipse primitive*.

Puisque $a' = 1000$, on aura

$$d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)} = 0",990;$$

Donc (§. 113)

$$dY = -0,380 \times 0",990 = -0",376.$$

Si l'on avoit employé les méthodes des §. 96 & 97, on auroit eu d (demi-grand axe terrestre) = 78, d (latitude de l'Observateur) = 158"; donc (§. 87 & 93)

$$dy = +0",056 \times 78 - 0,030 \times 158 = 4",368 - 4",740 = -0",372.$$

On voit par-là que les deux méthodes conduisent aux mêmes résultats. J'ai donné dans mon *II.^e Mémoire*, §. 20, les valeurs de R pour toutes les latitudes.

(132.) On ne fera peut-être pas fâché de voir plus en détail comment on parvient à l'équation du §. 97; en voici l'analyse.

On peut conclure des constructions des §. 95, 96 & 97, que dans le cas dont il s'agit

$$d \text{ (latitude corrigée)} = 206265" \times \frac{d'}{3267824} \times \frac{s}{c};$$

de plus on a généralement

$$\text{Tangente (latitude vraie)} = \frac{p}{r} \times \text{tangente (latitude corrigée)},$$

donc

$$d[\text{tang. (latit. vraie)}] = \frac{dp}{r} \times \text{tang. (latit. corr.)} + \frac{p}{r} d \text{ tang. (latit. corr.)}$$

$$\text{Si l'on suppose } \frac{p}{r} = 1, \& \text{cosin. (latit. vraie)} = \text{cosin. (latit. corr.)}$$

dans les termes où ces suppositions ne peuvent évidemment influer sur l'exactitude des résultats, on parviendra par des substitutions faciles à imaginer, au résultat suivant,

$$d(\text{latitude vraie}) = 206265'' \times \frac{c^2 dp}{r^3} \times \frac{s}{c} + d(\text{latit. corr.})$$

Mais si l'on nomme X une quantité linéaire égale à l'élévation de l'Observateur au-dessus de l'ellipse primitive, on peut conclure

$$\text{du §. 96, que } dp = \frac{r^2 X}{c^2}; \text{ de plus } \frac{X}{r} = \frac{a'}{3267824}; \text{ donc}$$

$$206265'' \times \frac{c^2 dp}{r^3} \times \frac{s}{c} = 206265'' \times \frac{a'}{3267824} \times \frac{s}{c};$$

donc

$$d(\text{latitude de l'Observateur}) = 206265'' \times \frac{2a'}{3267824} \times \frac{s}{c}.$$

ARTICLE III.

Des Équations de condition, & de leur usage pour déterminer les véritables élémens de l'Éclipse.

(133.) Les recherches auxquelles nous venons de nous livrer dans l'article précédent, conduisent naturellement à la détermination d'un genre d'équations que j'appelle, à cause de leurs propriétés, *équations de condition*; je m'explique. Je suppose que dans un lieu quelconque on ait fait, par exemple, deux observations différentes; il est sensible que si elles sont exactes & que l'on ait d'ailleurs les véritables élémens de l'Éclipse, chacune de ces observations doit donner la même longitude; si donc l'on compare ces observations,

Y y ij

& que l'on égale les expressions de la longitude, on aura une relation entre les élémens qui satisfont à ces observations; c'est cette relation que j'appelle *équation de condition*. Il est aisé de sentir que l'on doit avoir autant de ces relations que l'on peut combiner d'observations deux à deux.

(134.) Il n'est pas absolument nécessaire, pour avoir des *équations de condition*, que les observations aient été faites dans le même lieu; on peut combiner également des observations faites dans des lieux différens, pourvu toutefois que l'on connoisse rigoureusement la différence en longitude des deux observatoires. Cette dernière condition est quelquefois difficile à remplir, mais elle n'est pas impossible; je vais donc résoudre le Problème dans cette généralité, bien entendu que les *équations de condition* résultantes d'observations faites dans un même lieu, doivent en général être préférées.

(135.) Les réflexions précédentes démontrent évidemment que si l'on étoit bien sûr de l'heure précise de la conjonction, l'équation du §. 123 qui détermine cet instant, seroit une véritable *équation de condition*; mais elles font sentir en même temps avec quelles restrictions ces dernières équations doivent être employées.

(136.) Dans la présente recherche, je ferai usage des équations du §. 122. On emploiera Y & dY , lorsqu'à l'instant de l'observation le centre de la Lune aura été vu dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil. On emploiera y & dy , lorsque le centre de la Lune aura été vu dans l'*hémisphère suivant* du disque de cet astre.

(137.) Il peut arriver que l'on ait à comparer des observations, faites toutes deux lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* ou dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil. Pour ne pas les confondre; dans le premier cas, Y & dY désigneront l'une de ces observations, Y' & dY' appartiendront à l'autre observation; dans le second cas, y & dy désigneront l'une de ces observations, y' & dy' appartiendront à l'autre observation. On doit entendre la même chose des quantités e , e' ; e , e' ; Δ , Δ' ; Δ , Δ' , &c.

(138.) Si l'on cherche la différence en longitude entre un lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'instant de la conjonction, & un autre lieu z' où l'on a observé une distance quelconque des centres à une autre certaine heure, lorsque d'ailleurs le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil; on a vu (S. 122) que

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = Y + dY.$$

On a vu pareillement que si l'on cherche la différence en longitude entre le même lieu Z' , & un autre lieu z'' où l'on a observé une autre distance quelconque des centres à une autre certaine heure, lorsque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil, on a

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Soit donc

Longitude z'' — longitude z' la différence en longitude du lieu z'' & du lieu z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z'' plus oriental.

On aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y - Y + dy - dY.$$

(139.) Au lieu de comparer, comme dans le paragraphe précédent, des observations dont l'une a eu lieu lorsque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, & dont l'autre a été faite lorsque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère suivant du disque de cet astre, on peut avoir à comparer des observations faites toutes deux lorsque le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, l'une dans un lieu z' & l'autre dans un lieu z'' que je suppose plus oriental. Dans ce cas, conformément à la remarque du S. 137, Y & dY appartiendront au lieu z' , Y' & dY' appartiendront au lieu z'' , & l'on aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = Y' - Y + dY' - dY.$$

(140.) Par des raisons semblables, si l'on compare deux observations faites dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil, l'une dans un lieu z' & l'autre dans un lieu z'' que je suppose plus oriental; y & dy appartiendront au lieu z' ; y' & dy' appartiendront au

lieu z'' , & l'on aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y' - y + dy' - dy.$$

(141.) J'ai supposé le lieu z'' plus oriental que le lieu z' . Dans cette hypothèse, la quantité longitude $z'' - \text{longitude } z'$ est positive; si l'on étoit dans des suppositions contraires, la quantité longitude $z'' - \text{longitude } z'$ seroit négative.

(142.) Il est sensible que les équations précédentes sont de la plus grande généralité. En les ordonnant par rapport à la quantité longitude $z'' - \text{longitude } z'$, elles servent à faire connoître la différence en longitude de deux observatoires où l'on aura observé deux phases quelconques; si l'on connoît longitude $z'' - \text{longitude } z'$, elles sont *équations de condition*; cette dernière hypothèse renferme celle de longitude $z'' - \text{longitude } z' = 0$, c'est-à-dire le cas particulier d'observations faites dans le même observatoire.

Nous remarquerons ici pour la plus grande simplicité de ces équations, que dY, dY', dy, dy' renferment des termes qui ont les mêmes multiplicateurs. Par exemple, dY, dY', dy, dy' , ont chacun un terme multiplié par d (latit. de la \odot), d (déclin. du \odot), d (parallaxe horizontale du Soleil), & ainsi des autres. Lors de la formation des équations de condition, il est superflu d'avertir que l'on ne doit former qu'un seul résultat des deux termes qui ont le même multiplicateur. Nous remarquerons aussi que comme l'angle Z qui entre dans les expressions de Y, Y', y, y' , se détruit par la soustraction de ces quantités, on peut d'avance supposer $Z = 0$.

E X E M P L E.

(143.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Vienne en Autriche le commencement de l'Eclipse à $10^h 22' 5''$ du matin, dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil; & la fin de l'Eclipse à $1^h 22' 54''$ du soir, dans l'hémisphère suivant*;

* Cette observation dont on peut voir le détail dans les Ephémérides du P. Hell de l'année 1765, a été faite par ce célèbre Astronome dans

l'Observatoire Impérial de Vienne, & par M. Sambach dans sa maison située faubourg Notre-Dame. Leurs pendules étoient parfaitement réglées;

que de plus on ait observé le commencement de l'Éclipse à Londres à $9^h 4' 33''$ du matin, dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil. On demande l'équation de condition entre les deux observations de Vienne, & la différence en longitude de Vienne & de Londres dans toutes les hypothèses d'éléments de l'Éclipse.

SOLUTION. Pour déterminer l'équation de condition entre les deux observations de Vienne, je me servirai de l'équation du §. 138; attendu que l'une des observations a eu lieu dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, & que l'autre observation a eu lieu dans l'hémisphère suivant. Puisque d'ailleurs les deux observations ont été faites dans le même observatoire, je supposerai, conformément à la remarque du §. 142, longitude z'' — longitude $z' = 0$; Y & dY appartiendront au commencement de l'Éclipse, y & dy appartiendront à la fin. Je remarquerai de plus que lors de chacune de ces observations, les contacts des limbes étoient extérieurs.

Pour déterminer la différence en longitude de Vienne & de Londres, j'emploierai les observations de la fin de l'Éclipse à Vienne, & du commencement de l'Éclipse à Londres. Vienne sera le lieu désigné par z'' , & Londres sera désigné par z' . Je me servirai de l'équation du §. 138, attendu que l'une des observations a eu lieu dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil & que l'autre observation a eu lieu dans l'hémisphère suivant; Y & dY appartiendront à l'observation du commencement de l'Éclipse à Londres, y & dy appartiendront à l'observation de la fin de l'Éclipse à Vienne. Je remarquerai de plus, que lors de chacune de ces observations, les contacts des limbes étoient extérieurs.

TYPE du Calcul, pour déterminer l'équation de condition entre le commencement & la fin de l'Éclipse à Vienne, & la différence en Longitude entre Vienne & Londres.

Commencement de l'Éclipse à Vienne.... $10^h 22' 5''$ du matin.

$$\begin{array}{llll} A = - & 836. & F = - & 1400. & E = + & 98930. \\ L = + & 56565. & N = + & 46978. & M = - & 57195. \end{array}$$

ils ont employé à cette observation | leurs observations s'accordent à la
des lunettes qui grossissoient 54 fois; | seconde.

$$C = + 52522. \quad D = - 31471. \quad G = + 61952.$$

$$H = + 48513. \quad P = + 57370. \quad Q = + 15139.$$

$$\epsilon = + 1645. \quad \Delta = + 73139. \quad \beta = - 2156.$$

$$\varpi = + 0^{\circ},041. \quad \mu = - 30. \quad \Xi = - 239911.$$

$$\Gamma = - 21526. \quad \Theta = + 25193. \quad \Sigma = + 217250.$$

$$Y = + 22^{\text{h}} 22' 5'' - 22^{\text{h}} 21' 28'' - 1' 39'' + 1^{\text{h}} 6' 53'' = + 1^{\text{h}} 5' 51''.$$

$$dY = \left\{ \begin{array}{l} - 0^{\circ},673 - 1^{\circ},037 + 0,016 d \text{ (déclinaison du Soleil)} \\ + 0,731 d \text{ (instant du commencement de l'Éclipse à Vienne)...} \\ - 0,022 d \text{ (latit. de Vienne)} + 0^{\circ},041 d \text{ (demi-grand axe terrestre)} \\ - 0,000 d \text{ (inclin. de l'orbite)} - 2,399 d \text{ (mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) \\ - 0,215 d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)...} \\ + 0,215 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) + 0,252 d \text{ (latit. de la Lune)} \\ + 2,173 d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 2,173 d \text{ (inflexion)} \\ + 2,173 d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{array} \right.$$

Fin de l'Éclipse à Vienne.....1^h 22' 54" du soir.

$$A = + 24124. \quad F = - 46617. \quad E = + 98898.$$

$$L = + 56556. \quad N = + 42836. \quad M = - 49704.$$

$$C = + 56091. \quad D = - 28484. \quad G = + 11649.$$

$$H = + 76281. \quad P = - 12460. \quad Q = + 53688.$$

$$\epsilon = + 2280. \quad \Delta = + 77989. \quad \beta = - 1639.$$

$$\varpi = + 0^{\circ},009. \quad \mu = + 1586. \quad \Xi = + 425250.$$

$$\Gamma = - 168600. \quad \Theta = + 125003. \quad \Sigma = - 240100.$$

$$y = \left\{ \begin{array}{l} + 1^{\text{h}} 22' 54'' - 22^{\text{h}} 21' 28'' \\ - 0.55.8 - 1.0.30 \end{array} \right\} = - 22^{\text{h}} 54' 12'' = (S. 63) + 1^{\text{h}} 5' 48''.$$

$$dy = \left\{ \begin{array}{l} - 1^{\circ},319 + 2^{\circ},549 + 0,023 d \text{ (déclinaison du Soleil)} \\ + 0,780 d \text{ (instant de la fin de l'Éclipse à Vienne)...} \\ - 0,016 d \text{ (latit. de Vienne)} + 0^{\circ},009 d \text{ (demi-grand axe terrest.)} \\ + 0,016 d \text{ (inclin. de l'orbite)} + 4,252 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) \\ - 1,686 d \text{ (parall. horiz. pol. de la } \odot) + 1,686 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) \\ + 1,250 d \text{ (latitude de la Lune)} - 2,401 d \text{ (demi-diamètre du } \odot) \\ + 2,401 d \text{ (inflexion), } - 2,401 d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{array} \right.$$

Équation

Équation de condition entre le commencement & la fin de l'Éclipse observés à Vienne.

$$\begin{aligned}
 & - 0",060 + 0,007 d \text{ (déclinaison du Soleil) } \dots\dots\dots \\
 & + 0,780 d \text{ (instant de la fin de l'Éclipse à Vienne) } \dots\dots\dots \\
 & - 0,731 d \text{ (instant du commencement de l'Éclipse à Vienne) } \dots\dots \\
 & + 0,006 d \text{ (latitude de Vienne) } - 0",032 d \text{ (demi-grand axe terrest.) } \\
 & + 0,016 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.) } + 6,651 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) \\
 & - 1,471 d \text{ (parall. horiz. pol. de la } \odot) + 1,471 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) \\
 & + 0,998 d \text{ (latit. de la Lune) } - 4,574 d \text{ (demi-diam. du Soleil) } \\
 & + 4,574 d \text{ (inflexion) } - 4,574 d \text{ (demi-diamètre de la Lune) } \dots
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} & - 0",060 + 0,007 d \text{ (déclinaison du Soleil) } \dots\dots\dots \\ & + 0,780 d \text{ (instant de la fin de l'Éclipse à Vienne) } \dots\dots\dots \\ & - 0,731 d \text{ (instant du commencement de l'Éclipse à Vienne) } \dots\dots \\ & + 0,006 d \text{ (latitude de Vienne) } - 0",032 d \text{ (demi-grand axe terrest.) } \\ & + 0,016 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.) } + 6,651 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) \\ & - 1,471 d \text{ (parall. horiz. pol. de la } \odot) + 1,471 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) \\ & + 0,998 d \text{ (latit. de la Lune) } - 4,574 d \text{ (demi-diam. du Soleil) } \\ & + 4,574 d \text{ (inflexion) } - 4,574 d \text{ (demi-diamètre de la Lune) } \dots \end{aligned}} \right\} = 0.$$

Équation à la différence en Longitude entre Vienne & Londres.

Longitude de Vienne — Longitude de Londres

$$\begin{aligned}
 & + 1^h 5' 49",390 + 0,005 d \text{ (déclinaison du Soleil) } \dots\dots\dots \\
 & + 0,780 d \text{ (fin de l'Éclipse à Vienne) } \dots\dots\dots \\
 & - 0,834 d \text{ (commencement de l'Éclipse à Londres) } \dots\dots\dots \\
 & - 0,016 d \text{ (latitude de Vienne) } + 0,030 d \text{ (latitude de Londres) } \\
 & - 0",047 d \text{ (demi-grand axe terr.) } + 0,021 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.) } \\
 & + 7,082 d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil) } \dots\dots\dots \\
 & - 1,306 d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune) } \dots\dots\dots \\
 & + 1,306 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) + 0,523 d \text{ (latitude de la Lune) } \\
 & - 4,637 d \text{ (demi-diamètre du Soleil) } + 4,637 d \text{ (inflexion) } \\
 & - 4,637 d \text{ (demi-diamètre de la Lune). }
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} & + 1^h 5' 49",390 + 0,005 d \text{ (déclinaison du Soleil) } \dots\dots\dots \\ & + 0,780 d \text{ (fin de l'Éclipse à Vienne) } \dots\dots\dots \\ & - 0,834 d \text{ (commencement de l'Éclipse à Londres) } \dots\dots\dots \\ & - 0,016 d \text{ (latitude de Vienne) } + 0,030 d \text{ (latitude de Londres) } \\ & - 0",047 d \text{ (demi-grand axe terr.) } + 0,021 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.) } \\ & + 7,082 d \text{ (mouvement horaire de la Lune au Soleil) } \dots\dots\dots \\ & - 1,306 d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune) } \dots\dots\dots \\ & + 1,306 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) + 0,523 d \text{ (latitude de la Lune) } \\ & - 4,637 d \text{ (demi-diamètre du Soleil) } + 4,637 d \text{ (inflexion) } \\ & - 4,637 d \text{ (demi-diamètre de la Lune). } \end{aligned}} \right\} =$$

(144.) On voit maintenant d'une manière claire & distincte la forme des *équations de conditions* & des *équations complètes aux longitudes*; je donnerai dans la suite une application de cette théorie aux observations faites en Europe le 1.^{er} Avril 1764. Au reste, il n'est pas toujours nécessaire de calculer les observations dans toute cette généralité. Si l'on ne pouvoit, par exemple, élever aucun doute raisonnable sur de certains élémens, ce seroit un travail superflu de calculer les termes qui supposent une erreur dans

ces élémens, puisque le multiplicateur de la quantité que l'on se feroit donné la peine de calculer seroit nul.

(145.) On observera relativement aux *équations de condition* que l'on peut avoir autant de ces résultats que l'on peut combiner d'observations deux à deux; on peut suivant les usages auxquels on se propose de les employer, & le degré de confiance que l'on a dans les Observateurs, les laisser sous cette forme distincte & séparée, ou par l'élimination des variables, les réduire à une seule équation qui sera alors la *résultante* des différentes observations que l'on veut comparer. Je remarquerai cependant qu'il est important de n'employer que des observations précises lorsque l'on veut éliminer les variables les unes par les autres; autrement on pourroit être induit en erreur. En effet, il est aisé de voir, ainsi que je l'ai expliqué précédemment, que l'esprit de la méthode consiste à déterminer les véritables élémens de l'Éclipse, par les différences qui résultent des observations entre ces véritables élémens, & les élémens hypothétiques. Ces différences ne peuvent être fort grandes; elles ont donc nécessairement un rapport assez considérable avec les erreurs des observations, quelque légères que l'on suppose ces erreurs.

(146.) Pour faire sentir comment on peut employer les équations de condition à la détermination des véritables élémens de l'Éclipse, reprenons l'équation entre le commencement & la fin de l'Éclipse observés à Vienne, & l'équation à la différence en longitude entre Vienne & Londres. Supposons que l'on regarde comme bien déterminés les élémens de l'Éclipse, à l'exception toutefois de la latitude de la Lune & du demi-diamètre du Soleil; supposons de plus que la longitude de Vienne relativement à Londres soit de $1^h 5' 52''$ orientale. Dans cette supposition on aura évidemment

$$- 0'',060 + 0,998 d (\text{latitude } \odot) - 4,574 d (\text{demi-diam. } \odot) = 0,$$

$$- 2'',610 + 0,523 d (\text{latitude de la } \odot) - 4,637 d (\text{demi-diamètre du } \odot) = 0,$$

donc

$$d (\text{latit. de la Lune}) = \frac{4574}{998} d (\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{60''}{998}$$

$$(4637 - 523 \times \frac{4574}{998}) d (\text{demi-diam. } \odot) = \frac{523 \times 60''}{998} - 2610''$$

$$d(\text{demi-diamètre du } \odot) = - \frac{1}{2240} \times 2579'' = - 1'',151,$$

$$d(\text{latitude de la Lune}) = - 5'',216.$$

On fatisferoit donc aux conditions proposées en supposant un demi-diamètre du Soleil plus petit de $1'',151$, & une latitude de la Lune plus petite de $5'',216$, que le demi-diamètre & la latitude hypothétiques.

On voit par cet exemple comment on peut, dans tous les cas, se servir des équations de condition pour déterminer les véritables élémens de l'Éclipse.

ARTICLE IV.

Application sommaire des équations démontrées dans les différentes sections de l'article II du présent Mémoire, au calcul d'une distance quelconque des centres.

(147.) S'il n'est pas toujours indispensable, il est au moins curieux de déterminer combien une variation quelconque dans les élémens de l'Éclipse, peut produire de variation dans une distance calculée des centres. Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Je conserverai dans cette recherche les définitions des quantités $b, A, F, E, N, M, C, D, G, H, P, Q$ déjà employées dans ce Mémoire, & dont on peut voir la récapitulation (S. 122).

Soit

λ la tangente de la distance calculée d'après des élémens hypothétiques.

d (distance des centres) l'erreur de la distance des centres relative à l'erreur des élémens. Je suppose cette erreur évaluée en secondes de degré.

J'ai fait voir dans le cours de cet Ouvrage, que

$$\lambda = \frac{\pi \zeta \sqrt{A^2 + (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta})^2}}{Er}.$$

Si l'on différencie cette équation en regardant toutes les quantités

Z z ij

qui la composent comme variables, à l'exception toutefois de E ; que l'on peut regarder comme donné rigoureusement par les Tables, conformément à la remarque des §. 51 & 52, on aura

$$d\lambda = \left\{ (\zeta d\pi + \pi d\zeta) \times \frac{\sqrt{A^2 + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})^2}}{Er} \right. \\ \left. + \frac{\pi\zeta}{Er} \times \frac{[AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})]}{\sqrt{A^2 + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})^2}} \right\}$$

$$d\lambda = \lambda \left(\frac{d\pi}{\pi} + \frac{d\zeta}{\zeta} \right) + \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^3 \lambda} \times [AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})]$$

Donc si l'on suppose cosinus (distance des centres) = r , attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul, on aura

$$d \text{ (distance des centres)} = 206265'' \frac{\lambda}{r} \left(\frac{d\pi}{\pi} + \frac{d\zeta}{\zeta} \right) \\ + 206265'' \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^3 \lambda} [AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})].$$

Il ne s'agit plus dans chaque supposition particulière, que de substituer à $d\pi$, $d\zeta$, dA , $d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta})$ les valeurs tirées des différentes sections de l'article II de ce Mémoire.

(148.) Si l'on veut, par exemple, avoir égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui pour lequel on calcule; rien de plus simple que le procédé. J'ai fait voir (§. 72) que l'on a dans ce cas

$$d\pi = \frac{b}{3600''} r \times \frac{\text{var. hor. (parall. horiz. polaire de la Lune)}}{206265''}.$$

donc

$$d \text{ (distance des centres)} = 206265'' \frac{\lambda}{r} \times \frac{d\pi}{\pi} = \frac{b}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \times \text{var. hor. (parall. horiz. pol. } \odot)$$

(149.) Pour avoir égard à la variation de la déclinaison du Soleil dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui pour lequel on calcule, on se rappellera que l'on a dans ce cas (§. 76)

$$d(F + \frac{bnr}{3600''}) = \frac{b}{3600''} \times N \frac{\text{var. hor. (déclin. } \odot)}{206265''}; \quad dA = -\frac{b}{3600''} \times M \frac{\text{var. hor. (déclin. } \odot)}{206265''};$$

donc

$$d(\text{distance des centres}) = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^2 \lambda} \left[-\frac{AM}{r} + \frac{N(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta})}{r} \right] \text{var. hor. (déclin. } \odot);$$

(150.) Je ne suivrai point cette analyse dans tous ses détails. Il ne peut se rencontrer aucune difficulté dans la détermination de l'erreur de la distance calculée des centres, en supposant successivement une erreur dans les différens élémens de l'Éclipse. Les calculs se réduisent à substituer successivement dans l'équation du §. 147, les valeurs de dA & $d(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta})$ tirées des différentes sections de l'article II de ce Mémoire. La valeur de dA se trouve toute calculée; & relativement à un très-grand nombre de questions, $d(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) = dF$, quantité qui se trouve pareillement calculée.

Quant aux questions où $d(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta})$ n'est point égale à dF , parce que b ou n ou ζ étant variables, F & $F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}$ n'ont pas la même différentielle; elles ne sont guère plus difficiles à résoudre que celles dont je viens de parler. Pour éviter tout embarras, je vais les parcourir sommairement.

(151.) Rien de plus simple que d'avoir égard à une erreur dans le mouvement horaire de la Lune au Soleil. Dans ce cas, $d\pi$, $d\zeta$, dA sont évidemment nuls; & $d(F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) = \frac{br}{3600'' \zeta} d\pi$; mais (§. 103) $d\pi = \frac{r^3}{206265'' \downarrow \pi} d(\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot)$; donc (§. 147)

$$d(\text{distance des centres}) = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi \zeta r}{E^2 \downarrow \lambda} (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) d(\text{mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot).$$

(152.) Si l'on suppose une erreur dans la distance à la

d (distance à la conjonction) cette erreur exprimée en secondes horaires, on aura, comme ci-dessus, $d\pi$, $d\zeta$, $dA = 0$; & $d(F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) = \frac{n r}{3600''\zeta} db$; mais $db = d$ (dist. à la conjonct.) donc

$$d \text{ (dist. des centres)} = \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta n}{E^2 r^2 \lambda} (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) d \text{ (dist. à la conjonction)}.$$

Dans l'usage de ces formules,

d (distance à la conjonction) est positif, lorsque la véritable distance à la conjonction est plus grande, si elle est positive, ou plus petite, si elle est négative, que celle d'après laquelle on avoit calculé d'abord.
 d (distance à la conjonction) est négatif dans le cas contraire.

(153.) La distance à la conjonction peut varier de deux façons; la première, parce que l'heure pour laquelle on calcule étant la même, le véritable instant physique de la conjonction est un peu différent de celui que l'on avoit supposé d'abord; la seconde, parce que le véritable instant physique de la conjonction étant le même, on calcule pour une heure différente. On ne peut être embarrassé dans aucun de ces cas, dont il a fallu cependant faire sentir la différence.

(154.) Si l'on suppose quelqu'erreur dans la parallaxe horizontale du Soleil, ou dans la parallaxe horizontale de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, les variables seront dans le premier cas, π' , ζ , A , $F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}$; & dans le second, π , l , n , A , $F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}$. J'observe, conformément au §. 53, que dans ce dernier cas ζ doit être regardé comme constant, quoi qu'il renferme la parallaxe de la Lune. On aura donc (§. 147)

Premier Cas dans lequel on suppose une erreur dans la parallaxe du Soleil.

$$d \text{ (dist. des centres)} = 206265'' \left[\frac{\lambda d\zeta}{r\zeta} + \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^2 \lambda} \times [AdA + (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) d(F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta})] \right].$$

D'ailleurs

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\zeta}{\zeta}; d(F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) = -(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) \times \frac{d\zeta}{\zeta};$$

De plus, conformément à la remarque du §. 111,

$$d\zeta = -\frac{r\zeta}{206265''\pi} d \text{ (parallaxe horizontale du Soleil).}$$

Deuxième Cas dans lequel on suppose une erreur dans la parallaxe de la Lune.

$$d(\text{dist. des centres}) = 206265'' \left[\frac{\lambda d\pi}{r\pi} + \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^3 \lambda} \left[AdA + (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) d(F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) \right] \right];$$

D'ailleurs

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi}; d(F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) = -(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) \times \frac{d\pi}{\pi};$$

$$d\pi = \frac{r d \text{ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}{206265''}.$$

Donc si l'on suppose

$$\Gamma = \frac{\lambda r}{\pi} - \frac{\pi \zeta^2}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi l A}{\zeta r} + \frac{(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta})}{r} \right],$$

on aura, en réunissant les deux calculs,

$$d(\text{distance des centres}) = \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) - \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. } \odot).$$

(155.) Soit

Distance hypothétique, l'angle qui a pour expression de sa tangente, la valeur de λ du §. 147.

Si l'on conserve les définitions de A, F, N, M, C, D, P, Q . du §. 122, & que l'on suppose de plus

$$\epsilon = \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r \lambda} \left[\frac{N \times (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta})}{r} - \frac{AM}{r} \right].$$

$$\Delta = -\frac{15 \pi^2 \zeta^2}{E^2 r \lambda} \left[\frac{C \times (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta})}{r} + \frac{AD}{r} \right].$$

$$\beta = -\frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r \lambda} \left[\frac{G \times (F + \frac{b_{nr}}{3600''\zeta})}{r} + \frac{AH}{r} \right].$$

$$\omega = 206265'' \times \frac{\pi^2 \zeta^2 a}{E^2 r^2 \lambda} \left[\frac{P \times (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta})}{r} + \frac{A Q}{r} \right].$$

$$\mu = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta}{E^2 \lambda} \times \frac{A n}{r}.$$

$$\Xi = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi \zeta r^2}{E^2 \lambda} (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta}).$$

$$\Gamma = \frac{\lambda r}{\pi} - \frac{\pi \zeta^2}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi A}{\zeta r} + \frac{(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{b n r}{3600'' \zeta}) \times (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta})}{r} \right].$$

$$\Theta = \frac{\pi \zeta r}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi A}{r} + \frac{\theta}{r} \times (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta}) \right].$$

$$\Phi = \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta n}{E^2 r \lambda} (F + \frac{b n r}{3600'' \zeta}).$$

On aura pour l'expression générale de la distance des centres ;

Distance vraie des centres

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Dist. hypothétique} + \frac{b}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la } \odot) \\ + \frac{b}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \frac{\varepsilon}{r} d \text{ (déclin. du Soleil)} \\ + \frac{\Delta}{r} d \text{ (heure de la phase)} + \frac{\beta}{r} d \text{ (latitude du lieu)} \\ + \omega d \text{ (demi-grand axe terrestre)} + \frac{\mu}{r} d \text{ (inclin. de l'orbite)} \\ + \frac{\Xi}{r} d \text{ (mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) + \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) \\ - \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r} d \text{ (latitude de la Lune)} \\ + \frac{\Phi}{r} d \text{ (distance à la conjonction).} \end{array} \right.$$

ARTICLE V.

D'une question analogue aux recherches précédentes, relative aux contacts des limbes considérés comme plus grandes phases.

(156.) Parmi les observations de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764 ;

on a

on a pu en remarquer deux d'une espèce assez rare; ce sont celles de Chatam & de Nolon *. Ces villes se sont trouvées situées vers les limites des contacts intérieurs des limbes. Une circonstance semblable aura lieu, relativement à nos provinces septentrionales, lors de l'Éclipse du 26 Octobre 1772. La trace du contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune traversera le nord de la France. Il est sensible que si l'on suppose de certains élémens préférablement à d'autres, la courbe passera par des points assez différens de notre globe; il est donc important d'avoir une méthode qui représente d'une manière générale la trace des contacts dans une hypothèse quelconque d'élémens. Pour résoudre ce nouveau Problème, je suivrai une route entièrement analogue à celle tracée dans les questions précédentes. Je calculerai avec des élémens hypothétiques la trace des contacts (*V. Mémoire, article III*); & je donnerai des formules pour corriger ce résultat hypothétique, en regardant comme variables les différens élémens de l'Éclipse; la réunion de ces différens termes fera ce que j'appellerai l'équation générale aux contacts.

*Mém. Acad.
année 1767.*

(157.) Il est facile de sentir comment on peut représenter d'une manière générale, la longitude du point d'un parallèle quelconque où un contact des limbes cesse d'être visible, & l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène, en supposant variables les élémens de l'Éclipse; il ne s'agit que de déterminer la variation que les différens élémens introduisent dans l'heure que l'on compte dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase, & de corriger d'une manière également générale le résultat du *terme hypothétique* de la longitude. Le développement du calcul rendra ces raisonnemens sensibles.

(158.) Soit

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{e g p \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi}{r^4};$$

$$C = \frac{e g p p \omega}{r^4} + \frac{c h p \varphi}{r^3};$$

$$D = \frac{e g p p \varphi}{r^4} - \frac{c h p \omega}{r^3};$$

* On peut voir le détail de ces observations dans les Mémoires de l'Académie & dans les Transactions philosophiques, année 1764.

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g p \varphi}{r^3} + \frac{c h p p \omega}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c p q h \pi}{r^4} - \frac{b^2 \gamma \pi}{3600'' r}.$$

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \vartheta} - \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.}$$

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \vartheta} + \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta} \text{ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.}$$

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A \left(\frac{\eta r^2}{\zeta v} - C \right)}{AD}.$$

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on observe la phase assignée comme plus grande phase, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z' .

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

Année 1767.

Dans mon *V.^e Mémoire, article III*, j'ai donné des formules pour déterminer 1.^o le parallèle terrestre où l'on observe une phase assignée comme plus grande phase, lorsque l'angle B a une certaine valeur déterminée; 2.^o l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène. Le sinus de l'angle horaire est une des racines de l'équation suivante,

$$L - \frac{Ar}{\sin. B} = 0.$$

Soit enfin

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times F - \frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times \frac{Ar}{\tan. B}.$$

J'ai démontré que

$$\text{longitude } z' - \text{longitude } Z' = y.$$

Voyons ce que l'on peut tirer de ces formules pour avoir l'expression la plus générale de la différence en longitude des lieux z' & Z' , & de l'heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant du phénomène; je commence par ce qui regarde la longitude.

(159.) L'équation à la longitude du *paragraphe précédent* n'est exacte qu'autant que les élémens dont on est parti dans le

calcul font rigoureux. Cette réflexion démontre que cette dernière équation n'a pas le caractère de ce que j'appelle une *équation générale*. Si l'on veut avoir l'expression la plus générale qu'il est possible, de la différence en longitude des lieux z & Z' , on parviendra à une équation de cette forme,

$$\text{longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Dans cette dernière formule, y exprime ce que j'appelle le *terme hypothétique*; dy exprime ce qui est dû à l'indétermination des élémens.

(160.) Puisque (§. 158)

$$y = z - Z + \frac{3600''z}{nr} \times F - \frac{3600''z}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B},$$

& que d'ailleurs Z est une quantité connue; car quels que soient les élémens de l'Éclipse, on peut toujours concevoir un lieu Z' , relativement auquel la conjonction arrive, lorsque l'on compte dans ce lieu une certaine heure donnée Z ; on a

$$dy = dz + d\left(\frac{3600''z}{nr} \times F\right) - d\left(\frac{3600''z}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}\right).$$

Je ferai voir, à la fin de cet article, que si l'on ne suppose qu'une légère variation dans les élémens de l'Éclipse, l'angle B varie d'une manière si peu sensible, qu'on peut le regarder comme constant, relativement à la question proposée; on aura donc

$$dy = dz + d\left(\frac{3600''z}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B} d\left(\frac{3600''z}{nr} \times A\right).$$

Cette dernière remarque s'applique également à l'équation

$$L - \frac{Ar}{\sin. B} = 0.$$

Pour avoir l'expression complète de dy , il s'agit donc d'abord, d'avoir l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''z}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B} d\left(\frac{3600''z}{nr} \times A\right);$$

nous chercherons ensuite l'expression la plus générale de dz .

(161.) Je remarque qu'une des manières de différencier les quantités $\frac{3600''z}{nr} \times F$ & $\frac{3600''z}{nr} \times A$, introduit dans le

réultat un terme affecté de $d\zeta$. Si l'on cherche en effet quelle variation introduit dans le calcul l'incertitude de l'heure que l'on compte à l'instant du contact assigné des limbes, sous le parallèle donné; il sera aisé de voir, d'après ce qui a été démontré dans la *section V.^e de l'article II du présent Mémoire*, que si l'on suppose comme dans les §. 82 & 158,

$$\dot{C} = \frac{c g p p \omega}{r^2} + \frac{c h p \phi}{r^2}, \quad D = \frac{c g p p \phi}{r^2} - \frac{c h p \omega}{r^2},$$

on aura

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F\right) = - \frac{3600''\zeta}{\eta r} \times \frac{15 d\zeta}{206265''} C;$$

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times A\right) = - \frac{3600''\zeta}{\eta r} \times \frac{15 d\zeta}{206265''} D.$$

Donc, dans l'expression complète de dy , la somme des termes affectés de $d\zeta$, peut être représentée par

$$d\zeta - \left(\frac{3600''\zeta}{206265''\eta r} C - \frac{3600''\zeta}{206265''\eta r} \times \frac{Dr}{\text{tang. } B} \right) \times 15 d\zeta.$$

ou par $\frac{\Delta'}{r} \times 15 d\zeta$; en supposant

$$\Delta' = \frac{r}{15} - \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times C + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{Dr}{\text{tang. } B}.$$

Le Problème proposé se réduit donc à éliminer dans l'équation

$$dy = \frac{\Delta'}{r} \times 15 d\zeta + d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B} d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times A\right),$$

la valeur $15 d\zeta$ au moyen de son expression la plus générale; & à chercher d'ailleurs l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B} d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times A\right);$$

en ne considérant plus l'incertitude de l'heure que l'on compte à l'instant du phénomène dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase; puisque le terme $\frac{\Delta'}{r} \times 15 d\zeta$ corrige cette incertitude.

(162.) Je ne m'étendrai pas beaucoup sur l'analyse par laquelle on parvient à l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B} d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times A\right).$$

Il est aisé de conclure, en rapprochant ce qui a été démontré dans les différentes sections de l'article II de ce Mémoire, que si l'on conserve les définitions des quantités A, F, C, D , tangente B , sinus $B, N, M, G, H, P, Q, b', \Delta'$, variation hor. (déclin. du ☉), d (déclin. du Soleil), d (latit. du parallèle), a, d (demi-grand axe terrestre), d (inclinaison de l'orbite), d (mouvement horaire de la Lune au Soleil), d (parallaxe horizontale pol. de la Lune), d (parallaxe horizontale du Soleil), d (latitude de la Lune), des $\S. 122, 158 \& 161$, & que l'on suppose d'ailleurs

$$\begin{aligned} \epsilon' &= \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times N + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{Mr}{\text{tangente } B} . \\ \beta' &= - \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times G + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{Hr}{\text{tangente } B} . \\ \varpi' &= \frac{3600'' \zeta a}{\eta r^2} \times P - \frac{3600'' \zeta a}{\eta r^2} \times \frac{Qr}{\text{tangente } B} . \\ \mu' &= \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times A + \frac{3600'' \zeta}{206265'' \eta} \times \frac{Fr}{\text{tangente } B} . \\ \Xi' &= - \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} \times F + \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 \downarrow \pi} \times \frac{Ar}{\text{tangente } B} . \\ \Gamma' &= \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} \times (F - \frac{\theta^l}{\zeta}) - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' \eta \pi} \times (A - \frac{\downarrow l}{\zeta}) \times \frac{r}{\text{tang. } B} . \\ \Theta' &= \frac{3600'' \theta r^2}{206265'' \eta \pi} - \frac{3600'' \downarrow r^2}{206265'' \eta \pi} \times \frac{r}{\text{tangente } B} . \end{aligned}$$

On aura

$$\begin{aligned} & d \left(\frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times F \right) - \frac{r}{\text{tangente } B} d \left(\frac{3600'' \zeta}{\eta r} \times A \right) \\ &= \left\{ \begin{aligned} & + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon'}{r} \text{ var. horaire (déclin. } \odot) + \frac{\epsilon'}{r} d(\text{déclin. du Soleil}) \\ & + \frac{\beta'}{r} d(\text{latitude du parallèle}) + \frac{\varpi'}{r} d(\text{demi-grand axe terrestre}) \\ & + \frac{\mu'}{r} d(\text{inclin. de l'orbite corr.}) + \frac{\Xi'}{r} d(\text{mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) \\ & + \frac{\Gamma'}{r} d(\text{parall. horiz. pol. de la } \odot) - \frac{\Gamma'}{r} d(\text{parall. horiz. du } \odot) \\ & + \frac{\Theta'}{r} d(\text{latitude de la Lune}). \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Donc

$$dy = \left\{ \frac{\Delta'}{r} 15 dz + \frac{b'}{3600''} \times \frac{e'}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot) \right. \\ \left. + \frac{e'}{r} d(\text{déclin. } \odot) + \frac{\beta'}{r} d(\text{latit. du parallèle}) + \&c. \right.$$

(163.) Il reste maintenant à substituer dans l'expression de dy du *paragraphe précédent*, l'expression la plus générale de $15 dz$. Pour y parvenir, je différencierai de toutes les façons possibles l'équation $L - \frac{Ar}{\sin B} = 0$; dans cette différenciation, je regarderai les quantités E & $\frac{r}{\sin B}$ comme connues, conformément aux remarques des §. 51, 52 & 160. Je supposerai pareillement ξ , cosinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil), cosinus (parall. horiz. de la Lune), $\partial, \partial', \tau, \tau', \&c. = r$, attendu l'erreur inappréciable que ces suppositions introduisent dans le résultat. Comme ce ne sont pas des suppositions nouvelles, on peut voir ce que j'ai dit à ce sujet dans les différens paragraphes de ce Mémoire.

(164.) Si l'on conserve toutes les définitions précédentes, & que l'on suppose de plus

$$\epsilon'' = - \frac{Mr}{D}, \quad \beta'' = - \frac{Hr}{D}, \\ \varpi'' = 206265'' \times \frac{Q^a}{Dr}, \quad \mu'' = - \frac{Fr}{D}, \\ \Gamma'' = - \frac{r^2}{\pi} \left(\frac{\frac{\downarrow l}{\zeta} - \frac{L \times \sin B}{r}}{D} \right), \quad \Theta'' = \frac{\downarrow r'}{\zeta \pi D}, \\ \Sigma'' = - \frac{r^2 E \times \sin B}{\zeta \pi D}.$$

Il sera aisé de conclure en rapprochant ce qui a été démontré précédemment, que si l'on différencie l'équation

$$L \times \frac{\sin B}{r} - A = 0,$$

pour en tirer la valeur la plus générale de $d\zeta$; le résultat aura la forme suivante

$$15d\zeta = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{b'}{3600''} \times \frac{L \times \sin B}{\pi D} \text{ var. hor. (parallaxe horizontale pol. de la Lune)} \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon''}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot) + \frac{\varepsilon''}{r} d \text{ (déclin. du } \odot) \\ + \frac{\beta''}{r} d \text{ (latitude du parallèle) } + \varpi'' d \text{ (demi-grand axe terrestre)} \\ + \frac{\mu''}{r} d \text{ (inclin. de l'orbite) } + \frac{\Gamma''}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ - \frac{\Gamma''}{r} d \text{ (parallaxe horiz. du Soleil) } + \frac{\Theta''}{r} d \text{ (latit. de la Lune).} \\ \text{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{r} d \text{ (demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma''}{r} d \text{ (inflexion) } - \frac{\Sigma''}{r} d \text{ (demi-diam. de la } \ominus) \\ \text{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{r} d \text{ (demi diam. du } \odot) - \frac{\Sigma''}{r} d \text{ (inflexion) } + \frac{\Sigma''}{r} d \text{ (demi-diam. de la } \ominus) \end{array} \right.$$

Il est superflu d'avertir que toutes les quantités qui entrent dans cette dernière équation, doivent être évaluées relativement au parallèle qui a observé le contact des limbes comme plus grande phase; on substituera donc dans ces grandeurs l'angle horaire déterminé par les méthodes de l'article III du V.^e Mémoire, c'est-à-dire, Année 1767; l'angle horaire hypothétique.

(165.) Dans l'usage des équations des §. 162 & 164, on doit faire grande attention au signe des quantités tang. B , sin. B ; la règle est fort simple. L'angle B est déterminé par l'équation

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A \left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C \right)}{AD}.$$

Si le numérateur & le dénominateur de la fraction sont tous deux positifs; l'angle est entre 0^d & 90^d ; la tangente, son sinus & son cosinus sont positifs.

Si le numérateur est positif & le dénominateur négatif; l'angle est entre 90^d & 180^d ; la tangente est négative, son sinus positif, & son cosinus négatif.

Si le numérateur & le dénominateur sont tous deux négatifs; l'angle est entre 180^d & 270^d ; la tangente est positive, son sinus & son cosinus sont négatifs.

Si le numérateur est négatif & le dénominateur positif; l'angle est entre 270^d & 360^d ; la tangente & son sinus sont négatifs, son cosinus est positif.

(166.) Il paroîtra peut-être singulier que j'aie laissé l'expression de la tangente de l'angle B sous la forme suivante

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A \left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C \right)}{A D},$$

tandis que cette expression peut se réduire à la forme plus simple

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{\frac{n r^2}{\zeta v} - C}{D};$$

mais on ne doit point regarder la première expression comme superflue. Supposons en effet A successivement positif & négatif; supposons de plus que dans ces deux cas $\frac{n r^2}{\zeta v} - C$ & D soient positifs. Comme dans la seconde équation A est disparu, on aura dans les deux cas une fraction dont le numérateur & le dénominateur seront tous deux positifs; d'où l'on conclura (S. 165) un angle compris entre 0^d & 90^d . Par la première formule au contraire on aura dans le second cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur seront tous deux négatifs; d'où l'on conclura (S. 165) un angle compris entre 180^d & 270^d ainsi qu'il doit être employé dans le calcul.

(167.) On peut maintenant substituer la valeur $15 dz$ dans l'équation

$$dy = \begin{cases} \frac{\Delta'}{r} 15 dz + \frac{y}{3600''} \times \frac{e'}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot) \\ - \frac{e'}{r} d(\text{déclinaison du Soleil}) + \&c. \end{cases}$$

du

du §. 162. On voit par-là que si l'on conserve les définitions des quantités $z, Z, b', A, C, D, F, E, L, N, M, G, H, P, Q$, tangente B , sinus B , $\Delta', e', \beta', \varpi', \mu', \Xi', \Gamma', \odot'$; $e'', \beta'', \varpi'', \mu'', \Gamma'', \odot', \Sigma''$, des §. 122, 158, 161, 162 & 164, & que l'on suppose de plus

$$e = e' + \frac{\Delta' e''}{r}; \beta = \beta' + \frac{\Delta' \beta''}{r}; \varpi = \varpi' + \frac{\Delta' \varpi''}{r};$$

$$\mu = \mu' + \frac{\Delta' \mu''}{r}; \Xi = \Xi'; \Gamma = \Gamma' + \frac{\Delta' \Gamma''}{r};$$

$$\odot = \odot' + \frac{\Delta' \odot''}{r}; \Sigma = \frac{\Delta' \Sigma}{r}.$$

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}$$

$$dy = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\Delta' L \times \sin B}{r \pi D} \text{ var. hor. (parallaxe horiz. pol. de la Lune)} \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{e}{r} \text{ variation horaire (déclinaison du Soleil)} \\ + \frac{e}{r} d \text{ (déclinaison du Soleil)} + \frac{\beta}{r} d \text{ (latitude du parallèle)} \\ + \varpi d \text{ (demi-grand axe terrestre)} + \frac{\mu}{r} d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Xi}{r} d \text{ (mouv. hor. de la } \odot \text{ au } \odot) + \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. de la } \odot) \\ - \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\odot}{r} d \text{ (latitude de la Lune).} \end{array} \right.$$

Contacts intérieurs des limbes.

$$+ \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion)} - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la } \odot).$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$+ \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du } \odot) - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion)} + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi diam. de la } \odot).$$

On aura

$$\text{Longitude } z' - \text{Longitude } Z' = y + dy.$$

(168.) J'ai dit (§. 158) que l'heure z , c'est-à-dire l'heure que l'on compte à l'instant du phénomène dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase, est

Mém. 1770.

Bbb

Année 1767. déterminée par les formules de l'article III.^e de mon V.^e Mémoire ; mais cette détermination est hypothétique, puisqu'elle est un corollaire des élémens hypothétiques employés dans le calcul. Rien de plus simple que d'avoir l'expression générale de l'heure, en supposant variables les élémens de l'Éclipse.

Soit

z l'heure donnée par le calcul hypothétique de l'article III de mon V.^e Mémoire.

$$dz = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{V'}{3600''} \times \frac{L \times \sinus B}{15 \pi D} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la } \odot) \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{e''}{15 r} \text{ variation horaire (déclinaison du Soleil)} \\ + \frac{e''}{15 r} d \text{ (déclinaison du Soleil)} + \frac{\beta''}{15 r} d \text{ (latit. du parallèle)} \\ + \frac{\omega''}{15} d \text{ (demi-grand axe terrestre)} + \frac{\mu''}{15 r} d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Gamma''}{15 r} d \text{ (parall. horiz. pol. de la } \odot) - \frac{\Gamma''}{15 r} d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} \\ + \frac{\Theta''}{15 r} d \text{ (latit. de la Lune).} \\ \text{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{15 r} d \text{ (demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma''}{15 r} d \text{ (inflexion)} - \frac{\Sigma''}{15 r} d \text{ (demi-diam. de la } \odot). \\ \text{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{15 r} d \text{ (demi-diam. du } \odot) - \frac{\Sigma''}{15 r} d \text{ (inflexion)} + \frac{\Sigma''}{15 r} d \text{ (demi-diam. de la } \odot). \end{array} \right.$$

On aura

Heure que l'on compte dans le point du parallèle à l'instant que l'on y observe la phase assignée comme plus grande phase $= z + dz$.

Il est superflu d'avertir que toutes les quantités qui entrent dans cette dernière équation sont en grande partie connues par les calculs des paragraphes précédens.

(169.) Au lieu de déterminer la différence en longitude entre le lieu z' & un autre lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'instant de la conjonction, on peut chercher la diffé-

rence en longitude entre le lieu z' & un autre lieu z'' où l'on aura observé une phase quelconque; rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit y^* & dy^* les valeurs relatives au lieu z'' , on aura

$$\text{Longitude } z' - \text{Longitude } z'' = y - y^* + dy - dy^*.$$

(170.) Dans l'équation précédente, j'ai nommé y^* & dy^* les valeurs relatives au lieu z'' . Ces valeurs se déterminent par les équations du §. 122, en ayant toutefois égard aux remarques détaillées dans ce Mémoire relativement au choix de ces valeurs.

E X E M P L E.

(171.) On suppose que le 1.^{er} Avril 1764, on ait observé à Londres le commencement de l'Éclipse à $9^h 4' 33''$ du matin; que de plus sous le parallèle boréal de $51^d 22' 6''$, on ait observé un contact intérieur du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune comme plus grande phase. On demande, 1.^o l'expression la plus générale de la différence en longitude de Londres & du point du parallèle qui a observé cette phase; 2.^o l'expression la plus générale de l'heure que l'on comptoit dans le lieu à l'instant du phénomène (a).

(a) Ce n'est point le hasard qui m'a fait appliquer la théorie précédente au parallèle boréal de $51^d 22' 6''$. Cette latitude est celle de Rochester. Voici ce qu'on lit relativement à cette ville, dans les Transactions philosophiques, page 171, année 1764.

Extrait d'une lettre du Docteur Bévis à la Société Royale.

Je puis satisfaire votre curiosité, relativement à la limite de l'Éclipse annulaire. Voici ce que me mande de Chatam M. Murray, mon ami, bon Mathématicien & auteur d'un Ouvrage estimé sur la construction des vaisseaux. « Je vous suis obligé » de l'envoi que vous m'avez fait » d'une excellente lunette achroma- » tique, elle m'a paru faire l'effet

d'une lunette ordinaire de douze « pieds. Je m'en suis servi pour ob- « server l'Éclipse de Soleil. J'avois « réglé ma pendule sur un cadran ver- « tical tracé sur le mur de ma mai- « son. . . . Vers 10 heures & demie « l'Éclipse étoit annulaire. L'anneau « dans sa partie la plus déliée n'avoit « d'épaisseur qu'autant qu'il en falloit « pour être aperçu. Il paroissoit dans « la lunette, beaucoup plus mince « qu'un cheveu. On doit conclure « avec certitude de cette observation, « que Chatam n'étoit pas éloigné d'un « mille (& peut-être moins) de la limite « occidentale de l'Éclipse annulaire. « J'ai tout lieu de croire que cette « limite passoit sur le pont de Ro- « chester ou fort près de ce pont. »

Année 1767.

SOLUTION. Les formules de l'article III de mon V.^e Mémoire, donnent dans le système d'éléments hypothétiques du §. 5.

Heure que l'on comptoit à l'instant du phénomène dans le point du parallèle de Rochester qui a observé le contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune comme plus grande phase, c'est-à-dire, la limite occidentale de l'Eclipse annulaire... $22^{\text{h}} 33' 16''$.

Distance à la conjonction..... = $542''$.

Il s'agit donc, 1.^o conformément à ce qui est prescrit dans ce Mémoire, d'évaluer pour l'angle horaire correspondant à $10^{\text{h}} 33' 16''$ du matin & pour une latitude boréale de $51^{\text{d}} 22' 6''$, les quantités y & dy , en ayant grande attention de donner à chacune des grandeurs qui composent ces quantités le signe qui leur convient.

Il s'agit en second lieu, d'évaluer relativement à l'observation de Londres, les quantités y^* & dy^* . On en peut voir les valeurs §. 126.

Quant à la partie du calcul relative au parallèle, on a
 $z = 22^{\text{h}} 33' 16''$, $Z = 22^{\text{h}} 21' 28''$, $b' = + 542''$,
 $A = - 1953$, $C = + 50390$, $D = - 29863$,
 $F = - 7236$, $E = + 98973$, $L = + 1985$,
 $N = + 46076$, $M = - 53991$, $G = + 58350$,
 $H = + 46167$, $P = + 60975$, $Q = + 15570$,
 $\frac{nr^*}{\zeta u} - C = + 143411$, $\text{tang. } B = \text{tang. } 281^{\text{d}} 45' 47'' \dots \text{nég.}$
 $\sinus B = \sinus 281^{\text{d}} 45' 47'' \dots \text{négatif}$, $\Delta' = + 5147$,
 $\epsilon' = + 1972$, $\beta' = - 2338$, $\varpi' = + 0'',045$,
 $\mu' = - 15$, $\Xi' = + 33243$, $\Gamma' = - 66093$,
 $\Theta' = + 67457$, $\epsilon'' = - 180790$, $\beta'' = + 154590$,
 $\varpi'' = - 1'',075$, $\mu'' = - 24230$, $\Gamma'' = + 15977000$,
 $\Theta'' = - 21268000$, $\Sigma'' = - 20711000$, $\epsilon = - 7334$,
 $\beta = + 5619$, $\varpi = - 0'',010$, $\mu = - 1262$,
 $\Xi = + 33243$, $\Gamma = + 756247$, $\Theta = - 1027143$,
 $\Sigma = - 1066000$.

Donc

$$y = + 22^{\text{h}} 33' 16'' - 22^{\text{h}} 21' 28'' - 8' 33'' - 29'' = + 2' 46''.$$

$$dy = \begin{cases} - 0,073 d \text{ (déclinaison du Soleil)} + 0,056 d \text{ (latit. du parallèle)} \\ - 0'',010 d \text{ (demi-grand axe terr.)} - 0,013 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} \\ + 0,332 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) + 7,562 d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) \\ - 7,562 d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} - 10,271 d \text{ (latit. de la Lune)} \\ - 10,660 d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 10,660 d \text{ (inflexion)} \\ + 10,660 d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{cases}$$

Donc

Différence en longitude entre le point du parallèle de Rochester où l'on a cessé de pouvoir observer l'Éclipse annulaire, & l'observatoire de M. Short à Londres

$$= \begin{cases} + 2' 46'',160 - 0,091 d \text{ (déclinaison du Soleil)} \dots \\ - 0,834 d \text{ (comm. de l'Écl. à Londres)} + 0,056 d \text{ (latit. du parall.)} \\ + 0,030 d \text{ (latitude de Londres)} - 0'',066 d \text{ (demi-grand axe terr.)} \\ - 0,008 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} + 3,162 d \text{ (mouv. hor. } \odot \text{ au } \odot) \\ + 7,942 d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) - 7,942 d \text{ (parall. horiz. du } \odot) \\ - 10,998 d \text{ (latit. de la Lune)} - 12,896 d \text{ (demi-diam. du } \odot) \\ - 8,424 d \text{ (inflexion)} + 8,424 d \text{ (demi-diam. de la } \odot) \text{ (a).} \end{cases}$$

(172.) Quant à l'expression de l'heure que l'on comptoit dans le point du parallèle à l'instant du contact des limbes observé comme plus grande phase, on aura

Heure que l'on comptoit dans le point du parallèle à l'instant que l'on y a observé la phase assignée comme plus grande phase

$$= \begin{cases} 22^h 33' 16'' - 0,121 d \text{ (déclinaison du Soleil)} \dots \\ + 0,103 d \text{ (latitude du parallèle)} - 0'',071 d \text{ (demi-grand axe terr.)} \\ - 0,016 d \text{ (inclin. de l'orb. corr.)} + 10,651 d \text{ (parall. horiz. pol. } \odot) \\ - 10,651 d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} - 14,179 d \text{ (latit. de la Lune)} \\ - 13,807 d \text{ (demi-diamètre du Soleil)} - 13,807 d \text{ (inflexion)} \\ + 13,807 d \text{ (demi-diamètre de la Lune).} \end{cases}$$

(a) Suivant les Cartes anglaises, le pont de Rochester est situé entre 2' 40" & 2' 50" à l'orient de Londres.

Ce dernier point me paroît important à constater, ainsi que la latitude du pont de Rochester. L'Académie a lieu

(173.) Qu'il me soit permis de faire une remarque importante. L'équation du §. 169, pour être déterminée, exige que l'on parte d'une observation de phase faite dans un lieu z'' , autrement il est impossible de connoître la partie de l'équation relative au lieu z'' . Lorsqu'il est question d'une Éclipse future, le lieu z'' est inconnu. On peut, il est vrai, substituer à ce lieu, le lieu particulier qui comptera, par exemple, midi ou minuit, ou telle autre heure à l'instant de la conjonction; & alors on aura l'expression la plus générale de la différence en longitude entre ce lieu & le point du parallèle qui observera le contact assigné comme plus grande phase. Mais quel sera le lieu particulier qui comptera midi ou minuit, ou telle autre heure à l'instant de la conjonction? c'est ce qu'on ne peut déterminer qu'hypothétiquement. Il est donc de l'essence du Problème relativement à une Éclipse future, qu'il reste toujours l'incertitude de l'instant physique de la conjonction. Je dis plus; quand même on connoîtroit cet instant physique, & par conséquent la longitude du lieu particulier qui compte telle ou telle heure à l'instant de la conjonction, il resteroit encore un très-grand nombre d'indéterminées. Cette remarque doit faire sentir combien on se feroit illusion si l'on se flattoit de connoître en particulier tel ou tel élément de la Lune par une observation même exacte de la limite de l'Éclipse. Il n'y a certainement qu'un grand nombre d'observations faites dans des lieux éloignés, qui puissent donner une conviction raisonnable; autrement on seroit dans le cas d'attribuer à l'erreur sur tel ou tel élément, ce qui dans la réalité peut être aussi probablement attribué à l'erreur sur un autre élément. Ces réflexions démontrent de plus en plus la vérité de ce que j'ai avancé sur l'importance de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, & sur la rareté d'un phénomène où toutes les circonstances ont concouru à circonscrire les conséquences possibles dans les limites les plus étroites.

d'attendre du zèle de la Société royale, qu'elle donnera les éclaircissemens les plus précis sur ces objets. J'ajouterai que les élémens hypothétiques du *paragraphe 5*, paroissent cadrer aussi

exactement avec l'observation de Nolon qui donne la limite orientale de l'Éclipse annulaire. Je réserve ces détails pour un autre Mémoire.

Détermination de la Zone annulaire.

(174.) J'ai remarqué (*V. Mémoire, §. 93*) que dans nos climats d'Europe l'inflexion des rayons solaires supposée de $4''{,}5$, avoit augmenté d'environ un quinzième la largeur de la bande annulaire; c'est-à-dire, la largeur de la zone où l'on a pu observer l'Éclipse annulaire: je n'avois alors appliqué le calcul qu'à l'inflexion. Il est aisé de sentir que la théorie est beaucoup plus générale, & que le Problème doit se résoudre également en faisant varier un élément quelconque de l'Éclipse. Je me propose de traiter aujourd'hui la question dans la plus grande généralité. Je vais donner l'expression rigoureuse de la largeur de cette zone & de la variation de sa largeur, en supposant variable un élément quelconque. Rien de plus simple que l'analyse du Problème.

Soit

z' le lieu où l'on a observé un contact assigné des limbes comme plus grande phase, sous un parallèle donné.

y & dy des quantités évaluées relativement au lieu z' , par les formules du §. 167.

z'' le lieu où l'on a observé sous le même parallèle le contact relatif des limbes, comme plus grande phase.

y' & dy' des quantités évaluées relativement au lieu z'' , par les formules du §. 167.

Il est évident que l'on aura

Longitude du lieu z'' — longitude du lieu $z' = y' - y + dy' - dy$.

Mais

Longitude du lieu z'' — longitude du lieu z' est l'expression de la largeur de la zone annulaire que nous nous proposons de trouver.

Donc

Largeur de la zone sous chaque parallèle $= y' - y + dy' - dy$.

(175.) Je ne m'étendrai pas davantage sur la question proposée qui, ainsi qu'il est aisé de le voir, est résolue dans toute sa généralité. La quantité $y' - y$ est la largeur hypothétique de la zone; $dy' - dy$ exprime la variation de cette largeur, en supposant variable un élément quelconque.

(176.) Il est aisé de remarquer que dans toutes les équations

de ce Mémoire, d (parallaxe du Soleil) a le même coëfficient que d (parallaxe de la Lune), mais avec un signe contraire. Cette remarque doit faire conclure que les Éclipses de Soleil sont peu propres à donner des lumières sur la distance de ce dernier astre à la Terre. En effet, la théorie des forces centrales ne donne aucune relation entre la distance de la Terre au Soleil & la distance de la Lune à la Terre, puisque les centres des mouvemens de ces astres étant différens, on ne peut rien conclure du rapport des temps des révolutions. Il n'est donc pas possible d'éliminer l'une de ces distances par l'autre, au moyen d'aucune équation tirée de la théorie. L'incertitude de la parallaxe du Soleil est à peine de deux secondes; elle est beaucoup au-dessous de l'incertitude que l'on peut avoir sur la parallaxe de la Lune. Les résultats sont absolument les mêmes, soit que l'on fasse varier la parallaxe du Soleil, soit que l'on fasse varier de la même quantité, mais en sens contraire, la parallaxe de la Lune. Il est donc impossible de démêler dans les phénomènes, si telle ou telle erreur en particulier doit être attribuée à la parallaxe du Soleil, ou à la parallaxe de la Lune. Il n'en est pas de même des passages de Vénus sur le disque du Soleil. Ces phénomènes, par des raisons contraires à celles que je viens d'exposer pour les Éclipses de Soleil, sont très-propres à fixer, autant qu'il est possible, notre incertitude sur la distance du Soleil à la Terre.

Démonstration d'une Proposition énoncée dans le §. 160.

(177.) J'ai dit (§. 160) que si l'on ne suppose qu'une légère variation dans les élémens de l'Éclipse, l'angle B varie d'une manière si peu sensible, qu'on peut le regarder comme rigoureusement déterminé relativement aux différentes questions proposées dans l'article *V* du présent Mémoire; je vais donner sommairement la démonstration de cette proposition.

(178.) Soit

$$C = \frac{egpp\omega}{r^4} + \frac{ehp\phi}{r^3}, \quad D = \frac{egpp\phi}{r^4} - \frac{ehp\omega}{r^3}.$$

On a vu que

Tangente

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{D},$$

& que par conséquent

$$\text{Sinus } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{\sqrt{[D^2 + (\frac{nr^2}{\zeta v} - C)^2]}}.$$

Si l'on cherche la différentielle de tang. B & de sinus B , on aura

$$d(\text{tang. } B) = \frac{\text{tang. } B}{\frac{nr^2}{\zeta v} - C} \times [d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) - \frac{\text{tang. } B}{r} \times dD];$$

$$d(\text{sinus } B) = \frac{\text{sinus } B}{(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) \times \text{tang. } B} \times [d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) - \frac{\text{tang. } B}{r} \times dD].$$

Je désignerai par (A) & (B) les deux équations précédentes.

(179.) Si l'on conserve les définitions de $A, F, L, Z, z, y, \Delta'$ des §. 158 & 161, j'ai fait voir que l'on a les deux équations suivantes,

$$L \times \frac{\text{sinus } B}{r} - A = 0;$$

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}.$$

J'ai donné (§. 162) la valeur de la différentielle de y , en ne supposant de constant que l'angle B , & dans cette dernière équation j'ai fait voir comment on éliminoit dZ au moyen de

$$\text{l'équation } L \times \frac{\text{sinus } B}{r} - A = 0, \text{ différenciée pareillement}$$

dans la supposition de l'angle B constant. Il est donc sensible que les termes négligés dans la valeur de dy , & qui empêchent que son expression ne soit la plus générale qu'il est possible, sont

1.^o ceux qui dans la différenciation de l'expression de y seroient venus du développement du terme $-\frac{3600'' \zeta A}{nr} \times d(\frac{r}{\text{tang. } B})$;

2.^o ceux qui, lors de l'élimination de dZ dans le terme $\frac{\Delta'}{r} \times 15 dZ$ du §. 162, ont été omis par le défaut de

généralité absolue de la valeur de $d\zeta$. Examinons ce que nous aurions donné ces développemens.

(180.) Pour nous fixer, je remarque que les termes omis dans la valeur la plus générale de $d\zeta$, ont la forme suivante,

$$15 d\zeta + 206265'' \times \frac{L \times \text{tang. } B}{r^2 \left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C \right)} \times (d \sin B) = 0.$$

Il est donc sensible que les termes négligés dans la valeur de dy , & qui empêchent que son expression ne soit la plus générale qu'il est possible, peuvent être représentés par

$$dy = -206265'' \times \frac{L \Delta' \times \text{tang. } B}{r^2 \left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C \right)} \times d(\sin. B) + 3600'' \times \frac{\zeta A}{n \times \text{tang. } B} \times d(\text{tang. } B).$$

Je désignerai par (C) & (D) ces deux dernières équations. Comme ces équations renferment $d(\sin B)$, $d(\text{tang. } B)$, & que ces quantités $(S. 178)$ renferment elles-mêmes dD & $d\left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)$, il s'agit, avant tout, d'avoir l'expression la plus générale de dD & de $d\left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)$.

(181.) Si l'on conserve les définitions précédentes de b' , variation horaire (déclinaison du Soleil), d (déclinaison du Soleil), d (latitude du parallèle), a , d (demi-grand axe terrestre), d (inclin. de l'orbite corrigée), d (mouv. horaire de la Lune au Soleil), d (parallaxe horiz. du Soleil), d (parallaxe horiz. polaire de la Lune); on aura par des calculs entièrement semblables aux autres calculs de ce Mémoire,

$$dD = \left\{ \begin{array}{l} + \left[\frac{chpp\phi\Omega}{qr^3\chi} + \frac{cgp}{r^3} \left(\frac{\phi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi} \right) \right] \times \left(\frac{b'}{3600''} \times \frac{\text{var. hor. (décl. } \odot)}{206265''} + \frac{d(\text{décl. } \odot)}{206265''} \right) \\ + \left(\frac{p\omega h s}{r^3} - \frac{pp\phi g s}{r^4} \right) \times \frac{d(\text{latitude du parallèle})}{206265''} \\ + \left(\frac{cgp\phi}{r^3} - \frac{ch\omega}{r^2} \right) \times \left(r + \frac{s^2}{r} \right) \times \frac{a}{r^2} \times d(\text{demi-grand axe terr.}) \\ - \left(\frac{cgp\phi\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\phi}{r^3} \right) \times \frac{d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''} \\ + \left(\frac{chpp\phi}{r^3} + \frac{cgp\omega}{r^3} \right) \times \frac{15 d\zeta}{206265''} \end{array} \right.$$

$$d\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right) = \left\{ \begin{array}{l} - \left[\frac{chpp\omega\Omega}{qr^3\chi} + \frac{cgp}{r^3} \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\downarrow}{r\chi} \right) \right] \times \left(\frac{b'}{3600''} \times \frac{\text{var. hor. (décl. } \odot)}{206265''} + \frac{d(\text{décl. } \odot)}{206265''} \right) \\ + \left(\frac{p\phi hs}{r^3} + \frac{p\phi\omega gs}{r^4} \right) \frac{d(\text{latitude du parallèle})}{206265''} \\ - \left(\frac{cgp\omega}{r^3} + \frac{ch\phi}{r^2} \right) \times \left(r + \frac{s^2}{r} \right) \times \frac{a}{r^2} d(\text{demi-grand axe terr.}) \\ - \left(\frac{cgp\phi\phi}{r^4} - \frac{ch\phi\omega}{r^3} \right) \frac{d(\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''} \\ + \frac{r^3}{\zeta v\downarrow\pi} \times \frac{d(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil})}{206265''} \\ - \frac{nr^3}{\zeta v\pi} \times \frac{d(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune})}{206265''} \\ + \frac{nr^3}{\zeta v\pi} \times \frac{d(\text{parallaxe horizontale du Soleil})}{206265''} \\ - \left(\frac{chpp\omega}{r^4} - \frac{cgp\phi\phi}{r^3} \right) \times \frac{15d\zeta}{206265''} \end{array} \right.$$

(182.) Pour favoir maintenant à quoi s'en tenir sur la valeur des quantités négligées; dans l'équation (B) du §. 178, je substitue les valeurs de dD & de $d\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)$ du §. 181, & j'en conclus l'expression générale de $d(\sinus B)$; je substitue cette expression dans l'équation (C) du §. 180, & j'en tire une équation (E) qui me donne la valeur de $d\zeta$, c'est-à-dire l'erreur sur l'instant précis de la plus grande phase, due à la variation de l'angle B . Je cherche pareillement l'expression générale de $d(\tan g. B)$; dans l'équation (D) du §. 180, je substitue à $d(\sinus B)$ & à $d(\tan g. B)$, leur expression générale. J'élimine $d\zeta$ par le moyen de l'équation (E), & j'ai l'expression de l'erreur de la longitude, due à la variation de l'angle (B). Il ne s'agit plus que d'appliquer le calcul aux circonstances les plus défavorables à la méthode.

(183.) La forme des équations précédentes fait voir qu'une des circonstances les plus défavorables est celle où A & L ayant leurs plus grandes valeurs, $\frac{nr^2}{\zeta v} - C$ & $\tan g. B$ ont en même temps les plus petites valeurs possibles. J'ai fait voir dans le cours

de cet Ouvrage, que si l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764 étoit arrivée à l'instant de l'équinoxe, avec une latitude de la Lune, de 27' 46" boréale, toutes les autres données de l'Éclipse étant d'ailleurs les mêmes, on se seroit trouvé dans ces circonstances, relativement au lieu qui sous l'Équateur auroit observé un contact extérieur des limbes à midi; il s'agit donc d'appliquer le calcul à cette hypothèse. Si l'on exécute ce travail, on trouvera un résultat presque nul, même pour la circonstance singulière que je viens d'indiquer. Dans le cas des calculs du §. 171, l'erreur eut été absolument nulle. On voit maintenant avec quelle restriction la proposition du §. 160 doit être énoncée. Au reste, si l'on croyoit devoir pousser l'exactitude au point de ne pas négliger les termes dûs à la variation de l'angle *B*, on pourroit y avoir égard au moyen des équations que je viens de développer.

Méthode pour déterminer la Longitude du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant vrai de la conjonction, & l'erreur des Tables astronomiques, soit en longitude, soit en latitude.

(184.) Je terminerai ce Mémoire par la détermination de la Longitude du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; & par la détermination de l'erreur des Tables astronomiques en longitude & en latitude. Rien de plus simple que la solution de ces questions.

Soit

Longitude des Tables du Soleil, la longitude du Soleil donnée par les Tables. Cette longitude est celle qui répond à l'instant de la conjonction donné par les Tables.

d (longitude du Soleil), l'erreur de la longitude des Tables du Soleil exprimée en secondes de degré. Cette erreur doit se déterminer immédiatement par observation, en comparant, par exemple, le Soleil à une Étoile, & en voyant combien le lieu observé diffère du lieu calculé.

Mouvement horaire du Soleil, le mouvement horaire du Soleil, donné par les Tables, & exprimé en secondes de degré.

Latitude des Tables de la Lune, la latitude de la Lune donnée par

les Tables. Cette latitude est celle qui répond à l'instant de la conjonction donné par les Tables.

Mouvement horaire de la Lune en longitude, le mouvement horaire de la Lune en longitude exprimé en secondes de degré.

Mouvement horaire de la Lune en latitude, le mouvement horaire de la Lune en latitude exprimé en secondes de degré.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables, jusqu'à l'instant vrai de la conjonction.

d' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant vrai de la conjonction, jusqu'à celui que l'on conclut des observations.

Latitude hypothétique de la Lune, la latitude de la Lune que l'on conclut des observations, & qui répond à l'instant de la conjonction déduit des observations.

d (latitude de la Lune), la différence entre la latitude vraie de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction déduit des observations, & la latitude hypothétique que l'on conclut de ces memes observations.

Il est évident, d'après ces définitions, que l'on aura

$$\text{Longitude du Soleil } \odot \text{ de la Lune à l'instant vrai de la conjonction} \\ = \text{longit. des Tables du } \odot + d(\text{longit. du } \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. du } \odot.$$

$$\text{Longitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction conclu des observations} \\ = \left\{ \begin{array}{l} \text{longit. des Tables du } \odot + d(\text{longit. du } \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. du } \odot \\ + \frac{db'}{3600''} \text{ mouvement horaire de la Lune en longitude.} \end{array} \right.$$

$$\text{Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction conclu des observations} \\ = \text{latitude hypothétique de la Lune} - d(\text{latitude de la Lune}).$$

Erreur des Tables lunaires en longitude

$$= -d(\text{longit. } \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. } \odot \text{ en longit.} - \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. } \odot.$$

Erreur des Tables lunaires en latitude

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{latitude des Tables de la } \odot + \left(\frac{b' + db'}{3600''} \right) \text{ mouv. hor. } \odot \text{ en latit.} \\ - \text{latitude hypothétique de la Lune} + d(\text{latitude de la Lune}). \end{array} \right.$$

(185.) Dans l'usage de ces formules

La longitude des Tables du Soleil, le mouvement horaire du Soleil, le mouvement horaire de la Lune en longitude, sont toujours positifs.

d (longitude du Soleil) est positif si le Soleil est plus avancé dans son orbite que ne le supposent les Tables astronomiques.

d (longitude du Soleil) est négatif dans le cas contraire.

La latitude des Tables de la Lune est positive si la latitude de la Lune est boréale; elle est négative si la latitude de la Lune est australe. Il en est de même de la latitude vraie, & de la latitude hypothétique de la Lune.

Le mouvement horaire de la Lune en latitude est positif lorsque l'Eclipsé arrive dans le nœud ascendant; il est négatif dans le cas contraire.

d (latitude de la Lune) est positif si la latitude que l'on conclut des observations, est plus boréale ou moins australe que la latitude vraie de la Lune.

d (latitude de la Lune) est négatif dans le cas contraire.

b' est positif lorsque l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques, précède le véritable instant de la conjonction.

b' est négatif dans le cas contraire.

db' est positif lorsque le véritable instant de la conjonction précède celui que l'on conclut des observations.

db' est négatif dans le cas contraire.

L'erreur des Tables en longitude est positive lorsque les Tables donnent à la Lune une longitude plus grande qu'elle n'a réellement; l'erreur est négative dans le cas contraire.

L'erreur des Tables en latitude est positive lorsque les Tables donnent à la Lune une trop grande latitude boréale ou une trop petite latitude australe; l'erreur est négative dans le cas contraire.

(186.) Lorsque l'on calcule, il est rare que l'on ait égard à la quantité d (longitude du Soleil); on suppose de plus d (latitude de la Lune) $= 0$; db' $= 0$; car on croit toujours employer la véritable latitude de la Lune & le véritable instant de la conjonction; j'ai cependant préféré de laisser ces quantités dans les équations précédentes, afin que l'on soit averti du genre d'incertitude qu'il est impossible d'éviter entièrement. Au reste, ces incertitudes sont d'autant plus légères, que l'on est plus assuré du résultat des observations.

(187.) Appliquons ces principes à la détermination de l'erreur; soit en longitude, soit en latitude, des nouvelles Tables de M.^{rs} Mayer & Clairaut, pour l'Eclipsé du 1.^{er} Avril 1764.

Fig. 1.

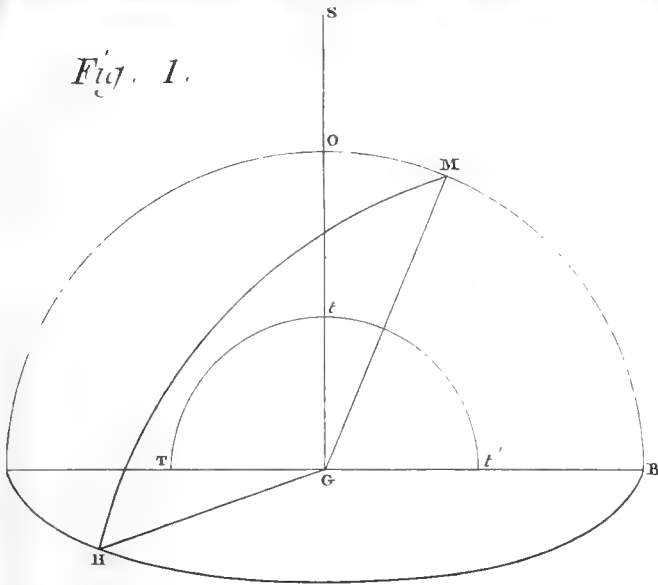
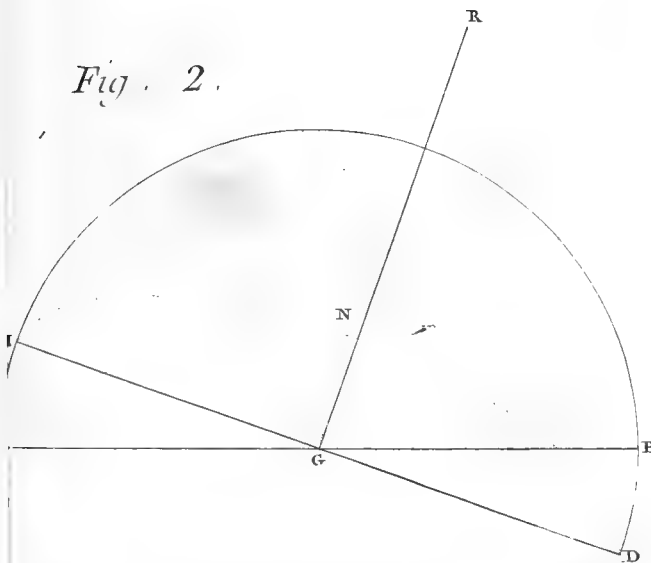


Fig. 2.



Pla I.

Fig. 1

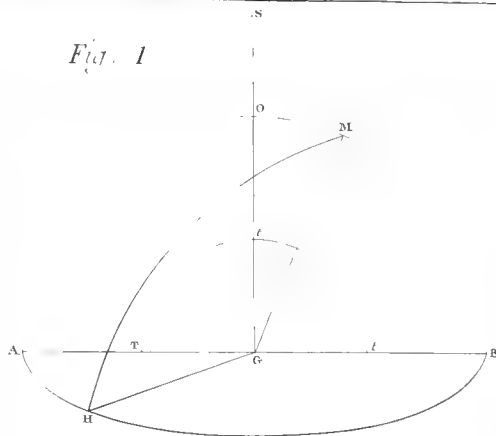
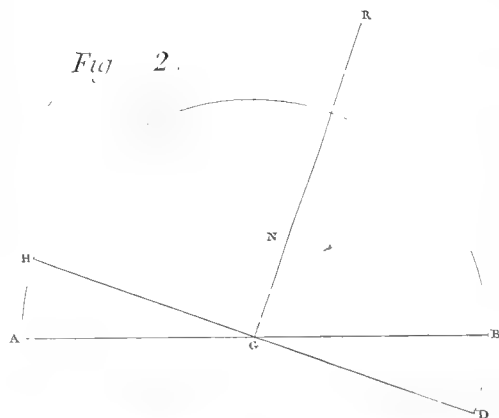


Fig. 2



Si les élémens hypothétiques du §. 5 sont exacts, ainsi que j'ai lieu de le croire; on a

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction,
dans l'observatoire de M. Short à Londres... $22^h 21' 28''$
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction... $0. 39. 32,0$ boréale.

Suivant les nouvelles Tables de M. Mayer, on a

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction,
dans l'observatoire de M. Short..... $22^h 19' 7'',5$
Longitude des Tables du Soleil..... $0^f 12^d 9. 53,5$
Latitude des Tables de la Lune..... $39. 36,0$
Mouvement horaire du Soleil..... $2. 27,6$
Mouvement horaire de la Lune en longitude..... $29. 40,2$
Mouvement horaire de la Lune en latitude..... $2. 43,5$

Donc $b' = 140'',5$; donc, si l'on suppose d'ailleurs

d (longitude du Soleil) $= 0$, d (latitude de la Lune) $= 0$, $d' = 0$;
on aura

Erreur en longitude des nouvelles Tables de M. Mayer. $= + 63'',7$
Erreur en latitude des nouvelles Tables de M. Mayer. $= + 10,4$

(188.) Si l'on avoit appliqué le calcul aux nouvelles Tables de M. Clairaut, on auroit eu

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction,
dans l'observatoire de M. Short..... $22^h 22' 17'',3$
Longitude des Tables du Soleil..... $0^f 12^d 10. 1,3$
Latitude des Tables de la Lune..... $39. 44,2$
Mouvement horaire du Soleil..... $2. 27,7$
Mouvement horaire de la Lune en longitude... (*) $29. 38,7$
Mouvement horaire de la Lune en latitude... (*) $2. 43,6$
Erreur en longitude des nouvelles Tables de M. Clairaut — — $22,3$
Erreur en latitude des nouvelles Tables de M. Clairaut $= + 10,0$

Au reste l'exactitude de ces résultats est subordonnée à l'exactitude des élémens hypothétiques & aux remarques du §. 186.

(189.) On voit par-là, que pour l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, les nouvelles Tables de M.^{rs} Mayer & Clairaut donnent

(*) Ces résultats sont plus conformes aux Tables de M.^r Clairaut, que ceux du paragraphe 186.

à la Lune la même latitude; mais qu'elles donnent à cet astre une longitude qui diffère de 86". Je crois pouvoir répondre de ces calculs; si cependant l'on étoit curieux de les vérifier, voici des résultats dont il faudroit s'assurer.

31 Mars 1764,

22^h 21' 56" temps vrai }
22. 25. 40 temps moyen } à Greenwich.

Tables de MAYER... $\overset{\text{Longitude du } \odot.}{0^{\circ} 12^{\circ} 9' 59",3} \dots \overset{\text{Longitude de la } \odot.}{0^{\circ} 12^{\circ} 11' 3"} \dots \overset{\text{Latit. de la } \odot.}{39' 42",4}$

22^h 31' 12" temps vrai }
22. 34. 56 temps moyen } à Paris.

Tables de CLAIRAUT $0^{\circ} 12^{\circ} 9' 37" \dots 39' 42",0$

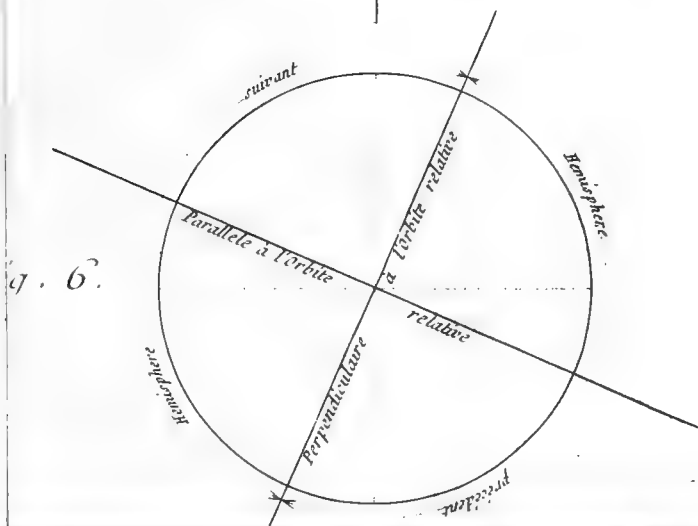
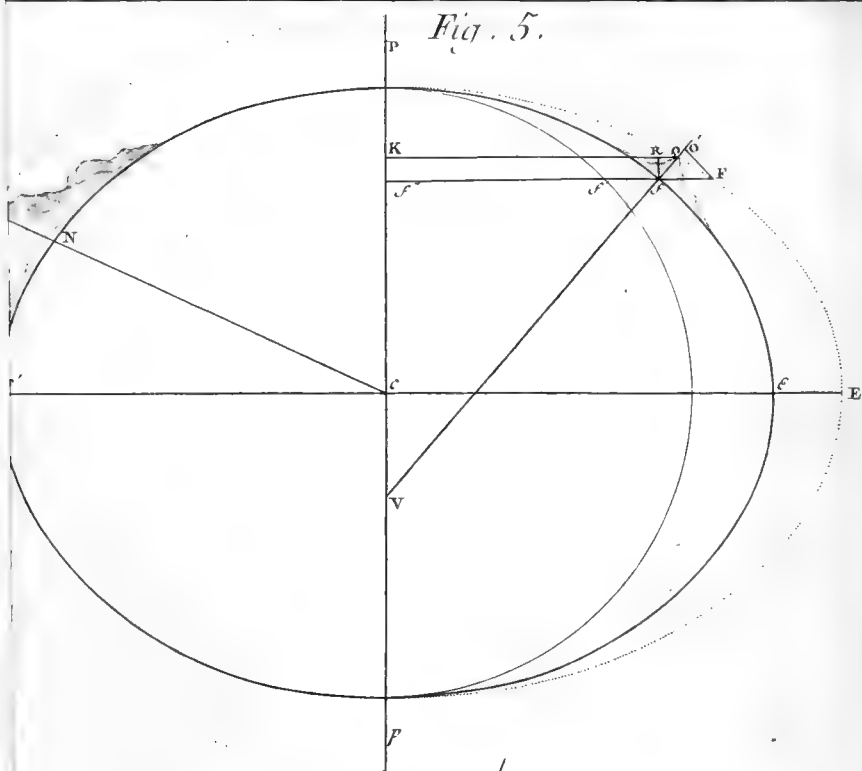
(190.) Sans vouloir prononcer sur le mérite des différentes Tables Astronomiques; je dois à la mémoire de M. Clairaut, de dire ici que dans le petit nombre de circonstances où j'ai eu occasion de vérifier ses nouvelles Tables, j'ai trouvé l'accord le plus satisfaisant entre leurs résultats & les observations *.

(191.) Je me propoisois de donner ici l'application des formules précédentes aux observations faites en Europe le 1.^{er} Avril 1764; la longueur de ce Mémoire m'oblige de remettre à une autre année la publication de cette partie de mon travail, qui pourra mériter quelque attention par la généralité des calculs. J'observe en finissant que si, dans l'équation de condition entre le commencement & la fin de l'Eclipsé observés à Vienne, du *S. 143*, on supposoit, conformément à la remarque du *S. 34*, d (demi diamètre du Soleil) = 5", & que l'on cherchât la valeur de d (instant de la fin de l'Eclipsé), d (instant du comm. de l'Eclipsé), toutes les autres données étant d'ailleurs supposées exactes, on auroit, par un résultat moyen, une durée de l'Eclipsé plus grande d'environ 30" que la durée observée.

* Éclipses de Soleil des 26 Octobre 1753, 1.^{er} Avril 1764, 16 Août 1765, 5 Août 1766, 4 Juin 1769.



REMARQUES



REMARQUES

SUR LA

STRUCTURE DU CANAL THORACHIQUE

ET SUR CELLE

DU RÉSERVOIR DU CHYLE.

Par M. PORTAL.

LES anciens Anatomistes n'ont eu aucune connoissance du canal thorachique. Eustache est le premier qui l'ait entrevu, encore n'est-ce que dans le cheval. Pecquet plutôt conduit par son génie que par ses lectures, a ajouté aux travaux de ce grand homme. Bartholin profita des recherches de Pecquet & a excité la curiosité de Van Horne son condisciple & son ami, qui a donné une plus ample description du canal thorachique & du réservoir du chyle. Duverney a été plus loin; ses travaux sont précieux, nous en rendrons compte.

Ces hommes célèbres ont eu le même objet, & l'ont diversément rempli; la Nature ne se montre pas d'une manière uniforme à tous ceux qui l'étudient. Eustache ne vit dans le cheval qu'une veine blanche qui s'ouvroit d'une part dans la veine sous-clavière gauche & de l'autre dans le bas-ventre; il n'a pu acquérir ni donner des notions plus positives.

Pecquet a été plus loin, il a connu l'aboutissant des vaisseaux lactés au canal thorachique; il a cité Azellius, mais n'a point fait mention du célèbre Eustache. Pecquet, cet illustre Anatomiste, Membre distingué de cette Compagnie, a admis dans le point de réunion de ces vaisseaux, une vésicule qu'il a nommée le réservoir du chyle, *receptaculum chyli*; il s'est opposé aux sentimens de ceux qui pensoient qu'il y avoit des vaisseaux lactés destinés à porter le chyle au foie ou à la veine-cave; il a avancé que le canal thorachique se terminoit par deux rameaux aux veines

Mém. 1770.

D d d

jugulaires, ainsi chaque veine jugulaire étoit pourvue d'une branche particulière du canal thorachique.

Peu satisfait des travaux d'Eustache & de Pecquet, Van Horne a fait de nouvelles recherches & nous les a transmises; son objet principal, c'est que le canal thorachique se termine simplement à la veine sous-clavière gauche & non à la droite, ou à toutes les deux. Rudbeck a fait usage de cette réflexion.

Conduit par un génie observateur & orné d'une érudition profonde, Thomas Bartholin vit les vaisseaux lactés se terminer & s'ouvrir dans le canal thorachique, lequel à son tour, aboutissoit dans la veine sous-clavière gauche.

Ces Anatomistes ont eu différens sectateurs, & par-là les sentimens ont été divisés. Si un Anatomiste judicieux a ajouté quelques remarques à celles de ces grands hommes, il a adopté leurs préjugés ou leurs observations infidèles, & a rendu ses descriptions informes. L'autorité d'un grand nom nous induit souvent en erreur.

Rempli de doutes & pénétré des contradictions apparentes que je venois de lire dans les auteurs cités, je crus ne devoir m'en rapporter qu'à moi-même. Je consultai la Nature, & mes travaux ne m'ont point paru inutiles: en voici le résultat.

Le réservoir du chyle, tel que Pecquet & ses sectateurs l'ont admis, est un être de raison dans l'homme, au moins dans le plus grand nombre; le chyle porté par les vaisseaux lactés, au canal thorachique, ne s'épanche pas dans une vésicule, les vaisseaux lactés s'ouvrent immédiatement dans le canal thorachique dont le diamètre est à ce point de réunion un peu plus large qu'ailleurs; j'ai compté jusqu'à neuf rameaux lactés, qui perçoient le canal thorachique; ils s'y insinuent à quelques lignes de distance les uns des autres.

Les vaisseaux lactés qui serpentent entre les lames du mésentère, s'insinuent vers la colonne vertébrale, & s'abouchent à la partie inférieure du canal thorachique, j'en ai compté jusqu'à cinq, qui venoient du milieu du mésentère; les canaux collatéraux montent un peu plus haut dans la poitrine; & à proportion qu'ils sont éloignés de l'axe du corps vers le bas-ventre, ils s'élèvent davantage; dans la poitrine, les rameaux latéraux s'ouvrent quelquefois tout

autour du canal thorachique, en sorte qu'il en résulte une espèce d'anneau vasculaire.

Cet appareil de vaisseaux est recouvert par une lame de tissu cellulaire qui forme une espèce de sac membraneux ; on aperçoit sur sa surface différentes élévations & dépressions ; sa figure a quelque ressemblance à une vésicule séminale gonflée d'air, la base de ce tissu cellulaire répond aux vaisseaux chylifères & en recouvre les extrémités, sa pointe embrasse le canal thorachique, plusieurs filets de tissu cellulaire s'inclinent vers les vaisseaux lactés & forment différentes cloisons en produisant des gaines particulières à chaque vaisseau.

Un observateur un peu judicieux, découvrira sans peine cette structure dans la plupart des sujets. Si l'on souffle dans le canal thorachique, en dirigeant le tube vers les canaux laiteux, on les voit se gonfler & s'élever en tirillant le tissu cellulaire qui les revêt ; l'air ne sort pas de ces canaux si l'on incise latéralement le tissu cellulaire, ce qui prouve que les vaisseaux s'ouvrent immédiatement dans le canal thorachique & qu'il n'y a point de réservoir dans lequel le chyle s'épanche.

On peut même, sans toutes ces précautions, séparer dans certains sujets, les canaux du tissu cellulaire qui les recouvre ; cette séparation étoit très-facile dans un jeune homme mort d'atrophie, que j'eus occasion de disséquer l'année dernière, au Collège royal de France. Les vaisseaux chylifères & le canal thorachique remplis d'une lymphe épaisse, formoient des cordes solides qu'on dégagoit sans peine du tissu cellulaire ; la masse cellulaire qui en a imposé aux Anatomistes, qui l'ont prise pour le réservoir du chyle, se remplit de sérosités dans quelques anasarques, sans que les vaisseaux lactés en soient abreuvés, le souffle pénètre ceux-ci sans s'insinuer dans les vides du tissu cellulaire, à moins qu'on ne pousse l'air avec trop de force & qu'on ne déchire ces vaisseaux. Si la Nature varie à cet égard, cela est très-rare ; je n'ai jamais trouvé dans l'homme de réservoir pareil à celui dont Pecquet nous a donné la description, & que les Anatomistes ont en général adopté ; cependant je puis assurer avoir examiné distinctement, dans plus de trente sujets, le confluent des vaisseaux lactés dans le canal thorachique.

Dans le rat & dans le lapin, ces parties sont si délicates, qu'on ne peut distinguer si ces animaux ont un réservoir ou si les vaisseaux lactés vont immédiatement aboutir au canal thorachique; les objets sont plus faciles à distinguer dans le chien, il est pourvu d'un réservoir, & comme c'est sur lui que Pecquet a fait ses recherches, il a cru être en droit d'appliquer à l'homme ce qu'il n'avoit vu que sur cet animal: méthode pernicieuse, qui a si souvent induit en erreur les Anatomistes les plus versés dans leur art.

Le paquet de tissu cellulaire qui lie les extrémités thorachiques des vaisseaux lactés, est chez les enfans extrêmement mollassé; mais les feuillettes s'appliquant les uns contre les autres avec l'âge, il en résulte une espèce de membrane, structure qui a trompé les Anatomistes.

Le chat n'a point de réservoir particulier, mais les vaisseaux lactés se terminent dans le bas-ventre à un ou deux canaux qui passent derrière les piliers du diaphragme & qui vont aboutir aux veines sous-clavières.

Dans l'homme, la réunion des vaisseaux lactés au canal thorachique se fait vers la deuxième vertèbre lombaire, entre les piliers du diaphragme & non par-dessous comme plusieurs l'ont avancé; ces vaisseaux en sont même assez éloignés pour être toujours à l'abri de la compression. L'écureuil & le singe ont, suivant M. Ferrein, plusieurs réservoirs apparens, & très-aisés à apercevoir; ils ont aussi autant de canaux thorachiques: j'ai ouvert, à ce dessein, quelques poissons qui avoient plusieurs canaux thorachiques, la baudroie (*rana piscatrix*, Bellon) en a deux, & le dauphin, suivant M. Ferrein, en a jusqu'à sept.

Dans l'homme on trouve quelquefois le canal thorachique divisé en plusieurs rameaux qui se rejoignent avant que de parvenir à la veine sous-clavière. M. Duverney, dont le souvenir sera toujours cher aux Anatomistes françois, a entrevu plusieurs particularités relatives à la description que j'ai donnée du confluent des vaisseaux lactés dans le canal thorachique; il nous a averti que trois filets lacteux aboutissoient immédiatement au canal thorachique: cependant leur nombre est beaucoup plus grand, comme je l'ai déjà avancé. Ce grand homme n'a pas non plus parlé du tissu cellulaire

qui revêt cet appareil vasculaire; mais Ruysch s'est contenté de dire que dans l'homme il n'y avoit point de réservoir du chyle*, & il paroît que Loescher a profité de cette remarque; cet Anatomiste a encore avancé que le réservoir de Pecquet n'existoit pas dans l'homme.

* Voyez *Philosophie de l'Anat.*
t. III, p. 287;
t. IV, p. 591.

On doit faire attention quand on se livre à de pareilles recherches sur le cadavre humain, de ne pas prendre pour des vaisseaux lacteux des ramifications d'artères ou de veines sanguines, mais vides de sang, qui serpentent sur & entre les lames du tissu cellulaire du faux réservoir: j'ai vu dans un cadavre d'enfant injecté, un petit tronc artériel qui sortant de la partie postérieure & latérale droite de l'aorte, fournissoit plusieurs ramifications, dont le plus grand nombre pénétoit le tissu cellulaire, d'autres entouraient le canal & fournissoient de nouvelles branches.

On trouve aussi plusieurs vaisseaux lymphatiques, dont les uns rampent sur le faux réservoir sans le pénétrer; d'autres s'enfoncent entre les lames du tissu cellulaire & s'abouchent avec quelques-uns des vaisseaux lacteux. Il est aussi des sujets dans lesquels on trouve quelques-uns des vaisseaux lactés dilatés, variqueux, pour ainsi dire; or alors, on pourroit très-bien les prendre pour le vrai réservoir; ils en diffèrent cependant, car à côté d'eux on trouve toujours d'autres vaisseaux du même genre, mais d'un moindre diamètre, lesquels aboutissent immédiatement dans le canal thorachique; quelquefois l'un de ces canaux est obstrué & oblitéré par une espèce de matière gypseuse, c'est ce que j'ai vu dans un cadavre dont les glandes mésentériques étoient fort gonflées par obstruction. Le sujet étoit assez gras, c'est ce qui me détermina à rechercher, plus scrupuleusement, comment le chyle avoit pu parvenir au canal thorachique; or, je découvris à côté du vaisseau obstrué d'autres vaisseaux libres, & qui s'inséroient dans le canal thorachique, au-dessus de l'obstruction.

Par-dessus tout cet appareil, on aperçoit dans l'homme un canal qui se plonge derrière la plèvre, plus ou moins éloigné de l'aorte, il est placé un peu sur le côté droit de la colonne épinière, sa marche change vers la quatrième vertèbre dorsale, & s'insinue vers le côté gauche, passe obliquement sur les corps

de la quatrième & troisième vertèbre du dos; il grossit ici sensiblement & forme une courbe dont la convexité est dirigée vers le côté gauche & la concavité vers le côté droit; le canal thorachique fait encore un autre contour, mais qui n'est pas si exprimé vers la septième, huitième & neuvième vertèbre dorsale; il s'incline vers les côtes droites, & il est dans cet espace plus éloigné de l'aorte, qu'il n'est depuis la quatrième vertèbre du dos jusqu'à la première vertèbre lombaire, dans cet intervalle l'œsophage couvre le canal thorachique.

Le canal thorachique se glisse derrière l'aorte, vers la quatrième vertèbre dorsale, passe derrière la bronche gauche & se termine à la sous-clavière gauche, proche la jugulaire; au-dessous d'elle & plus en dehors, il serpente entre les tuniques de la veine & parcourt l'espace de quatre à cinq lignes; l'ouverture est ovale & il n'y a aucune valvule particulière dans le canal thorachique, les valvules qu'on observe appartiennent à la veine sous-clavière; car le canal thorachique s'ouvre ordinairement au-devant d'elles vers le cœur.

Le canal thorachique se termine ordinairement du côté gauche (a), rarement trouve-t-on deux rameaux, dont l'un s'ouvre dans la sous-clavière, & l'autre dans la jugulaire (b). Van Horne a eu raison d'avertir que le canal thorachique se terminoit à la sous-clavière gauche & non à la droite, & Pecquet a appliqué sans raison au cadavre humain les découvertes faites dans le chien. Pour m'assurer du fait, j'ai ouvert plusieurs chiens, j'ai vu qu'ils avoient ordinairement deux canaux thorachiques, qui communiquoient entr'eux par quatre ou cinq rameaux obliques; ces deux canaux pénètrent les sous-clavières qui leur correspondent.

Cette remarque est de la plus grande conséquence, il ne faut pas indistinctement appliquer à l'homme les découvertes faites sur les animaux. Thomas Bartholin qui vivoit du temps de Pecquet; osa le contredire sur ce point, mais plusieurs Anatomistes qui

(a) Bohemer a vu ce canal s'ouvrir dans la veine sous-clavière droite. *Obs. Anat. fasciculus, in-folio.*

(b) Et Cowper dit qu'on a vu ce canal s'insérer dans la jugulaire & non dans la sous-clavière gauche. *Anat. corp.*

lui ont succédé, ont admis l'erreur sans s'en douter; ils eussent tenu un langage plus conforme à la vérité, s'ils eussent fait une application au corps humain de la description qu'Eustache a donné du canal thorachique du cheval; suivant cet Anatomiste, ce conduit se termine à la veine sous-clavière gauche.

Le canal thorachique n'est pas conique comme Van Horne l'a avancé, & comme plusieurs Anatomistes l'ont écrit après lui, il est ordinairement rétréci vers la cinquième & sixième vertèbre du dos; il se dilate vers le haut, & cette dilatation est si sensible dans quelques sujets, qu'il est plus gros en haut & vers la sous-clavière gauche, qu'il ne l'est vers les dernières vertèbres dorsales. En examinant ce surcroît de capacité dans le haut du canal, je présentai qu'il y avoit des vaisseaux de communication; je fis de nouvelles recherches, & elles ne furent point inutiles; j'aperçus immédiatement au-dessous de la bronche gauche, un vaisseau blanchâtre qui s'y abouchoit, ce vaisseau se déchira dans le temps que je travaillois à découvrir sa situation & sa structure.

Je fus plus heureux dans une autre circonstance, j'introduisis de l'air dans les vaisseaux lymphatiques de Willis qui serpentent sur la surface extérieure des poumons, & qui sont logés dans les interstices des lobes de ce viscère, l'air pénétra dans le canal thorachique, j'en cherchai la voie de communication, & je vis qu'au dessous des deux lobes supérieurs du poumon droit & gauche, il y avoit deux petits tuyaux lymphatiques qui se rendoient dans le canal thorachique: à l'embouchure de chacun d'eux, il y a une valvule dont le bord supérieur est flottant & l'inférieur est adhérent au canal thorachique; l'on observe dans ce point de jonction une ligne saillante produite vraisemblablement par l'entrelassement des fibres du canal thorachique & de celles de la valvule. Il paroît que Bils, dont le témoignage n'est pas, à la vérité, d'un grand poids en Anatomie, avoit cependant observé la dilatation du canal thorachique dans son extrémité supérieure; lorsqu'il dit avoir découvert un nouveau réservoir proche des sous-clavières, auquel vont aboutir un grand nombre de vaisseaux qu'il nomme *rorifères*.

Plusieurs autres vaisseaux lymphatiques provenans de la poitrine,

se rendent au canal thorachique; Thomas Bartholin en a indiqué quelques-uns, Albinus a dans la suite parlé de plusieurs autres; j'en ai communément compté vingt-deux qui répondoient à autant de vaisseaux sanguins & nerfs intercostaux, ils n'ont pas tous un égal diamètre, les supérieurs & les inférieurs paroissent d'une capacité à peu près égale; les moyens, c'est-à-dire ceux qui serpentent entre la quatrième, cinquième, sixième & septième côtes, sont les plus petits; chacun de ces vaisseaux lymphatiques fournit de nouvelles branches, j'en ai vu plusieurs qui pénétroient les muscles intercostaux.

Ces vingt-deux troncs vasculaires se rendent aux parties latérales du canal thorachique dans lequel ils s'ouvrent; il en est d'autres qui naissent de la partie antérieure & qui ont échappé à la connoissance des Anatomistes; j'en ai compté l'année dernière, jusqu'à six sur le cadavre d'un enfant de quatre à cinq ans, je les ai décrits & démontrés aux Étudiens qui suivoient mon cours d'Anatomie; il y a apparence que les conduits antérieurs sont plus nombreux, & qu'on en déchire quelques-uns en écartant les lames de la plèvre, & en élevant l'œsophage; les vaisseaux lymphatiques antérieurs se dispersent sur la partie postérieure de l'œsophage, on en voit qui se sous-divisent & forment des demi-rameaux qui serpentent sur sa surface, j'ai vu plusieurs ramifications lymphatiques se perdre dans la graisse du médiastin.

Mais je n'ai pu découvrir aucun vaisseau lymphatique, qui; du canal thorachique, se propageât jusqu'aux mamelles; aussi me paroît-il que Nuck a eu raison de nier que le canal thorachique fournisse aucune ramification aux mamelles*, & encore plus que des vaisseaux lactés parvinssent jusqu'à ces organes: or, cette opinion, qui paroît d'abord fondée sur l'observation, est contraire à celles que Lanzoni & quelques autres, ont adoptées après plusieurs Anciens, séduits par la ressemblance du lait & du chyle; ils avoient admis, sans aucune preuve, une voie immédiate de communication entre les mamelles & le canal thorachique.

On voit d'autres rameaux lymphatiques antérieurs qui s'inclinent vers le côté gauche, qui s'insinuent sous l'aorte, ou qui passent par-dessus

* *Adenographia curiosa*, p. 20.

par-dessus elle, leur marche est assez irrégulière, ils se contournent en différens sens; souvent on voit les branches rétrograder vers les troncs.

D'autres vaisseaux lymphatiques se rendent au canal thorachique; plusieurs Auteurs respectables, nous ont appris qu'il y en avoit qui du thymus & du foie alloient aboutir à ce canal, & que d'autres serpentoient & pénétoient la substance de plusieurs viscères; ils nous ont enseigné que les extrémités du corps, étoient pourvues des vaisseaux lymphatiques, qui se terminoient au canal thorachique; on pourra voir sur cet objet intéressant, ce qu'ont écrit M.^{rs} Meckel & Monro.

On découvre facilement les vaisseaux que j'ai décrits, si l'on souffle dans le canal thorachique, en dirigeant le tuyau à vent de haut en bas; les valvules du canal thorachique ou celles de ses branches, ne s'opposent pas à l'entrée de l'air, quoiqu'elles soient nombreuses & très-fortes, elles ne s'appliquent pas assez intimement pour empêcher l'air de pénétrer dans le canal, elles donnent aussi entrée à quelques liquides qu'on injecte.

Il est difficile de développer la structure de ces valvules, quoique très-foibles en apparence, elles résistent à leur extension jusqu'à un certain point, & bornent l'extension latérale du canal auquel elles appartiennent; quand on distend ces canaux par le souffle, ou par quelqu'autre liqueur, on voit les parois s'écarter dans les endroits où ces valvules manquent, tandis qu'elles paroissent rétrécies comme par un lien circulaire dans les endroits où elles se trouvent. Hamberger croyoit même que ces valvules servoient plutôt à borner l'extension du canal, qu'à favoriser l'ascension du chyle.

Les valvules sont extrêmement nombreuses, l'on en voit quelquefois jusqu'à trois tout autour du tuyau, & dans le même plan; tantôt elles sont placées alternativement & dans des plans inégaux; tantôt on voit deux valvules qui se touchent par leurs bords; quelquefois enfin, elles sont diamétralement opposées: tous ces détails sans doute, méritent d'être examinés; c'est pourquoi je n'ai pas craint d'y entrer, & si quelques-uns des faits rapportés dans ce Mémoire, ont été connus des Anatomistes, il en est d'autres qui n'avoient point fixé leur attention.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *Figure première* représente le dehors du *réservoir du chyle* gonflé d'air, les vaisseaux cachés sous le tissu cellulaire, sont saillans.

La *Figure deuxième* représente le *réservoir du chyle* ouvert, & le canal thorachique en situation, & gonflé d'air.

A, racines du canal thorachique.

aaaa, tissu cellulaire qui revêt les racines du canal thorachique.

B, division du canal thorachique en deux branches; elle se trouve fréquemment. Van Horne est le premier qui l'ait observée.

C, extrémité supérieure du canal thorachique ordinairement aussi ample que l'extrémité inférieure, & souvent plus évasée.

b, vaisseaux lymphatiques du poulmon.

D, communication du canal thorachique avec la veine sous-clavière gauche.

d, portion de l'artère-aorte, on y voit différens vaisseaux lymphatiques qui l'entourent.

E, portion de la veine-cave inférieure, on observe par-dessus plusieurs rameaux lymphatiques.

FFFF, rameaux lymphatiques latéraux; ordinairement au nombre de vingt-deux, dont onze de chaque côté; ils se dispersent sur la surface postérieure des poulmons, des muscles intercostaux; les supérieurs communiquent sensiblement avec les vaisseaux lymphatiques du bras, & les inférieurs rampent sur le diaphragme.

p, branche de communication du canal thorachique avec les vaisseaux lymphatiques du thymus.

q, avec ceux du bras.

ggg, vaisseaux antérieurs lymphatiques qui se distribuent principalement à l'œsophage ou qui se perdent dans le médiastin.

A, *Figure troisième*, racines des vaisseaux lactés.

B, canal thorachique sans aucune division, il est gonflé d'air.



Fig. 2.

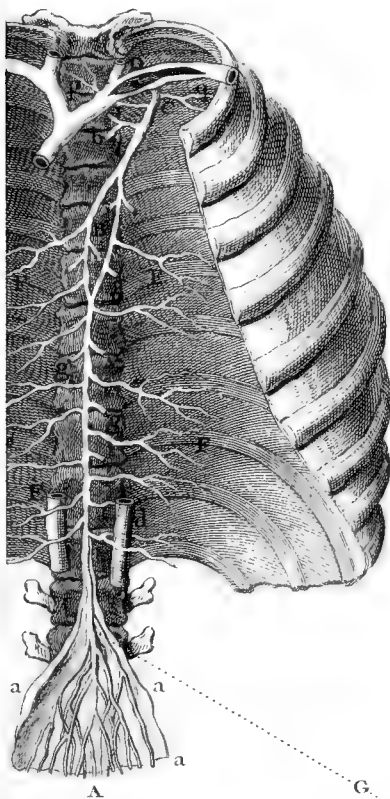
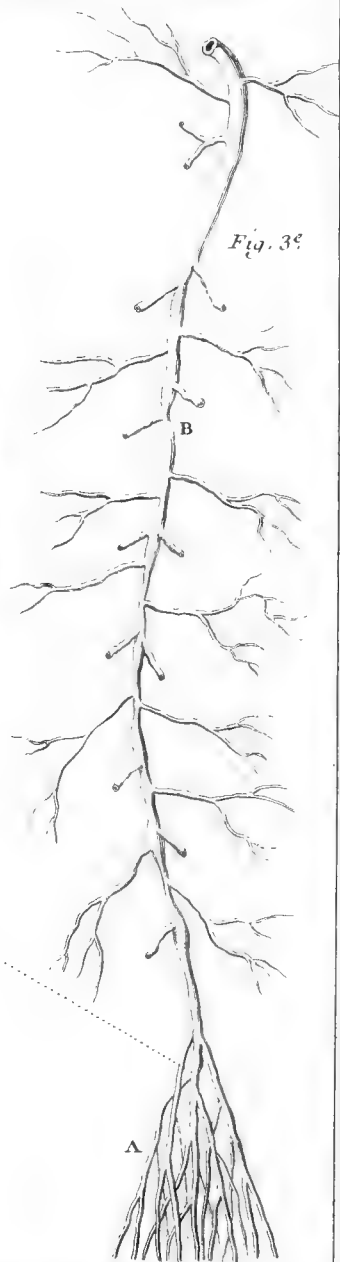
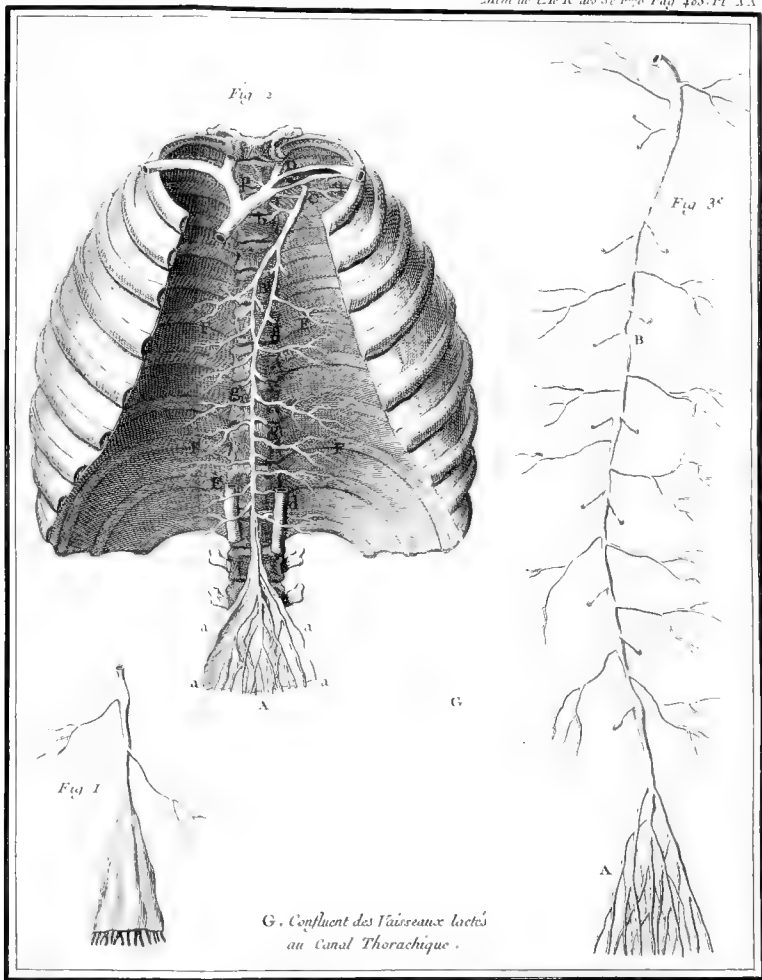


Fig. 3^e



G. Confluent des Vaisseaux lactés
au Canal Thorachique.



M É M O I R E

S U R L E

DIAMÈTRE DU SOLEIL

Qu'il faut employer dans le calcul des passages de VÉNUS.

Par M. DE LA LANDE.

LES Astronomes soupçonnent depuis quelques années que le diamètre du Soleil paroît d'autant plus petit, qu'on l'observe avec de plus longues lunettes, & qu'il se forme autour de son disque une couronne d'aberration qui en augmente la largeur; il semble que dans les passages de Vénus & de Mercure sur le Soleil, cette irradiation ne doit pas avoir le même effet que le véritable disque du Soleil; & si cela est, la durée des passages ne sera pas aussi grande qu'elle le paroîtroit par un calcul fait avec le diamètre du Soleil, tel qu'on l'observe dans nos lunettes.

10 Janvier
1770.

M. de l'Isle, dans un Mémoire que j'ai terminé & fait imprimer moi-même, discute les observations faites à Pékin en 1756, du passage de Mercure presque au centre du Soleil; il observe que le diamètre du Soleil, qui résulte de la durée du passage, est de près d'un tiers de minute plus petit que celui que les Astronomes avoient employé dans leurs calculs; il avoit déjà fait, quinze ou seize ans auparavant, la même remarque, en comparant les durées des divers passages de Mercure; il ne pouvoit les accorder ensemble, de manière à donner un mouvement uniforme du noeud, sans diminuer considérablement les diamètres du Soleil (*Mém. Acad. 1758, page 137*). Les observations du P. Gaubil donnoient, pour le diamètre du Soleil, 32' 0"; celles du P. Amiot, 32' 7"; les observations que j'ai faites avec le plus grand soin, du diamètre du Soleil, donnent pour ce jour-là 32' 21"; ainsi il y avoit au moins 14 secondes de diminution pour le diamètre déduit de la durée du passage.

Je desirois beaucoup de constater cette diminution par le moyen

Eee ij

des passages de Vénus observés en 1761 & en 1769, Vénus ayant passé dans l'un à $9' 31''$ au midi du centre du Soleil, & dans l'autre à $10' 8''$ au nord; la plus courte distance de Vénus au centre & sa distance au nœud, déduites de la durée du passage, devoient paroître sensiblement trop grandes en calculant dans l'hypothèse ordinaire des diamètres solaires; & j'ai trouvé cette quantité de 6 à 7 secondes.

La durée du passage de 1761 entre les deux contacts intérieurs, a été observée à Stockholm & à Tobolsk; je les ai réduites au centre de la Terre, en supposant la parallaxe moyenne de $8''\frac{1}{2}$. Le premier contact intérieur à Stockholm $3^h 39' 29'' - 5' 19'',8 = 3^h 34' 9'',2$; le second contact intérieur $9^h 30' 10'' + 2' 19'',9 = 9^h 32' 29'',9$; ainsi la durée étoit de $5^h 58' 20'',7$. Les contacts observés à Tobolsk $7^h 0' 28'' - 5' 23'',0 = 6^h 55' 5'',$ & $0^h 49' 20'',5 + 3' 46'',6 = 0^h 53' 7'',3$, ce qui donne pour la durée $5^h 58' 2'',3$; en prenant un milieu, je la supposerai $5^h 58' 11'',5$; ce qui donne, pour la demi-corde parcourue, $714'',8$. Supposant le diamètre du Soleil, comme dans mes Tables, $31' 33'',8$; & celui de Vénus, $57'',2$; je trouve la perpendiculaire sur l'orbite relative, ou la plus courte distance des centres, $9' 36'',5$; la distance au nœud $1^d 4' 40''$, & le lieu du nœud $2^f 14^d 31' 30''$.

Dans le passage de 1769, la durée conclue d'un grand nombre d'observations a été de $5^h 41' 50'',6$, & la demi-corde $684''0$; supposant le diamètre du Soleil $31' 34'',4$, & celui de Vénus $57'',2$, je trouve la perpendiculaire $10' 13'',1$; la distance au nœud $1^d 9' 24''$, & le lieu du nœud $2^f 14^d 36' 45''$, plus avancé de $5' 15''$ qu'en 1769.

Ce mouvement du nœud calculé, soit par la théorie, soit par la comparaison des passages de 1631 & de 1761, est certainement de $4' 8''$; il faut donc s'assujettir à ce mouvement, & réduire les longitudes du nœud à $2^f 14^d 32' 3''\frac{1}{2}$ & $2^f 14^d 36' 11''\frac{1}{2}$; les distances au nœud doivent donc être réduites à $1^d 4' 6''\frac{1}{2}$, & $1^d 8' 50''\frac{1}{2}$; ce qui donne pour les perpendiculaires $9' 31'',5$ en 1761, & $10' 8'',2$ en 1769.

Ces perpendiculaires combinées avec les demi-cordes respectives;

donnent pour différence des demi-diamètres $915'',1$ & $915'',3$, moindres de $3''\frac{1}{4}$ que celles que j'avois supposées; ainsi le diamètre du Soleil doit être diminué de $6''\frac{1}{2}$ pour représenter exactement les deux passages de 1761 & de 1769.

Il me paroît donc, quant-à-présent, que pour calculer les durées des passages de Vénus & de Mercure, il faudra diminuer de 6 à 7 secondes le diamètre du Soleil, que j'avois fixé à $31' 31''$ dans l'apogée, (*Mémoires de 1754, page 176*) & qui est dans mes Tables astronomiques; par ce moyen on aura les durées des passages plus conformes à l'observation, & le mouvement des noeuds plus uniforme. Cette quantité est moindre que celle qu'avoit trouvée M. de l'Isle, mais elle me paroît devoir être préférée, en attendant qu'on ait occasion de mieux déterminer cet élément.

M. du Séjour, dans le grand nombre d'observations qu'il a calculées de l'Éclipse de 1764, a trouvé de même, que pour les mieux concilier, il falloit diminuer de quelques secondes le diamètre du Soleil, indépendamment de l'inflexion de $4''\frac{1}{2}$, dont il faut diminuer la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune: on en verra la preuve dans la suite du grand travail qu'il a entrepris sur la méthode analytique de calculer les Éclipses.



E X P L I C A T I O N
D U P R O L O N G E M E N T O B S C U R
D U D I S Q U E D E V É N U S ,
Qu'on aperçoit dans ses passages sur le SOLEIL.

Par M. DE LA LANDE.

31 Janvier
1770.

P LUSIEURS Astronomes habiles ont remarqué, en 1761 & en 1769, que dans le contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, il se forme entre les deux bords, une espèce de ligament alongé qui dure pendant plusieurs secondes, & qui semble être comme une protubérance, une excroissance, un appendice du disque de Vénus. Quand cette Planète approche du disque du Soleil, avant que de commencer à sortir, & avant même qu'elle paroisse prête à toucher le bord du Soleil; on voit comme un point noir s'élaner du bord de Vénus & se réunir au bord intérieur du Soleil, plusieurs secondes avant que la circonférence de Vénus coïncide avec celle du Soleil; c'est ainsi que je l'observai le 6 Juin 1761, sans être prévenu de ce phénomène ou de la manière dont je devois apercevoir ce contact (*Mém. de l'Acad. 1761, page 84*). M. Jaurat, M. de Joly qui observoient à Paris, M. Pingré à l'île Rodrigue & M. Short, célèbre Opticien de Londres, m'ont assuré l'avoir observé de la même manière que moi; M. Hirst l'observa de même aux Indes (*Philos. Transf. 1769, page 229*).

Observations.

En 1769, nous n'avons observé en Europe que l'entrée de Vénus, mais elle s'est faite avec des circonstances semblables. M. Wargentin m'écrivit de Stockolm, qu'à 8^h 41' 2" Vénus parut à M. Wilcke toute entière sur le disque du Soleil, mais qu'elle n'étoit pas encore détachée du bord du Soleil, auquel elle paroissoit comme liée par une bande obscure qui se rompit enfin à 8^h 41' 45", Vénus se détachant entièrement du bord du Soleil.

M. Wargentín à 8^h 41' 31" commençoit à douter si Vénus étoit entièrement entrée, mais ce ne fut qu'à 8^h 41' 47" qu'il aperçut un rayon de lumière ondoyante qui fermoit l'ouverture qu'avoit faite Vénus sur le bord du Soleil & la laissoit tout-à-fait libre au fond du disque solaire.

M. Ferner à 8^h 41' 48" vit aussi la Planète environnée de toutes parts de la lumière du Soleil ; mais c'étoit après avoir jugé, plusieurs secondes auparavant, par la coincidence des bords, que Vénus étoit déjà toute entière sur le Soleil.

M. Melander à Upsal, avec une lunette de 20 pieds, commença de juger Vénus sur le Soleil, à 8^h 39' 57", & ce ne fut qu'à 8^h 40' 12" que Vénus se détacha totalement du bord du Soleil ; il assure même que pendant qu'elle étoit encore adhérente au bord du Soleil, elle parut alongée du haut en bas, quoiqu'auparavant elle fut alongée de droite à gauche par l'effet des réfractions.

M. Prosperin à Upsal, avec une lunette de 16 pieds, commença dès 8^h 38' 0" à juger que Vénus étoit entrée, mais attachée au bord du Soleil, par une bande obscure qui se rétrécit & s'éclaircit de plus en plus jusqu'à 8^h 40' 12", moment auquel cette bande, devenue déjà fort mince, se rompit, laissant la Planète libre & déjà un peu avancée sur le disque du Soleil.

M. Salenius, avec une lunette de 12 pieds, vit, à 8^h 39' 46", Vénus toute entière sur le Soleil, il crut même un instant qu'elle en étoit détachée, mais elle parut s'y coller encore & ne s'en sépara totalement qu'à 8^h 40' 15".

M. le docteur Bevis à Kew, vit la Planète entièrement sur le Soleil à 7^h 28' 8", mais le filet de lumière n'étoit point encore formé ; ce ne fut qu'à 7^h 28' 17" qu'il vit rompre le ligament qui unissoit Vénus au Soleil.

M. Samuel Dunn à Gréenwich, observa le disque noir de Vénus entièrement sur le Soleil, à 7^h 29' 25", & à 7^h 29' 48", il vit rompre en entier les ligamens obscurs qui unissoient encore les deux limbes, depuis 23 secondes de temps. *Philos. Transf.* 1770, pages 70 & 72.

Dans l'observatoire de M. Pigott à Caen, on vit les mêmes

apparences à $7^h 25' 13''$ & à $7^h 27' 43''$. (*Philos. Transact.* 1770, page 264).

M. du Val-le-Roy, en me racontant les circonstances de l'observation qu'il avoit faite à Brest avec M. Blondeau, par un très-beau temps, s'exprime ainsi : « Une circonstance que nous n'avions » pas prévue, prolongea le temps fort au-delà de ce que nous nous » étions imaginé. Lorsque nous nous croyions près du moment où » devoit se faire l'entrée totale, chacun de nous vit la petite partie » du disque de la Planète, qui paroissoit tenir encore au bord du » Soleil, s'allonger à mesure que la Planète faisoit du progrès; cet » alongement formoit comme une espèce de queue par laquelle le » corps de la Planète tenoit au bord du Soleil; il parut reculer considérablement l'instant que nous attendions. La partie » du disque de la Planète qui s'étoit ainsi allongée étant devenue » très-aigue à l'endroit où elle touchoit le bord du Soleil; nous » saisismes le moment où cette pointe devint nulle, par la réunion » des deux espèces de petites cornes que formoit le bord de cet » astre. M. Blondeau qui observoit avec une lunette de 14 pieds, » annonça l'instant une seconde avant moi; comme Vénus ne paroissoit » pas aussi parfaitement terminée dans sa lunette que dans la mienne; » & que les bords paroissoient tant soit peu colorés en haut & en bas, il retrancha 2 secondes de l'instant qu'il avoit déterminé ».

Au fort du Prince de Galles, sur la baie d'Hudson, M. Wales; dans le second contact intérieur, compta 24 secondes après le moment où le filet de lumière avoit été interrompu, jusqu'au temps où les bords parurent se toucher effectivement. (*Philos. Transf.* 1769, page 482).

M. Charles Maſon à Cavan, près de Strabane & de Londonderry en Irlande, aperçut le contact intérieur à $6^h 58' 47''$; mais ce ne fut que 38 secondes plus tard, ou à $6^h 59' 25''$ que le trait de lumière se forma, & que les deux circonférences parurent se détacher (*Philos. Transf.* 1770, page 488).

M. Hornſby à Oxford, avec une lunette de 12 pieds qui grossissoit soixante-huit fois, vit la Planète toute entière sur le Soleil, à $7^h 23' 16''$, mais le ligament noir ne se rompit, & le filet de lumière ne fut complet qu'à $7^h 24' 13''$, la différence est de 57 secondes.

Après

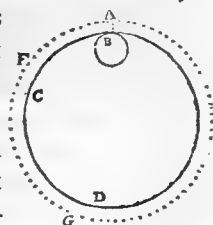
Après tant de témoignages, je ne saurois regarder, avec M. Pingré, ce phénomène comme dépendant des vapeurs de l'atmosphère, de la qualité de l'instrument, ou de la disposition de l'œil; il me paroît être un phénomène constant, que tous les Observateurs bien préparés ont remarqué, & dont je crois apercevoir distinctement l'explication.

Dans un Mémoire que j'ai lû, il y a peu de temps, sur le diamètre du Soleil qu'on doit employer dans le calcul de ces phénomènes, j'ai remarqué que pour concilier les observations de 1761 avec celles de 1769, il falloit diminuer de $6''\frac{1}{2}$ le diamètre du Soleil, que j'ai déterminé, par des observations exactes faites avec un héliomètre de 18 pieds; & que M. de l'Isle avoit porté cette diminution encore plus loin, par la durée du passage de Mercure, observé en 1756. (*Voy. ci-devant page 403.*)

Ces deux sortes de phénomènes, le ligament & la diminution du diamètre solaire, me paroissent avoir une cause commune; il me semble qu'elle n'a pas été bien conçue jusqu'à présent, & je me propose de faire voir qu'on doit la chercher dans l'irradiation, ou la couronne d'aberration qui environne le Soleil.

Cette aberration de lumière est une chose fort naturelle à concevoir, autour d'un globe de feu & de lumière; elle est d'autant moindre que les lunettes sont plus fortes, qu'elles sont plus parfaites & tranchent mieux les objets; voilà pourquoi l'on a toujours trouvé les diamètres du Soleil plus petits, à mesure qu'on les a observés avec de plus grandes lunettes ou de meilleurs télescopes, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire sur le diamètre du Soleil. (*Mém. Acad. 1760, page 46.*)

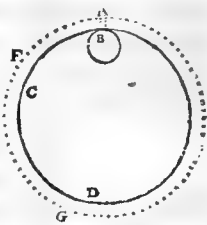
Cette aberration, quelle qu'en soit la cause ou la mesure, ne doit point avoir lieu dans la durée des passages de Vénus & de Mercure sur le Soleil. Soit *BCD* la circonférence du globe réel du Soleil & *AFG* la circonférence apparente, formée par l'anneau lumineux des rayons éparpillés qui bordent & environnent le Soleil; au moment que Vénus, arrivée au point *B*, touche réellement le bord effectif du globe qui constitue le Soleil, elle intercepte



Mém. 1770.

F ff

pour nous les rayons qui viennent de ce bord; ainsi tous les rayons de cette même partie du Soleil, qui par leur dispersion formoient la partie *BA* de la couronne lumineuse, doivent être interceptés également, puisqu'ils sont une émanation & un effet de la partie du disque d'où les rayons ne viennent plus jusqu'à nous; ainsi toute cette partie *BA* doit paroître noire comme Vénus, & ce ligament ou cette protubérance noire doit s'étendre jusqu'à la circonférence lumineuse & extérieure *A*; elle doit être d'autant plus mince que le segment du Soleil, caché par Vénus, devient plus petit, & aussitôt qu'un seul point du disque réel *BC* commence à être découvert en *B*, l'aberration doit reparoître toute entière, & le bord de Vénus semblera éloigné de celui du Soleil de toute la quantité *AB*.



Cette quantité *AB* est d'environ 3 secondes, à en juger par la diminution que j'ai été obligé de faire au diamètre de Vénus pour accorder les durées des passages en 1761 & 1769; or Vénus employoit une minute de temps à se rapprocher du bord de la valeur de 3 secondes; ainsi je ne suis pas étonné qu'il y ait des Observateurs qui aient jugé la durée du ligament d'une minute comme M. Hornsby; les uns plus, comme M. Prosperin, les autres beaucoup moins, suivant qu'ils auront attendu plus tard pour estimer que Vénus étoit toute sur le Soleil; mais le moment de la rupture du ligament a paru, presque à tout le monde, un phénomène instantané, & c'est celui que j'ai toujours cru devoir être regardé seul comme le véritable moment du contact.

Confirmation.

Depuis la lecture du Mémoire que j'ai donné, le 10 Janvier, sur la diminution du diamètre solaire dans les passages de Vénus; M. du Séjour, qui a fait sur l'Éclipse de 1764, des recherches si vastes & si intéressantes, m'a dit avoir reconnu qu'en diminuant de 6 secondes les diamètres du Soleil, que j'ai établis par mes observations, on accordoit beaucoup mieux les phases observées; & sur-tout les durées de l'Éclipse annulaire; & cela indépendamment de l'inflexion de $4''\frac{1}{2}$, qu'il trouve dans les rayons qui passent près du bord de la Lune; cela me paroît une nouvelle confirmation

de ce que j'ai établi, que les diamètres du Soleil, estimés par les durées des passages de Vénus, sont plus petits de 5 à 6 secondes que ceux qui s'observent dans nos lunettes ordinaires; il y a probablement dans ceux-ci une aberration très-sensible, pour les rayons de lumière qui nous peignent les bords du Soleil, & c'est la cause du phénomène que j'entreprends d'expliquer dans ce Mémoire.

Si l'effet du ligament noir, dont je viens de donner l'explication; n'a pas été remarqué dans l'éclipse annulaire de 1764, c'est probablement parce qu'il dure trop peu de temps, que la Lune touche sensiblement le Soleil en un trop grand nombre de points; & que l'on a trop de peine à bien faire une observation dont le moment est si tôt passé; mais on en remarque l'effet par la comparaison des diverses observations; & quand on aura observé plusieurs fois des Éclipses totales ou annulaires dans des stations un peu éloignées les unes des autres, ce phénomène pourra être mieux constaté.

Je ne parle point ici de l'anneau ou de l'espèce d'atmosphère que quelques Astronomes assurent avoir observé autour de Vénus, parce que ni moi, ni beaucoup d'autres Astronomes, ne l'avons point remarqué; cependant on peut voir ce qu'en a dit M. l'Abbé Chappe (*Mém. de l'Acad. 1761, page 364*), & M.^{rs} Dunn, Maſon & Pingré (*Philos. Transf. 1770, pag. 65, 463 & 498*). M. Chappe, dans l'endroit que je viens de citer, rapporte plusieurs observations de cet anneau, par M.^{rs} de Fouchy, le Monnier, Wargentin & les Astronomes d'Upsal. M. Maskeline l'a vu en 1769, de même que M. Wilcke à Stockolm, M.^{rs} Dymond & Wales en Amérique (*Philos. Transf. page 482*). Mais si cet anneau n'est point une illusion d'optique, ou un défaut des lunettes, il faut en chercher la cause dans l'atmosphère propre de Vénus.

M. Daniel Melander, habile Observateur d'Upsal, m'a écrit que M. Eric Prosperin avoit aperçu deux contacts intérieurs des bords de Vénus & du Soleil; dans le premier il vit, pendant un très-petit instant, Vénus séparée du Soleil; & le bord du Soleil parut libre; mais aussi-tôt Vénus parut liée au même bord du Soleil, par ce ligament noir que je viens de décrire, & qui dura jusqu'à ce que Vénus parut de nouveau se séparer totalement du

bord du Soleil. M. Melander explique ce double phénomène par le moyen de l'atmosphère de Vénus; cette atmosphère étant supposée plus dense à mesure qu'on approche de la surface de Vénus, lorsque le second bord de Vénus entre sur le Soleil, les rayons qui traversent les parties les plus élevées & les plus rares de l'atmosphère parviennent à notre œil par la réfraction de cette atmosphère de Vénus, & nous font voir le bord du Soleil que Vénus nous couvrirait encore s'il n'y avoit point de réfraction; Vénus continue d'avancer sur le Soleil, & lorsque son atmosphère toute entière est entrée sur le disque, toute réfraction cesse, & Vénus nous paroît éloignée du bord du Soleil de toute la quantité de son atmosphère: comme je n'ai point observé ce phénomène, je n'examinerai point le mérite de cette explication; mais je crois que l'irradiation explique très-bien le ligament noir ou le prolongement obscur que tant d'Observateurs ont vu dans les passages de 1761 & de 1769.



OBSERVATIONS
SUR LA
STRUCTURE DE QUELQUES PARTIES
DU VEAU MARIN.

Par M. P O R T A L.

M. DU HAMEL m'ayant fait part de certaines parties du Veau marin, qui lui ont été envoyées par M. Mauduit, Docteur en Médecine, telles que les poumons, le cœur, les reins & la vessie avec les uretères; j'ai cru devoir les comparer à la description que M. Perrault en a donnée*, & j'ai aperçu plusieurs objets remarquables qui lui ont échappés, ou qu'il n'a pas indiqués.

28 Février
1770.

1.^o Le ventricule droit, ou celui auquel aboutit l'artère pulmonaire, est beaucoup plus petit que le gauche & ses parois sont beaucoup plus épaisses, ce qui est contraire à ce que l'on observe dans le cœur de l'homme adulte; les colonnes de ce même ventricule sont extrêmement multipliées & fort grosses, l'ouverture artérielle est pourvue de cinq valvules, & l'on fait qu'il n'y en a que trois dans l'homme; derrière elles se trouvent cinq sinus très-apparens, que Valsalva a découverts dans l'homme, & dont le nombre est proportionné à celui des valvules. On distingue au milieu de ces cinq valvules du veau marin, les tubercules que Vidus Vidius a découverts dans l'homme, & connus de M. Morgagni, sous le nom de *tubercules d'Arantius*; on découvre de chaque côté des valvules une petite ouverture qui répond assez à celle que M. Senac a fait dépeindre dans son *Traité du Cœur*, & qu'il regarde comme une variété.

Les valvules auriculaires droites, sont au nombre de trois comme dans l'homme, mais elles m'ont paru plus intimement

* Mémoires de l'Académie des Sciences, années 1666 jusqu'à 1699.

réunies entr'elles, & le nom d'*anneau valvuleux*, que M. Lieutaud a donné aux valvules auriculaires de l'homme, leur conviendrait beaucoup mieux que dans l'homme lui-même.

2.^o L'oreillette gauche du veau marin est pourvue de trois valvules, au lieu que celle de l'homme n'en a que deux; l'ouverture qui conduit du ventricule droit dans l'aorte n'est munie que de trois valvules; & les ouvertures des artères coronaires, qui ne sont comme dans l'homme qu'au nombre de deux, sont placées au-dessus des valvules.

Toutes ces valvules sont pourvues d'un grand nombre de fibres musculuses, dont on aperçoit mieux que dans l'homme la marche & la distribution.

3.^o La capacité de l'artère-aorte & de l'artère pulmonaire, étoit à peu près égale à leur sortie du cœur, mais l'aorte peu après se trouve prodigieusement dilatée, & c'est ici qu'est très-apparent le grand sinus que Valsalva a découvert dans la crosse de l'aorte humaine.

4.^o Les artères sous-clavières naissent de la crosse de l'aorte par des troncs distingués des carotides; mais ne sont pas aussi éloignées que M. Perrault les a fait dépeindre, & par l'obliquité des insertions de ces quatre artères à l'aorte, il en résulte quatre sinus beaucoup plus grands que dans l'homme.

5.^o Le trou ovale étoit ouvert & muni d'une grande valvule; mais le canal artériel étoit oblitéré; ce qui est très-singulier: en général dans l'homme, le canal artériel & le trou ovale s'oblitérent à la fois; au lieu que dans le veau marin j'ai trouvé le trou ovale aussi dilaté qu'il paroît l'avoir jamais été, & le canal artériel aussi bouché qu'il puisse jamais l'être.

6.^o Les veines pulmonaires du veau marin, sont plus nombreuses & plus amples que les artères.

7.^o La trachée-artère de cet animal, est formée d'un grand nombre d'anneaux cartilagineux complets, au lieu que dans l'homme ils sont tronqués à la partie postérieure.

8.^o Les poumons n'ont que deux lobes, comme M. Perrault l'a observé, & non cinq, comme Severinus l'a écrit; ils sont divisés, mais la séparation n'est pas complète.

9.^o Les reins du veau marin m'ont paru semblables à ceux du veau terrestre.

10.^o La vessie formoit, dans le veau marin que j'ai disséqué, un sac extrêmement alongé, assez ample pour contenir deux bons verres de liqueur.



*OBSERVATIONS
DE M. L'ABBÉ CHAPPE,
FAITES EN CALIFORNIE
POUR LE PASSAGE DE VÉNUS,
Avec les conséquences qui en résultent.*

Par M. DE LA LANDE.

12 Décem.
1770.

LES Observations de Californie, que nous attendions depuis long-temps, furent remises vendredi dernier à M. Cassini de Thury, par M. Pauli, Ingénieur-Géographe du Roi, qui avoit accompagné M. l'Abbé Chappe en Californie, & qui n'a voulu s'en rapporter à personne du soin de transporter en France, le dépôt précieux que son ami lui avoit confié en mourant. Prêt à mourir lui-même, il avoit pris toutes les mesures qui étoient en son pouvoir pour s'assurer que ces observations parviendroient à l'Académie, & qu'on ne perdrait pas le fruit d'un voyage qui avoit coûté la vie à tant de monde. M. Cassini a bien voulu me communiquer ces observations le même jour, & je m'empresse d'annoncer à l'Académie l'usage que j'en ai fait.

Les registres de M. Chappe, contiennent un détail très-circonstancié & très-complet d'observations faites pendant près de deux mois, pour régler la pendule, vérifier le quart-de-cercle, observer la latitude & la longitude du lieu; on voit avec une douleur mêlée d'admiration, que malgré la maladie contagieuse dont il fut attaqué dès le 11 Juin 1769, huit jours après l'observation, malgré une fièvre ardente & l'abattement universel qui lui annonçoit la fin, il forçoit la Nature pour profiter des moindres circonstances, & se consolait de la mort en préparant les fruits que nous retirons de son voyage.

Les deux contacts intérieurs de Vénus au Soleil, à l'entrée & à la sortie, ont été observés de la manière la plus satisfaisante; il n'y a

n'y a sur le journal aucune note d'incertitude, M. Chappe vit la séparation du point noir, qui, s'allongeant peu à peu & se rompant subitement, annonce le moment exact de l'entrée, & le tubercule qui s'élance du bord de Vénus & décide le commencement de la sortie, comme je l'ai exposé assez en détail dans un autre Mémoire. Cette observation fut faite avec une lunette achromatique de dix pieds, l'une des meilleures qui soit sortie des mains de Dollond; enfin elle porte avec elle tous les caractères de précision qui peuvent assurer la certitude des résultats.

Les réductions n'ayant point été faites par l'Auteur, j'ai commencé par examiner la marche de l'horloge. Le 3 Juin, par un grand nombre de hauteurs correspondantes prises le matin & le soir, & qui s'accordent parfaitement entr'elles, on trouve $1^h 58' 15'',4$, l'équation des hauteurs, pour la latitude de 23 degrés, & un intervalle de 4 heures étoit ce jour-là, — $0'',3$; ainsi le midi vrai étoit à $1^h 58' 15'',1$: on voit par les observations de la veille & des jours suivans, que l'horloge avançoit uniformément de $15''$, par jour sur le temps vrai.

Le premier contact intérieur fut observé à $0^h 15' 42''$ après midi, & le second à $5^h 53' 9''$; ce qui fait pour le temps vrai ou apparent $0^h 17' 26'',9$ & $5^h 34' 50'',3$. Le premier instant surpassé de $1'',9$, & le second de $5'',8$, ceux que M. Doz, Officier Espagnol, avoit envoyés à l'Académie, & qui ont été publiés dans une gazette du mois dernier. Il est nécessaire de déterminer la latitude du hameau de Saint-Joseph (à 18 lieues du cap Saint-Lucas), où M. l'Abbé Chappe voulut aborder, malgré tous les dangers & toutes les incommodités du lieu, & où il fit son observation; pour cela, je me suis servi des hauteurs du Soleil & d'Arcturus, prises dans les deux positions du quart-de-cercle, le limbe étant à l'orient & à l'occident. Les 11, 13 & 14 de Juillet, Arcturus parut à $92^d 30' - 267$; le diamètre du Soleil, observé le 9 Juin, occupoit 746 parties du micromètre, ainsi cette hauteur fait $92^d 41' 17''$. Les 15 & 17 Juin, on avoit trouvé $87^d 21' 30''$, dans une autre situation de l'instrument; d'où il suit que l'erreur du quart-de-cercle étoit — $1' 24''$; la déclinaison d'Arcturus, déduite des observations que je faisois à

Paris dans le même temps, avec un sextant de six pieds, étoit de $20^d 23' 29''$; il s'ensuit que la latitude est de $23^d 3' 36''$.

Le 13 Juillet, la hauteur du bord supérieur du Soleil étoit de $90^d 55' + 221$, & le 17 elle étoit de $88^d 30' - 250$; ayant égard aux déclinaisons respectives du Soleil, je trouve l'erreur du quart-de-cercle — $1' 20''$, & la latitude $23^d 3' 38''$: par un milieu, cette latitude est $23^d 3' 37''$, plus petite de $1' 38''$ que celle de M. Doz.

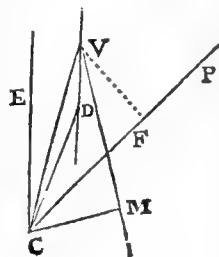
J'aurois pu calculer un plus grand nombre d'Observations, & mettre plus de scrupule dans les élémens du calcul; mais ces deux résultats s'accordent assez bien pour qu'on puisse se dispenser d'en chercher d'autres; d'ailleurs la latitude influe peu dans les recherches de la parallaxe du Soleil, qui est le principal objet de ce Mémoire.

Pour déduire de cette observation la parallaxe du Soleil, je l'ai comparée avec celles de M. Planman à Cajanebourg, & du P. Hell à Wardhus, dont voici les principaux élémens.

A	Cajanebourg, latitude.....	$64^d 13' 30''$, $1.^{er}$ contact intérieur	$9^h 20' 45'', 5.$
			$2.^d$ contact extérieur $15. 32. 27,0.$
A	Wardhus, latitude.....	$70. 22. 35$, $1.^{er}$ contact intérieur	$9. 34. 10,6.$
			$2.^d$ contact intérieur $15. 27. 24,6.$
A S. ^t	Joseph en Californie, latitude $23. 3. 37$,	$1.^{er}$ contact intérieur	$0. 17. 26,9.$
			$2.^d$ contact intérieur $5. 54. 50,3.$

Ayant calculé ces observations de Californie, par la méthode dont j'ai parlé à l'occasion de celles de la baie d'Hudson, je les ai comparées d'abord avec celles du P. Hell de la manière suivante.

Soit C le centre du Soleil, V le lieu vrai de Vénus sur le disque du Soleil, D le lieu apparent affecté par la parallaxe, MV l'orbite relative de Vénus, CM la plus courte distance, VD le vertical de Vénus; en suivant la méthode que j'ai donnée dans mon *Astronomie* & dans mon grand Mémoire sur ce passage (*imprimé* " 1772), on trouvera les élémens suivans.



*COMPARAISON de l'observation de Californie avec celle de Wardhus,
en supposant la parallaxe moyenne de 8",5.*

ÉLÉMENTS DU CALCUL.	SAINT-JOSEPH EN CALIFORNIE.			WARDHUS.		
	Latitude 23 ^d 3' 37".			Latitude 70 ^d 22' 35".		
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
Temps vrai des observations.....	0. 17. 26,9.	5. 54. 50,3.	9. 34. 10,6.	15. 27. 24,6.		
Différences des Méridiens, par rapport à Paris.....	7. 28. 2.	7. 28. 2.	1. 55. 6.	1. 55. 6.		
Temps réduits à Paris.....	7. 45. 29.	13. 22. 52.	7. 39. 4,6.	13. 32. 18,6.		
Distance au milieu du passage....	2. 51. 11.	2. 46. 12.	2. 57. 30,4.	2. 55. 43,6.		
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Angle <i>MCV</i>	48. 24. 38.	47. 34. 8.	49. 26. 24.	49. 9. 16.		
Inclinaison de l'orbite sur l'Équateur ou <i>McF</i>	15. 30. 50.	15. 34. 35.	15. 30. 46.	15. 35. 2.		
Angle <i>VCF</i>	32. 53. 48.	63. 8. 43.	33. 55. 38.	64. 44. 18.		
Distance vraie <i>CV</i> à peu près....	0. 15. 16.	0. 15. 1.	0. 15. 35.	0. 15. 30.		
Différence de déclinaison <i>CF</i>	0. 12. 49.	0. 6. 47.	0. 12. 56.	0. 6. 37.		
Déclinaison du Soleil.....	22. 25. 48.	22. 27. 27.	22. 25. 41.	22. 27. 25.		
Déclinaison de Vénus.....	22. 38. 37.	22. 34. 14.	22. 38. 37.	22. 34. 2.		
Différence d'ascension droite <i>VF</i> mesurée sur l'Équateur.....	0. 8. 59.	0. 14. 31.	0. 9. 25.	0. 15. 10.		
Angle horaire du Soleil.....	4. 21. 44.	88. 42. 35.	143. 32. 39.	128. 8. 51.		
Angle horaire de Vénus.....	4. 12. 45.	88. 57. 6.	143. 23. 14.	127. 53. 41.		
Hauteur vraie de Vénus.....	86. 8. 14.	9. 32. 55.	6. 32. 12.	9. 50. 45.		
Hauteur apparente de Vénus.....	86. 8. 12.	9. 32. 26.	6. 31. 43.	9. 50. 16.		
Différence des parallaxes de hauteur <i>DV</i>	1",418	20",761	20",91	20",74		
Angle <i>PCE</i> du vertical & du cercle de déclinaison pour Vénus.....	83. 4. 46.	68. 53. 8.	11. 37. 51.	15. 36. 14.		
Angle <i>ECV</i> ou <i>CVD</i>	50. 10. 58.	132. 1. 51.	22. 17. 47.	49. 8. 4.		
Distance apparente <i>CD</i>	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11		
Angle <i>DCV</i>	0. 4. 55.	0. 57. 56.	0. 29. 48,63	0. 58. 55,37		
Angle <i>CDV</i> du vertical & de la distance apparente ou son supplém. ^t	50. 15. 35.	47. 0. 13.	22. 47. 35,63	50. 6. 59,37		

ÉLÉMENTS DU CALCUL.	SAINT-JOSEPH EN CALIFORNIE			WARDHUS		
	Latitude $23^{\text{d}} 3' 37''$.			Latitude $70^{\text{d}} 22' 35''$.		
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Distance vraie de Vénus au Soleil CV.....	0. 15. 16,1.	0. 15. 10,8.	0. 15. 34,427	0. 15. 28,547		
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.		
Distance correspondante au point M en temps.....	2. 51. 12,1.	2. 46. 10,9.	2. 57. 18,5.	2. 55. 22,1.		
Distance sans parallaxe.....	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.		
Effet de la parallaxe moyenne de $8'',5$ en temps.....	+ 0. 18,1.	+ 4. 43,1.	+ 6. 24,5.	— 4. 28,1		
Observations réduites au centre de la Terre.....	0. 17. 45,0.	5. 59. 33,4.	9. 40. 35,1.	15. 22. 56,7.		
Durées qui devroient être égales....	5. 41. 48,4.	5. 42. 21,6.		

Ainsi la parallaxe moyenne de $8'',5$ fait trouver une durée plus grande de $33'',2$ pour Wardhus que pour Saint-Joseph. L'effet de la parallaxe pour la durée est plus grand de $15' 17'',6$ à Wardhus; il suffira donc de dire $15' 18'' : 8'',5 :: 33'',2 : 0'',31$, qui, ajoutées à $8'',5$, donnent $8'',81$ pour la parallaxe moyenne qui résulte de ces deux observations.

Cette même observation de Californie, comparée avec celle de Cajanebourg, ne donne que $8'',47$; comparée avec celle de la baie d'Hudson, $8'',54$; comparée avec celle de la mer du Sud $8'',53$. Cette parallaxe moyenne est de $8'',37$ par Cajanebourg & le fort du Prince; enfin elle va jusqu'à $9'',8$ quand on choisit Wardhus & le fort du Prince: c'est celle que j'avois employée dans mon *Astronomie*; mais considérant que l'observation de Wardhus donne des résultats moins cohérens entr'eux, quand on la compare avec les observations d'Amérique prises séparément, je serois tenté d'adopter par préférence celle de Cajanebourg. Si l'on prenoit alors un milieu entre Saint-Joseph & le Fort, on auroit pour la parallaxe moyenne $8'',42$; mais l'observation de Californie étant faite à une plus grande distance, on doit préférer son résultat qui donne $8'',47$.

L'Observation de Californie & celle de la baie d'Hudson qui

sont toutes les deux complètes, donnent $8''{,}54$; & l'effet de la parallaxe est de $7^{\circ}58''$ entre ces deux stations. La différence des méridiens qui résulte des calculs, est pour Saint-Joseph, $7^{\circ}28'$; & pour la baie d'Hudson, $6^{\circ}26'10''$ par rapport à Paris; cette parallaxe approche beaucoup de celle que M. Short trouva en 1761 (*Mémoires de l'Académie, année 1765, page 3*); en prenant un milieu entre les deux derniers résultats que je viens de citer, on a $8''\frac{1}{2}$.

Si l'on emploie par préférence l'observation de Wardhus & celle de Californie, c'est-à-dire la parallaxe $8''{,}8$, on aura pour le jour du passage de Vénus $8''{,}67$; on en conclura la demi-durée vue du centre de la Terre, $2^{\text{h}}50'58''\frac{1}{2}$; la différence des méridiens entre ces deux stations $9^{\text{h}}23'4''$.

La plus courte distance des centres est de $10^{\circ}7'1''$, en supposant la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, $15'14''{,}8$; la latitude en conjonction $10^{\circ}13'8''$; la distance de la conjonction au milieu du passage, $0^{\text{h}}22'22''$; la conjonction à $10^{\text{h}}14'32''$ de temps vrai, & $10^{\text{h}}12'19''$ de temps moyen, avec $2^{\text{f}}13^{\text{d}}27'22''$ de longitude, la distance de Wardhus au méridien de Paris, $1^{\text{h}}54'54''$; celle de Saint-Joseph $7^{\text{h}}28'10''$, celle de Cajanebourg $1^{\text{h}}41'44''$, en employant seulement les contacts intérieurs, & supposant celui de Paris $7^{\text{h}}38'45''$.

Au milieu de ces petites incertitudes, on ne laisse pas d'apercevoir que la parallaxe moyenne du Soleil se trouve de $8''\frac{1}{2}$ ou $8''\frac{3}{4}$ tout au plus; mais attendons, pour tirer une conclusion définitive, les observations qui ont dû être faites dans la mer du Sud, & que nous recevrons peut-être avant la fin de cette année. Si l'on adoptoit cette parallaxe de $8''\frac{1}{2}$, on auroit le milieu du passage à Paris à $10^{\text{h}}36'39''$, la conjonction à $10^{\text{h}}14'14''$ de temps vrai, ou $10^{\text{h}}11'59''$ de temps moyen, dans $2^{\text{f}}13^{\text{d}}27'21''$, & le lieu du nœud $2^{\text{f}}14^{\text{d}}36'17''$, la plus courte distance des centres étant supposée de $10'8''$, pour les raisons que j'ai expliquées dans un autre Mémoire; mais en attendant je vais rapporter ici la Table de tous les élémens que j'ai calculés, en supposant cette parallaxe de $8''\frac{1}{2}$, pour suppléer à la Table qui se trouve dans mon *Astronomie*, & dans laquelle j'ai supposé la parallaxe de 9 secondes.

TABLE des élémens des Planètes qui dépendent de la parallaxe du Soleil, calculée d'après le dernier résultat de toutes les Observations du passage de Vénus.*

NOMS des PLANÈTES.	DIAMÈTRES à la distance moyenne du SOLEIL.	DIAMÈTRES en lieues de 2283 toif.	DIAMÈTRES par rapport à la Terre.	GROSSEUR par rapport à la TERRE.	DENSITÉS par rapport à la Terre.	MASSSES par rapport à la Terre.	VITESSES des graves à la surface.	DISTANCES MOYENNES en lieues.
Le Soleil.	31' 57",50	323155	112,79	1435025	0,25463	365412	433 ^{pred.} ,80	34761680
La Terre..	0. 17,0	2865	1	1	1	1	15,1038	
La Lune..	0. 4,95	782	0,3141	0,2036	0,68706	0,01399	2,83	84515
Mercure...	0. 7,0	1180	0,41176	0,06981	2,0377	0,14226	12,673	13456204
Vénus...	0. 16,52	2785	0,97196	0,91822	1,2750	1,1707	18,717	25144250
Mars....	0. 11,4	1921	0,67059	0,30155	0,72917	0,21988	7,3853	52966122
Jupiter....	3. 13,7	32644	11,394	1479,3	0,22984	340,00	39,55	180794791
Saturne...	2. 51,7	28936	10,100	1030,3	0,10450	106,90	15,829	331604504
Anneau...	6. 40,6	67518	23,567	{ Neglig. le volume de l'anneau. }	Idem.

* Cette Table a été ajoutée à ce Mémoire dans le temps de l'impression, au mois de Juin 1772, la seconde édition de mon *Astronomie*, ayant paru depuis un an, & mon dernier Mémoire sur le passage de Vénus depuis quelques mois; à Paris, chez *Lauré, Graveur, rue Saint-Jacques*.



OBSERVATIONS MÉTALLURGIQUES
SUR LA
SÉPARATION DES MÉTAUX.

Par M. JARS.

LES progrès que la Chimie a faits en Europe depuis environ un siècle, auroient dû naturellement influer plus qu'ils ne l'ont fait sur ceux de la Métallurgie ; puisque celle-ci tire toutes ses connoissances de cette première, & qu'un Métallurgiste ne peut faire un pas sans y avoir recours. La Chimie qui enseigne à analyser parfaitement toutes les substances des trois règnes, à en connoître les rapports, les affinités, à en faire toute sorte de combinaisons & à démêler celles faites par la Nature, a donné naissance à la Docimastie, partie essentielle de la Métallurgie, & qui a fait elle-même de grands progrès, puisqu'on trouve aujourd'hui nombre de gens, très-versés dans les opérations Docimastiques, & de très-bons ouvrages sur cette Science. Elles s'occupent toutes deux des substances du règne minéral ; la première tend à séparer les métaux, les uns des autres, & à les délivrer des matières hétérogènes par les voies les plus exactes & les plus promptes, sans trop s'arrêter aux frais & dépenses des opérations. La Métallurgie a bien pour but d'arriver aux mêmes fins, mais toujours avec le plus d'économie possible ; la Docimastie, ou plutôt la Chimie, sert d'autant plus de guide au Métallurgiste, qu'elle lui fait connoître avec exactitude, la valeur des matières qu'il se propose de traiter, en lui fournissant les principes qui doivent être la base de ses opérations.

3 Mars
1770.

Ces deux Sciences n'en font proprement qu'une, cependant il est à propos d'observer qu'il est bien des objets que l'on ne peut se dispenser de négliger dans les travaux en grand ; mais qu'il en est beaucoup d'autres auxquels il faut s'attacher avec le plus grand scrupule, quoiqu'ils ne paroissent pas être de conséquence

en petit. Il faut calculer tout avec le plus d'exactitude possible, la Métallurgie est quelquefois obligée de s'écarter des principes que lui fournit la Chimie, ou plutôt elle ne peut pas toujours employer les moyens les plus certains qui lui sont indiqués par elle; par exemple, il est à propos de négliger une demi-once d'argent, pour économiser vingt-cinq livres de plomb; d'abandonner une quantité plus ou moins grande de ces métaux, pour ménager une corde de bois, & ainsi dans d'autres circonstances, suivant la valeur des matières du pays où l'on doit opérer.

Bien convaincu de ces vérités, je me suis attaché dans les voyages que j'ai faits dans la plus grande partie de l'Europe; non-seulement à m'instruire par la pratique, & en opérant moi-même, à connoître avec le plus grand détail, tous les procédés en usage suivant le genre des minéraux qu'on avoit à traiter; mais encore à m'assurer si les principes de Chimie, pouvoient s'appliquer à toutes les opérations où j'assistois. Quoique j'en aie trouvé l'application dans bien des cas, j'avouerai néanmoins que j'ai reconnu que l'on en pourroit perfectionner un très-grand nombre, soit du côté du produit des métaux, soit en économisant des matières combustibles par un changement dans la manière de procéder, dans les fourneaux & autres appareils.

La méthode de raffiner le cuivre en plus grand volume & à moins de frais qu'on ne l'a fait jusqu'à présent ailleurs, & que j'introduisis il y a environ treize ans aux mines de Cheiffey en Lyonnois; méthode qui a mérité l'approbation de l'Académie, lorsque je lui présentai les dessins du fourneau de mon invention & les détails de l'opération, dont on n'a pas cessé depuis de faire usage avec le même succès, prouve que je me suis occupé déjà, depuis bien des années, à perfectionner les travaux de Métallurgie; les différens voyages que j'ai faits aux mines de Saint-Bel en Lyonnois, m'ont mis à portée de faire nombre d'expériences qui trouveront leur place dans d'autres Mémoires: je ne rapporterai ici que celles qui ont rapport à l'objet dont il est question, & dans la crainte que ce Mémoire ne parût trop long, je l'ai divisé en trois parties.

La première contiendra les expériences qui m'ont conduit aux procédés

procédés que je décris & m'ont fait apercevoir les principes chimiques sur lesquels ils sont fondés, avec la manière de traiter les matières de billon ou de bas aloi.

Je donnerai dans la deuxième, la méthode la plus avantageuse de traiter en grand les minéraux contenant argent & cuivre, procédé nouveau, fondé sur les mêmes principes, & qui n'est pratiqué dans aucune des mines que j'ai visitées, ni décrit par aucun Auteur.

Dans la troisième, ces mêmes principes nous conduiront à rendre raison de l'opération du départ, par la voie sèche, des matières d'argent & de cuivre tenant or, & à proposer une nouvelle manière d'opérer.

PREMIÈRE PARTIE.

L'USAGE d'un laboratoire que j'avois aux mines de Saint-Bel, m'engagea à faire passer par tous les procédés Docimaïques connus, les différentes matières du produit desdites mines, ce qui me conduisit plus d'une fois à entreprendre, conjointement avec mes frères, des opérations plus en grand qui nous déterminèrent à proposer des réformes qui furent acceptées, & eurent le succès auquel nous nous attendions; mais ce qui fixa beaucoup mon attention dans ces expériences, fut le produit très-varié en argent, que je retirois du cuivre de nos mines, suivant le nombre d'opérations par lesquelles il avoit passé; pour me rendre plus intelligible, je dois dire que les minéraux des mines de Saint-Bel & de Chessy, sont des pyrites cuivreuses auxquelles on donne deux, trois & jusqu'à quatre feux de grillage avant que de les fondre dans un fourneau à manche, où elles produisent des mattes qui doivent être grillées neuf à dix fois à la quantité de trois cents à trois cents cinquante quintaux avant que de donner par la fonte leur cuivre noir. On sait que dans les fourneaux de grillage, on trouve assez souvent des morceaux de matte dont le feu développe des grains de cuivre; j'en essayai plusieurs pris indifféremment, & ayant reçu les uns plus, les autres moins de feu, c'est-là où je trouvai que leur produit en argent, varioit

Mém. 1770.

Hhh

beaucoup; mais sur-tout, qu'ils en contenoient toujours plus que le cuivre noir, produit du total d'un grillage, lorsque les mattes avoient été rôties suffisamment pour être fondues. M'étant assuré par les essais que j'avois faits de tous les minéraux & des mattes de la première fonte, que cette différence ne provenoit point de leur inégalité du côté de la *teneur* en argent; je réfléchis que les conséquences qu'on en pouvoit tirer, étoient fondées uniquement sur les rapports & les affinités des substances dont la matte est composée; la matte dont il est ici question, est une masse réguline, contenant du cuivre, du fer, du zinc, une très-petite quantité d'argent & des parties terreuses, le tout réuni ensemble par une grande abondance de soufre.

Le grand nombre de rôtiages que l'on donne à ces mattes, à l'effet d'en obtenir le cuivre noir par une dernière fonte, a pour but de faire brûler & volatiliser le soufre pour désunir les parties terrestres d'avec les métalliques: on fait ensuite stratifier le tout à travers les charbons dans un fourneau à manche, à l'effet de scorifier ces premières, & communiquer aux dernières du phlogistique qui est doublement nécessaire dans cette fonte; car il y a toute apparence qu'il sert d'une part à la destruction ou plutôt à la volatilisation de l'acide vitriolique qui, par la combustion ou rôtiage, peut rester uni aux métaux, en composant sans doute avec lui un nouveau soufre, & que de l'autre il revivifie les particules de cuivre, lesquelles par la fonte, se réunissent entre elles, & vont par leur pesanteur spécifique, occuper la partie inférieure du bassin destiné à les recevoir.

Mais lorsqu'on ne donne que très-peu de rôtiage à ces mattes, il arrive que les métaux qui ont moins d'affinité avec le soufre qu'il n'en a lui-même avec les autres qui composent la masse réguline, se précipitent les premiers; on peut donc conclure, dans ce cas-ci, que le zinc & l'argent doivent d'abord se précipiter (nous ne compterons pas ce premier, car il se volatilise en grande partie), ensuite vient le cuivre; quant au fer, il a une si grande affinité avec le soufre qu'il lui reste très-intimement uni. L'argent est en trop petite quantité dans les mattes que j'ai éprouvées, pour se précipiter seul; d'ailleurs, on sait qu'il est impossible de saisir

dans les travaux en grand (puisque'il seroit de la plus grande difficulté de le faire en petit) le point précis de rôtissage pour rendre cette séparation exacte. Tout Chimiste sait que par la voie humide, & encore plutôt par la voie sèche, il ne se fait aucune précipitation, sans que le corps précipité n'entraîne avec lui du précipitant, & de ceux auxquels il étoit uni; c'est donc lorsqu'une suffisante quantité de soufre est dégagée de la masse réguline, & que le feu & le contact des charbons ont développé quelques grains de cuivre qui se réunissent ensemble pour couler & prendre la forme de stalactites dans l'intérieur des grillages, que la plus grande partie de l'argent qui y étoit contenue, s'est concentrée.

Quoique les minéraux de Saint - Bel ne fussent point d'une teneur en argent à mériter d'en faire la séparation, puisque cela rouloit seulement depuis demi, jusqu'à deux & trois onces par quintal de cuivre après la concentration dont je viens de rendre compte, je tirois les meilleurs augures de mes expériences, par l'application que je pouvois en faire pour substituer une nouvelle méthode à celle que l'on nomme *liquation*, usitée pour séparer l'argent du cuivre & pour économiser beaucoup de plomb dans le traitement des minéraux contenant ces métaux réunis. Cette découverte me flattoit d'autant plus que je la fis en 1761, au retour de mon premier voyage de Saxe, Bohème, Hongrie, Autriche & Tyrol, & que je n'y avois vu aucune opération qui fût fondée sur ce principe; je me proposois de continuer mes expériences, lorsque je fus obligé de faire un voyage par ordre du Conseil: je revins en 1763 aux mêmes mines, & appliqué de nouveau à faire des expériences toujours relatives aux travaux de Métallurgie, je fus sollicité par les Fermiers des affinages de Lyon, de les aider de mes conseils pour tirer le meilleur parti possible des monnoies à bas titre, ou matières de billon d'Allemagne qui leur étoient fournies en abondance par les différens Négocians de la ville: depuis plusieurs mois, ils étoient occupés à travailler; ils procédoient, ainsi qu'ils l'ont continué depuis, par mettre sur leurs coupelles une certaine quantité de matières de billon, auxquelles ils ajoutoit à mesure, autant de plomb qu'il en falloit pour que la litharge entraînat avec elle tout le cuivre & laissât

l'argent parfaitement pur; on fait qu'en général il faut seize parties de plomb pour une de cuivre, & qu'il en faut encore davantage, proportionnellement au cuivre, lorsque celui-ci est allié avec beaucoup d'argent; on doit bien penser qu'en procédant ainsi sur les monnoies à haut & bas titre, ils avoient accumulé un tas énorme de litharge qui contenoit encore beaucoup d'argent & encore plus de cuivre; d'ailleurs il leur falloit chaque jour de nouveaux approvisionnemens de plomb, tandis qu'ils en avoient beaucoup d'ensévelis dans la litharge, qui pouvoit leur être d'une double utilité, puisqu'en même temps qu'ils en extrairoient l'argent, il leur serviroit d'addition pour en séparer le cuivre. Ce fut pour remplir le double objet de revivifier le plomb & d'en séparer les métaux contenus dans la litharge, qu'ils eurent recours à moi & me prièrent de leur indiquer les moyens d'y parvenir; ma première idée, & celle que je crois encore la plus avantageuse, fut de faire bâtir un fourneau de réverbère à l'angloise, mais on ne put trouver dans l'atelier aucun emplacement pour cette construction; je me proposois de faire étendre sur le sol de ce fourneau, une quantité de litharge proportionnée à la capacité que je lui aurois donnée, seulement de trois à quatre pouces d'épaisseur, & de répandre sur la surface du poussier de charbon, toutefois après avoir échauffé le fourneau à l'aide du feu que l'on auroit fait dans la chauffe, soit avec du bois de corde, soit avec du charbon de terre, j'aurois d'abord donné une chaleur douce; lorsque la matière auroit commencé à rougir, je l'aurois fait retourner à l'aide de grandes spatules de fer semblables à celles dont on fait usage pour la fonte des minéraux de plomb dans le même fourneau, de façon que la partie inférieure se seroit trouvée par-dessus exposée à l'action de la flamme, & la supérieure par-dessous alternativement; j'aurois fait de nouveau répandre du poussier de charbon & procéder de la même manière, je dois dire que le sol de mon fourneau auroit été disposé de façon à former un plan incliné circulaire, pour que toute la matière fluide pût se rassembler dans un bassin ménagé dans l'intérieur, au bas dudit plan; & à mesure que l'opération auroit avancé, on auroit

augmenté le degré de chaleur. Par ce seul procédé qui n'est en usage dans aucun pays, & dont aucun Auteur n'a fait mention, j'aurois fait en même temps trois opérations différentes; 1.^o celle de la fonte que les Allemands nomment *frischen*, rafraîchir; 2.^o celle de la liquation, & 3.^o celle du ressuage; car à l'aide du poussier de charbon, j'aurois fourni un phlogistique en état de revivifier la litharge & mettre le plomb en fusion: la chaleur douce auroit eu deux objets; celui de la liquation, qui consiste à ne donner qu'une chaleur capable de faire fondre le plomb, sans mettre le cuivre en fusion, c'est alors que ce premier par sa grande affinité avec l'argent, l'auroit entraîné en grande partie avec lui, & lui auroit servi d'intermède pour le séparer du cuivre; je dois observer en deuxième lieu, après l'avoir éprouvé en faisant ressusciter moi-même de la litharge pure dans un semblable fourneau, que pour peu que l'on donne une chaleur trop forte, la litharge se fond, vient couler dans le bassin, le poussier de charbon nâge par-dessus; & comme elle n'a le contact du phlogistique que par un bien plus petit nombre de côtés, l'opération en devient beaucoup plus longue, & tout cela ne se fait qu'aux dépens du plomb dont partie se vitrifie.

On auroit augmenté le degré de chaleur sur la fin de l'opération, parce que le cuivre étant alors plus en état de le supporter, auroit achevé d'abandonner son plomb, c'est ce que l'on peut nommer *ressuage*.

Mais faute d'emplacement, je fus obligé de me servir de deux petits fourneaux à manche dont on faisoit usage dans l'atelier pour la revivification de la litharge, j'en changeai toutes les proportions, & les reconstruisis dans la forme la plus avantageuse; je fis bâtir deux fourneaux de liquation, d'après les dessins que j'avois rapportés de Saxe, où ce travail est très-considérable, & j'en suivis les procédés: on en peut prendre une idée assez juste dans le Traité des fonderies de Schlutter, publié par feu M. Hellot; cependant comme les constructions des fourneaux & les procédés ont été beaucoup perfectionnés depuis cet Auteur, je me réserve d'en donner la description & les dessins dans un grand Ouvrage auquel je suis occupé.

Les litharges fortoient trop riches en argent des fourneaux de coupelle, soit par la négligence des Ouvriers-affineurs, soit par la richesse desdits affinages, pour espérer d'en extraire tout le fin dans une seule liquation, il fallut donc en faire subir une seconde à ce cuivre pour achever d'en extraire l'argent, ou du moins à demi-once près par quintal, qui est la séparation la plus exacte que l'on puisse faire avec avantage dans le travail en grand; mais je ne fis cette dernière opération que sur une quantité de six milliers ou soixante quintaux; les Fermiers desirant seulement alors que j'instruisisse leurs ouvriers de cette méthode, & de la façon d'opérer avant mon départ de Lyon pour l'Angleterre. Comme ils n'avoient point de fourneaux de raffinage pour mettre ce cuivre à sa perfection, ils le vendirent à la compagnie des Mines de Saint-Bel; je profitai de cette occasion pour répéter mon expérience pour concentrer l'argent par le moyen du soufre, j'avois double espérance de réussir avec cette matière, comme on va bientôt le voir.

Je pris dix quintaux de ce cuivre, & les fis fondre partie par partie avec le minéral de cuivre rôti à quatre feux; enfin je ne changeai rien à la fonte ordinaire par laquelle on obtient des mattes. Je voulois par-là minéraliser la plus grande partie de ce cuivre en enrichissant les mattes, & n'obtenir que des petits culots de ce métal, où j'espérois concentrer l'argent; j'y réussis au point que ce cuivre, qui ne tenoit que demi-once d'argent par quintal, me produisit des culots qui en contenoient jusqu'à quatre onces: celui qui étoit renfermé dans le minéral y entroit certainement pour quelque chose, mais ce résultat n'annonce pas moins qu'il y eut une concentration.

Comme ce cuivre avoit conservé encore un peu de plomb avec de l'argent; il arriva que le soufre du minéral, s'empara de la plus grande quantité du cuivre auquel il put s'unir, comme ayant avec lui plus d'affinité qu'avec l'argent & le plomb, lesquels se précipitèrent en culot avec le cuivre qui n'avoit pas rencontré assez de soufre pour se minéraliser.

Satisfait d'avoir réussi dans cette expérience qui confirmoit mes précédentes, j'étois sur le point de proposer à la Compagnie des

Mines de Saint-Bel, d'acquérir des Affineurs, le cuivre encore chargé d'argent après la première liquation, en payant ce dernier métal suivant l'essai; mais ayant fait réflexion sur l'inégalité de richesse que j'avois trouvée aux litharges & aux cuivres qui en provenoient; je vis qu'il étoit impossible d'apprécier la quantité d'argent qu'ils pouvoient contenir, & qu'il falloit abandonner ce projet: mon dessein étoit d'en concentrer l'argent par l'opération ci-dessus; je fus fâché qu'il n'eût pas lieu, regardant ce procédé comme un des plus importants de la Métallurgie, & je ne cherchois que l'occasion de pouvoir le mettre en pratique. Peu de temps après parut la traduction des Mémoires de l'Académie des Sciences de Suède, où je vis avec plaisir que M. Scheffer propose dans son Histoire du départ ou de la séparation des métaux, de préférer la méthode de la minéralisation du cuivre pour en séparer l'argent, à celle de la liquation; mais on verra bientôt que M. Cramer avoit eu aussi les mêmes idées, & que depuis & pendant que j'étois en Angleterre, ce savant Métallurgiste étoit occupé à monter un travail fondé sur les mêmes principes; mais avant que de décrire son procédé, je dois faire part d'une observation très-intéressante & que j'eus occasion de faire pendant que je dirigeois & instruisois les Ouvriers des affinages.

Les Fermiers des affinages reçoivent journellement en abondance des monnoies à bas titre & en espèces qu'il falloit fondre ensemble pour déterminer par l'essai le titre commun; il leur falloit une quantité prodigieuse de creusets, il s'en cassoit beaucoup, ce qui leur occasionnoit une main-d'œuvre considérable avec une grande consommation de charbon; ils me témoignèrent leur embarras, je leur proposai d'abrégier cette opération & me chargeai de cette fonte.

Je fis ouvrir un des fourneaux à manche, je construisis dans son intérieur un bassin au niveau de la tuyère, & en pratiquai un second en dehors, qui communiquoit au premier; je fermai d'un pied de hauteur le fourneau, à quelques pouces au-dessus dudit bassin, je fis chauffer le tout, je mis du charbon jusqu'au haut de la tuyère, fis agir les soufflets, charger les monnoies par-dessus les charbons & continuer de la même manière à mesure

que les matières fondoient; mes deux bafins furent bientôt pleins, j'arrêtai le vent des soufflets pour puiser le métal avec une cuiller & le verser dans des lingotières; je recommençai ensuite à procéder de la même manière, ce qui accéléroit prodigieusement le travail sur celui des creusets.

Je remarquai par des expériences, que pour rendre les lingots de billon d'une teneur plus égale dans toutes les parties, il falloit que les lingotières fussent aussi chaudes qu'il étoit possible, & que moins elles l'étoient, plus il y avoit d'inégalité, cela me donna lieu à faire beaucoup d'essais particuliers, & je reconnus, soit par les expériences faites juridiquement aux affinages, soit par les miennes propres, que dans le cas où la différence étoit la plus sensible, c'étoit le centre du lingot qui étoit le moins riche en argent, & toutes les parties extérieures les plus riches, sur-tout celles qui avoient touché les parois de la lingotière; M. Cramer fait mention de cette inégalité dans sa Docimastie, mais il n'avoit peut-être pas pensé qu'elle fût aussi sensible pour l'argent & le cuivre sans mélange d'aucun autre métal. Quelques personnes ont cru que lorsque des métaux étoient alliés ensemble & tenus en fusion, il y avoit une plus grande quantité des plus pesans dans la partie inférieure que dans la supérieure du creuset, mais il y a grande apparence que cela n'a pas lieu puisque la dissolution est parfaite toutes les fois que le degré de chaleur est assez fort pour tenir les deux métaux en fusion, car il en est autrement à mesure qu'ils refroidissent, comme on le verra pour le plomb & le cuivre fondus ensemble, d'où on pourroit expliquer l'inégalité dont je parle par le refroidissement plus prompt de l'un ou de l'autre des métaux alliés; cependant je pense que dans l'exemple que je rapporte on doit plutôt l'attribuer au degré plus ou moins grand de sensibilité de ces métaux à l'approche d'un corps froid: tous les Chimistes & les Métallurgistes savent que les métaux en fusion sont très-susceptibles de sauter en l'air avec fracas dès qu'ils sont touchés par des corps humides, le plomb l'est moins que l'argent & celui-ci encore moins que le cuivre; d'où je conclus qu'en versant un alliage d'argent & de cuivre dans une lingotière, dès que la masse en touche les parois, elle cherche à s'en éloigner, rencontrant

rencontrant un corps moins chaud qu'elle-même, le cuivre reçoit une impulsion plus forte par sa plus grande sensibilité & tend de tous les côtés à se rapprocher du centre; d'où il résulte que dans les lingots de billon, les extrémités seront d'autant plus riches, eu égard à l'intérieur, que les lingotières ou les moules en sable auront été moins échauffés avant que d'y verser la matière: cette observation me paroît d'autant plus importante que nos Essayeurs prennent toujours leurs essais sur les lingots, & ont rarement l'attention d'en prendre dessus & dessous, ce qui rendroit pourtant l'essai plus juste, & que fort innocemment (quoiqu'ayant bien opéré) ils pourroient faire tort à des particuliers & les engager dans des procès, la méthode la plus sûre pour ces sortes de matières, seroit sans contredit de faire comme en Allemagne, & de prendre les essais de la manière suivante; lorsque ces métaux sont bien en fusion, on en puise avec un petit creuset rougi au feu, & on le verse dans un baquet plein d'eau agitée avec un petit ballai pour les réduire en petites grenailles qui sont recueillies pour faire les essais sur lesquels on détermine le titre.

Il y a environ dix-huit mois qu'étant à voyager avec mon frère dans le pays d'Hanovre & le duché de Brunswic, nous nous rendîmes à Blankenbourg auprès de M. Cramer, pour y passer quelques jours & profiter des lumières de ce savant Chimiste, il étoit occupé depuis quelque temps à traiter par la précipitation, les monnoies de billon du pays; il est le premier en Europe qui ait séparé l'argent du cuivre dans un travail en grand par cette méthode: je vais rapporter ses procédés qui sont très-curieux & servent de confirmation à mes expériences faites plusieurs années auparavant.

*Fonte des Monnoies à bas titre; séparation de l'Argent
d'avec le Cuivre.*

La fonderie destinée pour cette séparation, a été construite à un quart de lieue de la ville de Blankenbourg; elle renferme deux fourneaux de réverbère, un grand & un petit, qui diffèrent peu de ceux que l'on nomme *cupols* en Angleterre, un fourneau

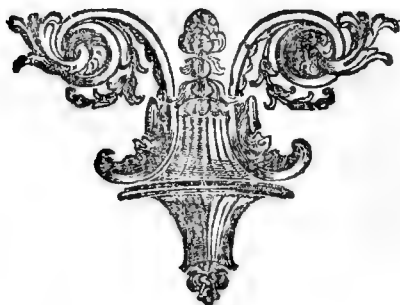
434 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
de coupelle, deux fourneaux à manche & un petit foyer de
rafinage pour le cuivre.

Lorsqu'on a des cuivres qui tiennent moitié argent & au-dessus, on les met tout de suite à la coupelle avec une suffisante quantité de plomb pour entraîner tout le cuivre, comme cela se fait par-tout ailleurs; mais ceux qui sont moins riches sont mis dans le grand fourneau de réverbère mentionné ci-dessus, c'est-à-dire, 800 marcs à la fois; lorsqu'ils sont d'un rouge blanc, on y ajoute 12 quintaux de plomb, on fait fondre le tout ensemble; dès que la matière est en bain, on perce & l'on fait couler dans un bassin de réception; on laisse refroidir & l'on écume à mesure en retirant avec un rable tout ce qui s'élève en grumeaux à la surface, c'est le cuivre qui se refroidissant plutôt que le plomb, s'en sépare & vient par sa légèreté, eu égard à la pesanteur de ce dernier, nager dans la partie supérieure du plomb en fusion; lorsque l'on a écumé tout ce qu'il paroïssoit y avoir de cuivre, on enlève le plomb avec une cuiller, & on le verse dans des moules, ce métal par sa très-grande affinité avec l'argent, l'empêche de se séparer par le refroidissement, ainsi que le fait le cuivre, & en conserve avec lui la plus grande partie, d'où il s'est par-là fort enrichi; dans cet état on l'affine & on le passe à la coupelle à l'ordinaire, on continue le même procédé dans le fourneau de réverbère tant qu'on a de ces cuivres ou monnoies de billon; l'écume dont il vient d'être parlé ci-dessus, est un mélange de beaucoup de cuivre, d'argent & du plomb; lorsqu'on en a une certaine quantité, on la met dans le même fourneau de réverbère, mais sans aucune addition, & on la fait dessécher ou ressuier, c'est-à-dire, qu'on lui donne une chaleur capable de faire fondre le plomb & non le cuivre; ce premier coule & entraîne avec lui une grande partie d'argent, on le passe ainsi à la coupelle; quant au cuivre qui a resté dans le fourneau, il tient encore beaucoup d'argent, c'est pourquoi on le fond dans cet état dans un fourneau à manche avec un mélange de pyrites martiales, pour le minéraliser & le réduire en mattes, lesquelles sont ensuite fondues sans être grillées, c'est-à-dire, crûes avec des scories d'une précédente fonte des

matières tenant plomb, comme litharge, cendres de coupelle imbibées & de la grenaille de fer; il arrive dans cette fonte une précipitation par l'intermède du fer, le plomb a plus d'affinité avec le soufre que n'en a l'argent; mais le fer en a encore plus que ces deux métaux, de sorte que le soufre s'unit avec ce dernier, & les deux premiers se précipitent, ils se rassemblent sous la matte, on les retire avec une cuiller pour être passés à la coupelle; s'ils ont entraîné du cuivre avec eux, ce qui est aisé à connoître, on écume & on retire une matière telle que nous l'avons dit précédemment & que l'on porte au fourneau anglois pour l'y faire ressuer. Les mattes retiennent pourtant encore une partie d'argent; pour l'en séparer, on les rôtit à l'ordinaire entre deux murs, & on leur donne trois, quatre & jusqu'à cinq feux, enfin jusqu'à ce qu'on aperçoive des grains de cuivre dans cette matte rôtie. M. Cramier prétend que ces grains sont presque tout argent; on fond alors cette matte dans un fourneau à manche, & l'on obtient à chaque percée que l'on fait, un culot de cuivre plombifère, dans lequel tout l'argent, ou du moins la plus grande partie doit être précipitée; on n'a rôti ces mattes que jusqu'à un certain point, dans l'intention de ne faire évaporer que le soufre surabondant qui tenoit encore avec lui de l'argent; & comme ce dernier a moins d'affinité avec le soufre que n'en a le cuivre, lequel en a moins que le fer contenu dans la pyrite, joint à celui que l'on a ajouté dans la précédente fonte, il résulte que l'argent doit se précipiter en culot avec un peu de cuivre, d'où l'on doit sentir de quelle conséquence il est de ne point trop rôtir ces mattes, sans quoi on courroit risque de mettre trop de cuivre à nu & d'étendre ainsi l'argent dans un trop grand volume de ce métal; si au contraire on ne les rôtit pas assez, on est exposé à ne pas obtenir de culots ou à les avoir trop petits.

Si ces culots sont assez riches, on les traite dans le fourneau à l'angloise, comme nous avons dit, qu'on le faisoit de la monnoie de billon; mais s'ils sont trop pauvres, on les fond avec des pyrites: quant aux mattes qui sont provenues de cette dernière fonte, & qui ne tiennent qu'une quantité d'argent qui

ne vaut pas le départ, on les rôtit jusqu'au cuivre noir & on les traite à l'ordinaire pour en obtenir le cuivre raffiné. M. Cramer fait conduire, avec beaucoup de précaution, la seconde fonte, dans laquelle nous avons dit que l'on ajutoit des matières tenant plomb; son fourneau à manche a cinq pieds de hauteur au-dessus de la tuyère, mais afin que la chaux de plomb, qui forme une fumée épaisse toutes les fois que l'on fond du plomb, ne soit pas enlevée, ou du moins pour en diminuer la perte, il fait à chaque charge toujours recouvrir son fourneau avec de petit charbon mouillé, la chaux de plomb s'y arrête, se revivifie peu à peu & retombe en gouttes dans le fourneau.



SECONDE MÉMOIRE SUR LA FILATURE DES SOIES.

Par M. DE VAUCANSON.

EN 1748, je donnai un premier Mémoire concernant la construction d'un nouveau Tour à tirer la Soie, dans lequel je tâchai de réunir les moyens les plus simples, les plus commodes & les plus assurés de filer la Soie avec toute la perfection requise. Je soumis ce nouvel instrument à l'expérience, pendant plusieurs années, dans la Manufacture royale d'Aubenas en Vivarais. L'usage m'y fit découvrir un inconvénient que je n'avois pas prévu, ce qui m'obligea d'y faire une correction dont je vais rendre compte, après quelques observations préliminaires.

La soie n'est point filée par la main des hommes, comme la laine, le coton ou le lin; c'est le ver qui file lui-même la soie dans laquelle il s'enveloppe, comme plusieurs autres chenilles. Cette enveloppe, qu'on nomme *coque* ou *cocon*, n'est à proprement parler qu'un peloton qui est à diviser; c'est par la réunion des brins de quelques-uns de ces pelotons, qu'on forme le fil de soie; les fils les plus fins sont composés de trois à quatre brins, c'est-à-dire de trois à quatre cocons; on augmente leur grosseur en augmentant le nombre de ces brins: ainsi on tire de la soie de quatre à cinq cocons, de cinq à six, de six à sept, de sept à huit & de huit à dix, suivant la qualité de soie que l'on veut faire. On prescrit toujours deux nombres de cocons pour chaque fil de soie, parce que le brin diminuant de grosseur à mesure que le cocon approche de sa fin, il faut alors en ajouter un & quelquefois deux, pour entretenir le fil de soie dans la même égalité de grosseur; c'est la principale attention que doit avoir la fileuse, parce que c'est de sa vigilance & de son adresse, que dépend uniquement l'égalité du fil.

La netteté du fil de soie dépend aussi presque entièrement de son exactitude à bien purger les cocons: je n'entrerai point dans

le détail de ces procédés, que j'ai décrits fort au long dans mon premier Mémoire; je me bornerai dans celui-ci, à montrer toutes les perfections que la soie peut recevoir de la construction du tour qui sert à cette opération.

C'est l'exakte jonction & la parfaite adhésion des différens brins de cocons entr'eux, qui donnent au fil de soie la principale force: il y a deux moyens pour faire cette union; le premier & le plus ancien, est d'entrelasser le fil au sortir de la filière, sur deux petits cylindres de bois, avant qu'il parvienne sur le devidoir: Comme ces petits cylindres ressembtent à une bobine, on nomma cette manière de filer la soie, *tirer à la bobine*; c'est la méthode qui est en usage en Espagne, dans le Levant, à la Chine & dans quelques endroits du royaume; mais comme la jonction des brins ne se fait que très-imparfaitement par cette méthode, & que le fil de soie n'y est jamais ni arrondi, ni uni, ni suffisamment purgé de son humidité; il en résulte une soie qui est toujours défectueuse & qui ne peut se devider sans occasionner beaucoup de déchet.

Les Piémontois qui ont le plus contribué à la perfection de cet art, imaginèrent un autre moyen de faire cette jonction; ils filèrent deux fils à la fois, & au lieu de les entrelasser chacun au sortir des filières, sur des cylindres, ils les croisèrent l'un sur l'autre un certain nombre de fois; après la croisure, chaque fil séparé fut passé dans l'œil des guides, pour être distribués sur le devidoir & former chacun un écheveau; on nomma cette nouvelle manière de filer, *tirer à la croisée*, non-seulement elle fut adoptée comme la meilleure, par tous les Fabricateurs piémontois, mais elle fut ordonnée par un règlement du Prince.

En effet, les deux fils de soie étant obligés de glisser entre toutes les hélices que forment leur croisure, les différens brins de cocons dont ils sont composés, se serrent & s'unissent d'autant plus les uns contre les autres, que le nombre des hélices est plus grand & que leur inclinaison est plus considérable; un second avantage de la croisure est de s'opposer au passage de quantités de côtes & de flocons de soie qui échappent toujours à la fileuse quand elle purge ses cocons, ou qui ne se

montrent qu'à mesure que le cocon se développe: le troisième avantage que procure la croisure, est d'exprimer beaucoup de parties aqueuses dont les brins de cocons sont imprégnés par leur séjour dans l'eau de la bassine, ce qui empêche que les fils de soie ne parviennent trop humides sur le devidoir: voilà donc trois qualités essentielles que la croisure procure au fil de soie; elle lui donne de la force en réunissant exactement les différens brins dont il est composé; elle contribue à sa netteté en servant d'obstacle au passage des impuretés accidentelles; elle l'empêche de se coller dans la confection de l'écheveau en lui enlevant une bonne partie de son humidité.

Mais pour que la croisure produisît toujours ces bons effets, il faudroit qu'elle fût toujours proportionnée aux différentes qualités de soie que l'on tire, & qu'elle fût toujours égale pour une même qualité; il faut moins croiser pour les soies fines & croiser davantage pour les plus grosses; la manière dont on fait ordinairement cette croisure ne permet aucune régularité: après avoir passé dans les filières qui sont au-dessus de la bassine les deux faisceaux de brins de cocons qui doivent former les deux fils de soie, la tireuse prend ces deux fils & les croise l'un sur l'autre, en les roulant entre le doigt index & le pouce, mais le nombre de révolutions qu'elle leur fait faire est toujours très-incertain & fort inégal; l'obligation où elle est d'avoir toujours ses doigts dans l'eau presque bouillante, lui ôte tout sentiment dans le tact, & il arrive presque toujours que les deux fils sont trop croisés ou qu'ils ne le sont pas assez; si la croisure est trop considérable, la fileuse ne s'en aperçoit que lorsque les fils attachés sur le devidoir qu'on met en mouvement, ne peuvent pas glisser assez facilement l'un sur l'autre dans l'endroit de la croisure; elle est forcée alors de rompre ses deux fils & de recommencer sa croisure à laquelle elle ne réussit souvent pas mieux que la première fois; si la croisure est trop foible, elle ne produit plus tout son effet, & la fileuse qui devoit pareillement rompre ses fils pour en refaire une autre, ne s'en donne jamais la peine; elle croise toujours beaucoup moins qu'il ne faut, afin de n'être pas obligée de recommencer: voilà pourquoi

la plupart des soies tirées à la croifade n'ont pas le plus souvent une meilleure qualité que celles qui sont tirées à la bobine.

J'ai remédié à cet inconvénient dans mon tour, en fournissant à la tireuse un moyen sûr & facile de faire exactement le nombre de croifures qui lui est prescrit; entre les filières qui sont immédiatement au-dessus de la bassine & celles des guides qui conduisent les fils sur le dévidoir, j'ai placé un cercle de cuivre de 6 pouces de diamètre, qui porte dans son intérieur un œil de verre en forme de crochet, placé de chaque côté à 5 pouces & demi de distance l'un de l'autre; à l'extérieur de ce cercle est une gorge qu'enveloppe une corde sans fin, qui se plie aussi sur une poulie de bois de même diamètre, montée sur un arbre de fer, au bout duquel est une petite manivelle à portée de la main de la tireuse; après qu'elle a passé chaque fil dans la première filière, la tourneuse les prend pour les passer chacun dans l'œil de verre du cercle & dans celui des guides; la tireuse met alors la main sur la petite manivelle, qu'elle tourne autant de fois qu'elle doit faire de croifures, & les deux fils de soie se trouvent croisés en deux endroits, autant de fois que la manivelle a fait de tours: si pour les soies les plus fines on fait six tours de manivelle, la soie se trouve croisée six fois devant & six fois derrière la lunette; si c'est douze tours pour les plus grosses soies, il y aura douze tours à chaque croifure; cette croifure qui se trouve ici partagée, permet aux fils de soie de glisser plus aisément entre un plus grand nombre d'hélices; l'usage démontre que ces fils ne glisseroient pas dans une seule croifure composée de trente hélices, & qu'ils glissent facilement dans deux de quinze hélices chacune & de même inclinaison; or plus le nombre des hélices est grand, plus la pression des brins est continuée & plus le fil de soie acquiert de force & d'uniformité.

Le second avantage de la double croifure est d'exprimer beaucoup plus d'humidité que ne peut faire une croifure seule, c'est principalement à l'entrée & à la sortie de la croifure que l'on voit les particules d'eau s'échapper des fils de soie; cette double circonstance se trouvant répétée dans la seconde croifure, il est aisé

aisé de concevoir que les fils de soie doivent arriver beaucoup moins humides sur le devidoir.

Par cette nouvelle manière de croiser, on a encore l'avantage d'augmenter ou de diminuer les croisures, sans être obligé de rompre les fils de soie; il se trouve souvent dans le cours de l'opération, des cocons foibles dont le brin ne peut pas supporter une forte croisure; deux ou trois tours de manivelle à contre-sens, suppriment deux ou trois hélices à chaque croisure, comme un pareil nombre de tours en sens contraire, les y ajoutent; on n'a pas même besoin pour cela d'arrêter le mouvement du devidoir.

La seconde perfection que l'on doit trouver dans le tour à soie, est de distribuer les fils sur la largeur de l'écheveau, de manière qu'ils ne puissent jamais se coller les uns sur les autres, car malgré les croisures ils arrivent toujours un peu mouillés sur le devidoir; lorsque la soie se trouve collée dans l'écheveau, elle devient très-difficile à devider, elle sort toute écorchée de cette opération, & occasionne un déchet qui va quelquefois à plus de 10 à 12 pour cent.

C'est par le mouvement des guides que chaque fil de soie est distribué sur l'écheveau; il faut que ce mouvement corresponde avec celui du devidoir, de manière qu'à chaque révolution du devidoir, le fil change de position en s'écartant le plus qu'il est possible de celui qui a été couché sur l'écheveau le tour d'auparavant, & qu'il ne revienne à sa première position qu'après un grand nombre de révolutions du devidoir.

Les Piémontois ont employé un engrénage de quatre roues pour établir la communication de ce mouvement entre le devidoir & les guides. La proportion qui y est observée opère un arrangement des fils très-régulier & très-avantageux pour la confection de l'écheveau; le règlement de Piémont oblige tous les fileurs d'en faire usage, & ordonne que chaque tour sera muni d'une double garniture de toutes les pièces qui composent ce mouvement, parce qu'il est rare qu'elles se conservent en bon état pendant tout le temps d'un tirage.

Nos fileurs françois qui ne sont assujettis à aucun règlement, n'ont jamais voulu faire usage de cette mécanique; ils l'ont trouvé

trop incommode, trop peu solide & trop dispendieuse; ils ont réglé le mouvement des guides par le moyen de deux poulies de bois dont les diamètres diffèrent comme de $22\frac{1}{2}$ à 35, la plus petite tient à l'arbre du devidoir, & la grande à la traverse des guides qui est sur le devant du tour: une corde sans fin embrasse la gorge des deux poulies, de manière qu'en tournant le devidoir, la poulie qui y est attachée fait tourner celle des guides. Ce moyen est sans contredit beaucoup plus simple & beaucoup plus commode que celui des Piémontois; mais il s'en faut bien qu'il soit aussi sûr & aussi régulier: la corde sans fin n'est tendue que par un petit coin de bois qu'on met contre la traverse des guides; après quelque temps de travail, la corde s'allonge, glisse par intervalle dans la gorge des poulies, & dérange toute l'harmonie de leur mouvement; d'un autre côté la poulie des guides placée sur le devant du tour, & par conséquent exposée à la vapeur de l'eau bouillante s'enfle pendant le travail du jour & se sèche pendant le repos de la nuit; le rapport de son diamètre avec celui de l'autre poulie se trouvant changé, les fils de soie ne s'arrangent plus avec régularité sur l'écheveau, & font un pliage vicieux qu'on nomme *vitrage*, parce que le fil revenant trop souvent dans le même endroit, fait paroître sur la surface de l'écheveau des lozanges terminés par des cordons, qui ressemblerent à des carreaux de vitre.

Dans la construction de mon nouveau tour, je crus avoir remédié à ces deux inconvéniens, en donnant à la corde sans fin une tension toujours égale, par le moyen d'un poids qui faisoit un effort constant sur la poulie des guides, & en ajoutant deux canelures de plus sur la petite poulie du devidoir, dont l'une avoit dans son diamètre une fraction en plus, & l'autre une fraction en moins que dans celui de la première canelure, afin de pouvoir compenser par-là les variations qui pourroient arriver au diamètre de la grande poulie; en effet, lorsque la tourneuse s'apercevoit de la moindre altération dans le pliage, elle n'avoit qu'à changer la corde de canelure, & dans l'instant le pliage se réformoit.

Ce moyen de correction parut avoir le plus grand succès dans les premiers essais qui furent faits de mon nouveau tour: chacun y trouva beaucoup de simplicité & beaucoup de commodité; on

m'engagea de le rendre public, afin que dans toutes les filatures on pût promptement profiter d'une découverte aussi utile; mais l'usage me fit bientôt apercevoir de mon imprudence, & m'apprit qu'il ne faut jamais donner pour règle à suivre, aucun moyen nouveau, sans l'avoir fait passer auparavant par les épreuves les plus scrupuleuses, les plus longues & les plus répétées.

M'étant transporté à Aubenas en 1763, pour y établir la première Manufacture de soie, composée de mes nouveaux tours & de mes nouveaux moulins à organciner; je remarquai en voyant tirer la soie avec mes tours qui y étoient en usage depuis deux ans, que la bonté du pliage des écheveaux dépendant de l'attention de la tourneuse à changer à propos la corde de canelure, il arrivoit qu'elle ne remédioit jamais au mal assez tôt, & qu'elle ne s'en apercevoit même que lorsqu'il subsistoit depuis long-temps; de sorte que la soie se trouvant mal pliée dans plusieurs endroits de l'écheveau, elle ne se devoit pas assez aisément, & occasionnoit encore trop de déchet.

Je compris alors que pour arriver à la perfection, il falloit absolument rendre le pliage des écheveaux indépendant du plus ou du moins de vigilance dans la tourneuse; qu'il devoit nécessairement être réglé comme celui des Piémontois, par une correspondance invariable entre les révolutions du devidoir & le jeu des guides, ce qui ne pouvoit se faire que par un engrénage quelconque; mais il falloit éviter les inconvéniens de celui de Piémont; il falloit le rendre plus commode & plus solide. J'y suis parvenu en y employant quatre petites roues placées sur une même ligne & attachées à un des pieds de derrière du tour; la première de ces roues qui a 23 dents est fixée au bout de l'arbre du devidoir; elle engrène avec une roue de 25, sur laquelle est attachée une roue de 22, qui a un centre commun avec elle, & qui tourne sur le même boulon: cette roue de 22 mène une roue de 35 dents qui fait agir les guides par un mouvement de *va & vient*, au moyen d'un fil de fer d'un pied environ de longueur, terminé à ses extrémités par une boucle en forme d'anneau, dont l'une tient à la roue & l'autre à la tige qui porte les guides; j'ai donné à cette tige une forme différente, & une position plus

avantageuse. Ces quatre roues sont en bois de plane ou de noyer, coupées perpendiculairement au fil du bois, elles n'ont que huit à neuf lignes d'épaisseur, n'occupent que très-peu de place & se trouvent fort éloignées de la bassine, ce qui les met à l'abri de la vapeur de l'eau.

La proportion que j'ai établie par-là, entre le mouvement du devidoir & celui des guides, est telle que le devidoir fait huit cents soixante-quinze révolutions avant que le fil de soie ne revienne au même point d'où il est parti, c'est-à-dire que le fil change de position pendant huit cents soixante-quinze tours de l'écheveau avant de retomber sur la première; ce pliage très-régulier dans sa variété, nous a paru le plus avantageux pour le devidage des écheveaux; lorsque la soie est d'ailleurs bien tirée, le déchet qu'elle souffre dans cette seconde opération, n'est presque pas sensible, puisqu'il ne va pas à une once sur cent livres.

C'est d'après cette dernière réforme, que je fis construire les cent tours à la double croisée, qui composent la filature d'Aubenas; j'ai non-seulement attendu qu'un long usage en eût constaté la bonté, mais comme une découverte en occasionne presque toujours plusieurs autres sur le même objet, j'ai été bien aise de voir si quelqu'un ne trouveroit pas quelque chose de mieux, si personne n'y découvroit quelque défaut, ou n'y ajouteroit quelque perfection; j'ai eu soin de faire éprouver par l'Entrepreneur de la manufacture d'Aubenas, toutes les nouveautés qui ont été présentées depuis, je veux dire, celles qui ont paru mériter quelque considération, soit par le témoignage dont elles étoient appuyées, soit par la réputation de leur auteur: le compte qui m'en a été rendu par cet Entrepreneur éclairé, sa persévérance à trouver plus d'avantage dans les miens, & la préférence qu'il vient de leur donner en dernier lieu, dans l'établissement d'une nouvelle fabrique, me déterminent enfin de présenter aujourd'hui ce tour au Public, non comme le plus parfait qu'on puisse imaginer, mais comme le meilleur de tous ceux qui existent, en déclarant en même temps, que l'usage en deviendra inutile pour tous ceux qui ne voudront pas changer de méthode dans les autres procédés de cette opération.

La construction du tour peut bien donner à la soie toutes les qualités que je viens de lui assigner ; mais la netteté & l'égalité dans le fil, dépendront toujours de trois manutentions antécédentes ; la première est de tirer chaque qualité de cocon séparément ; la seconde de les purger exactement & en petite quantité à chaque battue ; la troisième de ne jamais jeter qu'un seul brin à la fois, pour entretenir l'égalité de grosseur dans le fil de soie.

Dans tous les tirages particuliers, on se contente de mettre à part les cocons doubles qui ne peuvent pas se diviser, & quelquefois les cocons chiques, crainte de tacher la soie ; les fins, les demi-fins, les veloutés, les satinés sont tirés tous ensemble ; c'est à ce pernicieux mélange que l'on doit principalement attribuer l'infériorité de nos soies vis-à-vis celles des Piémontois ; d'un autre côté, nos tireuses sont dans la mauvaise habitude de jeter un trop grand nombre de cocons dans la bassine pour chaque battue ; après en avoir recueilli tous les brins au moyen d'un petit balai, elles enlèvent toute la mauvaise soie, jusqu'à ce que chaque brin paroisse bien purgé ; mais comme les uns le sont plutôt que les autres, elles enlèvent une bonne partie de la bonne soie avec la mauvaise, lorsqu'elles attendent qu'ils le soient tous également ; cette perte est d'autant plus considérable, qu'on veut purger plus de cocons à la fois, & comme elles craignent toujours de faire trop de déchet, elles ne purgent jamais à fond chaque poignée, ce qui empêche la netteté du fil, lors même que les cocons ont été choisis le plus exactement, parce qu'il ne faut que deux ou trois cocons de mal purgés, pour ôter à un écheveau de soie, toute sa beauté & une partie de son prix.

Au lieu de ne jeter qu'un seul brin de cocon pour entretenir l'égalité du fil, nos tireuses ont encore la mauvaise habitude d'en jeter toujours plusieurs ensemble dont elles sont obligées de supprimer la plus grande partie lorsqu'elles voient que leur nombre excède celui qui leur a été prescrit, & comme elles ne peuvent s'en apercevoir que par le compte qu'elles font des cocons lorsqu'ils sont parvenus sous la filière, il arrive toujours que le devidoir a enlevé pendant ce temps, vingt, trente & quelquefois quarante aunes de fil avant qu'elles aient pu retrancher

les cocons surnuméraires; cette longueur de soie montée sur le devidoir, se trouve souvent d'un tiers & quelquefois de moitié plus grosse qu'elle ne doit être: ce défaut répété à chaque fois qu'on fournit de nouveaux brins, occasionne nécessairement une variété alternative de grosseur dans la soie, qui est un des plus grands vices qu'elle puisse avoir: il est aisé de comprendre que le tour le plus parfait ne sauroit jamais remédier aux inconvéniens d'une méthode aussi mauvaise, & que tant qu'elle subsistera, on ne parviendra point à faire des soies qui puissent être converties en organcin capable de remplacer celui de Piémont.

On imaginera peut-être qu'il est aisé de changer de méthode; & qu'on pourra facilement engager tous ceux qui veulent tirer la soie de leurs cocons, d'en faire un triage exact & de tirer chaque quantité séparément; de prescrire aux tireuses de n'en purger qu'un petit nombre à chaque battue & de les assujettir à ne jamais fournir qu'un seul brin à la fois, sur-tout dans les soies fines; mais ceux qui pourroient regarder cette réforme comme facile, ne connoitroient certainement pas quel est l'empire du préjugé, & combien est puissante la force de l'habitude; l'intérêt seul peut vaincre de tels obstacles, & malheureusement aucun de ces gens-là ne sauroit l'y trouver ni même l'entrevoir, par la manière dont se fait le commerce de cette soie.

Il y a peut-être vingt mille particuliers en France qui font éclore des vers tous les ans pour avoir des cocons; c'est ordinairement la femme ou la fille de la maison qui en tire la soie; ou bien l'on prend des fileuses de profession que l'on paye à tant par livre: les unes font trois ou quatre livres de soie, les autres plus, & d'autres moins; toutes ces petites parties de soie sont vendues à des Marchands Commissionnaires qui viennent les ramasser dans tous les villages & dans tous les hameaux; le prix qui en est toujours réglé d'avance, relativement à l'abondance ou à la disette générale des cocons, est commun pour tous les acheteurs, c'est-à-dire que la soie de l'un n'est pas plus payée que celle de l'autre, quel que soit le soin qu'il ait pris de la mieux travailler; j'ai entendu les plaintes de quantité de personnes qui ayant bien voulu se prêter aux instructions données par M.^{rs} les

Intendans pour le tirage des soies, ont toujours été dupes des peines qu'elles avoient prises & des frais qu'elles avoient faits pour s'y conformer, parce qu'elles n'ont jamais pu vendre leur soie un sou de plus que ceux qui avoient suivi la routine ordinaire; les Acheteurs disent pour leurs raisons que quelques livres de soie trouvées çà & là un peu mieux tirées, mais presque toujours d'un brin différent, ne sauroient former des lots à part; qu'ils sont obligés de les confondre avec toutes les autres parties qui varient aussi en qualité, pour les vendre en masse dans les foires de Beaucaire & d'Alais où les Marchands de Lyon & d'autres lieux viennent les acheter en gros pour en faire des trames ou pour la fabrique des bas: on voit par-là que les fileurs particuliers, bien loin d'être portés à la réforme, trouvent au-contraindre leur avantage à mêler le plus de mauvaise soie qu'ils peuvent avec la bonne, pour faire poids; il ont seulement l'attention d'employer les meilleurs cocons à couvrir l'extérieur de leurs écheveaux, afin de leur donner plus de montre & plus d'apparence.

Dans les villes ou dans les bourgs qui abondent en cocons, il se trouve des spéculateurs qui entreprennent de tirer pour leur compte ou pour celui d'autrui; ils achètent la récolte des uns & des autres, ils se munissent à peu de frais de quelques tours mal construits, qu'ils placent dans une cour ou sous un hangar, & prennent des tireuses à gage qu'ils payent à tant par livre; comme ces Entrepreneurs qui sont de toute autre profession, n'entendent point l'art de tirer la soie, ils sont toujours maîtrisés par les tireuses qui n'ont elles-mêmes d'autre intérêt que celui d'avancer la besogne, afin de gagner une plus forte journée; le seul avantage qui puisse résulter de ces petits tirages, est de produire une certaine quantité de soie du même brin, mais cette soie ne sauroit jamais être employée que pour trame d'une qualité plus ou moins bonne, suivant que le tirage a été plus ou moins bien conduit; ceux qui ont essayé de faire monter cette soie en organcin, en ont toujours été rebutés par le déchet énorme qu'elle souffroit dans cette opération, & par l'infériorité où elle restoit auprès de celle des Piémontois; il n'y a que quelques fabriques qui l'emploient pour chaîne dans les étoffes de basse qualité.

On a favorisé pendant long-temps ces filatures particulières; en accordant à quelques Entrepreneurs une gratification sur chaque livre de soie filée, mais ces encouragemens n'ont pas contribué à rendre la soie meilleure, parce que ceux qui les obtenoient ne la travailloient pas différemment de ceux à qui on ne donnoit rien; ces gratifications au contraire, ont nui le plus souvent à la perfection, parce que les Entrepreneurs gratifiés tiroient avantage de leur situation pour sur-hauffer le prix des cocons, & que le plus grand nombre se voyant forcé de les acheter plus cher, a cherché du dédommagement dans un travail précipité & très-souvent frauduleux.

On s'est dissimulé ce pernicieux effet, parce qu'on a cru que le prix du cocon sur-haussé, quel qu'en fût le principe, favorisoit la culture des mûriers, mais on auroit dû faire attention que ce haussement de prix, dépendant uniquement des gratifications, ne pouvoit produire qu'une augmentation apparente, proportionnée tout au plus à la valeur & à la durée de ces encouragemens, au lieu qu'une meilleure préparation augmentant réellement & d'une manière constante le prix de la soie, toutes les productions qui y sont relatives, auroient acquis par-là, une valeur bien plus assurée & bien plus solide.

On doit être bien convaincu aujourd'hui que nos filatures ne se perfectionneront que lorsqu'elles seront entreprises aux dépens & conduites par les soins de ceux qui doivent donner à la soie les préparations secondaires pour la convertir en organcin; eux seuls sont intéressés à la faire filer avec toutes les précautions requises, parce qu'eux seuls ont à souffrir des négligences & des fautes commises dans cette première préparation; ils ont intérêt de faire un triage exact de chaque nature de cocon, pour n'employer que les plus fins à la confection de leur organcin; dont la valeur est toujours proportionnée à la bonté de cette première matière; ils ont intérêt d'empêcher que leurs tireuses ne fassent de trop grosses battues, afin de pouvoir purger les cocons plus à fond & perdre le moins qu'il est possible de la bonne soie; comme c'est de cette manutention que dépend principalement la netteté & la beauté de leur organcin, ils ont grand
soin

soin de veiller leurs tireuses sur cet article; ils n'ont pas moins d'intérêt de les assujettir à ne jamais fournir qu'un seul brin à la fois dans les soies fines, soit pour rendre cette addition moins sensible dans le point de la jonction, soit pour maintenir le fil dans l'égalité la plus exacte, parce que c'est de cette perfection que dépend encore le principal mérite de leur organcin; ils ont intérêt de se servir des tours les plus parfaits, parce qu'ils auroient à supporter dans le devidage & dans le moulinage des déchets qui résultent toujours de la mauvaise construction des tours ordinaires.

Enfin il paroît démontré par tous les efforts & par toutes les tentatives infructueuses qu'on a faits jusqu'ici, qu'on ne doit plus espérer la perfection de nos filatures de soie que des mains de ceux qui doivent la travailler en organcin & la vendre dans cet état; on l'a éprouvé dans le Piémont: avant que les Fabriques d'organcin y fussent établies, on avoit tenté de perfectionner les filatures par les plus beaux & les plus amples réglemens, mais ce fut toujours en vain; les soies n'y ont acquis le degré de supériorité qu'on leur connoît, que depuis qu'elles sont tirées aux frais & par les soins de ceux qui doivent les organciner; la raison en est bien simple, il est impossible de connoître les qualités & les défauts de la soie greze, à la seule inspection, on ne la connoît bonne ou mauvaise que dans l'opération du devidage & du moulinage; ainsi tant qu'une fabrique n'embrassera pas toutes les parties de ce travail, il restera une porte continuellement ouverte à la négligence & aux fraudes du simple tireur de soie; il pourra presque toujours la vendre défectueuse.

Il ne faut pas attendre des hommes au-delà de ce que comporte leur intérêt présent; il n'y a aucun lieu d'espérer que celui qui fait tirer la soie pour la vendre dans ce premier état, y apporte les mêmes soins & les mêmes précautions que celui qui la fera tirer pour la monter en organcin; les soies de toutes les filatures particulières ne seront donc jamais regardées que comme des soies d'achat sur lesquelles il faudra toujours s'attendre à trouver plus ou moins de déchet à l'opération des moulins; elles resteront dans un état d'imperfection d'où on ne les retirera certainement

pas, tant que la première main-d'œuvre du tirage ne sera pas conduite par ceux qui ont à souffrir de son imperfection dans les dernières opérations du moulinage.

Lorsqu'il n'y avoit en France qu'une petite quantité de mûriers & de vers à soie, le Gouvernement ne pouvoit rien faire de mieux que d'en favoriser la culture par des encouragemens; mais à mesure que les récoltes de soie deviennent plus abondantes, l'objet qu'on doit avoir en vue ne seroit point rempli, si la qualité de ces soies restoit assez inférieure, pour que les fabriques du royaume fussent toujours dans la nécessité de tirer du Piémont celle qui sert de chaîne dans les étoffes, & qu'on nomme *Organcin*.

Dans la vue d'éviter cet inconvénient, le Ministère se détermina, il y a une vingtaine d'années, à faire les frais nécessaires pour perfectionner les tours & les moulins propres à organciner les soies: les découvertes que j'ai faites pour cet objet, ont été mises en usage dans une fabrique érigée exprès à Aubenas, le succès a pleinement justifié l'entreprise, on y fabrique depuis quinze ans des organcins supérieurs, & préférés à ceux du Piémont, puisqu'on les achette à un plus haut prix; cette expérience confirmée & soutenue pendant un temps assez considérable, prouve tout-à-la-fois, & que la fabrication perfectionnée est le meilleur moyen de rendre le commerce des soies avantageux, & que la nouvelle méthode & les nouveaux instrumens employés à cette fabrication, ont toutes les qualités requises pour la rendre parfaite: avant ce temps on avoit donné des gratifications pendant un grand nombre d'années, sans pouvoir se procurer des organcins comme ceux de Piémont: aujourd'hui avec les tours & les moulins d'Aubenas, on en fabrique tous les ans sept à huit milliers de livres qui lui est supérieur; les raisons de prudence & d'économie se réunissent donc pour déterminer le Gouvernement à favoriser des établissemens semblables.

Je n'ignore pas que nos Économistes modernes se déclarent ouvertement dans leurs écrits contre ces sortes d'établissemens; les sentimens d'humanité dont ils paroissent pénétrés, leur font

régarder le travail de ces grandes filatures reuni sous la conduite d'un seul chef, comme un larcin fait aux occupations des gens de la campagne, qui selon eux, pourroient filer leur soie chacun en particulier avec bien plus de bénéfice pour eux-mêmes & d'avantage pour l'État; ils trouvent par leur calcul qu'il y a au moins Vingt pour cent d'excédant de dépense pour la filature en grand, & plus de Dix pour cent de perte pour l'État, sur la matière première; je n'aperçois pas les objets de dépense sur lesquels ils établissent leur calcul, mais je vois avec tout le monde qu'un ballot d'organcin de cent livres pesant, soit de France soit de Piémont, composé de soie d'achat, c'est-à-dire de plusieurs petits tirages, est toujours vendu à Lyon deux cents francs de moins qu'un ballot d'organcin de même poids & de même brin, lorsqu'il provient d'un tirage réglé; je vois que cette diminution de prix est souvent de deux cents cinquante & quelquefois de trois cents livres par ballot, suivant que ce ballot est plus ou moins mêlé de petites parties de soie de différens tirages, ce qui me montre une différence bien évidente de Huit à Dix pour cent de la filature en grand, sur les petites filatures.

Je vois aussi que les soies d'achat qu'on veut organciner, font toujours un déchet de Six, de Huit, de Dix & quelquefois de Quinze pour cent, tandis que les soies filées dans les tirages réglés, ne font tout au plus qu'un & demi pour cent de déchet dans la même ouvraison, ce qui me montre encore une perte bien réelle de Six à Dix pour cent que l'État & le particulier effuient sur la soie des petites filatures, indépendamment de celles qu'on fait sur la vente.

Or comment avec des pertes si connues, M.^{rs} les Économistes ont-ils osé avancer que les petites filatures donnoient plus de bénéfice que les grandes? ils peuvent consulter les Mouliniers qui fabriquent l'organcin & les Fabriquans qui l'emploient, ils apprendront que c'est au contraire avec des petites filatures que l'État perd environ Dix-huit pour cent sur la matière première, & qu'une bonne partie de cette perte lui tourneroit en bénéfice avec des filatures en grand; je n'entends pas par filature en grand, celles où il y a un très-grand nombre de bassines, mais celles où l'on

peut faire un ou plusieurs ballots d'organcin de même brin, avec de bons instrumens & une bonne méthode, & que l'on nomme *tirage* ou *filature réglée*.

Pour donner quelque vraisemblance à leur calcul, nos Économistes auroient dû faire voir que la main-d'œuvre, dans les grandes filatures, excède celle des petites de plus de Vingt pour cent, ce qui n'est pas; mais quoiqu'elle soit effectivement un peu plus considérable l'une que l'autre, est-il plus avantageux au Gouvernement de payer à l'Étranger cet excédant de main-d'œuvre que de se le procurer? Si, comme on le croit communément, la récolte annuelle de nos soies est aujourd'hui d'environ seize millions, ce sont trois millions que nous perdons chaque année, ou que nous manquons de gagner par la mauvaise manière dont nous travaillons ces soies; ce sont trois millions de main-d'œuvre que nous payons tous les ans aux Piémontois, parce qu'ils savent donner à la leur, uniquement par leur travail, une valeur plus grande que nous ne pourrions jamais donner à la nôtre, tant qu'elle sera filée par la multitude, sans règle, sans soins, sans instrumens & par une méthode vicieuse que personne ne veut quitter, parce que, comme je l'ai dit plus haut, aucun de ceux qui filent leur soie pour la vendre dans cet état, ne trouve son intérêt à en changer.

C'est par des filatures en grand, que les Piémontois ont trouvé le secret de porter leur organcin à ce haut degré de perfection que nous leur connoissons; c'est à une filature semblable que la manufacture d'Aubenas doit son principal succès: comment des exemples aussi frappans, n'ont-ils pas ouvert les yeux de nos économistes? comment ont-ils pu blâmer le seul moyen que nous ayons, de tirer un meilleur parti de cette matière première, & de parvenir à nous passer de l'Étranger dans une branche de commerce aussi essentielle? comment osent-ils avancer que ce n'est qu'au préjudice du cultivateur, & de son industrie, & à celui de l'État, que le Gouvernement favorise de tels établissemens, & que les encouragemens seroient bien mieux employés à répandre dans le peuple toutes les connoissances de l'art des filatures, & à leur procurer des bonnes machines d'exécution; que ce n'est qu'en

subdivisant beaucoup cette branche d'industrie, qu'elle arrivera & se maintiendra à son plus haut degré de perfection?

Le zèle patriotique est assurément bien louable dans ceux qui s'en montrent affectés, mais il devrait les mieux éclairer sur les moyens de procurer le bien public. Peut-on proposer de pouvoir instruire vingt mille personnes isolées, dans la pratique d'un art difficile, pour lequel il faut un apprentissage assez long, & beaucoup d'exemples qui parlent aux yeux? quelle dépense ne faudroit-il pas faire pour leur fournir les meilleurs instrumens, & pour leur apprendre à s'en servir? quelle sûreté auroit-on ensuite de leur fidélité à suivre les préceptes qui leur auroient été donnés? faudra-t-il plutôt compter sur leur probité que sur leur cupidité? l'acheteur en fera-t-il moins à l'abri de la fraude? hélas! ils sont trop bien instruits qu'elle ne peut être aperçue que dans l'emploi de la soie, lorsqu'elle est hors de leurs mains, & après qu'elle a passé dans celle de plusieurs: on doit donc s'attendre que la fraude aura toujours lieu, parce qu'elle pourra toujours se faire impunément.

Si les écrivains politiques, avoient bien voulu prendre la peine de se mettre un peu mieux au fait du commerce de la soie-greze, & de la fabrication des organcins, ils auroient su que de petites parties de soie recueillies de côté & d'autre, qui ne sont presque jamais filées d'un même brin, ni de cocons d'un même sol, ne peuvent pas être assez bien assorties, pour en faire un organcin suivi de même denier & de même qualité; ils eussent alors, par ce même motif d'humanité & du bien public, éclairé les cultivateurs sur leurs véritables intérêts; ils leur auroient dit, plantez des mûriers, faites beaucoup de cocons; mais au lieu d'en vouloir filer la soie vous-mêmes, vous trouverez un bénéfice bien plus sûr & bien plus prochain, à vendre vos cocons à ceux qui en sauront tirer un meilleur parti que vous, parce qu'ils ont pour cette opération des connoissances, des instrumens & des commodités que vous n'avez pas, & que vous ne pouvez avoir; plus la soie acquerra de valeur dans leurs mains, plus la matière qui fait l'objet de vos productions en recevra elle-même; voilà le

vrai moyen d'accroître les profits de votre culture & de les rendre certains.

J'étendrois trop ce Mémoire, si je voulois donner ici toutes les raisons qui se présentent à mon esprit, pour combattre l'opinion des économistes. L'exemple des Piémontois nos voisins, le succès de la fabrique d'Aubenas, les tentatives infructueuses qui ont été faites auparavant, sont, à ce que je crois, les raisonnemens les plus convaincans, pour déterminer le Gouvernement à favoriser les filatures réglées, qui peuvent seules contribuer à la perfection des organcins, & nous mettre en état de nous passer de l'Etranger dans cette branche de commerce.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

CETTE Figure représente un tour à soie, à double guindre, vu en perspective. Je l'ai préféré au tour simple qui n'a qu'un seul guindre; le double est plus solidement assis, moins dispendieux que deux tours simples, & beaucoup plus économique, parce qu'il ne faut guère plus de bois ou de charbon pour chauffer l'eau dans une longue bassine que dans une bassine de moitié plus courte, la largeur étant la même. C'est par la disposition intérieure du fourneau qu'on trouve cet avantage; on a encore la facilité dans le tour double, de mettre une tireuse exercée à côté d'une tireuse qui l'est moins, ce qui rend l'instruction plus aisée.

PLANCHE II.

La Figure 1 est le plan géométral du tour. *A, A*, sont les montans ou pieds de devant. *B, B, C*, sont les trois montans de derrière qui portent les guindres *a, a, a, a*. *D, D* sont les deux traverses supérieures de côté qui forment la longueur du bâti. *F, G* sont les deux traverses qui portent le châssis à lunettes dont il sera fait mention ci-après, ainsi que les poulies *h, h*, & les filières *i, i*. *H* est la traverse supérieure qui porte le collet des *va & vient*. *I* est la traverse inférieure qui en porte le pivot. *K* est l'entretoise supérieure qui lie le montant *C* avec la traverse *H*. *c* est la flèche du *va & vient*. *d* le petit croisillon qui porte les deux yeux de verre. *b* est la coupe de la tige verticale du *va & vient*. *e* le petit levier placé en équerre sur la tige *b*, au bout duquel est une boucle qui reçoit l'œil du tirant *f*, dont l'autre extrémité

est attachée par une vis à un point excentrique de la roue de trente-cinq dents dont il sera parlé ci-après.

La *Figure 2* représente la liaison de ces différentes pièces qui composent ce qu'on nomme le *va & vient*.

La *Figure 3* représente une des filières *i*, placées sur le devant du tour & au-dessus de la bassine; l'extrémité des fourches forme une douille dans laquelle entre une filière de verre, percée d'un petit trou.

La *Figure 4* représente le fourneau *Q*, *Q*, & la bassine *R* vus en plan. *V*, *V* est le tuyau de trois pouces en carré par où s'échappe la fumée, & qui est continué dans l'épaisseur du mur *Z*, *Z*, en forme de cheminée.

PLANCHE III.

La *Figure 1* représente le tour vu de profil dans sa longueur, où l'on voit un des montans de devant *A*, & un de ceux de derrière *B*, une traverse supérieure *D*, inclinée; une traverse inférieure horizontale *E*; le bout ponctué de la traverse *H*, qui porte le collet de la tige verticale du *va & vient*, & le bout ponctué de la traverse inférieure *I*, sur laquelle est appuyé le pivot de cette tige. *G* est la seconde traverse de devant, qui porte avec la traverse *F* le bâti des lunettes de cuivre *S*, *S*, ainsi que les poulies *h*, & les filières *i*. *P* est une espèce d'auge qu'on met sur le devant du tour, dans laquelle on jette les pelletes, & sur laquelle on repose pendant la battue, les cocons qui sont en filage. Voyez la *planche première*, où cette auge est représentée d'une manière plus sensible. *x*, *x*, *x* sont les brins de cocons qui de la bassine montent simples jusqu'au trou de la filière *i*, & qui après la filière se trouvent réunis pour ne former qu'un seul fil. Comme il y a deux trous à chaque filière, on file deux fils à la fois: chaque fil au sortir des filières est passé dans l'œil de la lunette *l*, & dans celui du *va & vient d*, d'où il arrive sur le guindre. La fileuse en tournant la petite manivelle de la poulie *h*, fait faire autant de tours à la lunette de cuivre *l*; ce qui fait croiser autant de fois les deux fils de soie l'un sur l'autre, aux deux endroits *x 1* & *x 2*, ce qu'on peut voir plus sensiblement dans la *planche I.* *K* est l'entretoise qui lie le montant *C* qui n'est pas visible ici avec la traverse *H*. *L* est une entretoise inférieure qui lie le même montant avec la traverse *I*. *b*, *b* est la tige verticale du *va & vient*; & la flèche qui y est attachée & qui porte le petit croisillon *d*, où sont deux yeux de verre qu'on nomme les *guides*, parce qu'ils conduisent les fils de soie sur le guindre. *e* est le petit levier qui est ici derrière la tige *b*, & qui communique avec le tirant *f* qui est attaché à la roue de trente-cinq dents, à un point hors du centre; c'est par l'éloignement

ou le rapprochement de ce point au centre de la roue, qu'on fait parcourir plus ou moins de chemin au *va & vient*, & qu'on règle la largeur de l'écheveau.

La *Figure 2* représente le fourneau *Q*, *Q* vu de profil. *V* est l'ouverture par où l'on met le bois ou le charbon; cette ouverture se ferme avec une porte de tôle comme celle d'un poêle. *X* est l'ouverture du cendrier. *R* ponctuée est la bassine.

La *Figure 3* représente la forme & la largeur de la bassine.

La *Figure 4* en marque la longueur; ces bassines se font de cuivre, mais elles valent mieux en fonte de fer, elles coûtent moins & durent plus long-temps.

P L A N C H E I V.

La *Figure 1* représente les trois montans qui portent les guindres, vus par derrière. C'est au montant *C* du milieu, que sont placées les quatre roues plates dentées qui règlent le mouvement du *va & vient*; la première roue *r* est de vingt-deux dents, elle est attachée ferme au bout de l'arbre du guindre; elle mène la roue *S*, placée au-dessous, qui est de vingt-cinq dents, & sur laquelle est attachée la roue *t* de vingt-trois ou de vingt-deux dents, qui mène la grande roue inférieure *u* de trente-cinq dents. Il y a le même nombre de roues pour chaque guindre; elles sont placées sur chaque côté du montant *C*. Les roues *s* & *t* tournent sur le même boulon qui traverse le montant, & auquel il est goupillé pour l'empêcher de tourner. Les deux roues *u* tournent sur un boulon semblable; comme chaque guindre a sa tourneuse, on conçoit que les quatre roues d'un guindre peuvent tourner sans que les roues de l'autre guindre remuent.

La *Figure 2* représente le montant *C* vu de côté; il est composé de deux pièces fortement retenues ensemble par deux vis qui les traversent, & dont les écrous sont noyés dans les entretoises *K* & *L*. Les deux entailles qu'on y aperçoit sont pour recevoir les traverses *O* & *N*; à la grande roue *u*, est un point *x* hors du centre, où est attaché le tirant *f*. Le nombre des dents de ces quatre roues est tel que la roue *r* fait huit cents soixante-quinze révolutions avant que les mêmes dents rentrent les unes dans les autres, au même point d'où elles étoient parties; ce qui fait que le guindre fait huit cents soixante-quinze tours ou révolutions, avant que le fil de soie reprenne sa même position sur l'écheveau.

La *Figure 3* fait voir comment les croisillons du guindre sont emmanchés sur l'arbre; deux croisillons sont mobiles dans une des lames, de manière qu'ils peuvent s'ouvrir & s'enfoncer d'un demi-pouce dans la mortaise

mortaife faite à l'arbre; c'est la coupe inclinée faite à leur extrémité qui facilite cet enfoncement qui est nécessaire pour enlever les écheveaux de dessus le guindre. En ôtant les deux clavettes *q, q*, la tension de la soie pousse les deux croisillons mobiles dont les extrémités glissent sur le talus contre lequel elles étoient appuyées par la pression des clavettes. Les pivots de fer des manivelles attachées aux guindres, ainsi que ceux sur lesquels sont les roues *r, r*, sont retenus dans la fente faite aux montans, par les clavettes *i, i, i, i*.

P L A N C H E V.

La *Figure 1* est une coupe du tour dans le milieu de sa largeur, pour voir la position du *va & vient* sur les traverses *H & I*, dont on n'aperçoit ici que la coupe; & pour voir l'emmanchement des entretoises *K & L* avec le montant *C*, & les traverses *H & I*.

La *Figure 2* est une coupe dans le milieu de la longueur, qui fait voir la position des mêmes pièces dans un sens différent, c'est-à-dire en face, vues par le devant du tour.

P L A N C H E V I.

La *Figure 1* est le devant du tour vu en face. On y voit le châssis *S, S*, porté sur les deux traverses *F & G*, dont il n'y a que *F* de visible; ce châssis est serré entre ces deux traverses par les vis à écrou *x, x*; les deux lunettes de cuivre y sont placées chacune entre trois poulies, dont les rebords empêchent la lunette de se porter en avant ni en arrière, & lui permettent de tourner librement. Chaque lunette a une canelure extérieure qui reçoit une petite corde sans fin, laquelle vient embrasser la poulie *h*, de même diamètre que la lunette de cuivre, & qui a une même canelure extérieure. Cette poulie *h* porte un arbre de quinze pouces de longueur, au bout duquel est une petite manivelle à la portée de la main de la tireuse. On fait passer la petite corde sans fin dans la chape *1* où est une poulie; cette chape est retenue par une petite corde qui vient passer sur la poulie *2*, au haut du châssis *S*, & de-là sur la poulie *3*, à l'autre extrémité, d'où elle descend jusqu'à la poulie *4* qui tient à une chape à laquelle est suspendu un poids de cinq à six livres. La corde remonte de la poulie *4* sur la poulie *5* au haut du châssis, & vient sur la poulie *6*, d'où elle descend s'attacher à la chape *7*, dont la poulie reçoit la seconde corde sans fin. Il est aisé de concevoir que le poids *p* tirant la corde qui le soutient, tend à relever les deux chapes *1 & 7*, & que l'effort de ces deux chapes, égal à la pesanteur du poids *p*, tient dans une tension constante les deux cordes sans fin; d'où il suit que le diamètre des poulies *h*, étant égal au diamètre des lunettes de cuivre *1, 1*, ces dernières feront autant de révolutions qu'on en fera faire à la manivelle

Mém. 1770.

. M m m

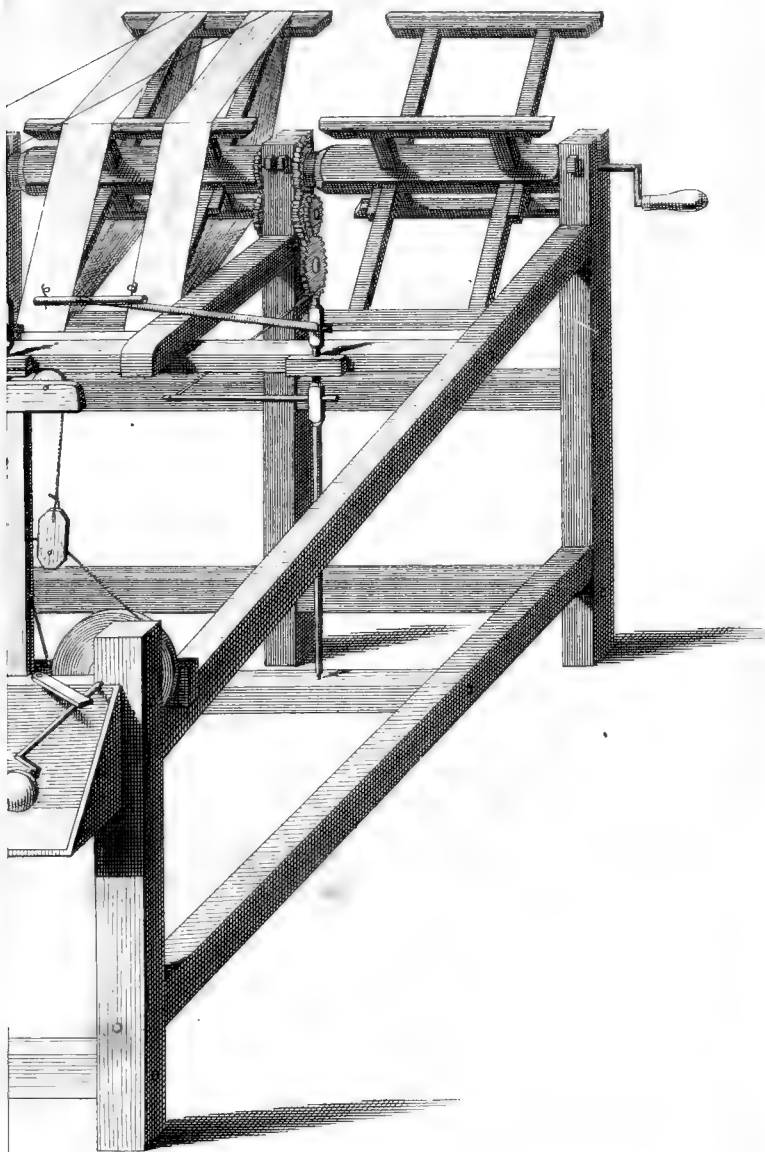
des poulies *h*; c'est en tournant cette manivelle, qu'on fait les croîsures des deux fils de soie. *T, T* sont deux mentonnets de bois, tenus entre les deux traverses *F & G*; les deux filières *i, i*, y passent dans une petite mortaise & y sont retenues au moyen d'une clavette.

La *Figure 2* est la lunette de cuivre en grand, en dedans de laquelle est une appendice pour recevoir les deux barbins de verre *m, m*; on les fait tenir dans un trou fait à l'appendice, avec de la cire à cacheter.

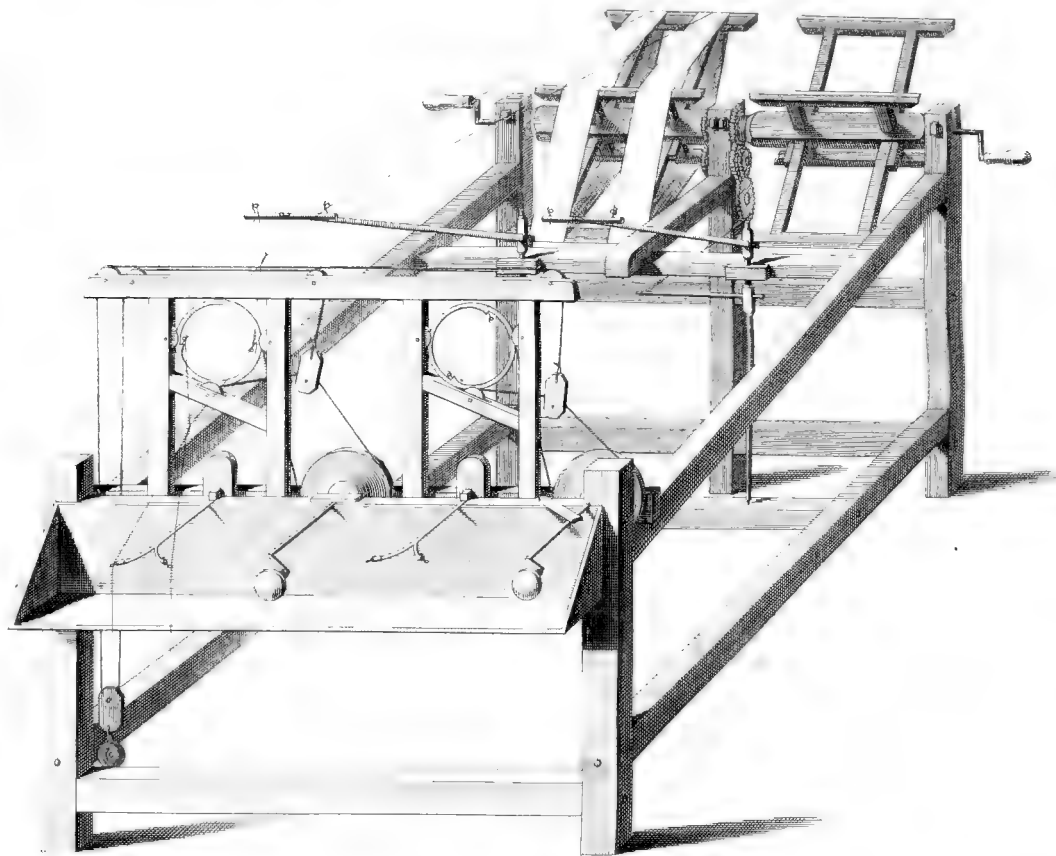
La *Figure 3* est la poulie *h*, vue de face & de profil, montée sur son arbre avec la manivelle.

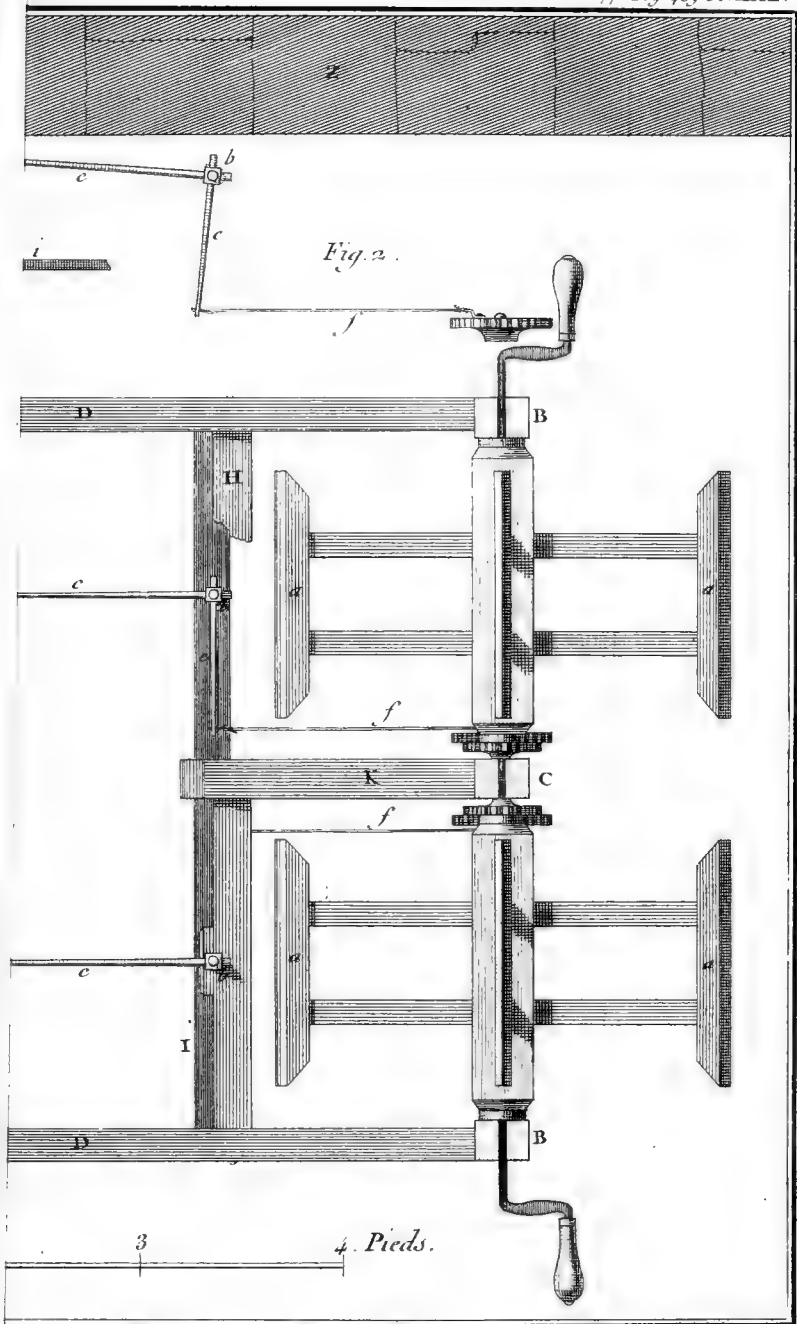
Le tour doit être fait de bois de chêne ferme & monté avec des vis de fer, dont les écrous seront noyés dans les traverses; il coûtera quelque chose de plus à construire, mais il durera le double. Les lames des guindres sur lesquelles appuie la soie, doivent être en bois dur, de poirier, de cormier ou de noyer; & les roues dentées, de plane rouge qui est le plus dur.



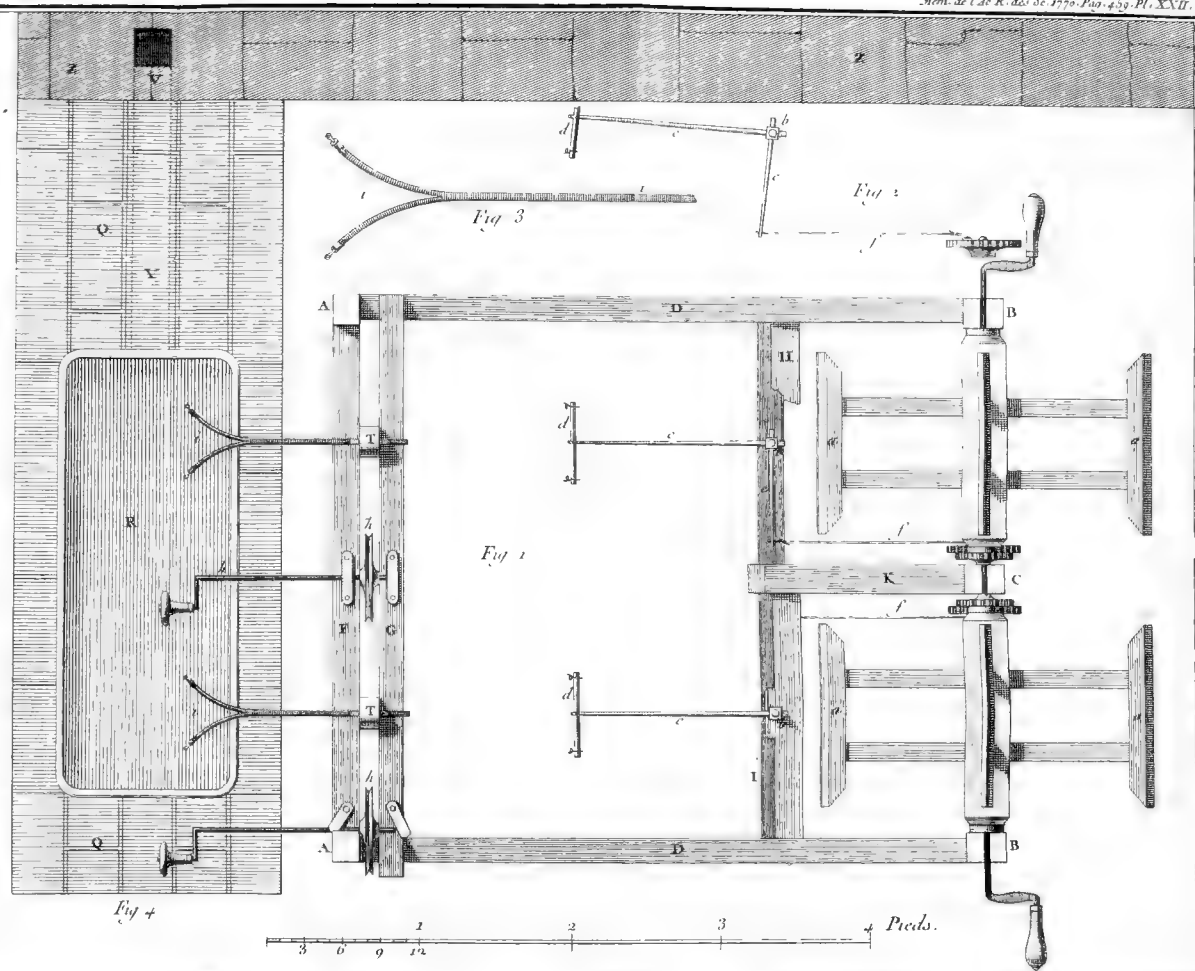


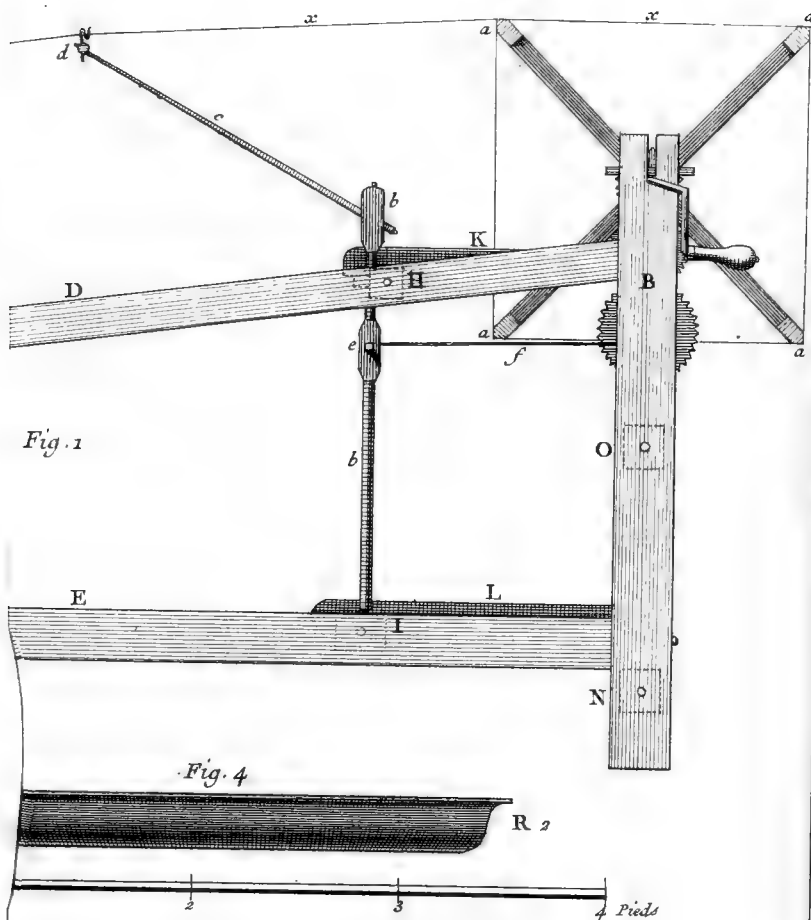
Pla 1.



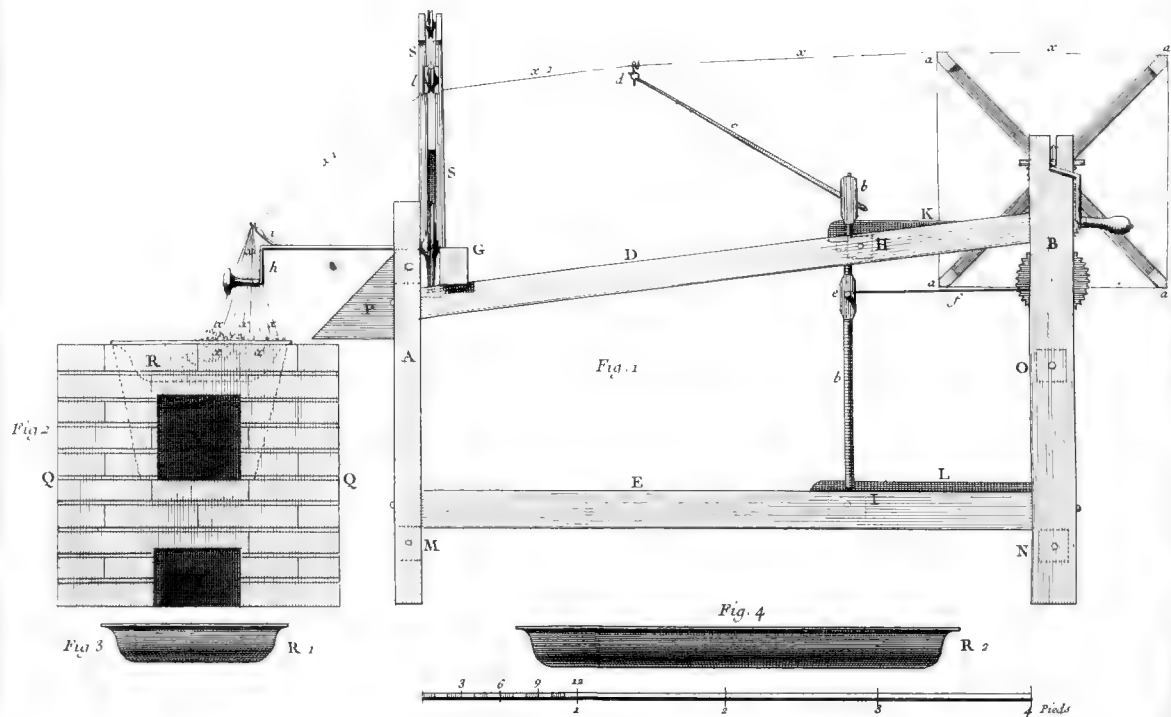


Pla. II.





Pla III.



Fournier del

V le G. Sc.

Fig. 1^e

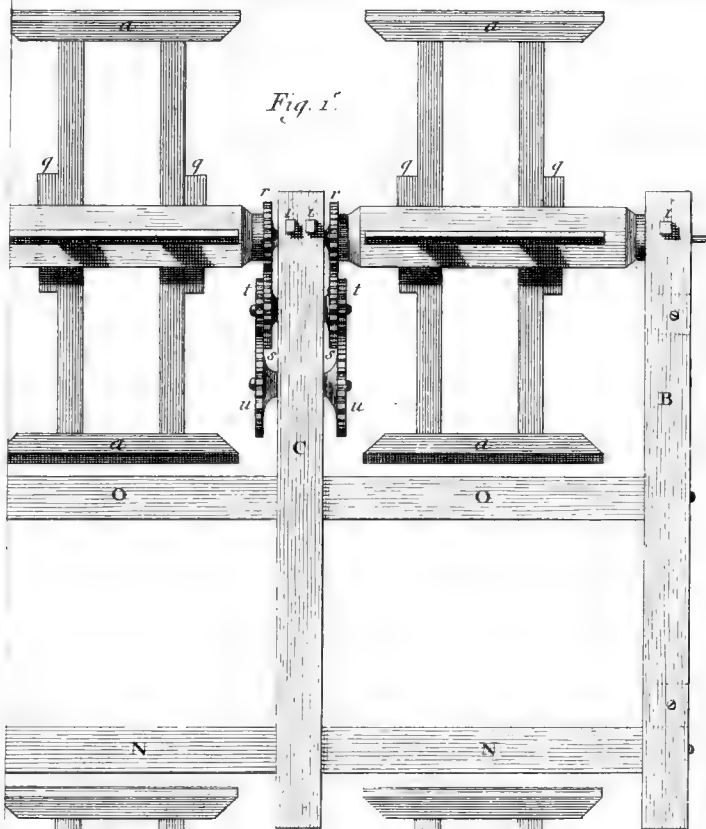


Fig. 2^e

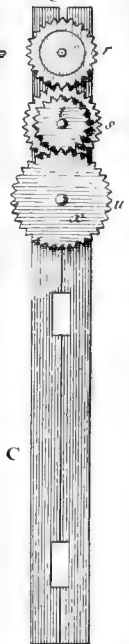
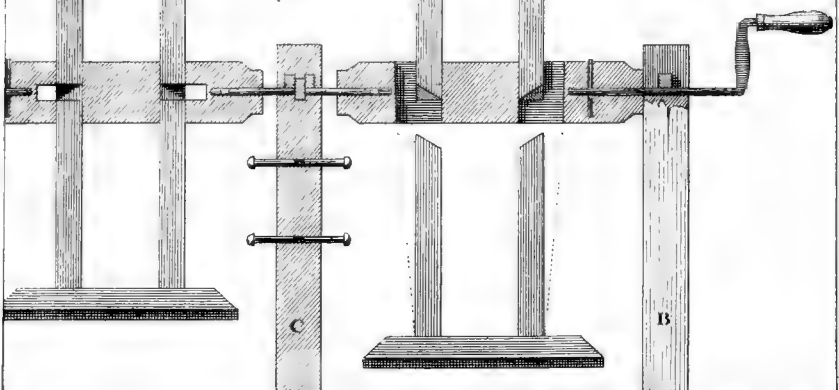
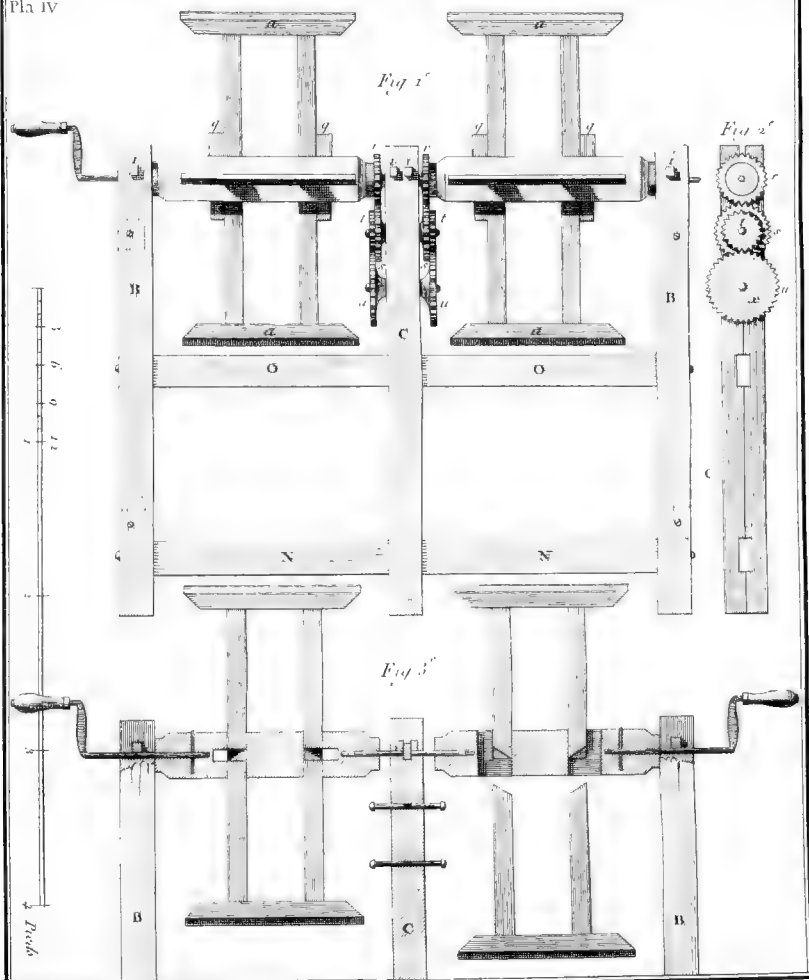


Fig. 3^e



Pla IV



Fussier, del

Tle & Sc.

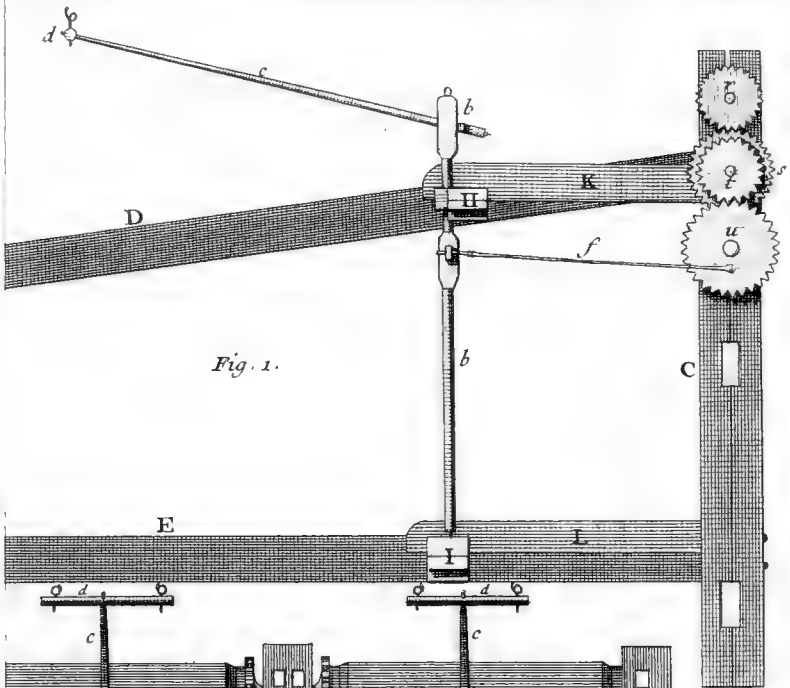


Fig. 1.

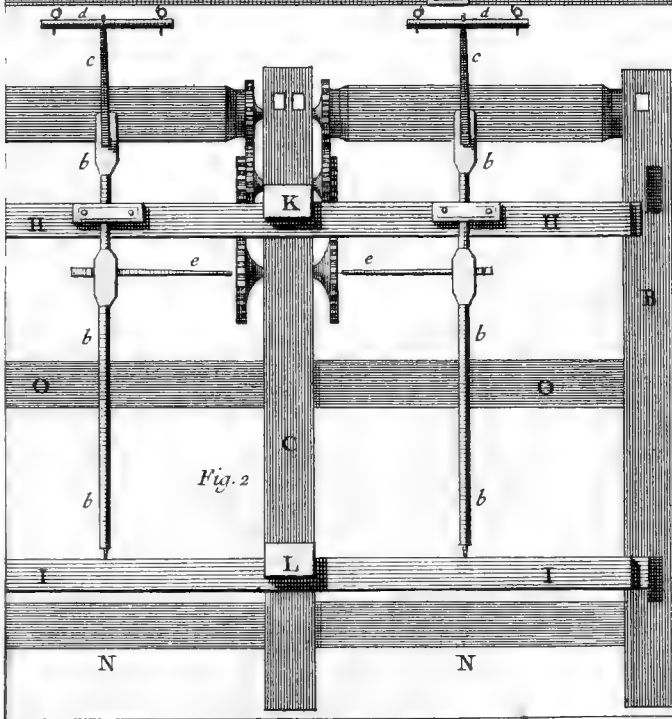
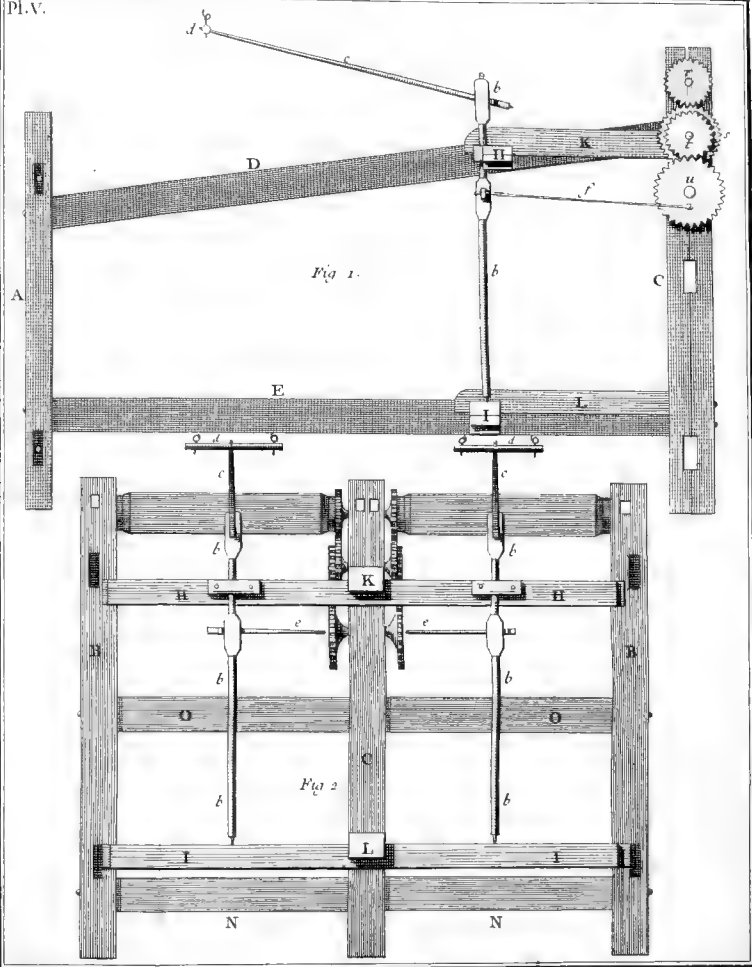


Fig. 2

Pl.V.



Fournier del.

Y. b. G. sc.

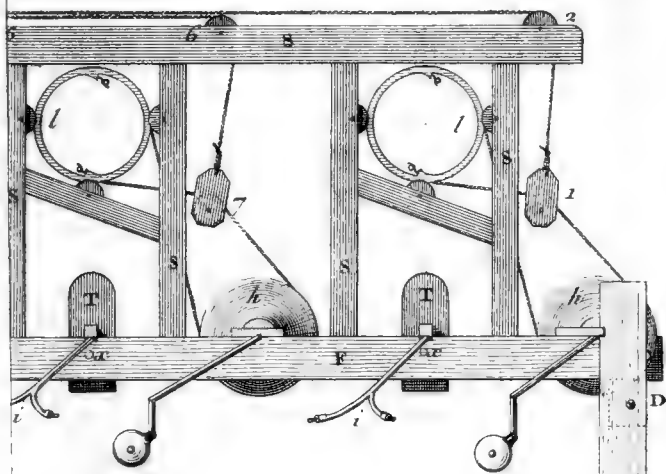


Fig. 1.

Fig. 2.

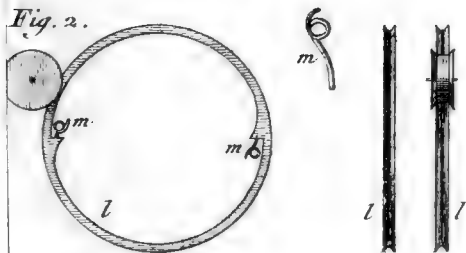


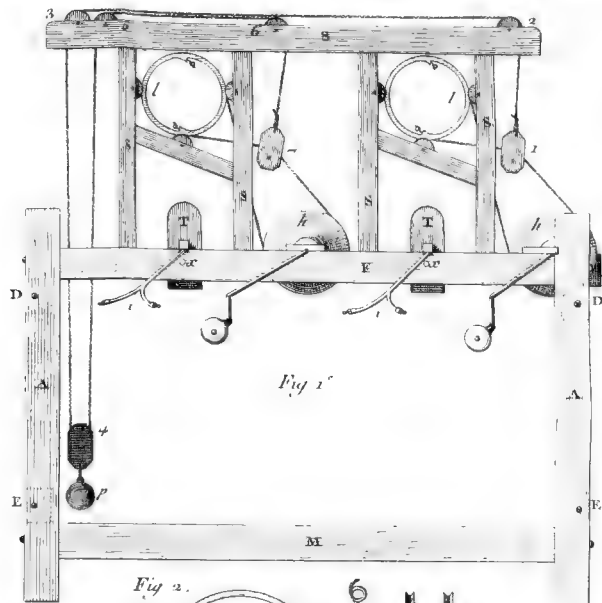
Fig. 3.

2

3

4. Pieds

Pla. VI.



VARIATIONS DE L'AIMANT À PARIS.

Par M. LE MONNIER.

ANNÉES 1541.....7^d au nord-est, selon le cadran de *Bellarminus*.
 1600...7 à 8. } selon *Varenius* & la Connoissance des
 1640.....3^d } Temps de 1682.
 1666.....0. }
 1684 en 18 ans 4^d 10' } au nord-ouest.
 1702.....8. 50. }

7 Août
1771.

Une preuve que le mouvement n'est pas uniforme; c'est 1.^o que l'aiguille a paru stationnaire depuis la fin du règne de François I.^{er}, vers 1541, jusqu'à la fin du règne d'Henri IV, au commencement du XVII.^e siècle.

2.^o Qu'en 1666, selon le livre de la Mesure de la Terre de M. Picard, elle faisoit alors par an un tiers de degré tout au plus vers le nord-ouest, & qu'ainsi elle accéléroit pour lors son mouvement de variation au nord-ouest.

3.^o Qu'en dix-huit ans, depuis 1666 jusqu'en 1684, elle ne faisoit qu'environ 14 minutes par année, à raison de 7^d $\frac{2}{3}$ pendant le tiers d'un siècle; ce qui est assez conforme à ce qui s'observoit déjà en 1666.

4.^o Que depuis 1666 jusqu'en 1702, en trente-deux ans, elle a varié assez pour que l'on en puisse conclure 8^d 6' pendant le tiers d'un siècle, à raison de 15' $\frac{1}{2}$ par an, vers le nord-ouest.

On ne trouve plus que 12 minutes par an, vers le nord-ouest, si l'on prend la durée entière depuis 1666 jusqu'en 1769; la variation ayant augmenté de 20 degrés pendant ce long intervalle de temps.

5.^o Depuis 1736 & 1737, lorsque nous allâmes en Lapponie, jusqu'en 1769, je trouve que la variation s'est accrûe depuis 15 degrés, jusqu'à près de 20 degrés, c'est-à-dire de près de 5 degrés

M m m ij

dans le tiers d'un siècle; on n'auroit donc plus que 9 minutes par an, ce qui annonçeroit que son mouvement s'est ralenti, puisqu'on a trouvé au commencement de ce siècle, jusqu'à 15 ou 16 minutes.

6.^o Enfin depuis 1758 jusqu'en 1769, l'aiguille n'a pas varié tout-à-fait de deux degrés, à raison de $10^{\circ}\frac{1}{2}$ par an; mais comme il peut y avoir un peu d'erreur qu'il n'est pas facile de répartir pendant une aussi petite durée que onze années, nous ne pourrions, par cela seul, prononcer si le mouvement s'est ralenti: on peut conjecturer néanmoins, d'après un examen plus réfléchi, que l'aiguille ne tardera pas à devenir stationnaire, puisqu'au 6 Août de cette année 1771, la variation ne m'a paru à l'Observatoire que de $19^{\circ}\frac{3}{4}$, à raison de 8 minutes par an depuis 1758.



D É T E R M I N A T I O N

De la réfraction & de la dispersion des rayons dans le Crown-glafs & le Verre de Venife, & dans le Flint-glafs ou Cristal blanc d'Angleterre, avec les dimensions des Objectifs achromatiques, composés de deux, de trois, de quatre & de cinq lentilles, calculées depuis deux pouces de foyer jusqu'à vingt pieds.

Par M. J E A U R A T.

L'IMPOSSIBILITÉ de donner aux verres de Lunettes d'autre ^{4 Juillet} courbure que celle du cercle, fait que cette courbe est la ^{1770.} seule qu'on doive admettre dans leur construction; aussi les avantages des fameuses ovales, imaginées par Descartes pour corriger l'aberration de sphéricité, doivent-ils être regardés comme purement théoriques, ces ovales étant inexécutables. Une autre aberration, beaucoup plus contraire à la perfection des Lunettes ou des Télescopes dioptriques, c'est l'aberration de réfrangibilité; mais l'heureuse découverte qu'a faite M. Dollond d'une dispersion particulière au *flint-glafs* blanc, & différente de celle du *crown-glafs*, fait qu'on diminue cet effet, au point que le pouvoir amplifiant de l'oculaire, ne produit pas sur la rétine un angle sensible; aussi M. Dollond est-il le premier qui ait pu construire des Lunettes sans iris. Jusque-là, le projet de M. Euler étoit resté sans exécution, & les tentatives de M. de Maupertuis & du même M. Dollond, pour faire des objectifs composés de verre & d'eau, qui remplissent le même objet, avoient été sans succès; M. Dollond ayant trouvé que la combinaison du *crown-glafs* d'Angleterre, auquel je substitue ici le verre de Venise avec le *flint-glafs* blanc, que j'appellerai *cristal d'Angleterre*, étoit propre à détruire l'aberration de réfrangibilité; il a cherché, par le secours de l'analyse,

les moyens de détruire en même temps les aberrations de sphéricité & de réfrangibilité. D'autres Géomètres se sont occupés de ce même objet, & M. d'Alembert n'a rien laissé à désirer à cet égard; aussi me suis-je restreint ici à ce qui convient aux Artistes, à qui j'ai fait en sorte de ne laisser d'autres soins que celui de l'exécution, en leur donnant des mesures exactes de verres achromatiques pour les différentes longueurs de lunettes dont ils ont besoin.

Dès que la question est du ressort de la Trigonométrie, l'usage des Tables des sinus est indispensable, & en les employant comme je l'ai fait, on peut tenir un compte exact de l'épaisseur du verre, sans pour cela presque allonger les calculs; cet avantage n'est pas à négliger, car il facilite le moyen d'atteindre dans la pratique à toute la précision qu'on peut désirer.

Les rayons plus ou moins grands des surfaces des lentilles, & dont il résulte les plus longs ou les moindres foyers, ne peuvent avoir entr'eux un rapport constant; aussi les rapports des courbures propres aux petites lunettes ne peuvent convenir aux grandes, & réciproquement.

D'un autre côté, l'épaisseur des meilleurs verres est à peu près limitée à deux lignes, ainsi cette épaisseur des verres doit être regardée comme constante par le fait; d'où il résulte, que, proportion gardée, les longues lunettes ne peuvent avoir autant d'ouverture que les petites.

Cela posé, on voit qu'ayant adopté un arrangement ou un système de lentilles, & que voulant tenir un compte exact de l'épaisseur du verre, sans cependant avoir recours à l'analyse, il faut fixer, & au moins pour deux différentes longueurs de lunettes, le rapport des courbures de l'objectif propres à chacune de ces longueurs particulières, puis, par des parties proportionnelles, assigner ce qui convient à toutes les autres longueurs de lunettes.

Dans l'exécution de ce travail, je me suis servi uniquement des Tables des sinus, ce qui est tout-à-la-fois exact & expéditif, & qui m'a procuré, à ce que je crois, le moyen de tracer aux Artistes, exercés dans le calcul trigonométrique, une route telle que s'ils emploient des matières différentes de celle du verre de

Venise & du *flint-glass*, ils pourront eux-mêmes construire facilement & promptement des Tables qui répondront exactement au degré de réfringence de ces différentes matières. Or, une recherche aussi délicate qu'importante, & qui doit précéder toutes les autres, c'est celle de la réfraction & celle de la dispersion des rayons dans les matières qu'on veut employer : Voici comment je m'y suis pris pour le verre de Venise & pour le *flint-glass* d'Angleterre, dont on peut se servir avec succès, & pour lesquels sont calculées les huit Tables qu'on trouve dans ce Mémoire.

Détermination de la réfraction & de la dispersion des rayons dans le verre de Venise & dans le flint-glass d'Angleterre.

Le moyen qui m'a paru le plus propre pour l'objet que je me proposois, est celui qu'a employé avec tant de succès M. l'Abbé de Rochon, pour découvrir la réfraction moyenne dans le *flint-glass*, & qui consiste à mesurer le foyer de lentilles formées de deux demi-lentilles de différens verres; car ce moyen est encore très-propre pour déterminer la dispersion des rayons, comme on le verra dans ce Mémoire; je le crois même préférable à celui des prismes qu'a employé Newton, & à son imitation M.^{rs} Clairaut & Dollond.

D'après M. l'Abbé de Rochon, & comme l'a pratiqué depuis M. le Duc de Chaulnes, j'ai donc travaillé, précisément ensemble, dans un même bassin concave, & avec tout le soin possible, un morceau *V* de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & un autre *C* de *flint-glass* ou cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube. Ces deux morceaux différemment réfringens, ajoutés & collés contigument l'un contre l'autre, formoient un objectif mi-parti, ayant 29 lignes de diamètre & 2 lignes d'épaisseur.

Cet objectif mi-parti ayant été ainsi travaillé dans un même bassin, a été présenté au Soleil dans une chambre noire qu'a fait construire à Paris, rue des Postes, M. l'Abbé Bourriot, & cachant alternativement la partie *V* ou la partie *C*, nous avons mesuré,

M. l'Abbé Bourriot & moi, & à beaucoup de reprises différentes, le foyer des rayons rouges, celui des rayons moyens & celui des rayons violets du verre de Venise & du cristall d'Angleterre.

Pour la mesure du foyer des rayons moyens, nous avons reçu sur un verre douci, l'image du Soleil.

Pour la mesure du foyer des rayons extrêmes rouges & violets, nous avons interposé, entre l'objectif & l'image du Soleil sur le verre douci, tantôt un verre rouge, tantôt un verre violet; & quoique ces verres fussent plans, néanmoins nous les avons placés très-près de l'image, afin qu'on n'eût pas à craindre que le foyer de l'objectif fût changé par l'interposition de ces verres colorés, qui peut-être n'étoient pas exactement plans.

Voici les mesures exactes qui ont été prises pour le verre de Venise & pour le cristall d'Angleterre.

Dans le verre de Venise pesant 950 grains le pouce cube;

	pieds.	pouces.	lignes.	lignes.
Foyer des rayons rouges	6.	5.	6,	ou 930.
Foyer des rayons moyens	6.	4.	11,	ou 923.
Foyer des rayons violets	6.	3.	0,	ou 900.

Dans le cristall d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube,

	pieds.	pouces.	lignes.	lignes.
Foyer des rayons rouges	5.	8.	10,	ou 826.
Foyer des rayons moyens	5.	8.	0,	ou 816.
Foyer des rayons violets	5.	5.	5,	ou 785.

De plus, le rayon du bassin ou de la courbure des verres, est de 6 pieds 9 pouces 6 lignes, ou 978 lignes; ainsi faisant constamment $r = 978$, & faisant successivement $f = 930$; $f = 923$; $f = 900$; $f = 826$; $f = 816$; $f = 785$; si l'on désigne la réfraction par p , la formule générale

$$p = \frac{r}{2f} + 1, \text{ donnera}$$

Pour

Pour le verre de Venise dont le pouce cube pèse 950 grains.

Réfraction des rayons rouges 1,5258.

Réfraction des rayons moyens 1,5298.

Réfraction des rayons violets 1,5433.

Dispersiön des rayons 0,0175.

Pour le cristal d'Angleterre dont le pouce cube pèse 1215 grains:

Réfraction des rayons rouges 1,5920.

Réfraction des rayons moyens 1,5973.

Réfraction des rayons violets 1,6229.

Dispersiön des rayons 0,0309.

Comparant maintenant mes résultats avec ceux qui sont connus, on voit,

1.^o Que la réfraction moyenne dans le cristal d'Angleterre, est

Selon M. l'abbé de Rochon, de 1,6200.

Selon feu M. Clairaut, de 1,6000.

Selon moi, de 1,5973.

Selon M. Dollond, de 1,5830.

2.^o Que la réfraction moyenne du verre de Venise, est à la réfraction moyenne du cristal ou *flint-glass* d'Angleterre,

Selon M. Dollond comme 1000 à 1021.

Selon feu M. Clairaut comme 1000 à 1032.

Selon M. l'abbé de Rochon comme 1000 à 1045.

Selon moi comme 1000 à 1045.

3.^o Que la dispersiön des rayons dans le verre de Venise, est à celle du cristal ou *flint-glass* d'Angleterre,

Selon M. Dollond comme 200 à 300.

Selon M. l'abbé de Rochon comme 200 à 320.

Selon M. Martin, Opticien à Londres, comme 200 à 334.

Selon moi comme 200 à 353.

Par où l'on voit avec satisfaction, qu'ayant employé uniformément l'expédient des foyers des lentilles travaillées dans un même bassin, j'ai trouvé à très-peu de chose près le même résultat

que M. Clairaut pour la réfraction moyenne du cristal d'Angleterre, & de plus que je me suis rencontré exactement avec M. l'abbé de Rochon quant au rapport de 1000 à 1045 qu'il a établi pour celui de la réfraction moyenne du verre de Venise à la réfraction moyenne du cristal d'Angleterre; au reste si les quantités que j'ai établies pour la réfraction & pour la dispersion des rayons, n'ont pas la plus grande précision, au moins les rapports que j'en ai déduits pour les différentes quantités qui composent mes huit Tables, sont-ils constans, car ils ont tous été déterminés d'après une même courbure de bassin, & précisément avec les mêmes verres colorés; j'ajoute encore, que mes déterminations ont été de nouveau justifiées par l'expérience, puisqu'ayant pris pour base de mes calculs les réfractions telles que je les viens de déterminer, j'en ai déduit des dimensions d'objectifs achromatiques à deux, à trois & à quatre lentilles, qui ont réussi au-delà de mes espérances.

Avant que de passer à mes déterminations d'objectifs achromatiques, voici les logistiques constans qui m'ont servi de base, & qui ne sont autre chose que les résultats mêmes que je viens de donner.

1.° Pour le verre de Venise dont le ponce cube pèse 950 grains.

R, 0,1834976 logistique des rayons rouges.

M, 0,1846347 logistique des rayons moyens.

V, 0,1884504 logistique des rayons violets.

+ Lorsqu'on passe du dedans au dehors du verre de Venise.

— Lorsqu'on passe du dehors au dedans du verre de Venise.

2.° Pour le cristal d'Angleterre dont le ponce cube pèse 1215 grains.

r, 0,2019431 logistique des rayons rouges.

m, 0,2033865 logistique des rayons moyens.

u, 0,2102918 logistique des rayons violets.

+ Lorsqu'on passe du dedans au dehors du cristal.

— Lorsqu'on passe du dehors au dedans du cristal.

3.^o Pour passer d'une matière dans l'autre, lorsque les courbures contigües des lentilles sont les mêmes.

ρ , 0,0184455 logistiqu pour les rayons rouges.

μ , 0,0187518 logistiqu pour les rayons moyens.

r , 0,0218414 logistiqu pour les rayons violets.

+ Lorsqu'on passe du dedans du cristal au dedans du verre de Venise.

— Lorsqu'on passe du dedans du verre de Venise au dedans du cristal d'Angleterre.

Voyons maintenant comment se calculent les dimensions des objectifs composés de cinq, de quatre, de trois & de deux lentilles.

DÉTERMINATION des dimensions d'objectifs achromatiques, composés de cinq, de quatre, de trois & de deux lentilles.

Pour que les objectifs achromatiques eussent réellement les dimensions qu'ils devoient avoir, il faudroit qu'ils pussent détruire entièrement & tout-à-la-fois l'aberration de sphéricité & celle de réfrangibilité, & pour les objets placés dans l'axe & pour ceux qui en seroient éloignés; mais cela est impossible, comme l'a démontré M. d'Alembert. En effet, pour y parvenir il faudroit employer d'autres courbes que le cercle, & la pratique ne le permet pas; l'effort des Géomètres doit donc se borner à établir, entre les rayons des différentes surfaces sphériques, la relation la plus propre à corriger autant qu'il est possible les aberrations de sphéricité & de réfrangibilité.

Or le premier examen de cette question conduit à trois équations principales, dont la première désigne la distance focale d'un système de lentilles, la seconde exprime l'aberration de sphéricité, & la troisième renferme la relation nécessaire entre les foyers particuliers des lentilles pour dissiper les iris: ainsi excepté trois des rayons des différentes surfaces qu'on a, relativement au nombre des lentilles qu'on adopte, on peut faire tous les autres rayons égaux à l'un de ces trois; ce qui offre la facilité de choisir les solutions qui peuvent, dans l'exécution, être les

plus avantageuses à l'artiste, pour lequel il faut autant qu'il est possible diminuer le nombre des variables.

Comme on ne peut faire disparaître tout-à-la-fois l'aberration de sphéricité & l'aberration de réfrangibilité; il convient de détruire, s'il est possible, celle qui est la plus nuisible, & en même temps de diminuer, autant qu'on le peut, l'autre moins contraire à la perfection des Lunettes : or l'expérience semble nous apprendre que l'aberration de réfrangibilité est la plus nuisible, ce qui vient vraisemblablement de ce qu'étant naturellement de beaucoup plus considérable que celle de sphéricité, elle ne peut manquer de se faire apercevoir d'une manière plus sensible.

L'aberration de réfrangibilité, étant la plus forte, & par cette seule raison la plus à craindre, ne peut se détruire ou au moins se diminuer que par l'alternative des lentilles, qui, étant de différentes matières, ont en même temps des foyers de directions contraires : or de ces directions diamétralement opposées des foyers particuliers de chaque lentille, il résulte nécessairement un foyer commun, qui ne peut avoir, quant à l'aberration de sphéricité, d'autre aberration que la différence des aberrations particulières, d'où il suit assez heureusement, qu'on ne peut tendre à la destruction totale de l'aberration de réfrangibilité, qu'on ne diminue en même temps celle de sphéricité.

De plus, la progression des aberrations de réfrangibilité & celle des aberrations de sphéricité, sont toutes deux comprises entre deux limites, dont les bornes sont communes; car l'aberration de sphéricité est d'autant plus grande ou d'autant plus petite, que l'ouverture est plus grande ou plus petite, & l'aberration de réfrangibilité est à peu près dans le même cas, par la raison que plus les angles d'incidence sont grands, plus la décomposition des rayons est sensible. Je crois donc pouvoir conclure hardiment que, pour obtenir toute la perfection que peut permettre l'exécution, il faut s'occuper uniquement de l'aberration de réfrangibilité pour les objets placés dans l'axe; car on ne peut détruire cette aberration qui est certainement la plus forte, qu'on ne diminue en même temps l'autre, qui est d'une moindre valeur.

Mais si on rend nulle l'aberration de réfrangibilité, dit M. d'Alembert, on a des courbures qui sont si considérables, qu'alors le peu d'épaisseur des verres ne permet pas de donner aux objectifs achromatiques de grandes ouvertures, & dans ce cas il est certain qu'on perd l'avantage essentiel de ces sortes d'objectifs, qui est d'augmenter considérablement les ouvertures. A cet égard, j'observerai cependant que, si, au lieu des réfractions que M. d'Alembert a employées dans ses formules, il avoit pu employer celles que je donne ici, & que je crois exactes, il auroit trouvé que l'entière destruction de l'aberration de réfrangibilité, n'exige point des courbures aussi considérables.

Quant à moi, ayant admis mes résultats fondamentaux de réfraction, j'ai non-seulement trouvé des courbures propres à donner des ouvertures suffisamment grandes aux objectifs; mais en outre j'ai rencontré dans mon V.^e système, *page 481*, précisément les mêmes mesures d'un objectif achromatique que celles d'un excellent objectif que M. l'Abbé Bourriot a fait lui-même d'après des dimensions que lui a données M. Antheaume: or ces dimensions sont originairement celles de feu M. Clairaut, rectifiées depuis par M. de l'Étang, qui après avoir courbé plus ou moins les surfaces extérieures, a trouvé directement par expérience les courbures qui réussissoient le mieux. Je conclus donc de nouveau, que mes résultats de réfraction sont bons, & que d'ailleurs il convenoit que je tournasse toute mon attention du côté de l'aberration de réfrangibilité.

De-là les calculs se trouvent considérablement simplifiés & quel que soit le nombre des lentilles, on peut, comme je l'ai fait dans mon VI.^e système, *page 481*, faire que toutes les courbures soient égales, excepté seulement la dernière; mais ce que j'ai suivi uniformément dans mes quatre premiers systèmes, c'est que toutes les courbures intérieures soient égales, & que les deux courbures extérieures le soient respectivement aussi; alors quel que soit le nombre des lentilles qui composent l'objectif total, les courbures extérieures sont les mêmes à foyer égal, & plus le nombre des lentilles est considérable, moins les courbures intérieures sont grandes.

On observera aussi que quel que soit le nombre des lentilles

qui doivent composer l'objectif total, il faut que d'une en une elles soient non-seulement alternativement de matière différente, mais encore qu'elles soient alternativement concaves & convexes, ou alternativement convexes & concaves; parce que l'alternative des lentilles de différentes matières détruit l'aberration de réfrangibilité, & que celle des foyers de directions opposées diminue inmanquablement l'aberration de sphéricité. Cela posé, voyons comment les Tables de sinus seules suffisent pour fixer les rayons des courbures cherchées pour les différentes distances focales demandées.

Pour fixer les courbures extérieures & intérieures des lentilles; quel que soit le nombre de celles qui doivent composer l'objectif total.

1.^o On supposera, comme de fait, que les rayons extrêmes rouges & violets entrent dans la première lentille $E b$, suivant une seule & même direction PEH , parallèle à l'axe Rf .

Figure 2. 2.^o Ayant adopté à volonté pour la première courbure extérieure b , l'arc qu'on aura jugé à propos; ayant aussi, & autant qu'on aura pu en juger par estime, fait les arcs intérieurs a , de la valeur convenable; on calculera trigonométriquement les directions HR , Hu , des rayons rouges HR , & des rayons violets Hu , dans l'intérieur de la dernière lentille $H\beta$; puis avec la dispersion trouvée rHu , on trouvera dans la Table ci-après, l'angle SHR , tel que la position du rayon HR du dernier arc β , soit celle qui convienne pour que les rayons sortent de la dernière lentille, suivant une direction SHf , entièrement exempte de toute aberration de réfrangibilité. Alors si le dernier arc β , ainsi déterminé, est exactement le même que le premier b donné, on aura pleinement satisfait aux conditions prescrites; que si cela n'est pas, on augmentera ou l'on diminuera selon qu'il conviendra les arcs a, a, a, a , qui n'avoient été évalués qu'arbitrairement relativement à l'autre b , qui avoit aussi été pris à volonté; & quelle que soit la méprise qu'on ait pu faire dans ces suppositions, on sera toujours assuré de parvenir à la troisième fois au vrai résultat cherché.

Voici la Table dont il vient d'être parlé:

TABLE pour la réunion HS des rayons au dehors du cristal d'Angleterre ou du verre de Venise, la dispersion des rayons rouges & violets Hr, Hu, étant donnée au-dedans de l'une ou de l'autre de ces matières.

Figure 3.

HR , rayon de l'arc β .

Hr , rayon rouge } au dedans de la matière.

Hu , rayon violet }

HS , réunion des rayons au dehors.

Pour le CRISTAL d'ANGLETERRE,
pesant 1215 grains, le pouce cube.

Pour le VERRE de VENISE,
pesant 950 grains, le pouce cube.

$u Hr$	Différ.	$S HR$
0' 0"		0 ^d 0' 0"
0. 14	0' 14"	0. 20. 0
0. 29	0. 15	0. 40. 0
0. 43	0. 14	1. 0. 0
1. 26	0. 43	2. 0. 0
2. 9	0. 43	3. 0. 0
2. 52	0. 43	4. 0. 0
3. 35	0. 43	5. 0. 0
4. 19	0. 44	6. 0. 0
7. 11	2. 52	10. 0. 0
10. 47	3. 36	15. 0. 0
14. 23	3. 36	20. 0. 0
18. 00	3. 37	25. 0. 0

$u Hr$	Différ.	$S HR$
0' 0"		0 ^d 0' 0"
0. 9	0' 9"	0. 20. 0
0. 17	0. 8	0. 40. 0
0. 26	0. 9	1. 0. 0
0. 53	0. 27	2. 0. 0
1. 20	0. 27	3. 0. 0
1. 47	0. 27	4. 0. 0
2. 14	0. 27	5. 0. 0
2. 41	0. 27	6. 0. 0
4. 28	1. 47	10. 0. 0
6. 43	2. 15	15. 0. 0
8. 58	2. 15	20. 0. 0
11. 13	2. 15	25. 0. 0

Cette Table fixe l'angle *SHR*, ce qui procure tout naturellement le moyen de calculer l'angle *rHR*, ou l'angle *uHR*; ainsi *Hu*, *Hr*, étant donnés de position, on trouve celle de *RH*, rayon de l'arc β , & celle de *SHf*, sortie des rayons entièrement exempte d'aberration de réfrangibilité. Voyons présentement l'application de ce qui vient d'être dit, pour le calcul des dimensions des objectifs achromatiques.

*CALCUL des Objectifs achromatiques composés de cinq,
de quatre, de trois, & de deux lentilles.*

1.^o Pour le 1.^{er} système, page 479, dans lequel l'objectif total est composé de cinq lentilles alternativement convexes & concaves, les unes de verre de Venise, les autres de cristal d'Angleterre.

Donnant au premier arc b , la valeur qu'on jugera à propos, je le ferai dans cet exemple de 1^d 0' 0", établissant aussi & à peu près entre a & b , le rapport qui convient pour que la dernière courbure β , soit égale à la première b ; je suppose $a = 0^d 38' 22''$, cela posé, je calcule ainsi la route du rayon rouge dans les cinq lentilles.

Figure 4.

$b = 1^d 0' 0''$ donne logarithme sinus	+ 8,2418553
Page 466, on a, logarithme R , ...	- 0,1834976
Ce qui donne dans la lentille C de Venise	8,0583577 = 0 ^d 39' 19" -
$a + b$ est de	1. 38. 22 +
Ainsi dans la lentille C de Venise	+ 8,2349247 = 0. 59. 3
Page 467, pour passer du Venise C dans le cristal D , logarithme S ...	- 0,0184455
Ce qui donne dans le cristal D ...	8,2164792 = 0. 56. 35 -
$2 a$ est de	1. 16. 44 +
Ainsi dans le cristal D	+ 7,7679987 = 0. 20. 9
Page 467, pour passer du cristal D dans le Venise E , logarithme S ..	+ 0,0184455
Ce qui donne dans la lentille de Venise E	7,7864442 = 0. 21. 1 -
$2 a$ est de	1. 16. 44 +
Ainsi dans la lentille de Venise E	+ 8,2096922 = 0. 55. 43
Page 467, pour passer du Venise E au cristal G , logarithme S	- 0,0184455
Ce qui donne dans la lentille de cristal G	8,1912467 = 0. 53. 24 -
$2 a$ est de	1. 16. 44 +
Ainsi donc la lentille de cristal G ...	+ 7,8316996 = 0. 23. 20
Page 467, pour passer du cristal G dans le Venise H , logarithme S	+ 0,0184455

Ce qui

Ce qui donne dans le Venise H ...	$7,8501451 = 0.24.21 -$
a , est de.....	$0.38.22 +$
Ainsi dans la lentille de Venise H , on a	$PHr = 0.14.1 +$
Calculant de même pour le rayon violet, on a	$PHu = 0.13.12 -$
Ce qui donne.....	$uHr = 0.0.49.$

Puis, selon la Table calculée à cet effet, page 471, l'angle uHr Figure 3.
de $0'49''$, donne, quant au verre de Venise $SHR = 1^d 51'7''$.

Poursuivant le calcul pour le rayon rouge,

L'angle SHR de $1^d 51'7''$ donne.....	$+ 8,5094296$
Page 466, on a, logarithme R	$- 0,1834976$
Ainsi.....	$+ R Hr = 1^d 12'49'' = 8,3259320$
De plus, on a déjà.....	$- PHr = 0.14.1.$
Donc HRf , ou	$PHR = 0.58.48$ courbure β cherchée.

Ainsi b étant de $1^d 0'0''$, & a , de $0^d 38'22''$; on trouve
 $\beta = 0^d 58'48''$.

De même, continuant de faire $b = 1^d 0'0''$; mais faisant
 $a = 0^d 39'22''$, on trouve $\beta = 1^d 3'20''$.

D'où l'on voit facilement que le cas de $b = \beta = 1^d 0'0''$,
est celui où $a = 0^d 38'38''$.

Alors l'angle RfH , qui est la demi-ouverture de l'objectif
au foyer f , est de $0^d 52'53''$; ainsi d'après ces déterminations,
qui sont des plus exactes, j'établis pour mon I.^{er} système, le
rapport que voici :

Foyer de l'objectif.....	1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a ,	1,3688.
Rayons extérieurs b, b ,	0,8814.
Diamètre de l'ouverture	0,0308.
Épaisseur du verre	0,0002.

Pareillement, faisant $b = 6^d 50'0''$, on trouvera que le cas
proposé de ce premier système exige que $a = 4^d 28'41''$;
d'où il suit que la demi-ouverture $RfH = 6^d 4'6''$: or ces

474 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

déterminations procurent pour un des nouveaux fondemens de mon I.^{er} système le rapport que voici :

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs $a, a, a, a,$	1,3540.
Rayons extérieurs $b, b,$	0,8885.
Diamètre de l'ouverture.....	0,2114.
Épaisseur des verres.....	0,0105.

De plus, faisant attention que l'épaisseur du verre est assez uniformément limitée à deux lignes, on réduira le tout, relativement à cette épaisseur, constante par le fait : or la circonstance de $b = 1^d 0' 0''$, & de $a = 0^d 38' 38''$, est tout naturellement le cas d'une lunette de 10000 lignes, ou de 69 pieds 5 pouces 4 lignes; ainsi pour cette longueur de lunette 69 pieds 5 pouces 4 lignes, on a

Rayons intérieurs $a, a, a, a,$ de	13688 lig.	ou de	95 ^{pi} 0 ^{po} 8 ^{li} .
Rayons extérieurs $b, b,$ de	8814	ou de	61. 2. 6.
Diamètre de l'ouverture de	308	ou de	2. 1. 8.

Quant au cas de $b = 6^d 50' 0''$, & de $a = 4^d 28' 41''$, favoir; celui où l'épaisseur du verre est de 105, on voit qu'étant réduit, comme il convient, à l'épaisseur ordinaire des verres, il est celui d'une lunette de 144 lignes ou de 1 pied 0 ponce 0 ligne; ainsi dans ce cas on a pour une lunette de 1 pied 0 ponce 0 ligne,

Rayons intérieurs $a, a, a, a,$ de	194 lig.	ou de	1 ^{pi} 4 ^{po} 2 ^{li}
Rayons extérieurs $b, b,$ de	128	ou de	10. 8.
Diamètre de l'ouverture..... de	30	ou de	2. 6.

C'est donc d'après ces deux résultats fondamentaux que j'ai dressé ma Table I, *page 479*, dans laquelle on trouve les dimensions d'objectifs achromatiques calculées depuis 2 pouces de foyer jusqu'à 20 pieds.

Quant aux autres systèmes, ayant constamment fait $b = 1^d 0' 0''$, j'ai trouvé

Pour le II. ^e système $a = 1^d 14' 0''$ & $RfH = 0^d 52' 40''$.
Pour le III. ^e système $a = 2. 18. 22$ & $RfH = 0. 52. 44$.
Pour le V. ^e système $a = 3. 36. 10$ & $RfH = 0. 52. 46$.

D'une autre part, ayant constamment fait $b = 6^d 50' 0''$, j'ai trouvé

Pour le I.^e système $a = 8^d 12' 0''$, & $RfH = 6^d 4' 10''$.

Pour le II.^e système $a = 15. 25. 0$, & $RfH = 6. 4. 44$.

Pour le V.^e système $a = 23. 40. 35$, & $RfH = 6. 4. 2$.

Alors le cas de $b = 1^d 0' 0''$, donne

Pour le II.^e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a ,	0,7117.
Rayons extérieurs b, b ,	0,8777.
Diamètre de l'ouverture	0,0306.
Épaisseur du verre	0,0003.

Pour le III.^e système,

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a ,	0,3812.
Rayons extérieurs b, b ,	0,8789.
Diamètre de l'ouverture	0,0306.
Épaisseur du verre	0,0006.

Pour le IV.^e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a ,	0,2443.
Rayons extérieurs b, b ,	0,8795.
Diamètre de l'ouverture	0,0307.
Épaisseur du verre	0,0008.

De plus, le cas de $b = 6^d 50' 0''$, donne

Pour le II.^e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs	0,7411.
Rayons extérieurs	0,8887.
Diamètre de l'ouverture	0,2115.
Épaisseur du verre	0,0154.
	000 ij

Pour le III.^e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	0,3983.
Rayons extérieurs b, b, \dots	0,8900.
Diamètre de l'ouverture	0,2118.
Épaisseur du verre	0,0286.

Pour le V.^e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	0,2632.
Rayons extérieurs b, b, \dots	0,8887.
Diamètre de l'ouverture	0,2114.
Épaisseur du verre	0,0284.

Réduisant le tout, relativement à l'épaisseur des verres, qui ordinairement est de 2 lignes, je trouve

1.^o Que le cas de $b = 1^d \ 0' \ 0''$, fait que

Dans le II. ^e système on a pour une lunette de	43 ^{li}	0 ^{po}	0 ^{li}
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	30.	7.	4.
Rayons extérieurs b, b, \dots	37.	9.	0.
Diamètre de l'ouverture	1.	3.	10.
Dans le III. ^e système on a pour une lunette de	20.	0.	0.
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	7.	7.	6.
Rayons extérieurs b, b, \dots	17.	7.	0.
Diamètre de l'ouverture	7.	6.	
Dans le V. ^e système, on a pour une lunette de	17.	0.	0.
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	4.	1.	10.
Rayons extérieurs b, b, \dots	14.	11.	4.
Diamètre de l'ouverture	0.	6.	2.

2.^o Que le cas de $b = 6^d \ 50' \ 0''$, fait que

Dans le II. ^e système, on a pour une lunette de	0 ^{li}	10 ^{po}	0 ^{li}
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	0.	7.	4.
Rayons extérieurs b, b, \dots	0.	8.	10.
Diamètre de l'ouverture	0.	2.	2.

Dans le III. ^e système, on a pour une lunette de	0 ^{li}	6 ^{po}	0 ^{lign.}
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	0.	2.	4.
Rayons extérieurs b, b, \dots	0.	5.	4.
Diamètre de l'ouverture.....	0.	1.	2.
Dans le V. ^e système, on a pour une lunette de	0.	6.	0.
Rayons intérieurs a, a, a, a, \dots	0.	1.	6.
Rayons extérieurs b, b, \dots	0.	5.	4.
Diamètre de l'ouverture.....	0.	1.	2.

C'est donc d'après ces résultats que j'ai dressé, comme pour le I.^{er} système, les II.^e, III.^e & V.^e Tables, où l'on trouve les dimensions d'objectifs achromatiques, calculées depuis 2 pouces de foyer jusqu'à 20 pieds; enfin c'est en cette manière que le tout a été calculé; un plus ample détail seroit superflu, j'ajouterai seulement,

Que si les matières qu'on emploie n'ont pas précisément le même degré de réfringence que celui que je leur ai supposé, on y remédiera en augmentant ou en diminuant les courbes extérieures b, b .

N. B. Comme je ne sache pas que jusqu'ici on ait construit d'objectif achromatique à quatre & à cinq lentilles, & qu'il est naturel de craindre que le nombre des verres ne diminue trop la lumière; j'ai fait moi-même l'essai en petit de mon II.^e système, dans lequel l'objectif est composé de quatre lentilles. Et quoique cet essai ne puisse pas être regardé comme décisif, puisque la lunette que j'ai construite n'a que 4 pouces 10 lignes de foyer; néanmoins il m'a paru que le peu de lumière que cela fait effectivement perdre à l'objectif, est plus que compensé par la diminution des courbures & par l'augmentation d'ouverture que cela procure; en effet, les meilleures lunettes angloises de 6 pouces ne portent que 15 lignes d'ouverture, & la mienne, qui n'a que 5 pouces 10 lignes de foyer, porte une ouverture de 18 lignes, & la diminution dans les courbures est d'autant plus importante qu'il n'y a pas, à ce que je crois, d'autre moyen pour faire disparaître, s'il est possible, l'aberration de sphéricité, celle de réfrangibilité étant détruite; j'ose regarder aussi comme certain, que les objectifs achromatiques exécutés

d'après mes différens systèmes, dissiperont également & en entier les iris, & que, quand à l'aberration de sphéricité, elle sera d'autant plus diminuée, qu'on prendra dans ces systèmes ceux qui contiendront un plus grand nombre de lentilles.

Voici les huit Tables que j'ai calculées en faveur des Opticiens zélés pour le progrès de leur Art; les six premières sont pour les objectifs composés de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube; la septième Table est pour les objectifs composés de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & d'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube; la huitième & dernière Table est pour les objectifs composés de verre de Venise, de cristal d'Angleterre & d'eau distillée, de la pesanteur qui vient d'être dite.

M. l'abbé Bourriot, que j'ai déjà cité dans ce Mémoire; comme lui ayant en grande partie l'obligation des déterminations de réfraction dont j'ai fait usage dans mes cinq premières Tables, m'a de plus communiqué ses résultats particuliers pour la réfraction de l'eau distillée, qui sont un des principaux fondemens de mes septième & huitième Tables: voici donc les résultats de M. l'abbé Bourriot, pour l'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube.

Réfraction des rayons rouges.....	1,3293.
Réfraction des rayons moyens.....	1,3320.
Réfraction des rayons violets.....	1,3406.
Dispersion des rayons.....	0,0113.

Enfin si mes huit systèmes de lunettes achromatiques ne réussissent pas toujours entre les mains des Artistes, au moins suis-je assuré qu'ils diminueront considérablement les tâtonnemens qu'ils pourroient faire pour avoir un succès complet; on séparera aussi les lentilles des différens systèmes, de l'épaisseur seulement d'une feuille de papier très-mince, afin que les lentilles, qui doivent être très-proche les unes des autres, ne se touchent cependant pas.

I.^{er} SYSTÈME (Figure 5) composé de cinq lentilles, dont trois sont de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & deux concaves isocèles, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a, a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes	pieds. pouces. lignes	pouc. lig.
0. 2	0. 2. 6	0. 1. 10	1. 2
0. 4	0. 5. 3	0. 3. 7	1. 5
0. 6	0. 8. 0	0. 5. 4	1. 8
0. 8	0. 10. 8	0. 7. 1	2. 0
0. 10	1. 1. 5	0. 8. 10	2. 3
1. 0	1. 4. 2	0. 10. 7	2. 6
2. 0	2. 8. 7	1. 9. 2	2. 10
3. 0	4. 1. 0	2. 7. 8	3. 2
4. 0	5. 5. 5	3. 6. 3	3. 6
5. 0	6. 9. 10	4. 4. 9	3. 10
6. 0	8. 2. 4	5. 3. 4	4. 2
7. 0	9. 6. 9	6. 1. 10	4. 6
8. 0	10. 11. 2	7. 0. 5	4. 10
9. 0	12. 3. 7	7. 11. 0	5. 2
10. 0	13. 8. 0	8. 9. 6	5. 6
11. 0	15. 0. 5	9. 8. 1	5. 10
12. 0	16. 4. 10	10. 6. 7	6. 2
13. 0	17. 9. 3	11. 5. 2	6. 6
14. 0	19. 1. 9	12. 3. 8	6. 10
15. 0	20. 6. 2	13. 2. 3	7. 2
16. 0	21. 10. 7	14. 0. 9	7. 6
17. 0	23. 3. 0	14. 11. 4	7. 10
18. 0	24. 7. 5	15. 9. 10	8. 2
19. 0	25. 11. 10	16. 8. 5	8. 6
20. 0	27. 4. 3	17. 7. 0	8. 10

II.^{er} SYSTÈME (Figure 6) composé de quatre lentilles, dont deux de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & deux de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes	pieds. pouces. lignes	pouc. lig.
0. 2	0. 1. 8	0. 1. 10	0. 11
0. 4	0. 3. 1	0. 3. 7	1. 3
0. 6	0. 4. 6	0. 5. 4	1. 6
0. 8	0. 5. 11	0. 7. 1	1. 10
0. 10	0. 7. 4	0. 8. 10	2. 2
1. 0	0. 8. 10	0. 10. 7	2. 3
2. 0	1. 5. 4	1. 9. 2	2. 7
3. 0	2. 1. 10	2. 7. 8	2. 11
4. 0	2. 4. 5	3. 6. 3	3. 3
5. 0	3. 6. 11	4. 4. 9	3. 7
6. 0	4. 3. 6	5. 3. 4	3. 11
7. 0	5. 0. 0	6. 1. 10	4. 2
8. 0	5. 8. 7	7. 0. 5	4. 6
9. 0	6. 5. 1	7. 11. 0	4. 10
10. 0	7. 1. 7	8. 9. 6	5. 2
11. 0	7. 10. 2	9. 8. 1	5. 6
12. 0	8. 6. 8	10. 6. 7	5. 10
13. 0	9. 3. 3	11. 5. 2	6. 2
14. 0	9. 11. 9	12. 3. 8	6. 6
15. 0	10. 8. 4	13. 2. 3	6. 10
16. 0	11. 4. 10	14. 0. 9	7. 2
17. 0	12. 1. 4	14. 11. 4	7. 6
18. 0	12. 9. 11	15. 9. 10	7. 10
19. 0	13. 6. 5	16. 8. 5	8. 2
20. 0	14. 3. 0	17. 7. 0	8. 6

III.^e SYSTÈME (Figure 7) composé de trois lentilles, dont deux convexes, de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & une concave, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes.	pieds. pouces. lignes.	pouc. lig.
0. 2	0. 2. 0	0. 1. 10	0. 11
0. 4	0. 3. 4	0. 3. 7	1. 3
0. 6	0. 4. 8	0. 5. 4	1. 7
0. 8	0. 6. 0	0. 7. 1	1. 10
0. 10	0. 7. 4	0. 8. 10	2. 2
1. 0	0. 8. 8	0. 10. 7	2. 6
2. 0	1. 4. 8	1. 9. 2	2. 9
3. 0	2. 0. 8	2. 7. 8	3. 1
4. 0	2. 8. 8	3. 6. 3	3. 4
5. 0	3. 4. 8	4. 4. 9	3. 7
6. 0	4. 0. 8	5. 3. 4	4. 0
7. 0	4. 8. 8	6. 1. 10	4. 3
8. 0	5. 4. 9	7. 0. 5	4. 6
9. 0	6. 0. 9	7. 11. 0	4. 9
10. 0	6. 8. 9	8. 9. 6	5. 1
11. 0	7. 4. 9	9. 8. 1	5. 4
12. 0	8. 0. 10	10. 6. 7	5. 8
13. 0	8. 8. 10	11. 5. 2	6. 0
14. 0	9. 4. 10	12. 3. 8	6. 3
15. 0	10. 0. 11	13. 2. 3	6. 6
16. 0	10. 8. 11	14. 0. 9	6. 10
17. 0	11. 4. 11	14. 11. 4	7. 1
18. 0	12. 1. 0	15. 9. 10	7. 5
19. 0	12. 9. 0	16. 8. 5	7. 8
20. 0	13. 5. 0	17. 7. 0	8. 0

IV.^e SYSTÈME (Figure 8) composé de trois lentilles, dont deux menisques font de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & une convexe isocèle de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS. <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes.	pieds. pouces. lignes.	pouc. lig.
0. 2	0. 0. 10	0. 1. 10	0. 8
0. 4	0. 1. 7	0. 3. 7	0. 11
0. 6	0. 2. 4	0. 5. 4	1. 2
0. 8	0. 3. 1	0. 7. 1	1. 3
0. 10	0. 3. 10	0. 8. 10	1. 3
1. 0	0. 4. 7	0. 10. 7	1. 4
2. 0	0. 9. 2	1. 9. 2	1. 8
3. 0	1. 1. 9	2. 7. 8	2. 0
4. 0	1. 6. 4	3. 6. 3	2. 4
5. 0	1. 10. 11	4. 4. 9	2. 7
6. 0	2. 3. 6	5. 3. 4	2. 11
7. 0	2. 8. 1	6. 1. 10	3. 3
8. 0	3. 0. 7	7. 0. 5	3. 7
9. 0	3. 5. 2	7. 11. 0	3. 11
10. 0	3. 9. 9	8. 9. 6	4. 3
11. 0	4. 2. 4	9. 8. 1	4. 7
12. 0	4. 6. 11	10. 6. 7	4. 11
13. 0	4. 11. 6	11. 5. 2	5. 3
14. 0	5. 4. 1	12. 3. 8	5. 7
15. 0	5. 8. 8	13. 2. 3	5. 10
16. 0	6. 1. 2	14. 0. 9	6. 2
17. 0	6. 5. 9	14. 11. 4	6. 6
18. 0	6. 10. 4	15. 9. 10	6. 10
19. 0	7. 2. 11	16. 8. 5	7. 2
20. 0	7. 7. 6	17. 7. 0	7. 6

V.^e SYSTÈME (Figure 9) composé de deux lentilles, l'une menisque de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, l'autre de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes.	pieds. pouces. lignes.	pouc. lig.
0. 2	0. 0. 6	0. 1. 10	0. 7
0. 4	0. 1. 0	0. 3. 7	0. 11
0. 6	0. 1. 6	0. 5. 4	1. 1
0. 8	0. 2. 0	0. 7. 1	1. 2
0. 10	0. 2. 6	0. 8. 10	1. 3
1. 0	0. 3. 0	0. 10. 7	1. 4
2. 0	0. 5. 11	1. 9. 2	1. 7
3. 0	0. 8. 10	2. 7. 8	1. 11
4. 0	0. 11. 9	3. 6. 3	2. 3
5. 0	1. 2. 8	4. 4. 9	2. 6
6. 0	1. 5. 7	5. 3. 4	2. 10
7. 0	1. 8. 6	6. 1. 10	3. 2
8. 0	1. 11. 6	7. 0. 5	3. 5
9. 0	2. 2. 5	7. 11. 0	3. 9
10. 0	2. 5. 4	8. 9. 6	4. 0
11. 0	2. 8. 3	9. 8. 1	4. 4
12. 0	2. 11. 2	10. 6. 7	4. 8
23. 0	3. 2. 1	11. 5. 2	4. 11
14. 0	3. 5. 0	12. 3. 8	5. 3
15. 0	3. 8. 0	13. 2. 3	5. 7
16. 0	3. 10. 11	14. 0. 9	5. 10
17. 0	4. 1. 10	14. 11. 4	6. 2
18. 0	4. 4. 9	15. 9. 10	6. 6
19. 0	4. 7. 8	16. 8. 5	6. 9
20. 0	4. 10. 7	17. 7. 0	7. 1

VI.^e SYSTÈME (Figure 10) composé de deux lentilles, l'une convexe isocèle de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, l'autre concave, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS <i>a, a.</i>	RAYONS <i>b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes.	pieds. pouces. lignes.	pouc. lig.
0. 2	0. 0. 10	0. 8. 2	0. 7
0. 4	0. 1. 7	1. 2. 1	0. 11
0. 6	0. 2. 4	1. 8. 0	1. 1
0. 8	0. 3. 2	2. 1. 10	1. 2
0. 10	0. 3. 11	2. 7. 9	1. 3
1. 0	0. 4. 8	3. 1. 8	1. 4
2. 0	0. 9. 3	6. 1. 10	1. 7
3. 0	1. 1. 10	9. 0. 5	1. 11
4. 1	1. 6. 6	11. 11. 9	2. 3
5. 0	2. 11. 1	14. 11. 2	2. 6
6. 0	2. 3. 8	17. 10. 6	2. 10
7. 0	2. 8. 3	20. 9. 10	3. 2
8. 0	3. 0. 10	23. 9. 3	3. 5
9. 0	3. 5. 6	26. 8. 7	3. 9
10. 0	3. 10. 1	29. 8. 0	4. 0
11. 0	4. 2. 8	32. 7. 4	4. 4
12. 0	4. 7. 3	35. 6. 8	4. 8
13. 0	4. 11. 10	38. 6. 1	4. 11
14. 0	5. 4. 6	41. 5. 5	5. 3
15. 0	5. 9. 1	44. 4. 10	5. 7
16. 0	6. 1. 8	47. 4. 2	5. 10
17. 0	6. 6. 3	50. 3. 6	6. 2
18. 0	6. 10. 10	53. 2. 10	6. 6
19. 0	7. 3. 6	56. 2. 3	6. 9
20. 0	7. 8. 1	59. 1. 8	7. 1

Pour redresser un objectif qui ne seroit pas exactement achromatique & dont on ne voudroit cependant pas changer les courbures intérieures a, a ; on diminuera les rayons des surfaces extérieures b, b , si le foyer des rayons violets est plus long que le foyer des rayons rouges: au contraire, on les augmentera si c'est le foyer des rayons rouges qui est plus long que le foyer des rayons violets; & pour l'un ou pour l'autre cas, la Table que voici contient la correction désirée, laquelle dépend de la longueur du foyer de l'objectif & aussi de l'excès ou de la différence du foyer des rayons violets au foyer des rayons rouges.

TABLE de la quantité qu'il faut retrancher des rayons b, b de l'objectif, ou qu'il faut ajouter à ces rayons.

Longueur de l'objectif.	DIFFÉRENCE du foyer des rayons violets & du foyer des rayons rouges.					
	1 ligne.	2 lignes.	3 lignes.	6 lignes.	9 lignes.	12 lignes.
	pouces. lignes.	pouces. lignes.	pouces. lignes.	pouces. lignes.	pouces. lignes.	pouces. lignes.
1	0. 7	1. 2	1. 10	3. 7	5. 5	7. 3
2	0. 8	1. 5	2. 1	4. 2	6. 3	8. 4
3	0. 9	1. 7	2. 4	4. 9	7. 1	9. 6
4	0. 11	1. 9	2. 8	5. 4	8. 0	10. 8
5	1. 0	1. 11	2. 11	5. 11	8. 10	11. 10
6	1. 1	2. 2	3. 3	6. 5	9. 8	12. 11
7	1. 2	2. 4	3. 6	7. 0	10. 6	14. 1
8	1. 3	2. 6	3. 9	7. 7	11. 4	15. 1
9	1. 4	2. 8	4. 1	8. 2	12. 3	16. 4
10	1. 5	2. 11	4. 4	8. 8	13. 1	17. 6
11	1. 6	3. 1	4. 7	9. 3	13. 11	18. 7
12	1. 8	3. 3	4. 11	9. 10	14. 9	19. 9
13	1. 9	3. 5	5. 2	10. 5	15. 7	20. 10
14	1. 10	3. 8	5. 6	11. 0	16. 6	22. 0
15	1. 11	3. 10	5. 9	11. 6	17. 4	23. 1
16	2. 0	4. 0	6. 0	12. 1	18. 2	24. 3
17	2. 1	4. 2	6. 4	12. 8	19. 0	25. 5
18	2. 2	4. 6	6. 7	13. 3	19. 10	26. 6
19	2. 3	4. 7	6. 10	13. 9	20. 8	27. 8
20	2. 5	4. 9	7. 2	14. 4	21. 7	28. 9

N. B. Le changement de ce qu'on fera aux rayons des surfaces b, b , en produira aussi un dans la longueur du foyer de l'objectif, & le rapport de ces deux changemens sera à peu près de 5 à 6.

VII.^e SYSTÈME (Figure 11) composée de deux lentilles menisques de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & d'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube.

Les lentilles doivent se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes.	pieds. pouces. lignes.	pouc. lig.
0. 2	0. 2. 2	0. 3. 5	1. 9
0. 4	0. 2. 7	0. 4. 1	1. 11
0. 6	0. 3. 0	0. 4. 9	2. 2
0. 8	0. 3. 6	0. 5. 5	2. 5
0. 10	0. 3. 11	0. 6. 2	2. 8
1. 0	0. 4. 4	0. 6. 10	2. 11
2. 0	0. 6. 11	0. 10. 11	3. 3
3. 0	0. 9. 6	1. 3. 0	3. 6
4. 0	1. 0. 1	1. 7. 1	3. 9
5. 0	1. 2. 8	1. 11. 2	4. 1
6. 0	1. 5. 3	2. 3. 3	4. 4
7. 0	1. 7. 10	2. 7. 4	4. 8
8. 0	1. 10. 6	2. 11. 5	4. 11
9. 0	2. 1. 1	2. 3. 6	5. 2
10. 0	2. 3. 8	3. 7. 7	5. 6
11. 0	2. 6. 3	3. 11. 8	5. 9
12. 0	2. 8. 10	4. 3. 9	6. 1
13. 0	2. 11. 5	4. 7. 10	6. 4
14. 0	3. 2. 0	4. 11. 11	6. 8
15. 0	3. 4. 8	5. 4. 0	6. 11
16. 0	3. 7. 3	5. 8. 1	7. 3
17. 0	3. 9. 10	6. 0. 2	7. 6
18. 0	4. 0. 5	6. 4. 3	7. 9
19. 0	4. 3. 0	6. 8. 4	8. 1
20. 0	4. 5. 7	7. 0. 5	9. 4

VIII.^e SYSTÈME (Figure 12) composée de deux lentilles, l'une de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube, l'autre de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & entre les deux lentilles menisques, de l'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube. Les lentilles doivent se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS <i>a, a.</i>	RAYONS EXTÉRIEURS <i>b, b.</i>	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	pieds. pouces. lignes.	pieds. pouces. lignes.	pouc. lig.
0. 2	0. 0. 3	0. 0. 5	0. 4
0. 4	0. 0. 5	0. 0. 10	0. 7
0. 6	0. 0. 7	0. 1. 3	0. 10
0. 8	0. 0. 10	0. 1. 9	1. 2
0. 10	0. 1. 2	0. 2. 4	1. 5
1. 0	0. 1. 5	0. 2. 10	1. 8
2. 0	0. 3. 1	0. 6. 0	2. 0
3. 0	0. 4. 9	0. 9. 1	2. 4
4. 0	0. 6. 6	1. 0. 3	2. 8
5. 0	0. 8. 2	1. 3. 4	3. 1
6. 0	0. 9. 10	1. 6. 6	3. 6
7. 0	0. 11. 6	1. 9. 8	3. 10
8. 0	1. 1. 2	2. 0. 9	4. 2
9. 0	1. 2. 11	2. 3. 11	4. 6
10. 0	1. 4. 7	2. 7. 0	4. 10
11. 0	1. 6. 3	2. 10. 2	5. 3
12. 0	1. 7. 11	3. 1. 4	5. 7
13. 0	1. 9. 7	3. 4. 5	5. 11
14. 0	1. 11. 4	3. 7. 7	6. 4
15. 0	2. 1. 0	3. 10. 9	6. 8
16. 0	2. 2. 8	4. 1. 10	7. 0
17. 0	2. 4. 4	4. 5. 0	7. 5
18. 0	2. 6. 0	4. 8. 1	7. 9
19. 0	2. 7. 9	4. 11. 3	8. 1
20. 0	2. 9. 5	5. 2. 5	8. 5

NOTE pour le Mémoire précédent.

APRÈS avoir donné les dimensions respectives des différens verres qu'on peut combiner ensemble pour former avec succès des Objectifs achromatiques, je crois qu'on ne sera pas fâché de trouver ici un précis des meilleurs moyens de travailler ces verres.

1.° Pour préparer les différens émerils.

Il faut prendre, trois ou quatre livres d'émeril grossier, qu'on nomme à la Manufacture des glaces, *premier émeril*, & une douzaine de pots de faïence; il faut choisir ceux dont le fond est le plus uni; ceux qui sont larges en haut & étroits au fond sont les plus commodes: les grands vases de terre ou de grès dont on se sert pour mettre de l'eau ou du lait, pourroient être aussi d'un bon usage.

Mettez tout l'émeril dans un des pots avec de l'eau; délayez bien jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de grumeaux. Remuez ensuite la matière, & au bout d'une seconde, transvasez l'eau chargée d'émeril dans un autre pot, par le moyen d'un siphon: répétez cette opération une vingtaine de fois, ou plus, si vous le jugez à propos, & vous aurez l'émeril d'une seconde, duquel vous tirerez tous les autres.

Le but de l'opération est de séparer chaque émeril d'une qualité, de sorte qu'il ne contienne rien ou presque rien d'une autre.

Remuez votre émeril d'une seconde, & après l'avoir laissé reposer huit secondes, transvasez avec le siphon l'eau chargée de l'émeril de huit secondes; on l'appellera *second émeril*.

Tirez de la même manière de l'émeril d'une seconde, & de celui de huit secondes, l'émeril de vingt-six secondes, qu'on appellera *troisième émeril*.

De ces trois premiers émerils, tirez de même le quatrième qui est d'une minute, & ainsi des autres jusqu'à celui de seize minutes, qui est ordinairement le dixième & qui doit être tiré des neuf autres à plusieurs fois.

2.° Pour travailler les verres.

Après avoir dégrossi sur un mauvais bassin de fer & centré le verre

qu'on veut tailler, on le travaillera sur le bon bassin avec le premier émeril, jusqu'à ce qu'il en ait bien pris la forme & qu'il soit atteint également par-tout. Alors travaillez-le encore avec le même émeril pendant vingt minutes.

Passiez au second émeril: travaillez le verre avec cet émeril une première fois pendant cinq minutes, une seconde fois pendant vingt minutes; passez ainsi d'émeril en émeril, jusqu'au sixième inclusivement.

Travaillez avec le septième & le huitième émeril une demi-heure; avec le neuvième, trois quarts d'heure; avec le dixième & dernier, une heure & demie.

Il y a des verres qui étant d'une matière plus dure, sont plutôt travaillés: j'en ai vu qui pouvoit être poli au sortir du huitième émeril.

Pour travailler de grands verres, il faut peut-être employer un peu plus de temps; mais bien peu si je ne me trompe.

Mes bons bassins n'éprouvent jamais la chaleur: je les fais faire plats en dessous avec une vis au centre, qui entre dans un écrou fait dans une petite planche quarrée, que je fixe à une table. Je mets un carton entre la planche & le bassin, afin que l'effort du bois ne gâte pas le bassin.

Mes verres étant dégrossis ne sont plus présentés au feu; je colle dessus, avec de la colle de farine, un morceau de carton circulaire, sur lequel j'ai auparavant mastiqué une petite bande mince & pliante de cuivre ou de plomb, sur laquelle est pareillement mastiqué avec de la poix ou de la cire d'Espagne un petit morceau de liège rond ou quarré.

Si je travaille des verres bi-concaves, dont le centre soit mince; je les double d'un autre verre, aussi convexe à peu près, que l'autre est concave.

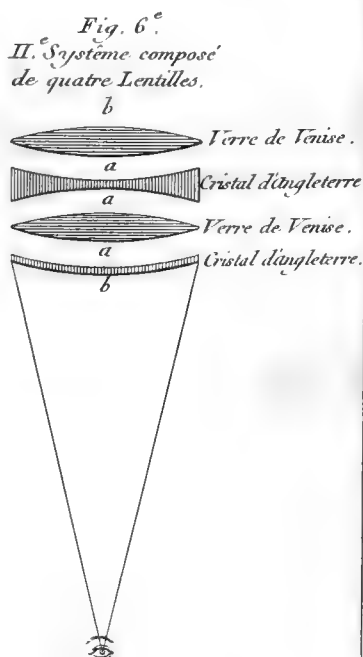
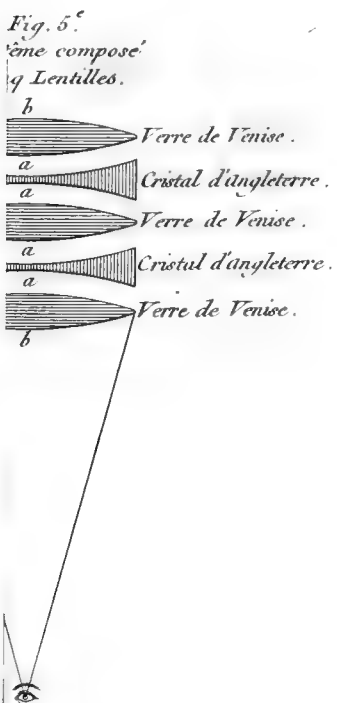
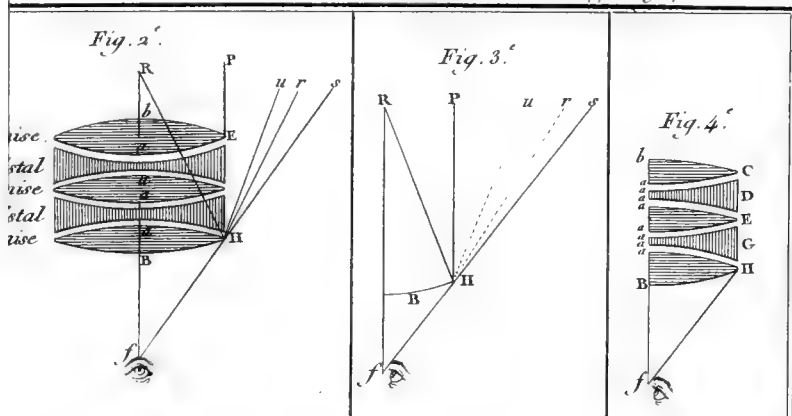
Pour éprouver le *flint-glass*, il faut qu'il soit poli des deux côtés: alors on y voit les filandres, en l'exposant au Soleil, & recevant la lumière rompue sur un papier blanc: avec un peu d'attention on distingue facilement les raies du verre d'avec les filandres.

On voit aussi les filandres en tenant le *flint-glass*, entre l'œil & une croisée: les filandres paroissent à l'émergence des traverses de la croisée.

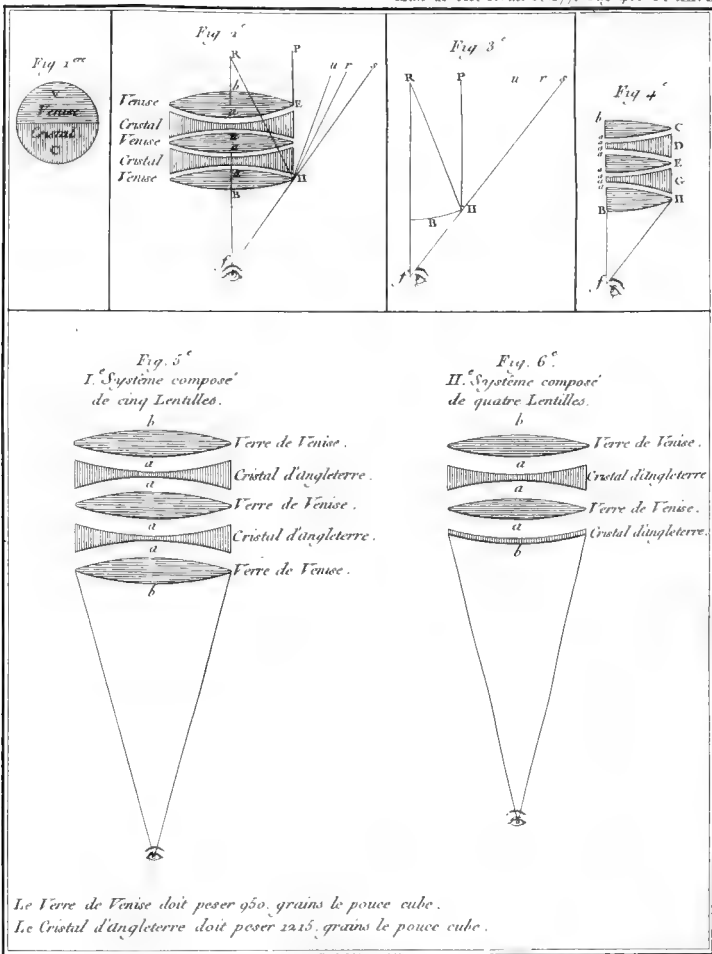
Mais la meilleure manière est de mettre le morceau de *flint-glass*, qu'on veut éprouver, au foyer d'un objectif & de l'examiner avec une loupe. Alors on voit les moindres défauts du verre.

Enfin pour travailler ensemble deux morceaux de verre dans un même bassin, il ne s'agit que de les coller sur un morceau entier aussi concave que les deux morceaux sont convexes ; & en inclinant le morceau de *flint-glass* dans lequel on voit des filandres ; on voit si elles sont d'un côté ou de l'autre , relativement à un point observé dans l'une ou dans l'autre surface , & on peut juger ainsi quel côté on doit le plus user pour les enlever quand l'épaisseur le permet.





se doit peser 950. grains le ponce cube.
 letterre doit peser 1215. grains le ponce cube.



ne le Verre de Venise pesant 950 grains le pouce cube .
 ne le Cristal d'Angleterre pesant . . 1213 grains le pouce cube .
 ne l'Eau distillée pesante 373 grains le pouce cube .

e compose'
 illes .

Fig. 8.^e IV.^e Système composé
 de trois Lentilles.

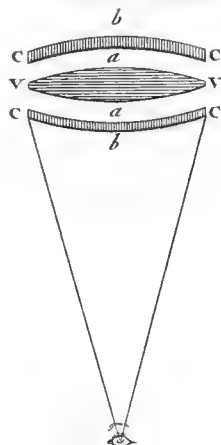
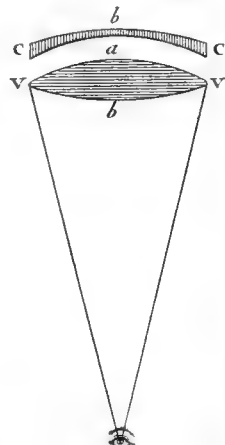


Fig. 9.^e V.^e Système composé
 de deux Lentilles.



e compose
 es .

Fig. 11.^e VII.^e Système composé
 de deux Lentilles
 et d'Eau distillée.

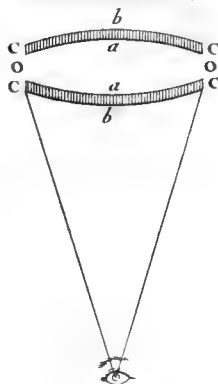
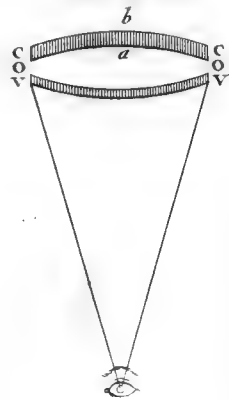


Fig. 12.^e VIII.^e Système composé
 de deux Lentille
 et d'Eau distillée.



La Lettre V. designe le Verre de Venise pesant . . . 650. grains le ponce cube .

La Lettre C. designe le Cristal d'Angleterre pesant . . . 1213. grains le ponce cube .

La Lettre O. designe l'Eau distillée pesante . . . 3-4. grains le ponce cube .

Fig. 7. III. Système composé
de trois Lentilles.

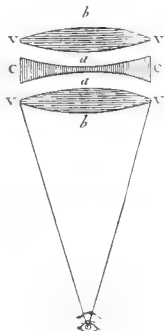


Fig. 8. II. Système composé
de trois Lentilles.

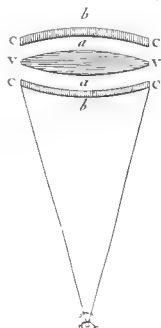


Fig. 9. I. Système composé
de deux Lentilles.



Fig. 10. VI. Système composé
de deux Lentilles

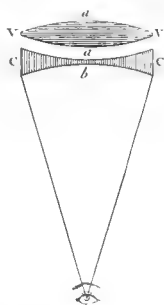


Fig. 11. VII. Système composé
de deux Lentilles
et d'Eau distillée.

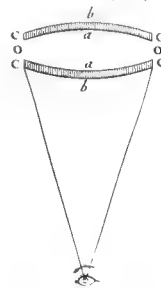


Fig. 12. VIII. Système composé
de deux Lentille
et d'Eau distillée



P R É C I S
D'UN VOYAGE EN AMÉRIQUE,
O U

*Essai Géographique sur la position de plusieurs Isles,
 & autres lieux de l'Océan atlantique; accompagné
 de quelques Observations concernant la Navigation.*

Par M. P I N G R É.

L'*Isis*, frégate ou corvette du Roi, de dix-huit pièces de canon, fut armée à Rochefort en Novembre 1768; l'unique objet de cet armement étoit la vérification des méthodes de déterminer les Longitudes sur mer. M. de Fleurieu, Enseigne des Vaisseaux du Roi, étoit nommé pour commander la frégate : le Roi ayant ordonné à l'Académie de nommer un de ses Astronomes pour cette expédition, je fus chargé de cette commission; il nous étoit enjoint, à M. de Fleurieu & à moi, d'agir toujours de concert en tout ce qui pouvoit concerner l'objet de l'expédition.

Cet objet étoit, comme je l'ai dit, la vérification de toutes les méthodes de Longitudes; cela étoit expressément porté dans nos instructions: cependant nous avions un ordre bien plus spécial de vérifier la marche des horloges marines construites par le sieur Ferdinand Berthoud, Horloger de Paris. Nous profitons de toutes les occasions possibles pour envoyer à M. le Duc de Praslin, Ministre & Secrétaire d'État ayant le département de la Marine, des procès-verbaux authentiques de nos opérations. Ces procès-verbaux ont été mis sous les yeux de l'Académie; je ne puis que souscrire au jugement favorable qu'elle a porté de la marche de ces horloges.

Nous ne nous attendions pas à trouver dans ces horloges une précision égale à celle des meilleures horloges astronomiques, leur auteur même ne prétendoit point avoir atteint ce degré de perfection;

25 Avril
1770.

Objet
du voyage.

il ne s'étoit engagé qu'à construire des horloges dont l'écart n'ex² céderoit pas 4 minutes de temps durant l'intervalle de soixante jours ou deux mois. Il nous en livra deux, numérotées 6 & 8, & c'est par ces numéros que nous les avons toujours distinguées. Le n.^o 6 a paru conserver son isochronisme, à la précision même d'une minute sur chaque intervalle de temps prescrit, durant les six premiers mois de l'expédition; ses écarts sont montés ensuite à 4 minutes ou au degré entier & même au-delà. Le n.^o 8 nous avoit été recommandé par une pièce authentique, comme devant être fort supérieur au n.^o 6; dès les premiers mois il éprouva un retardement sensible dans sa marche; mais outre que ce défaut ne paroît pas avoir été jusqu'au point de pouvoir occasionner dans la détermination de notre longitude plus de 2 minutes de temps d'erreur en six semaines ou un mois & demi, intervalle de temps que n'ont jamais atteint nos plus longues traversées; ce retardement semble d'ailleurs avoir toujours suivi une marche assez régulière, de manière que d'une relâche à l'autre on peut regarder la variation de ce retardement comme proportionnelle au temps; sans crainte d'erreurs sensibles. Cette manière d'envisager la marche de nos horloges marines ne pouvoit nous être d'aucune utilité à la mer; nous ignorions quel seroit le retard de ces horloges à la relâche suivante: connoissant maintenant toutes les variations de leur marche, nous pouvons en faire usage pour déterminer la longitude des Isles, Ports & Caps que nous avons relevés. Je ne donne pas ces déterminations comme astronomiquement précises, mais je pense qu'elles le seront assez pour l'usage de la Géographie & de la Navigation; cet usage est l'unique objet auquel je m'attacherai dans ce Mémoire.

Départ
de l'île d'Aix.

Embarqués le 8 Décembre 1768, nous fumes retenus par les vents contraires pendant plus de deux mois en rade de l'île d'Aix. Deux fois nous essayâmes de sortir; & deux fois nous fumes contraints de regagner notre mouillage: enfin le 12 Février 1769, nous appareillâmes sous des auspices moins défavorables; nous essayâmes cependant deux coups de vent, le 14 & le 16 du même mois; heureusement ils durèrent peu, nous reconnûmes les côtes d'Espagne le 18, & notre navigation fut depuis très-heureuse.

Le 19 Février à 4 heures du soir, nous estimant par $43^{\text{d}} 50'$ La Corogne, de latitude & par $10^{\text{d}} 59' 45''$ de longitude (a), nous relevâmes la Tour de fer qui est à l'ouverture de la Corogne au sud-sud-est (b), à la distance de six lieues, & l'extrémité la plus occidentale des îles Sifarga au sud $36^{\text{d}} 15'$ ouest, à la distance de cinq lieues. Selon ce relèvement, la tour de Fer est par $43^{\text{d}} 33'$ de latitude & par $10^{\text{d}} 50'$ de longitude; la latitude de l'extrémité la plus occidentale des îles Sifarga est de $43^{\text{d}} 38'$ & sa longitude de $11^{\text{d}} 12'$. Nous avons pris la veille la hauteur méridienne du Soleil, nous la primes encore le lendemain 20; mais le jour même 19, les nuages nous cachèrent le Soleil à midi; à $7^{\text{h}} \frac{1}{2}$ du matin le 19, nous avons pris des hauteurs du Soleil pour nous assurer de notre longitude: ces deux jours nous avons fait un grand nombre de routes différentes. Ces circonstances ajoutent nécessairement quelque degré d'incertitude à celle qui accompagne ces sortes de déterminations; je ne puis répondre qu'à 10 à 12 minutes près de la longitude & de la latitude que nous avons assignées aux objets relevés.

Le 20 à midi, nous étions selon la hauteur méridienne du Soleil, observée à cet instant même, par $42^{\text{d}} 46' \frac{1}{4}$, & notre longitude, dont l'estime avoit été corrigée par des observations faites à $8^{\text{h}} \frac{1}{2}$ & à $9^{\text{h}} \frac{3}{4}$ du matin, étoit de $11^{\text{d}} 49' \frac{1}{2}$. On releva le cap Finistère à l'est $13^{\text{d}} 45'$ sud. Le vaisseau étoit en panne depuis onze heures. La distance du point relevé étoit de deux lieues; il s'ensuivroit que sa latitude seroit de $42^{\text{d}} 45'$, & sa longitude de $11^{\text{d}} 41' \frac{1}{2}$. Quand on eut remis en route & regagné le large, M. de Fleurieu a prétendu que le point relevé n'étoit pas le vrai cap Finistère, que nous voyons alors plus au nord; il suivroit en effet des observations de M. de Bory, faites à terre, que ce cap est par $42^{\text{d}} 51' 50''$ de latitude; mais si cela est, quel est donc cet autre cap ou cette autre terre que nos Pilotes ont ainsi

(a) Nous avertissons une fois pour toutes, que les latitudes déterminées dans ce Mémoire sont toutes septentrionales, & les longitudes comptées à l'ouest du méridien de Paris.

(b) Tous les relèvements sont corrigés de la variation ou déclinaison de l'aiguille. Le long des côtes d'Espagne & de Portugal, nous avons supposé cette variation de 20 degrés.

relevée? Aucun de nos Officiers, aucun de nos Pilotes, n'avoit encore eu connoissance de ce cap.

Isles Barlingues. Le 21 à midi, étant par $39^{\text{d}} 30' \frac{2}{3}$ de latitude observée, & par $12^{\text{d}} 09' \frac{1}{2}$ de longitude, corrigée sur des observations faites le jour même à $7^{\text{h}} 20'$ du matin, on releva l'île des Barlingues, qui nous paroissoit être le plus au large, au sud $2^{\text{d}} 30'$ ouest, à la distance d'environ quatre lieues & demie; sa latitude seroit donc de $39^{\text{d}} 17'$, & sa longitude de $12^{\text{d}} 10' \frac{1}{2}$. Le même jour, à 4 heures, l'Isle étant par $39^{\text{d}} 23' \frac{1}{2}$ de latitude, & par $12^{\text{d}} 17' \frac{1}{2}$ de longitude, la plus haute extrémité des Barlingues nous restoit au sud $14^{\text{d}} \frac{1}{3}$ vers l'est à la distance de deux lieues; elle seroit donc par $39^{\text{d}} 17' \frac{3}{4}$ de latitude, & par $12^{\text{d}} 15' \frac{1}{2}$ de longitude. Enfin à 5 heures & demie du soir, la pointe du nord-est de la plus grosse Barlingue nous restoit au sud $36^{\text{d}} 52'$ est, & l'extrémité du sud-ouest de la même île au sud $31^{\text{d}} 15'$ ouest. Depuis 4 heures, nous nous étions approchés de cette île d'environ un mille ou un tiers de lieue; d'où il suivroit que la latitude du milieu de l'île est par $39^{\text{d}} 16' \frac{1}{3}$, sa longitude au plus de $12^{\text{d}} 16' \frac{1}{2}$, & que l'île s'étend environ un demi-mille du sud-sud-ouest au nord-nord-est. Le soir vers 9 heures, nous nous assurames de notre latitude par la hauteur méridienne de *Procyon*. Ainsi je ne doute point que la principale des îles Barlingues ne soit par $39^{\text{d}} 17'$ de latitude. Quant à notre longitude, nous ne pûmes l'assurer que le 23; en donnant à l'île $12^{\text{d}} 12'$ de longitude, je ne crois pas que l'erreur puisse excéder 4 à 5 minutes; je serois même tenté d'assurer qu'elle ne peut être que de 2 à 3 minutes au plus.

Cap la Roque. Le 22 au lever du Soleil, notre latitude, estimée & corrigée par les observations du 21 & du 23, étoit de $38^{\text{d}} 07'$, & notre longitude de $12^{\text{d}} 36'$. Le cap la Roque étoit de 6 degrés au sud du centre du Soleil, lorsque cet astre parut tout entier hors de la montagne, c'est-à-dire, lorsque son centre étoit réellement dans l'horizon; le cap la Roque nous demeurait donc à l'est $18^{\text{d}} \frac{1}{2}$ vers le sud, à la distance d'environ six lieues; la latitude du cap de la Roque est donc à 3 ou 4 minutes près de $38^{\text{d}} 01'$, & sa longitude de $12^{\text{d}} 13'$. Dans cette détermination de la longitude, je ne garantis pas que l'erreur fût moindre que 12 à 15 minutes.

Le lendemain nous nous proposions de relever le cap de Saint-Vincent ; nos Pilotes manœuvrèrent de manière qu'il ne nous fut pas possible de le reconnoître.

Le 24 de Février, nous relâchâmes dans la baie de Cadiz. La latitude de Cadiz est bien constamment de $36^{\text{d}} 31' 07''$; c'est le résultat d'un grand nombre d'observations faites en 1724 par le P. Feuillée. Ce Père a fait toutes ses observations dans une maison particulière, située vers le milieu de la ville, & non dans l'Observatoire royal de l'Académie de M.^{rs} les Gardes de la Marine ; mais j'ai vu à Cadiz même un ouvrage de Don George Juan, Commandeur d'Aliaga, Chef d'Escadre, & Commandant des Gardes de la Marine, Correspondant de l'Académie ; dans cet ouvrage, Don George donne à l'Observatoire de Cadiz la même latitude de $36^{\text{d}} 31' 07''$; & il appuie cette détermination sur une infinité d'observations faites dans l'Observatoire, apparemment par Don George lui-même & par feu M. Godin. Au reste il est très-possible que l'Observatoire de Cadiz soit sous le même parallèle que la maison où le P. Feuillée observoit.

La longitude de Cadiz avoit été déterminée de $33' 25''$ de temps sur une seule éclipse du premier satellite de Jupiter, qui n'avoit pas même été observée à Paris, mais seulement à Rome & à Lisbonne. Une telle détermination devoit nécessairement être sujette à révision. La formation de l'anneau, la rupture, & la fin de l'éclipse annulaire du Soleil du 1.^{er} Avril 1764, furent observées à Cadiz par Don Gérard Hénay, Lieutenant des Vaisseaux de Sa Majesté Catholique, Directeur de l'Académie des Gardes de la Marine, & par Don Vincent Tosiño, alors Lieutenant de Frégate, & depuis Lieutenant de Vaisseaux & Directeur de la même Académie. L'anneau se forma à $9^{\text{h}} 24' 15''$ du matin, il se rompit à $9^{\text{h}} 27' 43''$; l'éclipse finit à $11^{\text{h}} 00' 07''$. M. du Séjour ayant appliqué à cette observation la méthode ingénieuse qu'il a inventée pour déterminer la différence des méridiens sous lesquels de telles observations ont été faites, a conclu qu'il falloit augmenter de $51''$ de temps la longitude de Cadiz : cette longitude seroit donc de $34' 16''$. J'ai pareillement comparé les observations de Cadiz avec le travail que j'avois déjà

fait sur cette même éclipse, & j'ai trouvé que la formation de l'anneau plaçoit Cadiz par $34^{\circ} 09''$, la rupture par $34^{\circ} 32''$, la fin de l'éclipse par $34^{\circ} 29''$ de longitude. Le commencement de l'éclipse de Soleil du 4 Juin 1769, observé par M. Tosiño à $6^h 01' 34''$ du matin, reculeroit cette ville jusqu'à $34^{\circ} 50''$; la fin, observée à $7^h 17' 59''$, la rapprocheroit à $34^{\circ} 37''$. En prenant un milieu entre ces cinq déterminaisons, Cadiz seroit par $34^{\circ} 31' \frac{1}{2}$ de longitude. Les Observateurs de l'éclipse de 1764, avertissent qu'ils ne s'attendoient point à voir l'éclipse annulaire; ils auront probablement été surpris, & auront vu l'anneau plus tard qu'il n'a été réellement formé; c'est ce qu'il ne seroit pas difficile de confirmer par les observations faites immédiatement avant la formation de l'anneau. D'un autre côté, quelque supposition raisonnable que l'on fasse, il est impossible que l'éclipse de 1769 ait duré à Cadiz une heure 16 minutes 25 secondes; je soupçonnerois volontiers qu'il s'est glissé une erreur dans les chiffres des secondes, & que le commencement est arrivé à $6^h 01' 54''$, & non à $6^h 01' 34''$. Quoi qu'il en soit, si on exclut ces deux observations, dont le résultat s'écarte trop du résultat moyen, la longitude de Cadiz sera de $34^{\circ} 32' \frac{1}{2}$; en admettant toutes les observations, nous l'avions trouvée de $34^{\circ} 31' \frac{1}{2}$; je pense qu'on peut l'établir avec quelque confiance, de $34^{\circ} 32''$ de temps, ou de $8^d 38'$.

Port de
Sainte-Croix,
île
de Ténériffe.

Nous appareillames de Cadiz le 15 Mars vers 10 heures du matin, & nous mouillames le 19 avant midi dans la baie de Sainte-Croix, île de Ténériffe. Ce port de Sainte-Croix est maintenant le lieu le plus fréquenté des Canaries, le centre du commerce de toutes ces îles, & la résidence du Gouverneur général. Don Miguel-Lopez-Fernandez de Heredia, maintenant Lieutenant général des armées de Sa Majesté Catholique, occupoit alors, & occupe encore maintenant la place de Gouverneur général des Canaries. Aux termes du pact de famille, les Espagnols & les François ne composent plus qu'une seule & même nation, selon Don Lopez : la conduite à notre égard fut conséquente à ce principe. Il n'omit rien de ce qui pouvoit contribuer à nous rendre le séjour de Sainte-Croix gracieux, & faciliter le succès de nos opérations; il nous permit même de disposer de son palais, s'il

pouvoit nous être de quelque utilité. La maison de M. Cafalon, Consul de France, située sur le port, & surmontée d'une terrasse très-solide en quelques-unes de ses parties, nous parut plus convenable; nous y établîmes notre observatoire. A notre seconde relâche, nous y observâmes l'émergence du premier satellite le 16 Août à $9^h 16' 05''$ (c). Nous ne trouvons aucune observation faite en Europe, à laquelle celle-ci puisse être comparée.

Le 22 Mars, nous fumes, quelques Officiers, Gardes de la Marine, & moi, à la Laguna, capitale de l'île Ténériffe; nous y retournâmes le 20 Aout à notre seconde relâche. On compte une lieue de Sainte-Croix à la Laguna; cette lieue nous parut forte, mais le chemin n'est pas toujours droit, il est d'ailleurs très-inégal, on monte presque perpétuellement en allant; aussi la température de l'air est-elle bien différente d'un endroit à l'autre. A Sainte-Croix la chaleur nous paroïsoit assez vive; à la Laguna nous nous trouvions habillés trop à la légère. Tant en allant qu'en revenant, je m'assurai par la position du Soleil, comparée à l'heure de ma montre, que le milieu du port de Sainte-Croix, où est située la maison de M. Cafalon, est sensiblement à l'est de la Laguna, déclinant très-peu vers le sud. Or il suit des observations faites en 1724 à la Laguna par le P. Feuillée (d), que cette ville est par $28^d 29'$ de latitude, & par $18^d 39' \frac{1}{2}$ de longitude. La longitude du port de Sainte-Croix doit donc être de $18^d 36'$, ou $36' \frac{1}{2}$; & c'est à 2 minutes près la longitude que nous avons conclue de la marche de l'horloge, n.^o 8.

Nous quittâmes la rade de Sainte-Croix le 28 Mars à 6 heures du soir. Le 30 à $6^h \frac{1}{4}$ du soir, étant par $25^d 06'$ de latitude & par $18^d 35'$ de longitude, nous fondîmes sans trouver de fond à 100 brasses. Le lendemain à $8^h \frac{1}{4}$ du matin, nous trouvâmes à 65 brasses un fond de coquilles pourries, mêlées avec du sable gris & roux, quelques fragmens de madrépores & de petite roche. Nous étions par $24^d 21'$ de latitude, & par $18^d 57' \frac{1}{2}$ de

Sondes.

(c) Cette observation est de M. de Fleurieu, je n'ai aperçu le satellite que 15 secondes plus tard, il y avoit un verre dérangé dans ma lunette.

(d) Voyez les Mémoires de l'Académie, année 1746.

longitude, selon l'estime confirmée par des observations faites le même jour à midi & à $4^h \frac{1}{4}$ du soir.

Sondes près
le cap Blanc.

Le 1.^{er} Avril à 5 heures du soir, par $21^d 28'$ de latitude, & $20^d 03'$ de longitude, nous ne trouvâmes point de fond. A $7^h \frac{1}{2}$, par $21^d 16'$ de latitude, & $19^d 50'$ de longitude, nous trouvâmes à 150 brasses un fond de sable vafard, mêlé d'une très-petite quantité de coquillages pourris. La latitude avoit été observée à midi, & la longitude à $4^h \frac{1}{2}$ du soir.

Le cap Vert.

Le 4 Avril à 8 heures du matin, notre latitude corrigée sur celle qui fut observée à midi, étoit de $15^d 04' \frac{1}{2}$, & notre longitude de $19^d 53'$, selon les observations faites à cet instant même. On releva les mamelles du cap Vert au sud $11^d 15'$ ouest (e), à la distance d'environ cinq lieues; & à midi, étant par la latitude observée de $14^d 53'$ & par la longitude de $20^d 04'$, on releva la pointe des mamelles, qui nous paroissoit dirigée vers le nord-ouest, au sud-est du monde, à la distance d'environ trois lieues: ce second relèvement est plus sûr que le premier, quant à l'estime de la distance. Le premier donne $14^d 50'$ de latitude & $19^d 56'$ de longitude aux mamelles du cap Vert; il suit du second que la pointe des mamelles, qui est le plus au nord-ouest, est par $14^d 47'$ de latitude & par $19^d 57' \frac{1}{2}$ de longitude.

Les mamelles du cap Vert sont deux hautes montagnes qui paroissent terminer la terre de ce côté. Au bas de ces montagnes est une pointe basse, qui s'étend au moins une lieue ou une lieue & demie en mer, & qui finit par des roches dont plusieurs sont cachées sous l'eau, cela forme un écueil dangereux. A midi nous avions presque doublé cette pointe qu'on appelle *pointe d'Almadie*. De-là jusqu'à 3 heures & un quart nous fûmes poussés par un vent bon frais & tout-à-fait favorable; nous rangeâmes de fort près les îles de la Magdeleine & le cap Manoël. Les îles de la Magdeleine sont au nombre de quatre, elles semblent décroître en grandeur à raison de leur proximité au cap Manoël: toute cette côte est saine, il n'y a pas d'écueil caché. On ne jugeoit plus à propos de jeter le loch pour estimer la route; mais je ne doute

(e) J'ai supposé ici la déclinaison de l'aiguille de $11^d 15'$ du nord à l'ouest.

pas què durant ces trois heures nous n'ayons parcouru environ 21 milles ou 7 lieues. Je fais cette remarque, parce que je pense que M.^{rs} Varin, des Hayes & de Glos se sont trompés dans leur estime, en ne comptant que deux lieues de distance entre les mamelles du cap Vert (f) & l'île de Gorée; il m'a paru que cette distance étoit au moins de quatre lieues. M. d'Après compte quatre lieues de la pointe escarpée du cap Vert au cap Manoël, & une demi-lieue de ce cap à Gorée, ce qui s'accorde assez avec mon estime. Nous fumes obligés de courir une bordée pour gagner le mouillage, & à quatre heures nous laissâmes tomber l'ancre en rade de Gorée.

Nous eumes à Gorée de belles journées; durant les nuits une brume perpétuelle, ou plutôt de légers nuages, qui ne paroissent avoir aucun mouvement, nous déroberent constamment la vue des étoiles tant fixes qu'érrantes. La latitude de cette île est de 14^d 40' selon les observations de M.^{rs} Varin, de Glos & des Hayes; sur l'autorité de nos montres marines je crois pouvoir fixer sa longitude à 19^d 47'. A notre arrivée à Gorée le mercure dans le baromètre étoit à la hauteur de 28 pouces, les jours suivans il se soutint constamment entre 28 pouces 1 ligne & 28 pouces 1 ligne $\frac{3}{4}$, sans qu'il m'ait paru de distinction entre le soir & le matin, la nuit & le jour.

Du lieu de notre mouillage nous relevâmes le milieu des mamelles du cap Vert à l'ouest 29 degrés nord (g). Nous étions au nord-est de l'île, à plus d'un quart de lieue de distance; je conclus de cette position que les mamelles, relevées de dessus l'île de Gorée, auroient paru 5 ou 6 degrés plus au nord. Le 9 du même mois d'Avril, ayant appareillé vers le soir, & nous estimant à une lieue & demie de Gorée, nous relevâmes le milieu de cette île au nord 33^d 45' est, & la plus boréale & occidentale

(f) Au VII.^e Volume des anciens Mémoires de l'Académie, pages 448 & suiv. M.^{rs} Varin, de Glos & des Hayes ne comptent que 5 minutes de degré en longitude & 3 minutes en latitude entre l'extrémité occidentale du cap Vert & Gorée; mais il me

paroît clair, par leurs expressions, que sous le nom d'extrémité occidentale du cap Vert, ils ont entendu l'extrémité occidentale des mamelles, & non la pointe d'Almadie.

(g) J'ai supposé encore ici un rumb de variation du nord à l'ouest.

des mamelles au nord $33^{\text{d}} 45'$ ouest, si ces trois relèvemens sont exacts, la distance de Gorée à cette mamelle doit être de 11 milles ou 3 lieues & deux tiers, & c'est à très-peu près la distance que l'on concluroit de nos observations sur la longitude & la latitude de ces lieux.

Ile de Mai. Le 11 Avril à 7 heures du soir, nous relevames l'extrémité la plus haute de l'île de Mai, & nous conclumes que cette extrémité étoit par $15^{\text{d}} 12'$ de latitude & $25^{\text{d}} 20'$ de longitude. Nous courumes des bordées durant la nuit, pour pouvoir le lendemain faire un relèvement plus certain. Le 12 donc, à $5^{\text{h}} \frac{1}{2}$ du matin, la pointe méridionale de l'île de Mai nous restoit à l'ouest du monde, à la distance de trois lieues; la latitude de l'*Ils* étoit alors de $15^{\text{d}} 6'$ & sa longitude $25^{\text{d}} 17' \frac{1}{2}$ selon notre estime corrigée tant par les observations faites le jour précédent que par celles que nous fîmes le jour même & les jours suivans en rade de la Praya; donc la partie la plus méridionale de l'île de Mai est par $15^{\text{d}} 6'$ de latitude & par $25^{\text{d}} 26' \frac{1}{2}$ de longitude. Nous relevames au même instant la partie septentrionale de la même île au nord $33^{\text{d}} 45'$ ouest (*h*). A 8 heures étant par la même latitude & par $25^{\text{d}} 34'$ de longitude, on releva la pointe la plus occidentale de la rade des Anglois dans l'île de Mai, à l'est $43^{\text{d}} \frac{1}{2}$ nord, & la pointe la plus méridionale de l'île de Sant-Yago à l'ouest $32^{\text{d}} \frac{1}{2}$ sud.

Personne de l'équipage n'avoit encore eu connoissance de ces îles; en conséquence nous allions comme à tâtons, les yeux cependant très-ouverts, le routier de M. Daprès à la main, conjointement avec quelques instructions communiquées à M. de Fleurieu par M. de l'Eguille, Lieutenant général des armées navales, Commandant de la marine à Rochefort. On peut observer que si nous avons fait quelques remarques qui ont échappé à ces deux excellens Navigateurs, cela doit venir en partie de ce que nous avons attaqué ces îles par un côté par lequel il n'est pas ordinaire de le faire. L'île de Mai est haute par son milieu; on y distingue des mornes assez reconnoissables. Il y a au nord une

(*h*) Nous avons ici supposé la variation de 10 degrés du nord à l'ouest.
longue

longue terre basse, dont M. Daprès fait mention, ainsi que des roches qui s'étendent de-là dans la mer. Il ne parle pas d'une longue terre basse au sud; elle est terminée par une pointe, qui met les vaisseaux à couvert des vents d'est & de nord-est : ces vents soufflent presque perpétuellement dans ces parages. La baie des Anglois est au-delà de cette pointe du sud, ou plutôt au sud-ouest de l'île : il y avoit alors trois vaisseaux à l'ancre dans cette rade. La côte orientale de l'île n'est pas haute; les mornes ou montagnes paroissent au-dessus à quelque distance de la côte. Lorsqu'on est nord & sud de la rade Angloise, en doublant la pointe méridionale de l'île, ou même un peu avant que de la doubler, on voit l'île de Sant-Yago à l'ouest-sud-ouest; il faut se mettre au vent de la partie la plus méridionale de cette dernière île, pour pouvoir gagner plus facilement le mouillage de la Praya; les deux pointes méridionales des deux îles m'ont paru assez sensiblement nord-est & sud-ouest : on distingue plusieurs anses dans la partie orientale de Sant-Yago. Sur les avis de M. Daprès, nous étions attentifs à ne point prendre la fausse baie pour la véritable; des vaisseaux à l'ancre nous ont fait connoître celle-ci, avant même que nous eussions soupçonné la première : il nous a paru que pour s'y tromper il falloit le vouloir. Nous rangions la terre de près; c'est un conseil très-sage que donne M. Daprès, autrement on risqueroit d'être emporté sous le vent du mouillage; mais en conséquence nous ne vîmes que très-tard les maisons couvertes de tuiles, que M. Daprès donne pour signal de la véritable baie, nous étions déjà dans la baie lorsque nous les reconnûmes; nous vîmes encore plus tard le pavillon du fort. Un signal que je regarde comme plus certain que tous ceux-là, c'est un morne rouge peu élevé, mais très-reconnoissable : il est situé assez précisément à l'ouest-quart-nord-ouest du mouillage, dont il est peu éloigné; l'îlet aux Cailles étoit entre notre mouillage & ce morne. Du mouillage on voit le volcan ou le pic de l'île de Feu à l'ouest 3^d 40' vers le nord, ainsi que je m'en suis assuré par plusieurs observations célestes; ce pic est encore une bonne reconnoissance pour distinguer la véritable rade, je doute qu'on puisse le voir vis-à-vis de la fausse baie. Ce n'est au reste que quand on s'est assuré par ces signaux

Mouillage
de la Praya.

de la proximité de la véritable baie, qu'on peut ranger de fort près la côte ; par-tout on la trouvera très-saine. M. de Fleurieu l'a fait sonder avec la chaloupe ; à la distance de la côte de deux fois au plus la longueur de la chaloupe, on a trouvé par-tout 5, 6 & 7 brasses au moins de profondeur. Il ne seroit cependant pas prudent de mouiller sans discrétion le long de cette côte, il y a des rches en plusieurs endroits. Nous étions très-bien mouillés par 8 brasses, fond de gros sable, un peu vafard, la pointe de l'est de la rade nous restant à l'est-quart-sud-est du compas, la pointe de l'ouest au sud-ouest-quart-d'ouest, le fort qui est au fond de la baie, par un grand piton coupé, au nord-ouest 5 degrés nord. La rade de la Praya est absolument à la partie la plus méridionale de l'île de Saint-Yago ; nous y mouillâmes le 12 d'Avril vers 10^h $\frac{1}{2}$ du matin.

Raz de Marée. Le petit îlet aux Cailles nous parut très-propre à y établir notre observatoire : nous demandâmes & obtînmes les permissions nécessaires ; mais un raz de marée s'éleva dans la nuit du 12 au 13, & dura tout le temps de notre séjour en cette rade. Les vagues rouloient impétueusement le long du rivage, la terre blanchissoit d'écume, l'îlet aux Cailles étoit inondé ; le canot d'un vaisseau Anglois fut mis en pièces, & les morceaux dispersés ; notre propre chaloupe chavira par l'effort de la lame, & se brisa contre des roches. Nous n'osâmes exposer nos instrumens ; nous nous contentâmes de faire à bord toutes les observations que l'exposition de la rade pouvoit permettre.

Position
de la Praya,

La rade de la Praya étoit autrefois marquée par 14^d 55' de latitude. M. Daprès a réduit cette latitude à 14^d 42' ; cela forme une autorité bien respectable. Mais il paroît que ce savant Navigateur n'a observé qu'une seule fois la hauteur méridienne en cette rade ; dix-huit ou vingt observations faites en ma présence le 12 Avril, & les six jours suivans, ne me permettent pas de douter que la hauteur du pôle à la Praya ne soit à très-peu près de 14^d 57'. Le 13 du même mois, & les cinq jours suivans, nous avons multiplié les observations des hauteurs du Soleil, pour nous assurer de l'heure vraie du vaisseau ; & comparant les heures données par les observations avec celles qui étoient marquées par nos

horloges marines, nous croyons pouvoir établir $25^{\text{d}} 56'$ pour la longitude de la Praya : je ne crois pas qu'il puisse y avoir 4 à 5 minutes d'erreur dans cette détermination.

Nous appareillâmes de la Praya le 18 Avril au soir. Nos Pilotes ne nous conduisoient pas toujours au gré de M. de Fleurieu; ils nous éloignèrent des îles de Feu & de Brava plus qu'il ne leur étoit ordonné. Nous reconnûmes cependant ces îles le 19 après midi; à $4^{\text{h}} \frac{1}{4}$ l'île de Feu, c'est-à-dire son pic, fut relevée au nord-quart de nord-est du compas, & l'île de Brava au nord-quart de nord-ouest 5^{d} ouest, c'est-à-dire, que la première nous restoit au nord du monde $1^{\text{d}} 45'$ vers l'est, & la seconde au nord $25^{\text{d}} 45'$ ouest : nos Pilotes estimoient que nous étions à 9 lieues de l'île de Feu, & à 10 lieues de l'île de Brava. Quant à ce qui regarde l'île de Feu, il nous étoit indifférent de connoître bien précisément sa distance; nous connoissions son gisement, tant à l'égard de la rade de la Praya, qu'à l'égard du point où nous étions alors; & d'ailleurs la position de ces deux points étoit déterminée, celle de la Praya par $14^{\text{d}} 57'$ de latitude, & par $25^{\text{d}} 56'$ de longitude, comme nous l'avons vu ci-dessus; celle de l'Isis par $14^{\text{d}} 27' \frac{1}{2}$ de latitude, selon les hauteurs méridiennes prises le jour même & le lendemain, & par $26^{\text{d}} 43'$ de longitude, selon cinq bonnes hauteurs du Soleil prises à l'instant même du relèvement. De ces données, il est facile de conclure que le pic ou volcan de l'île de Feu est plus boréal de 3 minutes, & plus occidental de 47 minutes que la rade de la Praya; que sa longitude est de $26^{\text{d}} 43'$, & sa latitude de $15^{\text{d}} 00'$, & qu'enfin sa distance étoit de 11 lieues lorsque nous l'avons relevé. Je regarde cette détermination comme une des plus certaines de toutes celles que je propose dans ce Mémoire, & qui ne sont fondées que sur de simples relèvemens.

Quant à l'île de Brava, elle nous paroissoit effectivement alors un peu plus distante que l'île de Feu, peut-être parce qu'elle n'est pas tout-à-fait si haute. Quand nous fumes par son travers, il me parut que nous en passions un peu plus près que de l'île de Feu, quoique notre route dans l'intervalle eut un peu décliné vers le sud. Supposons qu'à $4^{\text{h}} \frac{1}{4}$ nous en fussions distans de 11 lieues $\frac{1}{2}$, sa latitude seroit de $14^{\text{d}} 58' \frac{1}{2}$, & sa longitude de $26^{\text{d}} 58'$. A

6^h $\frac{1}{2}$ on releva la plus haute pointe de l'île de Feu au nord 24^d 15' est, & la plus haute partie de l'île de Brava au nord 4^d $\frac{1}{2}$ ouest; ce qui, comparé avec la route que nous avons faite dans l'intervalle, confirme la longitude que j'ai attribuée à l'île de Brava: quant à la latitude, je pense qu'on pourroit la diminuer de 3 à 4 minutes, & l'établir de 14^d 55'.

Méthode
pour trouver
la latitude
en mer,
équivoque.

Le 28 Avril, la hauteur méridienne du Soleil approchant de 90 degrés, fut difficile à saisir; des différences de 20 & 30 minutes entre les Observateurs, rendirent la détermination de notre latitude incertaine. Le lendemain 29, les uns prirent hauteur du côté du sud, les autres du côté du nord; les résultats s'accordèrent moins mal que la veille, mais non pas assez pour nous tranquilliser sur notre latitude. Il nous étoit essentiel de la connoître, nous devions doubler durant la nuit une vigie, marquée sur les cartes du Dépôt. Entre midi & une heure on prit trois hauteurs du bord du Soleil, en marquant avec précision l'intervalle de temps écoulé entre ces hauteurs. M. l'abbé de la Caille, *Nouveau Traité de Navigation*, &c. page 204, n.^o 526 & suiv. propose cette méthode comme la seule bonne dans la pratique, lorsqu'on ne peut employer la hauteur méridienne des Astres; mais il se contente de la proposer sans la démontrer. Le P. Pézenas, *Astronomie des Marins*, chap. IV, problème XXI, la propose pareillement, & y joint une demi-démonstration. Deux autorités aussi puissantes seroient bien capables de jeter les Marins dans de dangereuses erreurs. J'ai analysé cette méthode; on y suppose qu'une partie du parallèle que le Soleil décrit vers l'heure de midi, peut toujours être prise pour une partie de parabole, ce qui n'est pas généralement vrai. Voici la règle que je crois pouvoir proposer; toutes les fois que la déclinaison du Soleil & la latitude du lieu différent de 18 à 20 degrés, ou davantage, on peut sans danger user de la méthode des trois hauteurs; lorsque la différence entre la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil est au-dessous de 10 degrés, la méthode conduit à un résultat impossible ou imaginaire, & par conséquent elle ne peut être alors ni utile ni préjudiciable: c'est le cas où nous nous trouvons alors; enfin lorsque cette différence est entre 10 & 18 degrés, le résultat de l'opération peut conduire à des erreurs de la dernière

conséquence : on ne peut trop alors se défier de cette méthode.

Obligés de recourir à une autre méthode, nous primes, peu avant 7 heures du soir, la hauteur de *Sirius*, & $4^{\circ} 56'' \frac{1}{2}$ plus tard, celle de la Chèvre; la hauteur vraie de *Sirius* étoit de $38^{\circ} 41' 37''$, & celle de la Chèvre de $26^{\circ} 35' 30''$: nous conclumes notre latitude de $14^{\circ} 28'$, & nous poursuivîmes en toute sécurité notre route. Cette méthode me paroît très-bonne, & dans la théorie & dans la pratique, pourvu qu'on puisse répondre de la marche de sa montre pendant un intervalle de temps de quelques minutes seulement. On trouve presque par-tout la solution de ce Problème, le P. Pézenas la donne, c'est le trentième du Chapitre déjà cité; il remarque que d'autres l'ont déjà résolu par une équation du second degré; *mais une telle équation*, dit-il, *indique deux latitudes*, ce qui peut embarrasser un Marin; *on ne trouve pas*, ajoute-t-il, *cet inconvénient dans les règles tirées de la Trigonométrie*. Le P. Pézenas n'a pas fait réflexion qu'il est impossible qu'une équation, que l'analyse démontre être du second degré, n'ait qu'une seule solution en synthèse. Le Problème dont il s'agit ici se résout synthétiquement par trois triangles sphériques; pour avoir un angle du troisième triangle, il faut prendre selon les circonstances, ou la somme ou la différence de deux angles, l'un du premier, l'autre du second triangle, & voilà les deux solutions; je n'ai vu aucun Auteur qui en fit la distinction. Pour n'être pas embarrassé dans le choix, il faut que les Étoiles dont on voudra prendre les hauteurs, soient tellement situées qu'on puisse juger sans peine & d'un seul coup d'œil de quel côté du pôle & du zénith passera la ligne droite ou l'arc de grand cercle qui joint les deux Étoiles; en rapportant le tout sur une figure, même grossièrement faite, on se mettra facilement à l'abri de toute perplexité.

Le 3 Mai, vers 4 heures $\frac{1}{4}$ du soir, nous conclumes des hauteurs du Soleil comparées avec l'heure de nos horloges marines, que nous n'étions plus qu'à vingt-une lieues de la Martinique; jusqu'à minuit nous nous approchâmes de l'île de douze lieues: à minuit, nonobstant les représentations du premier Pilote, qui se faisoit encore à plus de quarante lieues de la terre, M. de Fleurieu fit courir une bordée au nord, & une autre à 2 heures & demie

Méthode
plus sûre.

Le Fort
Saint-Pierre
de la
Martinique.

au sud; à 4 heures on reprit la route de l'ouest, & à 5 heures $\frac{1}{2}$ on découvrit la Martinique, à six lieues de distance. Nous mouillâmes le même jour, 4 Mai, en rade du fort Saint-Pierre; les observations que nous y fîmes le 7, comparées avec l'heure marquée par les horloges marines, donnent $63^{\text{d}} 33'$ de longitude à la batterie de Sainte-Marthe où nous observâmes; cette batterie est à une bonne portée de fusil au sud des maisons les plus méridionales du fort Saint-Pierre. La longitude de ce fort seroit de $63^{\text{d}} 41'$ en conséquence de l'observation d'une seule émerfion du premier satellite de Jupiter, faite par M.^{rs} Varin, de Glos & Deshayes, & sa latitude de $14^{\text{d}} 44'$.

Le Fort-royal. Nous levâmes l'ancre le 8, & nous mouillâmes le 9 dans le port, ou, selon l'expression du pays, dans le cul-de-sac du Fort-royal. Nous établîmes le 10 notre Observatoire sur le terre-plain du bastion neuf: plusieurs hauteurs méridiennes d'Étoiles, prises en nombre égal du côté du sud & du côté du nord, nous donnèrent $14^{\text{d}} 35' 46''$ pour la latitude du lieu; quant à la longitude, elle est de $63^{\text{d}} 26'$, si nous voulons nous en rapporter absolument à nos horloges marines. D'ailleurs les observations multipliées faites par le P. Feuillée au Gros-morne, près du cul-de-sac Robert, ne permettent pas de donner à ce morne plus de $63^{\text{d}} 19'$ de longitude; le Fort-royal est de 6 à 7 minutes plus occidental que le Gros-morne, selon les cartes du P. Feuillée & de Guillaume de l'Isle, qui me paroissent en ce point préférables à celles du P. Labat & du Dépôt. Il suit de-là que la longitude du Fort-royal ne peut excéder $63^{\text{d}} 26'$; cependant deux émerfions du premier Satellite, que nous y avons observées, paroïtroient le reculer de 20 minutes plus à l'ouest: il est vrai que ce Satellite étoit bien près de Jupiter en sortant de l'ombre. Jupiter avoit été en opposition le 8 Mai: le 12, je vis le premier Satellite pointer hors de l'ombre à $16^{\text{h}} 28' 23''$, temps vrai; je me servois d'une lunette achromatique de 5 pieds de foyer, faite à Paris par M. de l'Étang. Le 13, à $10^{\text{h}} 01' 00''$, je vis le troisième Satellite; M. de Fleurieu, avec une lunette achromatique de Dollond de 2 pieds & demi seulement, mais excellente d'ailleurs, n'aperçut le Satellite qu'à $10^{\text{h}} 01' 22''$. La même nuit à $12^{\text{h}} 44' 09''$,

émersion du second Satellite, selon M. de Fleurieu; je ne le vis que 8 secondes plus tard, & il étoit déjà brillant. Le 14, à 10^h 57' 14", émersion du premier Satellite, selon M. de Fleurieu; fatigué d'une posture très-gênante, j'avois quitté la lunette. En comparant les deux émersions du premier Satellite, avec celle qui fut observée le 16 Mai à Paris par M. Messier, on seroit tenté d'admettre 63^d 48' $\frac{3}{4}$ ou 63^d 46' de différence entre les méridiens de Paris & du Fort-royal. Cette distance ne seroit diminuée que de 1' $\frac{3}{4}$, si au lieu de l'observation de M. Messier, on prenoit pour terme de comparaison une observation faite le même jour à Greenwich avec un télescope catadioptrique de 6 pieds; mais encore une fois, les observations du P. Feuillée ne paroissent pas permettre que le Fort-royal soit reculé vers l'ouest fort au-delà de 63^d 26'.

Les colons de la Martinique commençoient à accuser de lenteur la saison des pluies; elle arriva enfin dès le 15 Mai, trop tard selon leurs desirs, un peu trop tôt selon les nôtres. N'ayant plus de beaux jours à espérer sur l'horizon de la Martinique, nous levâmes l'ancre le 17 au soir, & nous prîmes la route de Saint-Domingue: chemin faisant, nous reconnûmes & relevâmes beaucoup d'îles; mais sous prétexte que nous étions toujours en vue des terres & par conséquent en sûreté, on ne jugea pas à propos de faire la plus légère observation pour constater notre longitude. Nous mouillâmes dans la baie du Cap-François, île de Saint-Domingue, le 23 Mai après midi.

Le lieu que nous choisîmes au Cap, pour nous servir d'observatoire, est situé sur un petit morne au nord-nord-est de la ville, à quelques quatre cents toises de la nouvelle église. Nous y fîmes peu d'observations, la saison ne nous étoit pas favorable; les matinées étoient ordinairement fort belles, peu après midi les nuages paroissoient en quelque sorte sortir des montagnes; ils s'accumuloient bientôt, le ciel se couvrait, le tonnerre grondoit sur nos têtes, la pluie tomboit à grands flots, sans qu'elle tempérât en rien l'ardeur de ce climat brûlant; l'orage duroit jusque bien avant dans la nuit. Tout le temps de notre séjour au Cap, le thermomètre gradué selon la méthode de M. de Reaumur & exposé à l'air libre, se soutint

Le cap François
à
St.-Domingue

jour & nuit entre 25 & 26 degrés de dilatation, & la chaleur cependant nous paroissoit étouffante; le mercure dans le baromètre s'est toujours maintenu entre 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ & 28 pouces 3 lignes $\frac{2}{3}$, sans que j'aie remarqué de différence sensible entre le jour & la nuit, le matin & le soir. J'avois fait la même observation à la Martinique.

Des hauteurs méridiennes d'Étoiles, prises la nuit du 10 au 11 Juin, les unes au sud & les autres au nord, nous donnèrent 19^d 47' 04" pour la latitude de notre observatoire; ainsi la latitude de la nouvelle église du Cap, sise à peu près au milieu de la ville, ne doit pas être fort éloignée de 19^d 46' 40". Nos horloges marines nous ont donné 11^d 12' de différence entre les méridiens du Fort-royal de la Martinique & du Cap-françois de Saint-Domingue; si donc le Fort-royal est par 63^d 26' de longitude, le Cap sera par 74^d 38'. C'est aussi à très-peu près le résultat de quelques observations de la hauteur de la Lune, faites le 10 Juin, & comparées avec les Tables corrigées sur d'autres observations de la Lune, faites à Oxford les 10, 11 & 12 Juin, & communiquées par M. Maskelyne; mais quelque incertitude sur l'erreur des instrumens, & principalement sur la quantité de la réfraction qu'il convenoit d'appliquer à nos observations, m'empêchent de regarder cette détermination comme absolument précise. Le 3 Juin, nous observâmes le contact intérieur des bords du Soleil & de Vénus à 2^h 44' 44" $\frac{1}{2}$ temps vrai; en prenant un milieu entre l'observation de M. de Fleurieu & la mienne, elles ne diffèrent que d'une seule seconde. Or en comparant cette observation du Cap avec le résultat moyen de toutes les observations faites à Paris, à Greenwich, à Hawkill, à Stockolm, à Upsal & à Cajanebourg, la longitude du Cap est de 4^h 58' 43" ou de 74^d 40' 45"; dans la supposition de 9 secondes de parallaxe solaire le 3 Juin. Pour chaque dixième de seconde dont on voudra augmenter ou diminuer la parallaxe, il faudra augmenter ou diminuer la longitude du Cap de 3 secondes de temps ou de 45 secondes de degré; en établissant cette longitude de 74^d 39', l'erreur, s'il y en a, doit être bien peu considérable.

Eclipse de Lune. Nous appareillâmes le 16 Juin au matin, les jours suivans le Soleil

Soleil ne parut que rarement, & lorsqu'il paroissoit il étoit environné d'une brume qui ne permettoit pas de distinguer clairement les bords de son disque. Cependant la nuit du 18 au 19 fut assez claire, nous en profitâmes pour observer une éclipse totale de Lune, une lunette achromatique de Ramsden de 6 pouces de longueur, fut le meilleur instrument que le mouvement du vaisseau me permit d'employer. Nous étions, selon nos horloges marines, par $73^{\text{d}} 26'$ de longitude. Je crus pouvoir déterminer le commencement à $13^{\text{h}} 38' 30'' \frac{1}{2}$ temps vrai, l'immersion à $15^{\text{h}} 7' 32''$, l'émerison à $15^{\text{h}} 41' 18''$; la fin nous fut cachée par les nuages qui bordaient l'horizon. J'ai calculé cette Éclipse sur les Tables de feu M. Clairaut, leur erreur n'est que de 9 secondes en longitude à l'heure du milieu de l'Éclipse, dans la supposition de l'exactitude de l'observation & de la précision de notre longitude.

Le 2 Juillet, nous observâmes notre latitude à midi, & notre longitude à $4^{\text{h}} \frac{1}{4}$ du soir. Le 3 à midi, nous nous trouvâmes de $4' \frac{1}{2}$ plus au nord que par l'estime; le 4, nous observâmes encore une erreur égale sur la latitude; les jours suivans, nous fûmes enveloppés d'un brouillard froid, épais & humide, nous traversâmes le grand banc de Terre-neuve. Le ciel ne redevint serein que le 9; nous en profitâmes pour assurer notre longitude & notre latitude; nous nous trouvâmes de $26' \frac{1}{2}$ plus au nord, & d'une minute & demie seulement plus à l'est que par notre estime. Je vais donc supposer que nous avons été emportés par les courans de $5' \frac{1}{3}$ chaque jour vers le nord, & que l'estime de la longitude du Vaisseau a été à peu près exacte.

Sondes
du grand banc
de
Terre-neuve.

Le 5 Juillet à 4 heures du soir, point de fond à 200 brasses par $43^{\text{d}} 23'$ de latitude & par $57^{\text{d}} 4'$ de longitude.

Le 6 à 4 heures du matin, par $44^{\text{d}} 6'$ de latitude & par $55^{\text{d}} 41'$ de longitude; & à 9 heures du matin, par $44^{\text{d}} 22' \frac{1}{2}$ de latitude & $55^{\text{d}} 11' \frac{1}{2}$ de longitude; point encore de fond à pareille profondeur.

Le même jour à midi, par $44^{\text{d}} 23'$ de latitude & $54^{\text{d}} 49' \frac{1}{2}$ de longitude, à 60 brasses fond de sable vafard, fin & gris, tirant un peu sur le vert.

Mém. 1770,

SS

A 2 heures après midi, par $44^{\text{d}} 24'$ de latitude & $54^{\text{d}} 35'$ de longitude, 52 brasses, fond de sable gris piqué de noir, mêlé de petits cailloux blancs & de coquilles pourries.

A 4 heures, $44^{\text{d}} 25'$ de latitude, $54^{\text{d}} 20'$ de longitude; 55 brasses, fond de sable vafard noir & très-fin.

A minuit, latitude $44^{\text{d}} 30'$, longitude $53^{\text{d}} 22'$, 45 brasses, fond de sable gris, mêlé d'un peu de gravail & de coquillages pourris.

Le 7 à midi, latitude $44^{\text{d}} 43'$, longitude $53^{\text{d}} 10'$, 45 brasses, fond de cailloutages & de coquilles pourries.

A 6 heures du soir, latitude $44^{\text{d}} 38'$, longitude $52^{\text{d}} 12'$; 33 brasses, fond de gravier & de coquillages.

A 10 heures, latitude $44^{\text{d}} 35'$, longitude $51^{\text{d}} 29'$, 35 brasses; fond de gros gravier & coquillages cassés.

A minuit, latitude $44^{\text{d}} 33'$, longitude $51^{\text{d}} 7'$, 35 brasses; fond de sable fin & gris.

A 2 heures du matin le 8, par $44^{\text{d}} 27'$ de latitude & $50^{\text{d}} 49'$ de longitude, 200 brasses n'atteignirent point le fond.

Cette brume constante, que nous éprouvâmes sur le grand banc, n'y étoit point un phénomène extraordinaire; un matelot d'Olonne, qui avoit fait quarante-six voyages sur ce banc, me dit qu'il étoit rare d'y voir le Soleil en été; qu'on le voyoit plus fréquemment en Octobre, Novembre, Décembre, Janvier & Février; mais que les coups de vent étoient alors plus fréquens: un autre Navigateur, M. Jeanne, Capitaine de vaisseaux marchands, qui a beaucoup fréquenté ces parages, m'a ajouté qu'il y avoit vu assez souvent le Soleil, mais jamais ou presque jamais l'horizon.

Îles de Flores
&
de Corvo.

Le 18 Juillet, à 4 heures du soir, nous étions par $39^{\text{d}} 36' \frac{1}{2}$ de latitude, corrigée sur les observations faites à midi le jour même & les jours précédens & suivans; notre longitude fut trouvée par des observations faites à l'heure même de $33^{\text{d}} 58'$. On releva à cet instant la partie la plus boréale de l'île de Flores, la plus occidentale des Açores, à l'est $11^{\text{d}} \frac{1}{2}$ sud (*i*), à la distance estimée de 9 lieues, & la pointe la plus australe de l'île de Corvo à l'est

(*i*) Pour réduire les relèvemens faits sur le compas, j'ai supposé la variation de 15 degrés du nord à l'ouest.

20 degrés nord, à peu près à la même distance. Il suivroit de ce relèvement, que le canal entre les deux îles auroit 5 lieues de largeur. A 6^h $\frac{1}{2}$ on ne se croyoit plus qu'à 4 lieues de l'île de Flores, & depuis 4 heures notre route estimée étoit tout au plus de 3 lieues; ainsi à 4 heures nous étions tout au plus à 7 lieues de l'île de Flores, & dans cette supposition la largeur du canal ne seroit que de 4 lieues. Il n'est pas impossible que le courant, aidé peut-être de la marée, nous ait portés vers la terre bien au-delà de notre estime; les observations faites à 4 heures, comparées avec celles de 6^h $\frac{1}{4}$, nous donnent au moins 5 lieues de chemin dans l'intervalle: il est cependant vrai qu'après les observations de 4 heures on oublia de vérifier l'octant.

Le même jour à 6^h $\frac{1}{4}$, notre latitude étant de 39^d 30' $\frac{1}{2}$, & notre longitude, vérifiée à cet instant même, de 33^d 38', la pointe la plus boréale de l'île de Flores nous restoit à l'est 21^d nord, & la plus australe à l'est 25^d sud, à la distance de 4 lieues; l'île s'étend donc en latitude depuis 39^d 25' $\frac{1}{2}$ jusqu'à 39^d 35', & la longitude de sa partie occidentale est de 33^d 24'.

Les jours suivans nous fîmes beaucoup de relèvemens des autres îles Açores; le détail ne pourroit en être qu'ennuyeux, d'autant plus que le ciel ne nous favorisoit pas toujours assez pour que nous fussions bien pleinement assurés de notre longitude & de notre latitude; je me contenterai donc de proposer & d'apprécier nos résultats.

L'île Fayal s'étend depuis 38^d 31' jusqu'à 38^d 42' en latitude, Île Fayal.
& en longitude depuis 30^d 47' $\frac{1}{2}$ jusqu'à 30^d 59'; c'est le résultat d'un assez grand nombre de relèvemens faits en des occasions où nous nous croyons bien assurés de la position actuelle de l'Île. Je desirerois que toutes les autres positions des Açores fussent aussi assurées que celle-ci.

Le Pic des Açores est par 38^d 30' de latitude, & par 30^d 39' Île du Pic.
de longitude. Cette position me paroît aussi exacte que la précédente, au moins par rapport à la longitude; elle est fondée sur de bonnes observations faites lorsque nous nous trouvions dans la ligne nord & sud de ce pic. Quant à l'île même du Pic, elle peut s'étendre depuis 38^d 27' jusqu'à 38^d 34' du sud au nord, &

depuis $30^{\text{d}} 33'$ jusqu'à $30^{\text{d}} 46'$ de l'est à l'ouest; mais je ne réponds pas de la précision de ces limites, du moins à l'est & au nord. Le pic des Açores ne ressemble en rien à la gravure qu'on en voit sur les cartes du Dépôt; le pied en est fort large, il s'élève tant au sud qu'à l'est & à l'ouest par une pente qui ne paroît pas bien roide, & le terrain semble assez uni; il se termine au sommet par une pointe ou par une espèce de chapeau pointu, beaucoup plus roide que le reste de la montagne. En étant à peu près à 7 lieues, sa hauteur au-dessus du niveau de la mer me parut être de $2^{\text{d}} 52'$; si cela est, cette hauteur ne sera guère que de mille toises.

Isle
de S.^t-George. La partie méridionale de l'île Saint-George est par $38^{\text{d}} 38'$ de latitude, & par $30^{\text{d}} 6'$ de longitude; je ne donne pas cette détermination comme bien précise.

Rade d'Angra. Le 23 de Juillet, vers 3 heures après midi nous mouillâmes dans la rade d'Angra, ville capitale de l'île Tercère & de toutes les Açores. Nous en étions encore à trois lieues, lorsqu'un canot vint à notre rencontre; après mille questions, on promit de nous amener un pilote du Port, si l'on obtenoit le consentement du Gouverneur général. Nous poursuivîmes notre route, sans attendre ce consentement, & nous fîmes bien; le Gouverneur étoit absent; il s'étoit transporté le jour même à la *Praya*, à 3 lieues d'Angra, pour prendre connoissance d'une île qu'on assuroit s'être formée peu de jours auparavant à 3 ou 4 lieues en mer; il revint à Angra le même jour à la nuit, sans avoir pu découvrir la prétendue île nouvelle: on nous mouilla sous le canon du Fort qui est au bas du mont Bresil. L'accueil que l'on nous fit, sans être décisivement impoli, ne fut rien moins que gracieux; il nous sembla que la vue de la flamme du Roi, vue extrêmement rare dans cette rade, occasionna de la frayeur. Pour ne point accrédi-ter ni augmenter les soupçons, nous crûmes devoir renoncer à la pensée d'établir un observatoire à terre; nous nous contentâmes d'observer, toutes les fois qu'il fut possible, des hauteurs tant méridiennes que non méridiennes du Soleil, les premières pour connoître notre latitude, les secondes, tant pour vérifier la marche de nos horloges marines, que pour déterminer la longitude de la rade. La latitude fut trouvée de $38^{\text{d}} 43' \frac{1}{2}$; l'horloge n.^o 8 nous donna $29^{\text{d}} 32'$ de

longitude, par comparaison avec les observations faites quarante-cinq jours auparavant au cap François de Saint-Domingue, & 29^d 36' en prenant pour terme de comparaison les observations qu'on fit à Sainte-Croix de Ténériffe, dix-huit jours après celle de la rade d'Angra; la différence, comme on voit, n'est que de 4 minutes. En donnant à la rade d'Angra 29^d 35' de longitude, je crois sa position mieux déterminée que la plupart de celles qui ne l'ont été que par un petit nombre d'éclipses des satellites de Jupiter: c'est d'après cette longitude, & la vérification de la marche de l'horloge marine, n.^o 8, faite à Angra, que j'ai déterminé toutes les autres longitudes des Açores.

Angra est située vers le milieu de la partie méridionale de l'île Ile Tercère. Tercère; lorsque l'on aborde l'île par cette partie, on distingue aisément deux mornes qui se joignent par le pied, qui sont à peu près d'une égale élévation, qui semblent s'élever de la mer même, & qui y forment une pointe ou cap; c'est ce qu'on nomme *le mont Bresil*, & c'est-là la pointe la plus occidentale de la baie d'Angra. Au de-là, ou à l'ouest du mont Bresil est une autre baie, nommée *l'Anse du Fanal*, à laquelle on a probablement donné ce nom, parce qu'autrefois on allumoit un fanal sur le mont Bresil, pour que de nuit on ne prît pas l'anse du fanal pour la baie d'Angra. Cette anse du fanal ne vaut rien, elle est semée de roches; la pointe occidentale se nomme *pointe Saint-Matthieu*, du nom d'un village dont elle est voisine; on nous a assuré qu'on ne connoissoit sur l'île aucune anse, aucun village, du nom de *Saint-Martin*. De la pointe du Bresil, en tournant par l'ouest, on ne trouve aucun bon mouillage jusqu'à l'est-nord-est de l'île, où est *la Playa*, ou *la Praya*, dont la rade, faite en forme d'anse demi-circulaire, peut contenir deux cents vaisseaux, sur un bon fond de sable blanc; c'est le meilleur mouillage de l'île. Au sud de *la Praya*, est l'anse de *Porto-Novo*, beaucoup plus petite; mais d'un fort bon mouillage, même fond. A la pointe du nord de l'anse de *la Playa*, est un îlet; & à la pointe du sud ou entre les anses de *la Playa* & de *Porto-Novo*, une suite de roches, cachées sous l'eau, s'étend à environ une lieue en mer. *Porto-judio* est plus bas que *Porto-novo*, & ne vaut rien.

A l'est de la baie d'Angra on voit deux îles, qu'on nomme les *îles aux Chèvres*; elles sont situées ouest & est l'une de l'autre sur le compas, la variation étant à peu près de 15 degrés nord-ouest dans ces parages. La plus grande des deux îles est la plus orientale; elle a environ deux encablures (ou 240 brasses) de longueur, du sud-est au nord-ouest. Le canal entre les Chèvres & l'île de Tercère a environ un mille (ou un tiers de lieue) de largeur : on peut y passer sans danger; il a dans son milieu 15 brasses d'eau, fond de gros gravier. On peut même passer entre les Chèvres; le canal, qui n'a qu'environ une demi-encablure de large, a en son milieu 8 & 10 brasses de profondeur, fond de roches. A un mille & demi des Chèvres, au sud-est du compas, est un écueil élevé au-dessus de l'eau, on le nomme *los Frayles* ou les *Frères*; toutes les roches qui le composent ne paroissent pas hors de l'eau, il ne faut pas l'approcher de trop près. Les îles aux Chèvres sont à environ une lieue & demie de la baie d'Angra, à l'est 33^d 45' sud sur le compas, ou 2 degrés plus à l'est. Cette baie n'est pas bien saine, le fond est presque par-tout de roches; il faut choisir le mouillage, ou plutôt il faut se faire mouiller par le Pilote du port. On ne peut avoir de trop bons cables, sur-tout dans la mauvaise saison; on est alors exposé aux coups de vent du large, le navire chasse, les cables frottent contre les roches; on risque non-seulement de perdre ses ancres, mais encore d'être jeté à la côte : elle est roide & escarpée. La mauvaise saison commence souvent dès le commencement de Septembre, elle ne finit qu'en Avril.

Isle S.^t. Michel. Nous levâmes l'ancre le 1.^{er} Août à 9 heures du matin; dès le lendemain nous eumes connoissance de l'île de Saint-Michel; à midi, la partie de cette île qui nous étoit visible, s'étendoit depuis l'est jusque 13 degrés & demi vers le sud : la hauteur méridienne du Soleil que nous primes alors, nous mettoit par 37^d 59¹/₂' de latitude; telle est donc aussi la latitude de la partie la plus boréale de l'île de Saint-Michel. De plusieurs autres relevemens faits le 2 & le 3, nous avons conclu que cette île s'étendoit du nord au sud entre 38^d 00' & 37^d 40', & de l'est à l'ouest depuis 27^d 45' jusqu'à 28^d 14' : de ces limites la plus

certainé est la boréale; l'occidentale ne paroît pas pouvoir être avancée du côté de l'ouest, elle pourroit au contraire être reculée vers l'est de 2 ou 3 minutes; je ne puis décider rien de bien certain sur les deux autres.

Enfin d'après plusieurs relèvemens faits le 3 & le 4, je bannerois volontiers l'île de Sainte-Marie entre $36^{\text{d}} 57'$ & $37^{\text{d}} 10'$ de latitude, & entre $27^{\text{d}} 24'$ & $27^{\text{d}} 34'$ de longitude, avec un peu plus de doute cependant sur les limites orientale & méridionale que sur les deux autres; l'occidentale me paroît la plus certaine de toutes, ayant fait une observation de longitude à l'instant que la pointe occidentale de l'île nous restoit presque au nord du monde. Dans la partie méridionale de l'île, nous vîmes une espèce de ville vis-à-vis de laquelle il y avoit quelques bâtimens à l'ancre; elle nous restoit au nord 22 degrés & demi est (k), à la distance de deux lieues & demie, lorsque notre latitude, corrigée quatre heures après par l'observation, étoit de $36^{\text{d}} 52\frac{1}{2}'$, & notre longitude selon les observations faites à l'instant même, de $27^{\text{d}} 35'$. La ville est donc par $36^{\text{d}} 59\frac{1}{2}'$ de latitude & par $27^{\text{d}} 31\frac{1}{2}'$ de longitude.

Île S.^{te} Marie.

Nous avions éprouvé des calmes fréquens dans le parage des îles Açores, les courans nous portoient souvent plus que le vent; ces calmes nous poursuivirent même au-delà de l'île de Sainte-Marie, la plus orientale de toutes ces îles: ils firent place ensuite à des vents contraires qui ne nous permirent pas d'attaquer l'île Madère par la partie du nord-ouest, comme M. de Fleurieu se l'étoit proposé. Nous découvrîmes cette île le 12 Août au matin, nous en relevâmes plusieurs parties ce jour-là même & le lendemain 13; voici ce que j'ai pu conclure de plus certain de ces relèvemens. La partie occidentale de l'île ne s'étend pas au-delà de $19^{\text{d}} 47'$ de longitude, & peut-être même n'excède-t-elle pas $19^{\text{d}} 34'$; cette même partie occidentale s'étend au nord jusqu'à 33 degrés de latitude & probablement au-delà. Le cap qui forme à l'ouest l'entrée de la baie de Funchal, (lequel doit être fort près de l'îlet du Lion, si ce n'est pas cet îlet même) est assez préci-

Île Madère.

(k) La variation a été supposée de 16 degrés nord-ouest.

fément par $19^{\text{d}} 21'$ de longitude, & à peu près par $32^{\text{d}} 41'$ ou $42'$ de latitude; l'île du côté du sud ne paroît pas s'étendre en deçà de $32^{\text{d}} 41'$; la pointe du sud-est de l'île, telle qu'on peut la voir à deux lieues au large de la rade de Funchal, peut être par $19^{\text{d}} 10'$ ou $12'$ de longitude, & par $32^{\text{d}} 45'$ de latitude; l'îlet le plus oriental de ceux qui sont à la pointe du sud-est de l'île, est à peu près par $19^{\text{d}} 07'$ de longitude, & $32^{\text{d}} 46'$ de latitude; enfin la pointe la plus boréale de la plus grande des îles Désertes est assez exactement par $32^{\text{d}} 35'$ de latitude, & à peu près par $18^{\text{d}} 58'$ de longitude.

Île Salvage. Le 13 Août au soir, étant fort près de Funchal & étant en calme plat, nous nous disposions à entrer dans la rade, à l'aide de notre chaloupe & de nos canots que nous avions mis à la mer pour nous remorquer jusqu'au mouillage: le vent commença à souffler de terre & nous fit rebrousser chemin; ce n'avoit pas été la première intention de M. de Fleurieu de relâcher à Madère, nous mimes le cap sur l'île Salvage. Nous la reconnûmes le lendemain, elle fut relevée à trois reprises, & les résultats de ces relèvemens s'accordent à donner à la partie boréale de cette île, $30^{\text{d}} 08'$ de latitude & $18^{\text{d}} 23'$ de longitude: un gros piton qui est au sud-ouest de l'île Salvage, a $29^{\text{d}} 57' 30''$ de latitude, & $18^{\text{d}} 32'$ de longitude.

*Retour
en France.*

Le 15 Août au matin, nous mouillâmes à Sainte-Croix-de-Ténériffe; nous y restâmes jusqu'au 24 au soir. Le 26, nous découvrîmes la belle Comète qui paroissoit alors; nous lui trouvâmes au commencement de Septembre une queue de 90 & 100 degrés de longueur. Nous l'observâmes d'ailleurs assez régulièrement; mais nos observations faites sur un sol vacillant, soutiendroient mal le parallèle avec celles qui ont été faites à Paris & ailleurs. Nous eûmes encore connoissance de l'île Madère, mais de fort loin; on ne fit aucun relèvement. Nous avions fait en Mars le trajet de Cadix à Sainte-Croix dans l'intervalle de quatre fois vingt-quatre heures; vingt-deux jours à peine nous suffirent pour aller de Sainte-Croix à Cadix; les vents d'est, de nord-est & de nord soufflent la plus grande partie de l'année dans ce parage, ils favorisent la traversée de Cadix aux Canaries, ils s'opposent au retour.

Nous

Nous jetames l'ancre le 15 Septembre dans la baie de Cadiz, & après y avoir séjourné jusqu'au 13 Octobre, nous reprimes le chemin de la France. Nous relevames, en passant, le cap de Saint-Vincent; mais trop incertains sur notre propre position, nous ne pouvons tirer aucune conclusion de ce relèvement. Les vents contraires nous interdirent l'approche du cap Finistère, de la position duquel nous voulions nous assurer par de nouvelles opérations. Enfin nous mouillames l'ancre en rade de l'île d'Aix, le 31 Octobre vers trois heures du soir, après huit mois dix-neuf jours d'une navigation assez heureuse.



OBSERVATIONS MÉTALLURGIQUES

SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

Par M. JARS.

S E C O N D E P A R T I E.

*Nouveau procédé pour traiter les minéraux d'argent & cuivre,
ainsi que ceux d'argent, cuivre & plomb.*

10 Mars
1770.

PAR toutes les méthodes connues de traiter par la fonte les minéraux d'argent & cuivre, on fait que l'on consomme une quantité considérable de plomb, qui se scorifie en pure perte; d'où l'on pensoit qu'une mine d'argent & cuivre ne pouvoit être exploitée à moins que l'on n'eût abondamment des minéraux de plomb dans le pays. J'ai ouï dire plusieurs fois à feu M. Hellot, qui en a fait mention dans la préface de sa traduction du Traité des Fonderies de Schlüter, que l'on avoit découvert en basse Navarre un minéral gris de cette espèce, dont il m'a montré plusieurs morceaux; mais que l'on ne pouvoit exploiter, faute d'avoir une mine de plomb qui fût à portée.

Pendant six mois que j'ai passé il y a quatorze ans à Sainte-Marie-aux-mines, à m'instruire par moi-même de tous les procédés en usage, de même que depuis dans les endroits les plus remarquables de l'Europe, j'ai reconnu que la consommation en plomb pour extraire l'argent des minéraux d'argent & cuivre, étoit très-considérable, sans compter une partie de ce dernier métal, qui est immanquablement vitrifiée avec le plomb. La preuve en est dans les scories qui proviennent de ce travail, & dont on retire du cuivre & du plomb dans le comté de Mansfeld, en les fondant avec des pyrites pour les minéraliser.

Avant que d'entrer dans le détail du procédé que j'ai à publier,

il est à propos que je mette sous les yeux du Lecteur, une idée ou un précis de la méthode des Anglois, qui est exécutée avec beaucoup de succès en basse Bretagne, pour traiter par la fonte les minéraux de plomb, & ceux de plomb & argent; me réservant d'en donner tous les détails dans l'ouvrage dont j'ai déjà parlé dans la première partie.

Les fourneaux dont on fait usage pour la première fonte, sont des *cupols*, ou fourneaux de réverbère à l'angloise; on y introduit sur le sol par la trémie deux mille livres ou vingt quintaux de minéral de plomb concassé. On chauffe lentement le fourneau pendant six heures, à l'effet de rôtir ou griller le minéral, que l'on remue souvent pendant cet intervalle, pour qu'il présente plus de surfaces au feu. On y jette de la chaux fusée à l'air, & du menu charbon de terre; cette première absorbe sans contredit une partie du soufre, mais sa principale action est de s'unir à l'acide vitriolique qui peut demeurer uni au métal après la décomposition, comme ayant avec cet acide plus d'affinité que celui-ci n'en a avec le plomb; par ce moyen les chaux métalliques se trouvent à nu, rencontrent le principe inflammable du charbon, se revivifient, & viennent couler en gouttes dans le bassin ménagé à cet usage, à mesure que l'on remue & que l'on augmente le feu. A l'égard de la combinaison de la chaux avec l'acide vitriolique dont je viens de parler, elle est une sorte de sélénite, dont l'acide peut à la vérité reformer du soufre par le contact du principe inflammable des charbons; mais il est probable que ce soufre se brûle de nouveau, ou se dissipe, avant d'avoir eu le temps de se combiner avec les métaux.

Il faut quinze heures environ pour retirer tout le plomb possible de la quantité mentionnée ci-dessus, mais cela se fait en trois coulées différentes; la première au bout de neuf heures, la seconde trois heures après, & enfin la troisième lorsque finit l'opération. L'expérience a fait connoître que la première coulée est la plus riche de toutes en argent; de sorte que j'ai essayé du minéral dont le plomb ne tenoit que trois quarts d'once d'argent par quintal, lequel en produisoit un dans la première coulée, qui rendoit jusqu'à une once & demie, la seconde moins riche, & enfin la dernière est la plus pauvre; ce qui est de la plus grande utilité pour le travail

en grand , puisque par-là , sur-tout lorsqu'un minéral est pauvre en argent , on concentre presque tout le fin dans la première coulée. Pour peu qu'on se rappelle tout ce que j'ai dit de mes expériences sur les minéraux & mattes de cuivre dans la première partie , on reconnoitra ici les mêmes loix des affinités , l'argent abandonne le premier le soufre pour s'unir avec le plomb , avec lequel il a la plus grande affinité à mesure que celui-ci se trouve désouffré.

Les minéraux d'argent & cuivre sont ordinairement minéralisés par le soufre & l'arsenic ; mais comme on ne doit établir aucun procédé de Métallurgie sans qu'il soit précédé de différens essais docimaustiques , pour bien connoître les matières que l'on a à traiter , on s'assurera d'abord si l'arsenic contenu dans le minéral ne domine pas au point de volatiliser un peu d'argent , ou de rester intimement uni au cuivre , même jusqu'après le raffinage ; il diminue de beaucoup la valeur de ce métal dans l'usage du commerce : j'aurai occasion d'en parler dans un autre Mémoire. En pareil cas il seroit à propos de le fondre d'abord dans un fourneau à manche avec des pyrites martiales , qui , par leur abondance de soufre , étendroient l'arsenic de façon à n'avoir que peu ou point du tout d'action sur l'argent , qu'il abandonneroit pour s'unir au fer de la pyrite , avec lequel il a une plus grande affinité ; partie se combineroit aussi avec le soufre , pour former de l'orpiment.

Loin d'augmenter par un tel procédé le volume des matières à traiter , on en diminuera la masse ; puisque par cette fonte on vitrifiera toutes les matières terrestres , comme le spath , le quartz , qui n'étoient pas minéralisés avec eux. Le cas de la volatilisation de l'argent d'un pareil minéral est rare , ainsi il n'arrivera pas souvent que l'on soit obligé d'avoir recours à ce procédé ; d'ailleurs par la méthode que je vais prescrire , cela est moins dangereux que par celles qui sont en usage. La matte provenant de cette fonte ou le minéral crud sera traité comme je vais le rapporter.

Les uns sont en usage de traiter le minéral de cuivre & argent , comme s'il ne contenoit que ce premier métal ; lorsqu'ils en ont obtenu le cuivre noir , ils le font passer par le travail de la liquation pour en séparer l'argent ; procédé qui a passé long-temps pour un secret , & dont on fait encore un mystère dans plusieurs

fonderies ; d'autres mêlent ce minéral avec celui de plomb , & les fondent ensemble ; il est bien vrai que par-là ils concentrent une partie de l'argent dans le plomb , qui se trouve dégagé le premier de son soufre ; mais après plusieurs rôstifages & fontes , ils ont encore un cuivre qui contient assez d'argent pour être liquéfié. On sent de reste que le feu violent d'un pareil travail , doit nécessairement scorifier beaucoup de plomb ; cela est au point , que les scories qui en proviennent , & qui sont très-abondantes par les additions que l'on fait aux minéraux de matières propres à accélérer la fusion , & à leur donner toute la fluidité nécessaire , tiennent depuis 20 jusqu'à 25 pour cent , & quelquefois plus en plomb ; d'ailleurs la fonte est trop prompte , pour que le départ puisse s'en faire facilement.

Si j'avois un pareil minéral à traiter , je m'y prendrois comme il suit :

Dans le cas où ce minéral seroit mêlé avec beaucoup de roche , je le ferois fondre dans un fourneau à manche , pour concentrer les parties métalliques ; j'y ajouterois même des pyrites martiales , comme cela est en usage dans toutes les fonderies , si la séparation de ce qui seroit hétérogène ne s'en faisoit pas bien ; mais si le minéral étoit riche & dégagé de roche , il seroit inutile d'avoir recours à cette fonte préliminaire ; ce minéral ou la matte provenue de la fonte dont je viens de parler , seroit concassé de façon que les plus gros morceaux seroient comme des fèves (un bocard à sec seroit destiné à cet usage). Je le mêleroïs avec une quantité de minéral de plomb , proportionnée à celle de l'argent contenu dans le minéral ou la matte de cuivre ; je mettrois deux milliers de ce mélange , plus ou moins suivant la grandeur du fourneau , sur le sol d'un fourneau de réverbère à l'angloïse ; je procédrois d'abord comme pour la fonte du minéral de plomb , mentionnée ci-dessus , en ajoutant aussi un peu de chaux & du poussier de charbon ; à mesure que le plomb se dégageroit de son soufre , il viendroît couler avec l'argent dans le bassin intérieur.

Le procédé de la liquation ordinaire est fondé , 1.^o sur ce que le plomb a plus d'affinité avec l'argent que celui-ci n'en a avec le cuivre ; 2.^o sur ce que ce premier entre en fusion à un degré

de chaleur moindre que ce dernier. Le même raisonnement autorise ma nouvelle façon de procéder; j'y ai de plus le soufre contenu dans les deux minéraux, qui par sa grande affinité avec le cuivre ne l'abandonne qu'autant que l'évaporation continue, & que les deux autres en ont été dégagés; enfin l'on reconnoît aisément, sans avoir besoin de le répéter, le double rapport qui agit en même temps pour rendre la séparation plus exacte.

On donneroit à la fin de l'opération une chaleur plus forte qui acheveroit de dégager le plomb, ce que l'on pourroit nommer une espèce de ressuage, mais en prenant toujours bien garde de ne point chauffer la matière restante jusqu'au degré de fusion; elle seroit alors très-pâteuse, on la retireroit du fourneau à l'aide d'un rable, on en feroit l'essai pour connoître la quantité d'argent qui lui resteroit uni; s'il y en avoit encore beaucoup, & que le cuivre parût se développer par la privation de son soufre, & qu'il y eût de l'arsenic qui seroit inmanquablement le plus puissant intermède qui retiendroit l'argent & qui nuirait au raffinage du cuivre, comme il a été dit, il n'y auroit pas à hésiter de fondre le tout dans un fourneau à manche, avec addition de pyrites pour obtenir de nouveau une matte sur laquelle on procederoit comme ci-dessus dans le fourneau de réverbère, avec addition de minéral de plomb ou de litarge.

Mais s'il y avoit encore assez de soufre dans cette matière restante & peu d'argent, on la fondroit dans un fourneau à manche, avec addition de *test* ou cendre de coupelle imbibée; on pourroit essayer d'y ajouter des grenailles de fer ou du laitier de fer, si on en avoit qui fût à portée; car celui-ci en absorbant un peu de soufre, donneroit des scories admirables dont toutes les parties métalliques se précipiteroient aisément: suivant toute apparence le restant de l'argent se trouveroit concentré dans les culots de plomb que l'on obtiendrait, sinon on acheveroit de procéder sur les mattes, comme le fait M. Cramer.

Mais si l'on se trouvoit dans un pays où l'on n'eût point de minéral de plomb, mais seulement du plomb que l'on pût tirer du dehors, on s'y prendroit comme il suit.

Il seroit question de fondre crud le minéral de cuivre & argent,

c'est-à-dire tel qu'il sort de la mine après avoir été trié ou lavé suivant les cas, dans un fourneau à manche, avec les scories de la fonte dans le même fourneau des matières qui auroient été ressiuées dans celui de réverbère & dont il sera question ci-après; si les scories de cette fonte étoient trop épaisses, & empêchoient par-là tous les globules régulins de se précipiter, on ajouteroit des pyrites martiales rôties ou grillées une, deux ou trois fois, suivant que le minéral l'exigeroit.

On auroit l'avantage par l'addition des scories plombifères, de ressusciter, en le minéralisant avec le soufre du minéral, le plomb vitrifié contenu dans lesdites scories, pour l'incorporer dans les mattes qui seroient le produit de cette fonte. Les pyrites martiales fondent aisément & facilitent la fusion des matières auxquelles on les mêle; elles donnent des scories claires & fluides qui empêchent les autres de retenir des parties régulines : je prescris de les rôtir, afin d'étendre dans une moindre quantité de matte l'argent & le cuivre, puisqu'il est question ici de les concentrer autant qu'il est possible, sans pourtant qu'ils prennent leur forme métallique; car si le minéral étoit trop sulfureux, il seroit à propos de le faire rôtir avant la fonte. Les pyrites bien grillées dans ce cas-ci seroient d'un grand avantage, elles fourniroient alors une ocre ou chaux de fer qui absorberoit une partie du soufre du minéral. Je ne puis déterminer aucune proportion, chaque espèce de minéral doit en exiger une différente : j'observerai qu'il n'y a aucun danger d'introduire un peu de fer dans les mattes, un bon Métallurgiste trouve toujours les moyens de le scorifier par le soufre; d'ailleurs ces mattes devant passer par un travail de plomb, tous les Chimistes savent que ces deux métaux ne contractent aucune union entr'eux.

On auroit un fourneau de réverbère semblable aux précédens; on seroit concasser la matte, ainsi qu'il a été dit, & on la mêleroit avec de la litarge provenue d'un précédent affinage, on étendrait ce mélange sur le sol du fourneau, & on donneroit un feu très-doux. Il faudroit se bien garder de mettre d'abord du poussier de charbon, n'étant point question ici de commencer par revivifier la litarge, mais de minéraliser d'abord le plomb qu'elle

contient, ce qui arriveroit aisément par le contact du soufre contenu dans les mattes; ce ne seroit qu'au bout de quelques heures, & lorsqu'on seroit sûr que la minéralisation auroit eu lieu, que l'on ajouteroit la chaux éteinte, le poussier de charbon, &c. pour procéder, comme j'ai dit précédemment que l'on devoit le faire pour le minéral d'argent & cuivre, mêlé avec celui de plomb. Si l'on ne commençoit pas par minéraliser le plomb de la litarge, il arriveroit que ce métal se revivifieroit & couleroit dans le bassin, n'entraînant avec lui que peu ou point d'argent, au lieu que la minéralisation se faisant aux dépens du soufre des mattes, qui y est toujours très-abondant, l'argent qui est celui des métaux contenus dans le mélange, qui a le moins d'affinité avec le soufre, commenceroit à s'en dégager le premier, & à mesure que le feu de flamme volatiliserait plus de soufre, le plomb se métalliserait par le contact du poussier de charbon, & entraîneroit avec lui l'argent qui se sépareroit du minéral.

Les matières ressuées restantes dans le fourneau, seroient fondues dans un fourneau à manche avec les cendres de coupelle imbibées, dont le métal se revivifiant entraîneroit avec lui l'argent qui seroit resté avec le cuivre, & ainsi de suite, comme il a été dit plus haut : on ajouteroit dans cette fonte le plomb frais, tel qu'on l'acheteroit dans le Commerce, pour suppléer au déchet de ce métal; ce sont les scories de ce travail que j'ai recommandé d'ajouter dans la première fonte du minéral crud. Par cette méthode, on économiseroit certainement beaucoup de plomb; tous les Métallurgistes en seront aisément convaincus à la lecture de ce procédé.

Si les minéraux d'argent & cuivre se trouvoient dans un pays où la matière combustible fût à très-bon compte, & que le plomb y fût très-cher, je crois qu'il seroit possible, par une répétition de rôustages bien gradués, & de fontes avec des additions de substances ferrugineuses ou autres, qui eussent plus d'affinité avec le soufre que n'en ont l'argent & le cuivre, de parvenir à concentrer l'argent dans un très-petit volume de cuivre, lequel seroit ensuite minéralisé avec des pyrites, pour être traité dans un fourneau de réverbère avec de la litarge, en observant de procéder comme il a été rapporté plus haut.

Jen'ai

Je n'ai pas besoin de dire de quelle façon on s'y prendroit si on avoit un minéral qui contiñt en même temps de l'argent, du cuivre & du plomb; car je ne pourrois que répéter tout ce qui a été dit ci-dessus.

TROISIÈME PARTIE.

DÉPART par la voie sèche, des Matières d'argent & cuivre tenant or.

C'EST sur les mêmes principes mentionnés dans les deux premières parties, qu'est fondé le départ de l'or d'avec l'argent, par la voie sèche, dont plusieurs Auteurs, tels que M.^{rs} Schlüter, Cramer, Eller, &c. ont donné les procédés, mais dont la manipulation est encore tenue secrète dans les ateliers où elle est en usage; on peut rapporter aussi aux mêmes principes la séparation de l'or d'avec le cuivre.

J'observerai d'abord que cette opération n'a été décrite & faite jusqu'à présent que par des voies docimastiques; j'entends par-là toutes les opérations qui se font dans des creusets, par conséquent trop en petit, tandis qu'elles peuvent l'être dans des fourneaux plus en grand: je parle d'après l'expérience, pour avoir fait par moi-même ce départ, sur lequel je n'entrerai dans aucun détail pour le présent, dans la crainte de passer les bornes que je me suis prescrites par ce Mémoire.

Avant que de passer au procédé que je propose, je ferai seulement remarquer que l'opération ordinaire exposé à nombre de détails minutieux, celui de granuler l'argent & de le cémenter ensuite avec le soufre; on se propose par-là une union qui ne se fait pas toujours parfaitement pour peu qu'on manque d'exactitude dans la manipulation; d'ailleurs le soufre pur ne minéralise pas aussi-bien un métal quelconque, que lorsqu'il est déjà mêlé lui-même avec un autre métal; la pyrite martiale est sans contredit la matière la moins chère & la plus convenable pour ce procédé. On peut très-bien rapporter ceci à ce que M. Macquer dit dans son Dictionnaire de Chimie, à l'article de la purification de l'or

Mém. 1770.

. V u u

par l'antimoine ; je dois dire que je suis extrêmement flatté que mes idées s'accordent aussi-bien avec celles d'un si savant Chimiste : voici de quelle façon il s'exprime.

« Cette purification de l'or est une sorte de *départ sec* ; elle » réussit mieux néanmoins que le départ sec par le soufre seul : la » raison de cette différence, c'est que le soufre étant très-volatil » & très-inflammable, se dissipe & se consume en grande partie » lorsqu'on l'emploie seul, avant d'avoir pu saisir les métaux alliés » à l'or ; au lieu que lorsqu'il est déjà lié à une substance métallique, » comme il l'est dans l'antimoine avec la partie réguline qui l'empêche » de se consumer & de se dissiper si promptement, il a beaucoup plus de facilité à se porter sur les métaux alliés à l'or, &c. »

Ce n'est point ici le cas, comme dans le traitement des minéraux d'argent & cuivre, de faire usage d'un fourneau de réverbère, mais bien de celui à manche ; il faudroit donc en construire un petit, pratiquer dans son intérieur un bassin en forme de cône, renversé & profond, & un extérieurement de même forme, dans lequel on pût faire couler en perçant tout ce qui seroit dans le premier ; on en pourroit avoir un troisième, dans lequel le trop plein du premier pût se répandre ; la tuyère par où passeroit le vent du soufflet, se placeroit au niveau du bassin inférieur, & inclinée de façon à frapper au tiers de la profondeur dudit bassin ; le fourneau ayant été bien échauffé, & rempli de charbon, on feroit agir les soufflets, & l'on chargeroit d'abord autant de pyrites qu'il en faudroit pour remplir à moitié le bassin, ensuite de l'argent aurifère conjointement avec de la même pyrite. Le bassin intérieur étant une fois plein, on laisseroit aller le fourneau, mais sans charger de nouvelle matière. On pourroit alors introduire par la tuyère de la grenaille de fer, ou quelqu'autre précipitant ; cela fait, on perceroit pour faire couler la masse fluide dans le bassin en forme conique, où on la laisseroit refroidir, pour en séparer ensuite le culot d'avec la matte ou le *plachmall*, comme on voudra le nommer. Pendant ce temps-là on recommencera à procéder de nouveau comme il a été dit, on fera l'essai du culot ; si l'or n'y est pas assez concentré (car je conseillerois de le pousser ainsi jusqu'à la quartation, pour achever ensuite le départ par la voie humide),

on mettroit tous les culots à part, jusqu'à ce qu'on en eût une quantité suffisante pour le concentrer davantage en répétant la même opération; quant à la matte ou le *plachmall*, s'il contenoit encore de l'or, on le refondroit de la même manière, mais sans aucune addition de pyrites, & on répéteroit jusqu'à ce que tout fût concentré; pour peu que l'on réfléchisse, on verra avec quelle vitesse se feroient de pareilles opérations. J'ai dit qu'il falloit d'abord laisser remplir à moitié, avec des pyrites en fusion, le bassin intérieur avant que de fondre l'argent, c'est afin que celui qui n'auroit pas été attaqué par le soufre des pyrites en fondant dans le fourneau, pût être minéralisé en tombant goutte à goutte dans un bain de pyrites, dont la surabondance du soufre attaqueroit aussi-tôt l'argent pour laisser l'or, qui ne se mêle point avec lui dans une division infinie, lequel se précipiteroit en raison de sa pesanteur spécifique, qui reste d'autant plus grande, que l'argent par la minéralisation devient plus léger, sur-tout étant minéralisé par une pyrite qui rend cette pesanteur d'autant moindre, qu'elle contient plus de fer; mais comme il y auroit des globules trop petits pour se précipiter tout de suite, ainsi qu'on en a l'exemple par les procédés connus, il arriveroit dans celui-ci que le vent du soufflet frappant continuellement sur la matière, en faisant l'effet du chalumeau au travers des charbons pour la tenir toujours la plus chaude possible, & dans le plus grand degré de fluidité, il arriveroit, dis-je, que la matière seroit tellement agitée, que chaque partie de sa masse se présenteroit alternativement au coup de soufflet, comme l'expérience le démontre dans le raffinage du cuivre: le vent à chaque fois enleveroit un peu de soufre, mettroit ainsi des molécules d'argent à nu, lesquelles rencontrant d'autres molécules d'or suspendues par leur petitesse, s'uniroient entr'elles pour se précipiter au fond du bassin; la précipitation se feroit ainsi également dans toutes les parties de la masse; on voit même qu'on n'auroit pas besoin du précipitant dont on fait usage par la voie sèche ordinaire; mais si on le croyoit nécessaire, j'ai dit de l'introduire par la tuyère, étant inutile de lui faire subir une fonte préliminaire par le fourneau; l'état d'agitation dans lequel seroit alors la matière, feroit que ce précipitant se mêleroit avec toute l'égalité & la promptitude possibles dans toutes les parties de

la masse, s'uniroit au soufre pour précipiter autant de molécules d'argent, lesquelles accrocheroient l'or qui y seroit suspendu.

Il est plus que prouvé que si l'on avoit du cuivre aurifère, ce procédé seroit encore plus avantageux que pour l'argent, puisque le soufre a plus d'affinité avec lui qu'avec ce dernier métal, & que sa pesanteur spécifique est moindre que celle de l'argent.

Dans le cas où on auroit beaucoup de ces cuivres aurifères, (comme cela peut arriver dans une mine, je puis citer celle de Newssol en Hongrie, dont le cuivre tient certainement assez d'or pour mériter ce départ, puisque j'ai vu séparer de l'or de son minéral dans les bocards & laveries, par le seul lavage. J'ai demandé pourquoi on ne retiroit pas celui qui devoit naturellement se trouver uni au cuivre, on m'a répondu qu'il ne payoit pas les frais; je n'ai pas eu peine à le croire, puisque j'ai appris qu'on avoit tenté de le faire par la voie de la liquation avec le plomb. On a aussi dans ce pays-là une très-grande quantité de pyrites aurifères, dont on ne traite que les plus riches, & que l'on pourroit fondre avec un très-grand avantage en partant des mêmes principes & prenant pour guide ce procédé); dans le cas, dis-je, où l'on auroit beaucoup de ces cuivres aurifères, la séparation de l'or du cuivre, après qu'il auroit été minéralisé, s'en feroit très-bien avec la litarge dans le fourneau de réverbère; car quoique l'or ait plus d'affinité avec le cuivre qu'il n'en a avec le plomb, l'or se trouvant dégagé du cuivre par l'intermède du soufre, s'uniroit au plomb, qui dans le rôtiage prend le premier sa forme métallique.

La matre ou le *plachmall* privée d'or, sera ensuite cassée en morceaux, rôti à feu ouvert entre quatre murs, & fondue dans le même fourneau à manche, que l'on aura préparé à l'ordinaire pour cet ouvrage.

Combien de matières d'argent & cuivre tenant or, qui se trouvent tous les jours dans le commerce, que l'on regarde comme ne méritant pas le départ ou la séparation, & que l'on travailleroit avec le plus grand avantage par la voie que je viens de décrire!

On m'objectera, sans doute, que l'on n'a que par petites parties de ces matières aurifères, & que l'on ne pourroit pas pour si peu monter un travail en grand; je réponds que, quoiqu'il fut plus

avantageux pour des Entrepreneurs d'avoir un établissement uniquement à cet usage, & d'acheter les matières ou bien de les y travailler pour le compte des particuliers, à tant le marc; on peut traiter par le procédé ci-dessus aussi-bien 100 marcs, que si on en avoit plusieurs milliers, tout dépend de la grandeur du fourneau, des soufflets & des bassins; car il en est ici de même qu'avec les creusets, on fait le départ de 25 marcs à la fois, ainsi que de 600, & plus la quantité est grande, plus il y a de profit.

Je fus consulté en 1763 pour donner des procédés Métallurgiques, à l'effet de retirer de la pyrite des environs de Saumur de l'argent, que l'on prétendoit y exister, & être volatilisé par l'arsenic, quoique par tous les procédés docimastiques connus je n'y trouvasse pas de fin; cela me fut recommandé par une personne que je respectois trop, pour ne pas tenter toutes les voies Métallurgiques que j'imaginai: j'étois alors aux mines de Saint-Bel. Je fis venir 100 livres de cette pyrite; je construisis un fourneau à manche, qui n'avoit que 18 pouces de hauteur, 8 pouces de profondeur, & 5 pouces de largeur; j'y fis cinq procédés différens avec 10 livres de pyrites à chaque fois, sans y comprendre les additions. Je puis certifier que j'y opérâi tout aussi-bien que si j'avois eu des milliers à traiter dans de grands fourneaux; d'où on peut conclure que le procédé ci-dessus peut être mis en usage dans tous les cas.



R É F L E X I O N S
S U R L E S A R É O M È T R E S ,
*Particulièrement sur les Principes d'après lesquels on
 peut en faire de comparables ;*

*Avec la description d'Aréomètres d'argent (a), destinés à
 déterminer les pesanteurs spécifiques des Esprits-de-vin
 & des Eaux-de-vie, & des moyens d'en faire de
 pareils ou de comparables.*

Par M. LE R O Y.

Lû le 5 Déc.
 1770.

AVANT d'entretenir l'Académie, des Aréomètres que j'ai l'honneur de lui présenter, il est à propos de dire un mot des raisons qui m'ont déterminé à les faire faire.

On sait, & M. de Malesherbes le rappela à la dernière Assemblée, que les Fermiers généraux demandent depuis long-temps un règlement au sujet des eaux-de-vie & des esprits-de-vin, & qu'il est question d'avoir des aréomètres qui puissent être employés & par les Commis des Fermiers, & par les Commerçans, pour reconnoître avec exactitude la qualité ou plutôt la pesanteur de ces liqueurs, & par-là le droit qu'elles doivent payer.

On tint en conséquence, au commencement de 1768, plusieurs assemblées à ce sujet, tant chez M. de Montigny, de cette Académie, que chez M. de Mazières, Fermier général. Vers le mois de Mars, pour obliger le sieur Germain, Orfèvre du Roi, je me rendis avec lui à une de ces assemblées, qui se tenoit chez M. de Montigny. On parla de ces aréomètres, & sur ce que j'exposai de la possibilité d'en faire en argent de comparables, & qui pussent remplir tout ce qu'on demandoit de cet instrument pour le

(a) Ces aréomètres sont à peu près de la forme de ceux de Boyle. Voyez la figure.

commerce ; M. de Mazières chargea le sieur Germain d'en faire faire de cette espèce, conformément à mes vues.

Pour satisfaire à ce que demandoient les Fermiers généraux, il me parut :

1.^o Que l'instrument en question devoit être simple, commode & portatif :

2.^o Qu'il devoit être aussi mobile qu'il se pouvoit relativement à son objet, afin que plongé dans le même fluide ou dans des fluides différens, il indiquât toujours les mêmes degrés respectifs ou à très-peu près dans la même température ; ce qui n'a lieu qu'autant que l'instrument a toute la mobilité qu'il peut avoir :

3.^o Que pour qu'il eût cette mobilité, il étoit absolument nécessaire qu'on se bornât à le faire *marquer* (*b*) dans l'esprit-de-vin & dans une eau-de-vie fort foible & au-dessous de la moindre des eaux-de-vie marchandes, mais non dans l'eau toute pure, parce que l'esprit-de-vin & l'eau diffèrent tellement de pesanteur spécifique, qu'un aréomètre ne peut avoir la propriété de *marquer* dans ces deux liqueurs, sans avoir une échelle ou fort longue ou fort grosse. Or dans le premier cas l'instrument ne peut être portatif à cause de la longueur de son échelle, & dans le second il ne peut avoir la mobilité nécessaire, à cause de sa grosseur :

4.^o Enfin que cet instrument fût comparable, c'est-à-dire que l'Orfèvre en ayant fait faire un, deux, trois, conformément à mes vues, il pût en faire faire ensuite dix, vingt, trente, quarante, &c. tous pareils, ou indiquant le même degré pour la même liqueur, dans la même température.

C'est en conséquence de ces différentes conditions auxquelles il me parut que ces aréomètres devoient satisfaire, que l'on a construit ceux qui sont sous les yeux de l'Académie. M.^{rs} de Montigny (*c*),

(*b*) J'emprunte cette expression des personnes qui se servent d'aréomètres pour reconnoître la pesanteur des eaux-de-vie & des esprits-de-vin, parce qu'elle me paroît désigner assez bien la propriété de ces instrumens, relativement aux différentes liqueurs dont ils peuvent indiquer les pesanteurs spéci-

fiques, par leurs divisions, en n'entrant ni trop, ni trop peu dans ces liqueurs.

(*c*) Ce sont ceux dont parle cet Académicien, dans son Mémoire sur les Aréomètres, année 1768, p. 458, sur lequel j'aurai occasion de faire quelques observations dans la suite.

Macquer & plusieurs autres Académiciens les ont vus chez moi dans l'été de 1768, ainsi que M. Aublin, Employé dans les Fermes; ils ont été divisés dans le même temps par M. Canivet: enfin l'un de ces aréomètres est resté chez M. Baumé plus d'un an, ayant été employé chez lui l'année passée à faire des expériences en comparaison avec les siens, comme M. Macquer peut facilement se le rappeler.

Après ce détail qui m'a paru nécessaire pour faire connoître, non-seulement l'usage auquel ces aréomètres sont destinés & les vues que j'ai eues dans leur construction, mais encore le temps où ils ont été faits (*d*); il faut entrer en matière & exposer les principes sur lesquels, si cela se peut dire, la *comparabilité* de ces sortes d'instrumens est établie. Cette exposition servira à faire comprendre plus facilement ce que je dirai dans la suite, relativement aux différentes méthodes d'en faire qui soient comparables.

Dans les aréomètres il faut considérer deux choses, le volume & le poids; ils ne peuvent être comparables, que les volumes déterminés ou indiqués par les degrés de leur échelle qui sont censés se correspondre, que ces volumes, dis-je, ne soient entr'eux respectivement comme les poids de ces aréomètres. Cela est évident, car les liqueurs étant chacune en particulier censées homogènes, les poids de leurs volumes sont toujours comme ces volumes, & *vice versa*; ainsi toutes les fois que des aréomètres indiqueront par leurs divisions correspondantes des volumes qui seront entr'eux comme les poids respectifs de ces aréomètres, ces instrumens seront comparables, dans toute la rigueur du mot, puisque ces divisions correspondantes exprimeront toujours de la même manière la relation entre le poids & le volume de la liqueur dans laquelle ils

(*d*) Je n'aurois peut-être jamais fait voir ces instrumens à l'Académie, n'y attachant pas assez d'importance pour l'en occuper; mais les sieurs Péron & Cartier étant venus quelques jours auparavant présenter à la Compagnie des aréomètres pour les eaux-de-vie & les esprits-de-vin, qu'ils disoient être comparables & avoir été faits par une méthode sûre & générale, sur

laquelle ils gardoient le secret; je me crus obligé, non-seulement de montrer à l'Académie des aréomètres comparables destinés au même usage, & que j'avois fait faire plus de deux ans auparavant; mais encore d'exposer les différentes méthodes de faire des instrumens qui aient cette propriété, & dont l'une entr'autre est aussi sûre & aussi générale qu'on puisse l'espérer.

seront

seront actuellement plongés. Or ce principe une fois établi, toute la théorie de la *comparabilité* des aréomètres est fort facile à en déduire; car il est clair que pour faire des aréomètres comparables il ne faut que les graduer de manière que les volumes qu'ils occupent dans les liqueurs, marqués par leurs degrés correspondans, soient toujours comme leurs poids respectifs. De-là toutes les méthodes, par lesquelles on pourra déterminer sur leurs échelles, deux points où les volumes indiqués aient la même relation que les poids respectifs de différens aréomètres, fourniront des moyens de diviser ces échelles en parties similaires, de façon que les degrés qu'elles indiqueront se correspondront parfaitement dans les mêmes liqueurs. Ainsi, par exemple, si l'on prend deux aréomètres & qu'on les plonge dans deux liqueurs différentes, en sorte que dans l'une ils s'enfoncent presque jusqu'au haut de leurs tiges, & dans l'autre qu'ils n'y entrent que vers le commencement, & qu'on marque ensuite sur chacune de ces tiges ces points d'enfoncement; on aura en divisant dans le même nombre de parties, l'intervalle qui sépare respectivement ces deux points; on aura, dis-je, deux aréomètres comparables. Cela est clair, car lorsqu'on marquoit les points respectifs de ces enfoncemens dans les différentes liqueurs, il est bien constant que les volumes déplacés dans ces liqueurs, se trouvoient alors respectivement comme les poids de ces aréomètres, puisqu'ils restoit tranquilles; or en ajoutant ou en retranchant des volumes occupés dans ces deux différens points, des parties similaires des échelles, la proportion entre les poids & les nouveaux volumes indiqués restera toujours la même; donc ces instrumens seront comparables dans tous les points de leur échelle.

On parviendra encore au même but, c'est-à-dire, à déterminer un second point sur chacune des échelles, où les volumes soient encore en proportion des pesanteurs des aréomètres, en substituant de petits poids, à la plus légère des liqueurs.

En effet, si au lieu d'avoir plongé ces instrumens dans cette dernière liqueur, on les eût chargés dans la première de poids qui eussent été entr'eux comme les différentes pesanteurs de ces aréomètres, & qui les eussent fait enfoncer respectivement, autant qu'ils s'enfonçoient dans la liqueur la plus légère; on auroit

trouvé pareillement un point sur chacun de ces aréomètres; d'où divisant, comme ci-devant, on auroit eu encore des aréomètres comparables. Il est presque inutile d'ajouter que si ces instrumens s'étoient trouvés de la même pesanteur, les petits poids se seroient trouvés égaux.

La méthode que je viens d'exposer pour faire des aréomètres comparables, est si simple, & en même-temps d'une application si étendue, qu'on peut s'en servir encore pour reconnoître ou établir la proportion entre les divisions de différens aréomètres, qui correspond à leurs pesanteurs respectives, & par-là les rendre comparables.

Il suffit pour cela que leurs poids soient connus, & qu'ils soient de nature à pouvoir marquer dans les mêmes liqueurs. En effet, supposons pour un moment deux aréomètres, dont les pesanteurs respectives soient dans la raison de 18 à 20, & que la tige de l'un soit divisée en 90 parties, & celle de l'autre en 100, & qu'on les plonge successivement dans la même liqueur; que le premier s'y enfonce de quatre de ses divisions, & le second de six; qu'on les mette ensuite dans une nouvelle liqueur beaucoup plus légère que la première, en sorte que le premier aréomètre y descende jusqu'au 80.^{me} degré de sa division, & le second jusqu'au 90.^{me}; ces instrumens restant tranquilles dans ces liqueurs à ces différentes immersions; il s'ensuit, comme nous l'avons dit plus haut, que les points marqués respectivement par leur échelle dans ces liqueurs, indiquent des volumes qui sont en proportion de leur poids; or il est évident que les différences respectives des enfoncemens de ces aréomètres dans ces deux liqueurs, qui sont pour le premier de 76 & le second de 84, il est évident, dis-je, que ces différences sont dans la raison des poids des aréomètres, & par conséquent qu'on pourra toujours s'en servir pour régler le rapport des divisions de ces instrumens qui établit leur *comparabilité*. Tout cela est assez facile à comprendre, pour que nous ne nous y arrêtions pas davantage.

Je viens de donner une idée générale des différentes manières de faire des aréomètres comparables en ce sens, qu'au moyen des aréomètres divisés selon la méthode que j'ai donnée, ou des

liqueurs mêmes qui ont servi à former leur graduation, on pourra en faire de semblables; mais les personnes qui n'auroient pas ces aréomètres, ou ces liqueurs, ne pourroient pas en faire de comparables, & en ce sens cette manière de faire des aréomètres dont les divisions se correspondent, n'est pas générale dans toute l'étendue du mot.

Pour y parvenir par une méthode qui ait cet avantage, tellement que tout le monde en puisse faire de semblables en leur annonçant la manière d'y procéder, on peut employer deux sortes de moyens; 1.^o se servir de deux différentes liqueurs, comme nous l'avons dit (pour marquer les deux points nécessaires pour la division de leurs tiges), qui soient de telle nature, qu'on puisse s'en procurer de semblables ou d'identiques; 2.^o employer une seule liqueur, pour avoir le premier terme de la division, comme l'eau distillée, par exemple, & obtenir le second en chargeant l'aréomètre de petits poids connus, comme nous l'avons déjà indiqué, qui le fasse enfoncer de la quantité requise.

Quant au premier moyen, il faut avouer qu'on ne peut guère l'employer avec sûreté, par la grande difficulté de se procurer deux liqueurs dont on puisse tellement constater la nature & le degré de pureté ou de rectification, qu'un tiers ait la possibilité d'en avoir de parfaitement identiques. Il est vrai qu'on peut s'aider dans cette détermination de leur poids dans une mesure connue; mais ce n'est pas une chose facile que d'avoir deux mesures parfaitement les mêmes, & encore d'avoir avec une exactitude suffisante la quantité de liquide qu'elles contiennent. L'eau distillée, il est vrai, peut diminuer la difficulté en l'employant comme l'une de ces liqueurs, sa pesanteur spécifique étant assez constante, mais il reste toujours à trouver la seconde liqueur, ce qui n'est rien moins que facile. On ne peut s'assurer bien exactement du degré de rectification des esprits-de-vin; & si l'on vouloit avoir recours à une liqueur qui donnât un terme au-dessous de l'eau distillée, on n'y trouveroit pas moins de difficulté. M. Baumé a proposé dans sa Pharmacie (e) une manière de graduer un pèse-liqueur, en prenant pour premier terme de la division ou zéro, le point où s'enfonce

(e) *Éléments de Pharmacie, deuxième édition, page 468.*

un aréomètre dans une liqueur composée de neuf parties d'eau pure & d'une partie de sel marin purifié & bien sec, & pour second terme le point où cet aréomètre se plonge dans l'eau distillée; & divisant ensuite cet espace en dix parties, en former les degrés de l'échelle, &c. Mais on sent combien il est difficile de s'assurer que le sel marin dissous dans cette eau soit toujours pur & bien exactement séché au même degré, & par conséquent que le premier terme de cette graduation soit bien constant. Cette circonstance est cependant d'autant plus nécessaire, que l'intervalle entre ce terme & celui de l'eau distillée n'est pas fort considérable, leurs pesanteurs spécifiques n'étant que dans le rapport à peu près de 103 à 993.

On voit par tout ce que je viens de dire l'extrême difficulté d'avoir des liqueurs parfaitement identiques dans leur espèce, ou qu'on puisse indiquer comme telles aux personnes qui voudroient les employer; d'où il résulte qu'il sera toujours très-difficile de faire des aréomètres bien exactement comparables (en prenant ce mot dans toute sa généralité), lorsqu'on divisera leur échelle au moyen de deux points déterminés, par la différence de leurs enfoncemens dans deux liqueurs indiquées.

La plus sûre méthode pour y réussir, est d'employer le second moyen dont nous avons parlé, savoir, de se servir d'eau distillée, dont la pesanteur est supposée constante, pour avoir le premier terme de la graduation, & de déterminer ensuite le second au moyen de petits poids, égaux, si les aréomètres sont de la même pesanteur; & proportionnés à leur poids, s'ils sont différens, comme nous l'avons suffisamment expliqué plus haut. Car par-là dans la graduation de l'échelle, on n'aura que la petite erreur qui peut résulter de la différence dans l'eau distillée, qu'on regarde comme insensible; ou, si l'on emploie une autre liqueur à la place de cette eau, pour déterminer le premier terme, on n'aura à craindre que la moitié de l'erreur qu'on auroit en employant deux liqueurs dans cette graduation (f).

Au reste, ce dernier moyen, quoique le meilleur sans contredit;

(f) On a toujours supposé dans tout ce qu'on a dit ici, que la température étoit la même dans ces différentes déterminations.

ne laisse pas que de comporter encore des difficultés; & deux personnes qui ne se seront jamais communiquées ni les liqueurs qu'elles emploient pour diviser leurs aréomètres, ni ces mêmes aréomètres, auront toujours de la peine à en construire dont les divisions se rapportent très-exactement. Il en est ici à peu près de même que dans les thermomètres, qui lorsqu'ils n'ont pas été faits d'après un même thermomètre, servant de modèle, différent souvent entr'eux quoique soigneusement gradués par la même méthode.

Quoi qu'il en soit, cette extrême généralité dans la manière de faire des aréomètres comparables, n'est pas aussi importante pour le Commerce qu'on pourroit se l'imaginer; car si on suppose qu'un homme soit chargé par le Gouvernement d'en faire qui soient comparables, afin d'indiquer d'une manière constante la qualité des eaux-de-vie & des esprits-de-vin par leur pesanteur, il lui sera toujours facile d'y réussir, rien n'étant plus aisé que d'avoir plusieurs étalons qui lui servent en même temps de comparaison, & de moyens pour reconnoître l'identité, ou la non-identité des liqueurs qu'il emploie pour graduer ses aréomètres.

Et quant aux particuliers, peu leur importe que l'aréomètre qu'on leur présente ait été gradué par une méthode générale ou non, lorsqu'ils ne la connoissent pas; il leur suffit que la graduation soit constatée juridiquement, & que comparé à d'autres de la même espèce, il indique les mêmes degrés pour les mêmes liqueurs, afin que ces personnes sachent reconnoître, au moyen de cet instrument, leur pesanteur, & en conséquence leurs qualités & les droits qu'ils doivent payer. Mais en voilà assez sur ce sujet.

Il faut, après avoir exposé les différentes méthodes de faire des aréomètres comparables, passer à la description de ceux qui sont devant l'Académie, & rapporter les moyens qui ont été employés pour les faire, de manière qu'ils aient cette propriété.

Ayant déterminé les dimensions de l'œuf (e) & de l'échelle ou de la tige de ces aréomètres, j'en fis faire un en conséquence; & pour qu'il le fût avec toute la précision possible, l'œuf composé de deux parties fut tourné sur un mandrin & calibré de la

(e) J'ai donné ce nom à cette partie de l'aréomètre, à cause de sa forme ovoïde. Voyez la Figure.

même épaisseur, la tige creuse formée d'une lame d'une épaisseur donnée, fut tirée à la filière pour qu'elle fût bien cylindrique & exactement du même diamètre par-tout.

Cet aréomètre fini, on fit le second, en donnant autant qu'on le put, les mêmes dimensions & les mêmes épaisseurs à l'œuf & à l'échelle. Pour cet effet, on tourna les deux parties de l'œuf sur le même mandrin, en leur ménageant la même épaisseur, & on donna pareillement à la lame formant la tige, la même épaisseur qu'à la première, & on la tira à travers du même trou de la même filière. Ces deux aréomètres étant lestés à peu près avec la même pesanteur de lest, j'en plongeai un que je nommerai *A*, dans une liqueur qui étoit une eau-de-vie fort affoiblie ou fort au-dessus du poids ordinaire de cette liqueur, & dans laquelle l'aréomètre ne devoit entrer que jusqu'au pied de l'échelle, ayant déterminé auparavant par des calculs, qu'un volume de cette liqueur, occupé par l'œuf, devoit peser à peu près le poids total de l'aréomètre. Cette opération faite, je marquai sur la tige le point où il s'enfonçoit, qui se trouva un peu plus haut que l'endroit où l'échelle tient à l'œuf. Je mis ensuite cet aréomètre dans de l'esprit-de-vin bien rectifié de M. Cadet, de cette Académie, & je marquai de même vers le haut de l'échelle le point où son enfoncement répondoit. Je plongeai de même, & à la même température, le second aréomètre, que j'appelle *B*, dans la première liqueur, il se trouva qu'il n'entroit pas tout-à-fait jusqu'au collet; mais après avoir fait racler un peu l'œuf, il s'enfonça davantage dans la liqueur, & entra jusqu'au point requis. Je le mis ensuite comme l'autre dans l'esprit-de-vin de M. Cadet, & je marquai le point de son enfoncement dans cette liqueur. Ces deux points établis respectivement sur chacun de ces aréomètres, je les portai chez M. Canivet, pour qu'il divisât l'intervalle, qui les séparoit respectivement, en soixante parties égales. Cette division ayant été faite, je les plongeai sans aucune autre préparation, dans différens mélanges d'esprit-de-vin & d'eau, dans différentes eaux-de-vie, & j'eus la satisfaction de voir qu'ils s'accordoient avec beaucoup de précision : l'Académie peut en juger par la manière dont ils se correspondent aujourd'hui, qu'il y a plus de deux ans qu'ils sont faits. L'aréomètre que j'ai

appelé *B*, a été un peu sali par une liqueur dans laquelle il a trempé, & qui a obligé de le nettoyer ; cependant on va voir la précision avec laquelle il s'accorde avec l'aréomètre *A* (g).

Les moyens qu'on a pris pour les faire semblables en dimensions & en poids, ont si bien réussi, que l'un pèse 1947 grains $\frac{1}{2}$, & l'autre 1944 ; de façon qu'ils ne diffèrent que de 3 grains $\frac{1}{2}$ sur près de deux mille.

Je prie l'Académie de considérer de plus que ceci n'est qu'un essai, & qu'un homme qui en auroit fait plusieurs, & qui y seroit filé, acquerrait bientôt le moyen de les faire facilement & en peu de temps ; mais il faut dire quelque chose de plus détaillé sur la fabrication de ses instrumens, on voit qu'elle dépend de deux choses, & de la manière de les fabriquer, proprement dite, & de celle de les graduer. Pour les faire facilement du même volume & du même poids, il faut ajouter à ce que j'ai dit sur la fabrication de l'œuf, qu'il faut avoir un moule dans lequel on fasse entrer chaque partie de l'œuf, de manière qu'on puisse s'assurer par-là & par le mandrin, qu'ils ont la même forme intérieurement & extérieurement, & aussi qu'ils sont de la même épaisseur ; par-là on sera assuré que les deux moitiés de l'œuf, soudées & réunies ensemble, formeront le même volume & le même poids. Quant à l'échelle, ce que j'en ai déjà dit suffit pour les graduer ; on prendra un esprit-de-vin bien rectifié, & on le mêlera avec une quantité d'eau distillée, de façon qu'il en résulte un mélange qui donne une liqueur plus lourde ou plus pesante que la plus commune des eaux-de-vie. On plongera les aréomètres dans cette liqueur, ils s'y enfonceront un peu au-dessus du collet ou du point de réunion de l'échelle & de l'œuf ; il faut observer qu'il est nécessaire que ce point d'immersion soit à quelque distance du collet, pour que s'il se trouve quelque différence dans les poids de ces aréomètres, cet intervalle serve comme de remède pour faciliter leur graduation : on suppose ici qu'on veut les faire à peu près de la même grandeur ; ensuite on plongera ces aréomètres dans le même esprit-de-vin dont je viens de parler, ou un autre, car cela est égal, & ayant

(g) L'expérience en fut faite sur le champ, & toute la Compagnie vit avec quelle justesse les mêmes degrés de ces instrumens se répondoient dans les mêmes liqueurs.

marqué ce second terme ou le point où ils s'enfoncent dans cette liqueur, on divisera l'intervalle qui sépare ces deux points dans un nombre de parties égales, à volonté. Ces aréomètres ainsi fabriqués & ainsi gradués, seront de toute nécessité comparables dans toutes les liqueurs où on les plongera : au lieu de cet esprit-de-vin, on auroit pu déterminer le second point par un petit poids, comme nous l'avons dit. On voit évidemment que cette méthode s'étend à des aréomètres de toutes grandeurs, plus petits ou plus grands que ceux que nous venons de décrire ; & que pourvu qu'ils marquent dans les mêmes liqueurs, on pourra toujours les graduer de manière qu'ils soient comparables à ceux-ci.

En décrivant ces aréomètres, je n'ai point parlé des raisons qui m'ont déterminé à leur donner la forme qu'ils ont, afin de ne point interrompre ce que j'avois à dire sur la manière de les faire & de les graduer ; cependant cet article est assez important pour mériter que nous nous y arrêtions. J'ai fait observer au commencement de ce Mémoire, combien il est nécessaire qu'ils aient la plus grande mobilité ; or c'est un objet qu'on ne peut remplir qu'autant que la figure de la partie qui porte l'échelle est régulière, & d'une forme à produire la moindre résistance dans les mouvemens d'ascension ou de descension de l'instrument, dans les liqueurs. En effet, sans cela, quelque attention que vous ayez dans la construction & la graduation de votre instrument, il vous induira fréquemment en erreur, en ne revenant pas, ou ne s'enfonçant pas au même point, dans la même liqueur ; j'insiste d'autant plus là-dessus, que c'est une chose à laquelle on ne fait pas assez d'attention, & qui ajoute beaucoup à l'imperfection de ces instrumens. On en voit dont le plus grand diamètre ne se trouve pas au milieu du flotteur, de façon que si l'aréomètre tend à se mouvoir d'un sens, il éprouve plus de résistance que s'il se meut de l'autre ; ce qui fait qu'il indique différens degrés selon qu'on l'enfonce au-dessus ou au-dessous du point où il doit revenir. J'ai soigneusement évité cet inconvénient dans mes aréomètres ; l'on voit (*h*) que le plus grand diamètre se trouve précisément au milieu de la hauteur du flotteur, & j'ai eu soin pareillement qu'ils éprouvassent le moins de résistance dans leur

(*h*) Voyez la Figure,

mouvement, en leur donnant la forme ou à peu près, du solide produit par la révolution de la chaînette; aussi qu'on lâche ces aréomètres dans une liqueur au-dessus ou au-dessous du point où ils doivent s'arrêter, ils y reviennent toujours avec exactitude. Enfin je dois observer qu'on leur a donné une espèce de *douci*, pour qu'ils n'aient pas ce *gras* qu'on observe sur certains métaux polis, & qui auroit nui à l'exactitude de ces instrumens, en diminuant leur mobilité & les empêchant de revenir au même point.

ADDITION AU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

LORSQUE je lus ce Mémoire à l'Académie, celui de M. de Montigny, que j'ai cité *page 525*, n'étoit pas encore imprimé, autant que je puisse m'en souvenir; mais ce Mémoire ayant paru depuis, & M. de Montigny y faisant quelques objections contre mes aréomètres, je me trouve obligé d'y répondre, & de faire voir qu'elles ne sont pas fondées.

Cet Académicien observe que « mes aréomètres ont deux inconvéniens; le premier, que les divisions deviendroient trop « inégales & les sous-divisions impossibles pour toutes les liqueurs « qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'esprit-de-vin, une « partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageant toujours « au-dessus de ces liqueurs foibles. »

Le second, que ces aréomètres deviendroient beaucoup trop « chers, par les soins & les attentions scrupuleuses qu'ils exigent « dans leur construction, & cela pour approcher d'un degré de précision que nous devons regarder comme superflu, relativement « aux besoins du commerce. »

Je réponds, 1.^o que le premier inconvénient ne peut en aucune façon avoir lieu dans ces aréomètres, considérant l'objet auquel ils sont destinés, & que ces divisions & ces sous-divisions pour des liqueurs qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'esprit-de-vin me deviennent absolument inutiles.

En effet, j'ai dit & prouvé dans le commencement de ce Mémoire, que ces instrumens ne doivent pas avoir la propriété de marquer dans l'eau & dans l'esprit-de-vin, parce qu'il en résulteroit

Mém. 1770.

. Y y y

nécessairement que leur échelle seroit ou trop longue ou trop grosse, & dans le premier cas que l'instrument ne seroit plus portatif, & dans le second qu'il n'auroit pas toute la mobilité requise; il s'en suit donc qu'ils devoient être construits de manière *qu'une partie de l'auf qui forme le corps de l'aréomètre, nageât toujours au-dessus des liqueurs foibles, c'est-à-dire, car cela mérite explication, de toutes celles qui sont beaucoup plus pesantes que les eaux-de-vie les plus communes; toutefois en marquant dans ces dernières.* Or dès qu'ils en ont la propriété, ils ont, comme je l'ai déjà fait voir, tout ce qu'il faut pour le commerce, puisqu'on est en état d'essayer avec ces instrumens toutes les eaux-de-vie marchandes, & même de beaucoup plus foibles. Il faut le dire, en passant, on tient beaucoup trop, & dans les Sciences même, aux premières formes des choses. Quand on commença à se servir du pèse-liqueur dans la Physique, on voulut qu'il pût indiquer les pesanteurs de toutes sortes de liqueurs; & comme l'eau est celle qui est la plus commune, il fallut qu'on y rapportât toutes les autres, & conséquemment que sa pesanteur fût indiquée par l'échelle de ces pèse-liqueurs; il fallut donc qu'il y eût un grand rapport de volume entre sa boule & sa tige, & pour cela que cette tige fût fort longue ou fort grosse; & il en résulta les inconvéniens dont nous venons de parler. On n'aura donc des pèse-liqueurs bien mobiles, & par conséquent capables de donner de très-petites différences, qu'autant qu'ils seront construits uniquement pour les liqueurs particulières auxquelles leur usage est destiné; il faut donc que les pèse-liqueurs pour les eaux-de-vie & les esprits-de-vin ne marquent que dans ces liqueurs, afin qu'ils aient toute la perfection dont ils sont susceptibles. En effet, de quelle utilité peut-il être pour le Commis du Fermier ou pour l'Épicier, de savoir par son aréomètre, qu'une certaine liqueur contient huit parties d'eau sur une d'esprit-de-vin, lorsque le premier n'aura jamais de droits à exiger sur une pareille liqueur, & que le second n'en vendra jamais une semblable? Mais il ne leur est pas indifférent d'avoir un instrument qui leur indique promptement, sûrement & nettement la pesanteur de la liqueur dont ils veulent savoir la qualité. Ainsi je crois qu'il suffit de cette observation pour répondre à l'excès de précision que

M. de Montigny suppose que j'ai donné à mes aréomètres ; & je suis assuré, comme je l'ai déjà dit, que des ouvriers stiles à en faire, les donneront à un prix tout aussi modique que la chose peut le comporter. Au reste, M. de Montigny convient que mes aréomètres peuvent se diviser par sa méthode ; & en effet rien n'est plus facile, mais je dois ajouter que cette méthode, qui n'est pas aisée dans la pratique, n'est point du tout nécessaire, & qu'on peut aisément s'en passer ; car il suffit d'avoir une fois pour toutes établi le rapport entre les divisions de l'échelle d'un aréomètre dont on sera convenu, & les pesanteurs des différentes liqueurs composées de parties d'eau & d'esprit-de-vin, selon les proportions que cet Académicien a données, ou toutes autres, pour avoir des aréomètres qui fassent connoître ensuite, avec toute l'exactitude & la précision possible, la conformité ou la différence des liqueurs qu'on essaye, avec celles dont les degrés de l'aréomètre annoncent la composition.



*OBSERVATION
SUR LES MINES EN GÉNÉRAL,
ET PARTICULIÈREMENT
SUR CELLES DE LA PROVINCE DE CORNWALL
EN ANGLETERRE.*

Par M. J A R S.

4 & 6 Avril
1770.

L'UTILITÉ de l'exploitation des Mines dans un État quelconque, est tellement reconnue, que je n'entreprendrai point d'entrer dans un détail à cet égard ; je me contenterai de dire qu'après l'Agriculture, on peut regarder l'exploitation des Mines comme la branche d'industrie la plus importante & la plus utile aux hommes. Nous connoissons des peuples entiers qui ne sont chauffés qu'avec le charbon de terre ; & nous savons qu'il n'y a pas un seul Art où les métaux, les soufres, les vitriols, les bitumes & les sels n'entrent pour quelque chose. Les Mines offrent enfin une source inépuisable de découvertes intéressantes pour l'Histoire Naturelle, la Physique, la Chimie & la Métallurgie. Nous ne pouvons pas douter que nous n'ayons des montagnes en France qui renferment des mines en aussi grande abondance que celles des États de nos voisins. Nous trouvons dans plusieurs provinces des vestiges des mines qui y ont été exploitées anciennement ; mais cette branche d'industrie a tellement été négligée depuis plusieurs siècles, qu'il n'y a que très-peu de ces entreprises qui soient actuellement en activité en France ; il n'y a que celles où les Entrepreneurs ont fait une étude particulière de ce genre de travail, qui aient réussi d'une manière à en continuer avantageusement l'exploitation.

Dans les vues de rendre à la France une branche de commerce si utile & si importante, le Ministère a fait voyager en différens temps plusieurs personnes dans les pays septentrionaux de l'Europe ;

il y a quelques années qu'il me fit l'honneur de jeter les yeux sur moi. Pénétré de reconnoissance & animé du zèle le plus ardent pour tout ce qui peut être avantageux à ma patrie, j'ai fait avec toute l'exactitude dont j'ai été capable, des observations sur toutes les parties qui dépendent de l'exploitation des mines; j'ose me flatter d'avoir déjà fait ressentir la France, non-seulement de quelques-unes des connoissances que j'ai puisées chez l'Étranger, mais encore de quelques nouvelles découvertes que j'ai faites. L'Académie a bien voulu donner son approbation à plusieurs de mes Mémoires sur l'Histoire Naturelle, la Physique & la Métallurgie; c'est dans l'intention de mériter de plus en plus son suffrage, que je me propose de lui communiquer un très-grand nombre d'observations que j'ai faites dans les mines les plus remarquables en tout genre qu'il y ait en Europe.

Les veines minérales varient dans presque tous les pays, soit par la nature du minéral, soit aussi par celle des matières qui l'accompagnent, & par le rocher qui les renferme: ces observations feront l'objet de plusieurs Mémoires; je passerai ensuite aux moyens que l'on met en usage dans chaque pays pour l'extraction des minéraux, relativement à la disposition des veines, filons ou couches minérales; je décrirai les moyens dont on se sert pour ébrançonner les souterrains & donner de la sûreté aux ouvrages, ce que l'on peut nommer *l'architecture souterraine*; je détaillerai ensuite tout ce qui fait l'objet de l'écoulement & épuisement des eaux hors des mines, ainsi que la manière dont on retire le minéral des souterrains; je ferai un détail des différentes méthodes de trier, bocarder & laver les minéraux; je décrirai leur rôtiage ou grillage, leur fonte, la séparation des métaux qui y sont contenus, & leur raffinage ou purification; à quoi j'ajouterai mes observations sur les différens procédés que j'aurai décrits; je dirai quels sont ceux que je trouverai les meilleurs, & les changemens que je croirai nécessaires d'y faire, relativement aux principes de Chimie & de Métallurgie & à la grande expérience que j'ai été à même d'acquérir dans cette partie.

Je commencerai par les mines d'étain, comme étant celles qui sont les moins connues en France, puisque jusqu'à présent on n'en

a encore découvert aucune; trop heureux si les observations que je vais rapporter pouvoient donner lieu à quelques recherches fructueuses dans le Royaume! & comme la province de Cornwall en Angleterre est celle qui jusqu'à présent a fourni le plus d'étain à l'Europe, je décrirai d'abord les mines de cette province; je laisserai pour un autre Mémoire à parler de celles de la Saxe & de la Bohème, je traiterai alors en même temps des différentes méthodes de laver & fondre ces minéraux.

OBSERVATIONS faites en Angleterre sur les mines d'Étain & de Cuivre de la province de Cornwall.

La province de Cornwall est une espèce de péninsule ou presqu'île qui forme une langue de terre dans la direction de l'est à l'ouest, située dans la partie occidentale de l'Angleterre.

Cette province joint celle de Devonshire où l'on a exploité anciennement une grande quantité de mines d'étain; elles sont de peu de conséquence aujourd'hui, & elles n'ont jamais été aussi abondantes que celles de la partie occidentale de la province de Cornwall. Ces deux provinces sont limitrophes; à leur point de réunion, ainsi que fort avant de chaque côté, elles sont composées de montagnes fort élevées, dans lesquelles on a exploité quelques mines; les rochers qui les composent sont semblables à ceux du reste de la province de Cornwall dont il sera parlé ci-après, mais en allant à l'ouest de cette province, les montagnes diminuent beaucoup de hauteur & ne forment plus entr'elles que des collines & des vallons fort agréables; c'est cependant dans cette partie de la province où les veines minérales sont les plus multipliées & les filons les plus abondans. J'observerai à cette occasion qu'en général j'ai remarqué que les mines les plus abondantes ne se trouvoient pas dans les montagnes les plus élevées, mais dans ce qu'en termes de Mineurs on nomme *demi-montagnes*, c'est-à-dire des montagnes dominées par d'autres plus élevées.

En allant dans la partie occidentale de la province de Cornwall, peu après avoir passé la ville de Bodmin d'un côté, & celle de Lostwithiel de l'autre, on rencontre presque par-tout des mines

jusqu'à l'extrémité de ladite province, nommée *Landfend*; ce qui fait une étendue de soixante milles de longueur ou vingt lieues de France.

Cette province a été, depuis les temps les plus reculés, très-renommée pour ses mines d'étain; elle l'est aujourd'hui presque autant pour ses mines de cuivre, comme on le verra par la suite; on y a travaillé quelques mines de plomb & une de cobalt, mais sans succès.

On distingue en fait de mines d'étain deux espèces différentes d'exploitation, celle des *streams-work* & celle des filons; il y en a encore une troisième & qui participe des deux, comme on le verra ci-après: je traiterai d'abord des *streams-work*, mais pour rendre mes observations plus intéressantes & plus utiles, il sera nécessaire dans certains cas, que j'entre dans quelques détails de l'exploitation.

EXPLOITATION de mines d'Étain, nommées Streams-work.

Dans les environs de la ville de Saint-Austle, dans la province de Cornwall, on a travaillé anciennement beaucoup de mines d'étain; mais il y en a peu d'exploitées aujourd'hui. Les travaux les plus considérables consistent à laver les terrains qui sont dans le fond des vallons, & à en retirer des morceaux de minéral d'étain, dont les angles sont arrondis, & qui paroissent avoir été roulés par les eaux; on en trouve principalement dont la grosseur tient le milieu entre le gravier & le sable: ces minéraux sont répandus dans les terres des vallons sur de très-grandes étendues; on prétend dans le pays que cet accident doit son origine au temps du déluge, & que ces morceaux de minéral ont été détachés alors des filons mêmes. Il me paroît bien plus vraisemblable de croire qu'ils doivent leur origine à d'anciennes mines, & que ce n'est autre chose que les déblais de ces mines qui ont été chariés par les eaux dans le fond des vallons. Il est vrai que l'on observe que quoique l'on reconnoisse d'anciennes mines sur les hauteurs de ces vallons, il est nombre de ces endroits où on n'en reconnoît pas du tout; mais je crois qu'il est très-possible qu'il y en ait dont les traces n'aient

pas encore été découvertes; cependant il y a toujours des filons sur ces hauteurs dont le minéral est de la même nature que celui que l'on rencontre dans le bas : ces minéraux sont de la même espèce que ceux qui seront décrits dans la suite de ce Mémoire. Quoiqu'il soit possible que les eaux des gros orages puissent détacher quelque chose des filons, d'autant mieux qu'il est commun à ceux d'étain d'avoir du minéral jusqu'à la surface de la terre, & qu'il y en a sur-tout dans ces cantons-là d'une espèce dont le rocher est très-tendre, comme je le dirai ci-après; cependant il me paroît comme impossible qu'elles en aient pu charier une aussi grande quantité. Pour soutenir mon sentiment, j'observerai qu'il y a toute apparence, & on le voit même par les vieilles mines, que les Anciens travailloient moins avantageusement les mines que l'on ne le fait aujourd'hui, qu'ils négligeoient & jetoient dans les déblais beaucoup de bon minéral; peut-être aussi qu'anciennement il y avoit une moindre consommation d'étain, & que l'on en retiroit une plus grande quantité que l'on n'en pouvoit vendre; & comme les mines n'étoient pas profondes alors, & coûtoient peu d'exploitation, on ne fondoit, sans doute, que le meilleur minéral. Quoi qu'il en soit, je suis persuadé, d'après ce que j'ai vu dans les comtés de Cumberland & de Northumberland en Angleterre, que si l'on continue à y travailler les mines de plomb, comme je le rapporterai dans un autre Mémoire, on aura dans un siècle ou plus des *Streams-work* en minéraux de plomb, semblables à ceux d'étain; car j'y ai observé que pendant plusieurs milles de longueur, tout le fond du ruisseau qui passe aux mines, consiste en déblais des mines, mêlés d'une très-grande quantité de minéral de plomb.

Ces terrains chargés de minéral d'étain, sont d'une consistance plus ou moins dure, de sorte qu'il en est qui paroissent bien plus anciens les uns que les autres, quoique dans le même endroit; il y en a qui annoncent absolument des terres remuées, ce qui me fait croire qu'il y a eu de ces terrains qui ont déjà été lavés, comme ceux que l'on lave aujourd'hui le seront encore par la suite, car on laisse échapper bien du minéral.

On a trouvé l'été dernier, dans ces terrains chargés de minéral d'étain,

d'étain une masse de matière, qui a été cassée en plusieurs pièces; on la regarde comme contenant de l'étain natif ou vierge. Je dois convenir que ces débris sont de toute beauté, & que l'on peut s'y méprendre aisément; j'en fus frappé au premier coup d'œil, mais j'avouerai qu'après l'avoir bien examiné, j'ai peine à croire que ce soit réellement de l'étain natif, malgré le sentiment de plusieurs Naturalistes Anglois; l'endroit où ce prétendu étain natif a été trouvé me le rend d'abord très-suspect. Voici ce que m'ont paru ces échantillons à la vue; c'est une masse de quartz cristallisé, dont tous les vides qui sont entre les cristaux sont remplis d'un étain qui m'a paru très-beau, très-pur & très-malléable; ce quartz est adhérent d'un côté, ou paroît porter sur une base minérale, mais que je crois être d'une espèce de régule ou matte, sans doute un mélange d'étain, de soufre & d'arsenic. Tout considéré, j'imagine qu'anciennement on faisoit des fourneaux à fondre le minéral sans beaucoup de précaution, & qu'il est possible qu'un quartz cristallisé (ils sont très-communs dans les mines de Cornwall) ait servi de sol ou de paroi à un fourneau de fonte, & que l'étain en coulant ait rempli les vides que laissoient entr'eux les cristaux de quartz. Quoi qu'il en soit, je suis très-persuadé qu'artificiellement je pourrais imiter ce prétendu étain vierge ou natif; je ne prétends pourtant pas par-là dire qu'il n'existe point d'étain natif dans la Nature, mais je n'en ai point encore vu.

MINE d'Étain & Streams-work tout ensemble.

A un éloignement d'à peu-près un mille & demi de la ville de Saint-Austle, il y a une montagne peu élevée, mais très-étendue, dont une partie forme ce que les Allemands nomment *flockwerck*. C'est un rocher de la nature du granit; il est blanchâtre, mais pour la plus grande partie très-friable; il contient par-tout un peu de minéral d'étain, il est entre-mêlé par un nombre infini de petites veines noires, qui contiennent plus de minéral d'étain que le rocher lui-même; il y en a où le minéral d'étain est tout pur. Ces veines sont presque toutes parallèles, & ont leur direction de l'est à l'ouest; la partie du rocher où se trouvent ces veines, quoique

de la même nature que l'autre, est beaucoup plus dure; cependant elle se détache à coups de pic & avec des coins de fer.

La méthode de travailler ce rocher est en plein air, comme une carrière très-étendue. La facilité qu'a le rocher de se détacher & de se réduire de lui-même en sable, a fait imaginer de conduire dans cette carrière des petits courans d'eau, sur-tout en hiver & dans tous les temps humides, mais on y a pratiqué auparavant une galerie d'écoulement; des ouvriers sont occupés à faire passer les petits courans d'eau sur les endroits tendres du rocher, lequel se réduit aussi-tôt en sable; les ouvriers agitent bien ce sable, afin que l'eau puisse l'entraîner; mais comme le minéral d'étain qui y est répandu est extrêmement pesant, eu égard au rocher, il se précipite dans le fond, on l'en retire pour achever de le laver sur des pèles, comme il sera dit dans un autre Mémoire. Tout ce qui ne peut être détrempé par l'eau, & qui est d'une consistance solide, est cassé à coups de masse, pour le mettre en état d'être transporté aux bocards; mais comme il en auroit trop coûté pour élever tout ce minéral au-dessus de cette carrière, qui peut avoir actuellement huit à dix toises de profondeur perpendiculaire; on a pratiqué un canal horizontal d'environ un mille de long; & qui a été creusé de près de cinquante toises de longueur sous terre pour arriver au fond de la carrière, c'est-à-dire, deux toises au-dessus de la galerie d'écoulement. Ce canal étant de niveau; contient une eau dormante; on a construit des bateaux exprès pour ce canal, avec lesquels on va chercher le minéral dans la carrière même, pour le conduire aux différens bocards qui sont tout près de ce canal.

On a commencé un autre canal, qui prendra douze toises encore plus bas, moyennant quoi on aura pour bien des années à exploiter ce rocher: on en ignore l'étendue. Le travail en est aisé, & on n'y emploie point de poudre, quoique l'on y pratique quelques galeries pour suivre les veines minérales les plus fortes. Les déblais ne gênent point, ils sont entraînés par les courans d'eau. Ce rocher n'est pas riche en étain; mais son abondance & le peu de frais rendent cette entreprise très-bonne.

Il y a toute apparence que cette méthode de travailler cette

mine comme une carrière, n'aura lieu que pendant le temps que le minéral ne sera pas suivi dans la profondeur; mais par la suite cette mine se travaillera, sans doute, comme toutes les autres, avec des ouvrages souterrains; d'ailleurs le rocher friable qui est à la surface, devient plus dur en approfondissant.

Des Filons en général.

Tous les filons principaux de la province de Cornwal, soit en étain, soit en cuivre, ont leur direction de l'est à l'ouest, & leur pente communément du côté du nord; il y en a pourtant quelques-uns qui sont inclinés au midi, mais il y en a très-peu d'une direction différente que celle que je viens de rapporter; ainsi on peut les regarder tous comme parallèles.

Il y a aussi des filons ou couches horizontales, que les Allemands nomment *florz*, & qu'en Cornwal on nomme *floors*, mais très-peu de cette espèce.

Les filons d'étain se trouvent dans deux espèces différentes de rocher, je puis même dire trois espèces; l'une se nomme dans le pays *killas*, ce n'est autre chose qu'un *schisle* ou roche *schisleuse*; l'autre espèce, que l'on nomme *moor-stone* ou *growen*, est un granite; il y en a enfin un autre, que l'on nomme aussi *moor-stone*, mais qui se rapproche plus de la nature du grès que du granite. Quant aux filons de cuivre, tous ceux que j'ai vus sont dans l'espèce de *schisle*, nommée *killas*; mais la couleur en est un peu différente. Avec les minéraux d'étain ce *killas* est brun, noir & bleuâtre; mais avec les minéraux de cuivre il est plutôt grisâtre, blanchâtre & rougeâtre. Il est très-commun de rencontrer des filons qui produisent du minéral de cuivre & de celui d'étain en même-temps; mais il y en a toujours un qui domine. L'étain est si abondant dans ce pays, qu'il est répandu presque par-tout; de sorte que les filons de cuivre les plus abondans, contiennent de l'étain dans leur partie supérieure, c'est-à-dire, proche de la surface de la terre; ce minéral y est même assez abondant pour mériter l'extraction. D'autres fois le minéral de cuivre & celui d'étain se trouvent dans le même filon, quoique séparément; ce qui ne

continue pas ordinairement dans la profondeur. Je vais donner la description de quelques-uns de ces filons pour servir d'exemple.

Mine d'Étain & de Cuivre.

Presque joignant la ville de Redruth, on exploite une mine d'étain très-considérable, nommée *Peduaudrea*. Cette mine fut d'abord commencée comme mine de cuivre : on y a extrait une très-grande quantité de ce minéral. On y travailloit alors deux filons parallèles, qui se touchoient presque l'un l'autre, de sorte qu'ils n'en formoient qu'un seul ; l'un produisoit du minéral jaune de cuivre ou pyrite cuivreuse, & l'autre du minéral d'étain. Ce premier étoit joignant le toit (*a*), & le second joignant le mur (*b*) ; mais en allant dans la profondeur, le minéral de cuivre a cessé ; de sorte qu'il ne reste plus que le filon d'étain, qui est fort abondant : cette mine a de cinquante à soixante toises de profondeur perpendiculaire.

On fait une distinction en général dans cette province des matières qui accompagnent & annoncent les minéraux de cuivre & ceux d'étain ; celles qui forment les filons de cuivre & qui conduisent au minéral, & en contiennent souvent elles-mêmes, se nomment *goffan* ou *gozan*. Elles consistent, proche de la surface de la terre, en une espèce de minéral de fer décomposé en partie, ou substance ocreuse mêlée de quartz ou d'un rocher bleuâtre ; mais dans la profondeur le *gozan* est composé de quartz, d'un mica blanc sur une pierre ou roche d'un bleu clair, assez souvent de la pyrite, tantôt blanche, tantôt jaune ; quelquefois le tout est parsemé avec des taches de minéral de cuivre.

Quant aux matières qui composent les filons d'étain, & que l'on nomme *scovin*, c'est une roche bleue foncée, quelquefois mêlée de quartz, & contenant toujours un peu d'étain. On nomme *flucan* l'argile qui accompagne les filons.

L'habitude fait que les ouvriers distinguent très-bien ces

(*a*) On nomme *toit* le rocher supérieur qui recouvre un filon.

(*b*) On nomme *mur* le rocher inférieur sur lequel est appuyé le filon ; ainsi un filon a toujours un *toit* & un *mur* formés par le rocher dans lequel il est renfermé.

différentes matières. Je puis dire en général que les mineurs de cette province sont très-entendus pour les recherches & les suites des filons ; le grand nombre d'exemples qu'ils ont chaque jour sous les yeux , leur a appris à se faire des règles générales.

Le filon de la mine de *Peduaudrea*, dont j'ai parlé ci-dessus , a sa direction de l'est à l'ouest, comme l'ont tous les filons principaux de ce district, & sa pente ou inclinaison de 65 degrés du côté du nord.

Le rocher dans lequel est renfermé ce filon , est celui que l'on nomme en général dans le pays *killas* ; c'est une roche bleuâtre qui se délite , mais en morceaux épais ; dans d'autres endroits c'est une roche *schisteuse*, qui se délite en morceaux très-minces. Elle est entre-mêlée de beaucoup de veines de quartz ; le minéral d'étain est uni aussi quelquefois avec du quartz , on trouve très-peu de ce minéral pur ; il en est cependant de cristallisé , mais en petits grains d'un brun noir , cependant moins noirs & bien moins gros que ceux de Bohême & de Saxe. Il est de ce minéral mêlé dans le rocher , mais que l'on ne distingue qu'avec une très-grande habitude : le poids doit pourtant faire voir qu'il y a plus que de la pierre. J'avoue qu'avant d'avoir vu les mines de ce pays-là , j'y aurois été trompé , & qu'il n'y a que le poids seul qui auroit pu me faire soupçonner qu'il y avoit quelque chose de métallique dans certains morceaux.

Comme il y a des endroits où le filon est plus ou moins large, j'ai jugé que sa largeur commune pouvoit être environ de quatre pieds.

Mine de Cuivre.

Au-dessus de la ville de Redruth, on exploite une mine de cuivre très-abondante, elle se nomme *wheel-sperron* ; son filon est à très-peu de distance de celui d'étain de la mine de *peduaudrea* dont je viens de parler ; il lui est parallèle, mais son inclinaison est du côté du midi d'à peu-près 70 degrés. La largeur commune du filon peut être de quatre à cinq pieds, dans laquelle il produit un très-bon minéral jaune ou pyrite cuivreuse, point de blinde,

assez souvent du quartz & de la pyrite, sur-tout de la blanche qui est arsénicale, quelquefois du quartz transparent cristallisé, qui n'est autre chose qu'une espèce de cristal de roche; on le nomme *diamant de Cornwall*; il s'en trouve dans beaucoup de mines différentes, on le taille pour en faire des boucles & des boutons à pierre. On rencontre assez souvent dans ce filon, du cuivre natif; mais il ne se trouve guère que dans les endroits où le filon n'est pas riche, & sur-tout dans la partie supérieure de la mine: c'est une observation que j'ai faite assez généralement par-tout. Le filon est enfermé dans le rocher schisteux, nommé *killas*, dont il a été question ci-dessus; le côté du mur du filon est tendre, souvent il est composé d'une matière jaune, ocreuse & poreuse, souvent aussi d'une espèce d'argile: ce n'est point un inconvénient, parce qu'on détache ordinairement cette partie pour abattre plus aisément le filon. Le filon est quelquefois divisé par des parties de rocher qui en forment deux branches sur une distance plus ou moins considérable, comme cela arrive à presque tous les filons; ces rochers se nomment en Cornwall, en termes de Mineurs, *horse*: ce nom vient, dit-on, de ce qu'ils présentent la forme d'un cheval.

Ce filon n'est pas bien réglé dans sa pente ou inclinaison; mais il l'est très-bien dans sa direction; quoiqu'il ne produise pas également, il est très-riche & abondant dans la plus grande profondeur, qui est de 60 & quelques toises.

Quoique cette mine soit très-considérable, il y en a de bien plus étendues & qui sont d'un plus grand produit, à un, deux, trois, quatre & cinq milles de la ville de Redruth sur la route de Truro, nommément la mine de *north-down* où on exploite plusieurs filons parallèles, & celle de *wheal-virgin*; mais comme le rocher & les minéraux sont de la même nature que ceux dont je viens de parler, il est inutile d'en faire une description particulière: mais ce que je viens de dire doit suffire pour faire voir que les environs de Redruth sont très-abondans en mines de cuivre; il y en a même une toute différente des autres pour la nature de son minéral, qui est une mine vitrée de cuivre extrêmement riche, mais très-peu abondante. Il y a aussi plusieurs

autres mines d'étain que celle dont je viens de parler, mais moins considérables, une entr'autres à demi-mille au-dessus de celle de *peduauarea*, dont le minéral d'étain est dans l'espèce de rocher qui tient le milieu entre le granit & le grès, mais qui est très-pauvre quant-à-présent.

Il y a une quantité innombrable d'anciens puits sur plusieurs milles d'étendue, qui annoncent qu'on y a travaillé un nombre infini de mines de cuivre & d'étain; mais si l'on va à six milles au nord de la ville de Redruth, on rencontre sur toute la route des vestiges de mines de cuivre & d'étain, jusqu'à ce qu'on arrive dans la paroisse de Sainte-Agnès & particulièrement tout proche des bords de la mer. La différence de ce district avec celui dont je viens de parler, est qu'aux environs de Redruth, les filons de cuivre sont les dominans & les plus abondans, au lieu que dans la paroisse de Sainte-Agnès, les filons d'étain y sont très-multipliés, & qu'il n'y a presque point de ceux de cuivre.

On exploite dans ce district, tout proche des bords de la mer, plusieurs mines d'étain très-étendues; une de ces mines est de vingt-neuf toises au-dessous de la galerie d'écoulement, & par conséquent de cette profondeur au-dessous de la mer, puisque la galerie a son embouchure au niveau de la haute marée.

Les filons ont également qu'à Redruth, leur direction de l'est à l'ouest, & leur pente communément au nord; cependant il y en a un qui a sa pente au midi, à peu de distance d'un autre qui l'a au nord, de sorte qu'il y a apparence qu'ils se rencontrent dans la profondeur.

Ces filons dans leur pente ou inclinaison, s'éloignent plus de la perpendiculaire que ceux des environs de Redruth; ils sont également qu'à Redruth, dans l'espèce de rocher nommé *killas*, mais ils sont séparés tantôt du toit & tantôt du mur par un quartz qui se mêle quelquefois dans le filon avec le minéral, de sorte qu'il contient lui-même assez souvent de l'étain; on y trouve aussi un peu de minéral jaune de cuivre, assez souvent de la blinde qui est fort difficile à distinguer du minéral d'étain, parce qu'elle en a la couleur, il n'y a que le poids & l'habitude qui en puissent faire connoître la différence.

On y rencontre quelquefois du minéral cristallisé & semblable à des grains de grenats quant à la forme; cela est pourtant rare, car le minéral est plus communément entre-mêlé dans le rocher.

En sortant de la ville de Redruth pour se rendre au bourg de Camborn, on rencontre sur toute cette route une très-grande quantité de mines de cuivre de la même nature que celles dont j'ai parlé plus haut & dont il y en a plusieurs en exploitation; il y en a aussi quelques-unes d'étain.

Mine d'Étain.

A peu-près à six milles de la ville de Marazion, & à trois à quatre milles de celle de Helfstone, dans un endroit nommé *Godolphin-ball*, est la mine d'étain la plus étendue qu'il y ait dans la province de Cornwall; son exploitation est aussi des plus anciennes; elle est dans une très-belle situation, dans un pays presque plat, entre deux petites montagnes dont l'une est au nord & l'autre au sud; la direction des filons est toujours de l'est à l'ouest comme dans toutes les mines du pays, son inclinaison est au nord d'environ 70 degrés. Cette mine a, dit-on, 90 toises de profondeur perpendiculaire; mais je n'ai pu descendre que jusqu'à celle de 52 toises, la partie la plus profonde étant pleine d'eau depuis quelque temps; on fut obligé de laisser monter les eaux pendant que l'on construisoit une nouvelle chaudière à la machine à feu; cette mine n'est travaillée actuellement que sur une petite étendue, mais on reprend chaque jour les anciens ouvrages.

On compte cinq filons parallèles sur 50 à 60 toises d'étendue, mais qui ne sont point exploités également; ils l'ont été seulement à différentes hauteurs lorsqu'ils ont produit du minéral, il n'y a que le principal qui a été & qui est exploité totalement.

Ces filons sont renfermés dans un granit à gros grains, très-dur, mais il n'en est pas ici comme je l'ai observé ailleurs, surtout en Saxe & en Bohême; l'étain ne se trouve jamais réuni & confondu dans cette pierre, mais dans une espèce de rocher bleuâtre qui paroît être la matrice générale du plus grand nombre
des

mines d'étain en Cornwall. On rencontre communément le long du filon joignant le *mur*, ce que l'on nomme le *guide*; c'est un quartz mêlé quelquefois de *mica*, lequel le rend peu solide. Le filon consiste lui-même en un quartz fort dur, qui n'est pas toujours parfaitement blanc, mais a un œil bleuâtre; il est réuni à la roche bleue dans laquelle se trouve le minéral d'étain, mais presque toujours en petits grains cristallisés comme des grenats. On y trouve aussi quelquefois du quartz cristallisé en hexagone; il y a des endroits du filon qui sont très-riches, mais fort tendres, ce minéral est parsemé de beaucoup de mica & des petits grains de minéral d'étain, comme des grenats; ce filon a 2, 3, 4, 5 pieds de large, plus ou moins, il est quelquefois divisé par des parties de rocher venant du *toit* ou du *mur*, & que j'ai dit que l'on nommoit dans ce pays-là *Horfe*, ces parties de rocher sont toujours du granite.

On rencontre assez souvent dans ces filons, du très-bon minéral jaune de cuivre.

Aux environs de la ville de Marazion, on exploite plusieurs filons de minéral de cuivre & de celui d'étain, à peu près de la même nature & dans la même roche *schisteuse*, nommée *Killas*, que ceux des environs de la ville de Redruth, & dont j'ai parlé ci-dessus; il y a aussi des minéraux d'étain dans le granite, entre autre dans le rocher qui compose le Mont-Saint-Michel; ce mont n'est séparé de la ville de Marazion ou Market-jew, que par un petit bras de mer, dans le temps seulement de la haute marée, il consiste en un rocher de granite où l'on aperçoit dans les endroits où il est à découvert, une très-grande quantité de filons d'étain, qui contiennent de fort bon minéral; on y en a extrait pendant quelque temps, mais le Seigneur propriétaire de ce rocher, en a fait cesser l'exportation, dans la crainte que cela ne gâtât ce mont, qui est digne en effet de la curiosité de tous les Étrangers, il y a un château bâti sur son sommet.

Je n'entreprendrai pas de donner la description d'autres mines & filons de cette province, je crois en avoir assez dit pour en donner une idée étendue.

On estime le produit en étain de cette province à la valeur de
Mém. 1770.

. A a a a

190 à 200 mille livres sterlings chaque année, & qu'il se vend du minéral de cuivre, également produit de cette province, pour 140 mille livres sterlings, de sorte que le cuivre qui en est extrait, doit se monter à peu près à la même somme que l'étain.

Par une suite d'observations que j'ai faites dans mes voyages, j'ai remarqué qu'en général les filons principaux, & les plus avantageux à exploiter dans un pays, étoient parallèles aux rivières principales, quoique cette règle souffre des exceptions, elle doit pourtant servir pour ceux qui veulent entreprendre des mines, à préférer dans un pays quelconque, de faire des recherches sur les filons qui sont à peu près parallèles à la rivière principale des environs.

Par la description que je viens de faire des veines minérales de la province de Cornwall, on voit que tous les filons que l'on y exploite sont dans les mêmes cas de la règle générale que je viens de citer, puisque cette province n'est qu'une langue de terre dirigée de l'est à l'ouest, même direction que celle des filons, & que la mer qui est de chaque côté, peut être considérée comme deux rivières principales parallèles.

Ces différentes observations & plusieurs autres que je rapporterai dans d'autres Mémoires, pourroient conduire à établir un système général sur la formation des veines minérales, mais je ne communiquerai point mes idées à cet égard pour le présent, je n'y vois aucune utilité, au lieu que je ne puis trop me hâter de communiquer mes observations, puisqu'elles ne peuvent que devenir très-avantageuses pour la découverte des mines en France.

Il résulte de tout ce qui vient d'être rapporté, que par la direction des veines minérales qui sont dans la province de Cornwall, on voit que ces filons ont une suite très-étendue, puisqu'on rencontre plusieurs mines d'étain dans les îles de Scilly, qui sont situées dans la même direction & latitude que la province de Cornwall; cela doit nous servir de preuve que nous ne pouvons espérer de trouver la même continuité des filons d'étain dans la Bretagne, comme plusieurs personnes se l'étoient imaginées, cependant nous pouvons en rencontrer qui leur soient parallèles, avec d'autant plus de raison que l'on y voit dans plusieurs endroits

des rochers de la même nature & espèce que ceux qui sont en Cornwall; nous avons, sans contredit, aussi plusieurs provinces en France où l'on rencontre des rochers semblables.

Il doit paroître surprenant, après tout ce que j'ai rapporté sur les mines d'étain dans le présent Mémoire, que nous n'ayons encore aucune mine de cette espèce, découverte en France, cela pourroit même induire à penser que nous ne devons pas espérer de trouver pareils minéraux en France, puisqu'il est constant, comme je l'ai déjà dit, que de tous les minéraux connus, le minéral d'étain est celui qui, dans les filons, se trouve le plus proche de la surface de la terre, mais je dois observer à cette occasion, que tous les filons, à l'exception de ceux d'étain, se manifestent au jour, c'est-à-dire à la surface de la terre où le rocher est à découvert, par du quartz, du spat, de la pyrite & quelquefois du minéral même; tous les Mineurs savent qu'un filon de quartz ou de spat, conduit ordinairement à une veine minérale, & tout le monde est surpris du brillant d'une pyrite ou d'un minéral quelconque; l'imagination frappée de l'apparence de l'or contenu dans une pyrite, a occasionné la découverte de plusieurs mines, il n'en est pas de même des filons d'étain, qui ne s'annoncent à la surface de la terre, que par des veines d'un brun noir & quelquefois rougeâtre; cette matière est souvent le minéral même, mais elle n'a rien de brillant, rien qui annonce une matière métallique cachée dans son intérieur; d'ailleurs de tous les minéraux à essayer, celui d'étain est le plus difficile par la facilité qu'a ce métal à être privé de son phlogistique; ce n'est que depuis très-peu d'années que M. Gellert a trouvé une méthode pour en obtenir un produit exact; les procédés qui avoient été décrits jusqu'alors dans presque tous les livres ou traités de Chimie, sont très-fautifs; l'addition du fer que l'on y prescrit, ne peut qu'induire en erreur, je m'en suis convaincu en réduisant en limaille tout le bouton que j'avois obtenu d'un minéral d'étain fort riche & très-pur, je trouvai, ainsi que je m'y étois attendu, que le fer s'étoit si intimement uni à l'étain, que tout ce qui étoit réduit en limaille, étoit devenu attirable par l'aimant; il n'en est pas de même par le procédé de M. Gellert: si je n'avois pas

craint de passer les bornes que je me suis prescrites dans ce Mémoire, j'aurois donné le résultat des différens procédés que j'ai faits par comparaison.

Je terminerai ce Mémoire par prescrire la méthode la plus simple de faire des recherches des mines d'étain, laquelle méthode se déduit naturellement de toutes les observations qui viennent d'être rapportées.

Toute personne vivant à la campagne peut s'occuper à peu de frais de la découverte des mines d'étain; elle observera si dans le pays qu'elle habite on y voit des rochers à découvert, consistant en granite ou en grès, ou bien en une roche bleuâtre qui se délite par lames ou feuilles plus ou moins épaisses, & dans une position qui approche plus de la perpendiculaire que de la ligne horizontale, elle examinera si dans ces différens rochers on aperçoit des veines ou petits filons d'une couleur d'un brun noirâtre ou rougeâtre; elle en fera extraire une petite quantité, & fera pulvériser & tamiser le tout, après quoi elle en fera le lavage dans une sebile de bois, la grande pesanteur spécifique du minéral d'étain rendra la séparation des parties pierreuses très-facile, s'il existe de ce minéral dans la matière que l'on aura pulvérisée; si l'on voyoit que réellement il se précipitât une poudre d'un brun noirâtre au fond de la sebile, on réitéreroit cette opération jusqu'à ce que l'on eût obtenu au moins une demi-once de ladite poudre, c'est alors qu'il faudroit s'adresser à un Chimiste très-versé dans l'art & pratique de la Docimastie, pour en faire l'essai: si dans le lavage on n'aperçoit qu'une quantité imperceptible de cette poudre brune, se précipiter au fond de la sebile, il seroit à propos de faire creuser de quelques pieds sur ces petites veines ou filons, afin de s'assurer s'ils ont une continuité, & si la matière brune n'y est pas abondante & ne s'y développe pas davantage, on observera aussi s'il n'y a pas quelques petites cavités dans ces filons; & si la matière brune n'offre pas des surfaces unies comme si elle avoit été polie; ce seroit alors inmanquablement des petits cristaux d'étain; j'ai observé beaucoup de petits filons de cette espèce aux rochers du Mont-Saint-Michel en Cornwall, dans les endroits où ils sont à découvert & lavés par la mer.

Les temps les plus convenables pour faire ces recherches, sont après de fortes pluies, sur-tout en été après celles d'orage, qui forment très-souvent des ravins dans lesquels on voit le rocher à découvert; on ne doit pas négliger aussi d'examiner les sables & les pierres détachées & roulées dans le fond des valons, toutes celles qui sont brunes & fort pesantes, méritent d'être essayées, elles contiennent du fer ou de l'étain, ce dernier minéral est toujours plus pesant que le premier, si l'on étoit assez heureux pour faire la découverte d'un morceau ou d'un sable de minéral d'étain dans le fond d'un vallon, il faudroit remonter la colline & visiter tous les ravins jusqu'à ce que l'on fut parvenu à découvrir le filon d'où il auroit été détaché. Je ne saurois trop recommander aussi d'examiner scrupuleusement certains rochers de granite qui sont blanchâtres, tendres à la surface, & paroissent pour ainsi dire avoir été décomposés à l'air; si on aperçoit dans ledit rocher des petites veines brunes ou noires, il n'y a pas à hésiter de le pulvériser & de le laver, comme il a été dit ci-dessus.

On ne doit pas confondre avec le minéral d'étain, des grains de mica noir qui sont communément répandus dans le granite; au surplus la légèreté au lavage le fera bientôt connoître; toute matière brune ou noire, qui au lavage paroîtra d'une pesanteur spécifique égale ou plus légère que le rocher même, ne sera pas du minéral d'étain.



*EXAMEN CRITIQUE
DES OBSERVATIONS DU PASSAGE DE VÉNUS
SUR LE DISQUE DU SOLEIL,*

Le 3 Juin 1769;

Et des conséquences qu'on peut légitimement en tirer.

Par M. PINGRÉ.

DE toutes les méthodes qu'on peut employer pour conclure la parallaxe horizontale du Soleil d'un passage de Vénus sur le disque de cet astre, la plus simple, la plus naturelle, la plus facile, la moins exposée aux contradictions, est celle où l'on ne fait usage que de la différence des durées observées en des lieux où l'effet de la parallaxe ait le plus sensiblement différé. Des autres méthodes, les unes, excellentes dans la théorie, demandent dans la pratique une délicatesse dont la plupart des instrumens qu'on transporte pour ces sortes d'observations ne sont pas susceptibles; les autres ne peuvent réussir qu'autant que la différence des méridiens des Observateurs est exactement connue; & cette connoissance n'est pas facile à acquérir, au moins avec la précision requise pour l'usage qu'on se propose d'en faire. J'ai eu une trop grande part dans les observations du passage de 1761 & dans l'espèce de contestation que ce passage a occasionnée, pour ne pas m'intéresser aux conséquences qu'on peut tirer de celui de 1769. L'amour seul de la vérité m'affecte; c'est le desir de la trouver, & de lui rendre un hommage libre & volontaire, qui m'a engagé dans le calcul de toutes les observations qui sont venues à ma connoissance. J'ai espéré que de ce puits immense il pourroit sortir quelques étincelles de vérité, & plus de certitude que n'en ont procuré les observations du premier passage.

Les observations de la durée entière du passage de 1761, ont été au nombre de sept ou huit; mais elles ont été faites en des

lieux trop défavorablement situés, pour qu'on pût en tirer des conséquences absolument décisives. Il ne nous est encore parvenu que deux observations complètes du passage de 1769, mais elles ont été faites en des lieux mieux situés que tous ceux qu'on auroit pu choisir en 1761; la latitude de Vénus avoit changé, elle étoit de même dénomination que sa déclinaison, c'est ce qui a rendu le passage de 1769 bien plus décisif que le précédent.

M. Etienne Rumowski, déjà célèbre par l'observation du premier passage de Vénus, & par beaucoup d'autres observations qu'il avoit faites en 1761 à Sélinginsk, s'étoit transporté à Kola en-Laponnie, pour y observer le passage de Vénus. Cette observation auroit certainement été très-bonne & extrêmement utile; mais le ciel ne favorisa pas le zèle & l'intelligence de M. Rumowski; un vent de sud poussa une nuée noire & épaisse qui cacha la partie du Soleil par laquelle Vénus devoit entrer. Que cela fût arrivé un quart-d'heure plus tôt, dit M. Rumowski, ou que le nuage se fût dissipé une ou deux minutes plus tôt qu'il ne l'a fait, l'observation eut été telle qu'on pouvoit la désirer. A $9^h 24' 11''$, temps vrai, Vénus couvroit déjà un petit segment du disque solaire; à $9^h 42' 03''$, contact intérieur, mais par estime, plus que par observation. *Integra observatio (ingressus Veneris)* dit M. Rumowski, *peracta est, Sole nubibus tecto, ita ut nec limbus Solis nec Veneris benè distingui potuerit.* A $9^h 42' 26''$ (a), ou dès $9^h 42' 23''$ selon M.^{rs} Ochtenski & Borodulin, qui observoient avec M. Rumowski, les nuages s'étant dissipés, les bords du Soleil & de Vénus paroissent écartés d'un petit intervalle. Contact intérieur à la sortie entre $15^h 35' 21''$ & $15^h 35' 25''$ selon M. Rumowski, $18^{\frac{1}{2}}$ plus tard selon M.^{rs} Ochtenski & Borodulin. Je supposerai avec M. Rumowski que cette phase est réellement arrivée à $15^h 35' 23''$. M. Rumowski ajoute qu'à $15^h 35' 37''$ le limbe de Vénus paroissoit déjà un peu confondu avec celui du Soleil: il ajoute que toute cette observation du second contact intérieur a été faite, *Sole nubeculâ tecto*; il la croit cependant passablement bonne. A $15^h 53' 33''$ le limbe de Vénus paroît mordre

(a) Dans ce Mémoire, tous les temps marqués sont vrais, si l'on n'avertit du contraire.

encore un peu sur celui du Soleil; un petit nuage survient, & à $15^h 54' 38''$ il ne reste aucun vestige de Vénus.

A $23^h 30' 20''$ selon M. Rumowski, ou 2 secondes plus tôt selon M.^{rs} Ochtsenski & Borodulin, fin de l'éclipse de Soleil. J'ai calculé cette éclipse sur les Tables de Clairaut, & j'ai corrigé l'erreur de ces Tables sur les observations de M. Cassini à Paris & de M. Maskelyne à Greenwich. M. Maskelyne a observé le commencement à $18^h 38' 54''$, la fin à $20^h 23' 30''$; selon M. Cassini le commencement est arrivé à $18^h 46' 44'',6$; la fin à $20^h 27' 13'',8$ temps vrai. Ces deux observations m'ont donné la même erreur des Tables à une demi-seconde près; les Tables de Clairaut donnent la longitude de la Lune au Soleil trop occidentale de $33''\frac{2}{3}$, & la latitude trop boréale de 10 secondes. J'ai fait entrer l'aplatissement de la Terre dans ce calcul, & j'ai diminué de 4 secondes le demi-diamètre de la Lune, pour compenser l'effet de l'inflexion des rayons du Soleil. L'observation de la fin de l'éclipse faite à Kola, donne à cette ville $2^h 02' 43''$ de longitude orientale à l'égard du méridien de Paris; M. Rumowski a déterminé la latitude boréale de $68^d 52' 56''$.

M. Planman avoit déjà observé avec succès le passage de 1761 à Cajanebourg, ville capitale de la Cajanie ou Bothnie orientale; c'est dans cette même ville qu'il a observé le passage de 1769, mais moins favorisé de la sérénité du ciel. Les nuages s'étant dissipés à $9^h 08' 30''$, Vénus paroissoit en partie sur le Soleil; immersion totale à $9^h 20' 45''\frac{1}{2}$, bonne observation; puis nuages, pluie & tonnerre. Le Soleil reparoit à $15^h 20' 46''$, & Vénus est déjà sortie d'un tiers de son diamètre; à $15^h 32' 27''$ émerision totale, M. Planman croit que cette dernière observation est bonne, nonobstant l'ondulation des bords du Soleil. Il employoit une lunette de 21 pieds, dont il s'étoit déjà servi en 1761; commencement de l'éclipse du Soleil à $21^h 00' 53''$; fin à $23^h 00' 00''\frac{1}{2}$. La latitude boréale de Cajanebourg est de $64^d 13' 30''$; j'avois déterminé en 1761 la longitude de $1^h 41' 41''$ à l'est de Paris, & cette même longitude est bien précisément confirmée par l'observation de la fin de l'éclipse; elle seroit moindre de $6''$, s'il falloit s'en rapporter à l'observation du commencement.

A. Ponoï

A Ponoï en Lapponie, M. Jacques-André Mallet avoit comme marqué le point du disque solaire où Vénus devoit paroître, & il avoit l'œil fixé sur ce point. A $9^h 56' 33''$,⁶ il crut apercevoir quelque chose; ce ne fut qu'une demi-minute après qu'il ne douta plus de la présence de Vénus; second contact à $10^h 15' 03''$,⁷; lunette achromatique de 12 pieds. M. Mallet fit ensuite diverses observations jusqu'à 13 heures un quart; des nuages survinrent alors, & la pluie qui succéda nous a privés de la fin d'une observation si heureusement commencée. A $22^h 01' 00''$ de la pendule, ou à $22^h 07' 05''$ temps vrai, l'éclipse du Soleil étoit commencée, mais la partie éclipsée étoit encore très-petite. Le 4. Juin à $0^h 07' 55''$,¹ fin de l'éclipse: donc longitude orientale de Ponoï, $2^h 35' 11''$; & dans cette supposition à $22^h 07' 05''$ la Lune ne mordoit encore que de $9''\frac{1}{2}$ sur le disque du Soleil, ce qui s'accorde avec ce que dit M. Mallet, que l'éclipse étoit alors très-petite. La latitude de Ponoï est selon M. Mallet de $67^d 04' 30''$.

A Oumba en Lapponie, par $66^d 45' 02''$ de latitude, le ciel se couvrit le 3 Juin, 2 heures avant midi; il ne cessa de pleuvoir depuis 8 heures jusqu'à 16 heures. Le ciel s'étant ensuite éclairci, M. Pictet soupçonna le commencement de l'éclipse à $21^h 34' 00''$, il en fut assuré à $21^h 34' 03''$; fin de l'éclipse à $23^h 34' 25''$. Cette dernière observation met Oumba à $2^h 07' 43''$ à l'est de Paris; & cela supposé, à $21^h 34'$ la Lune mordoit déjà d'environ 6 secondes sur le disque du Soleil.

De toutes les observations faites au nord de l'Europe, la plus complète est celle de Wardhus, ville capitale de la Lapponie danoise. Le célèbre P. Maximilien Hell, Astronome de Leurs Majestés Impériales à Vienne, s'y étoit transporté avec son confrère le P. Sajnovics; M. Borgrewing se joignit à eux; il est à remarquer que celui-ci, selon le témoignage du P. Hell, n'avoit encore fait aucune observation astronomique. Le P. Hell, persuadé que le premier contact extérieur ne peut être observé avec précision, ne jugea pas à propos de fatiguer inutilement ses yeux; les deux autres Observateurs marquèrent ce premier contact à $9^h 16' 39''$,⁸; *quo tempore*, dit le P. Hell, *particula aliqua diametri Veneris in limbum Solis jam ingressa cernebatur*. Le P. Hell conjecture que

Le contact avoit précédé de 30 secondes l'heure marquée; je trouve par le calcul, qu'il s'étoit écoulé déjà 41 ou 42 secondes. Le P. Sajnovics employoit une lunette de 10 pieds & demi, & M. Borgrewing se servoit d'une lunette achromatique de 10 pieds. Vénus étoit alors élevée sur l'horizon de $7^d\ 37'$. A $9^h\ 33'\ 57'',6$ le P. Hell, avec la même lunette achromatique, juge que Vénus a presque recouvré sa circonférence entière; à $9^h\ 34'\ 04'',6$ il juge que les circonférences de Vénus & du Soleil coïncident parfaitement; enfin à $9^h\ 34'\ 10'',6$, un filet de lumière paroît entre les bords voisins du Soleil & de Vénus. Le P. Sajnovics, avec la lunette de 10 pieds & demi, décide que Vénus a recouvré toute sa rondeur à $9^h\ 33'\ 52'',6$; il voit les bords des deux astres séparés par un fil de lumière à $9^h\ 34'\ 07'',6$, trois secondes plus tôt que le P. Hell. M. Borgrewing, avec une lunette ordinaire de 8 pieds & demi, ne détermine le contact intérieur qu'à $9^h\ 34'\ 32'',6$; Vénus avoit alors $6^d\ 33'$ de hauteur apparente. Le ciel étoit assez serein, les bords du Soleil paroissoient avoir un mouvement d'ondulation très-léger; le P. Hell ne croit cependant pas que cette circonstance ait pu nuire à la précision de l'observation.

A la sortie de Vénus, le ciel étoit parfaitement serein & l'air extrêmement calme: à $15^h\ 27'\ 24'',6$, le P. Hell voit une goutte noire se former entre le limbe obscur de Vénus & le limbe lumineux du Soleil, *gutta nigra intra limbum obscurum Veneris & lucidum Solis formatur*; à $15^h\ 27'\ 30'',6$, cette goutte diminue, elle s'évanouit ensuite pour un moment, *momentaneè disparet & veluti diffluit*, & les limbes de Vénus & du Soleil se joignant, le véritable contact intérieur optique arrive à $15^h\ 27'\ 35'',6$; le P. Sajnovics détermine ce contact une seconde plus tard, & M. Borgrewing 7 secondes plus tôt que le P. Hell; la hauteur de Vénus étoit de $9^d\ 43'$; sortie totale de Vénus, douteuse à $15^h\ 45'\ 40'',4$, certaine à $15^h\ 45'\ 44'',4$ suivant le P. Hell, à $15^h\ 45'\ 45'',4$ selon le P. Sajnovics, à $15^h\ 45'\ 38'',4$ selon M. Borgrewing.

A $21^h\ 22'\ 47''$, commencement de l'Éclipse du Soleil observé avec une lunette de 4 pieds, une partie du disque de la Lune étoit même déjà entrée sur celui du Soleil; en conséquence

le P. Hell suppose que le commencement a pu arriver 5 ou 6 secondes plus tôt. Fin de l'Éclipse dans la précision d'une seconde à $2^h 23' 22'' 35''$, observée par le P. Hell avec une lunette de 8 pieds & demi; le P. Sajnovics avec une lunette de 10 pieds, a déterminé la fin à $2^h 22' 36''$.

Le P. Hell, d'après deux cents Observations, a déterminé la latitude de Wardhus de $70^d 22' 36''$. Quant à la longitude, il se plaint beaucoup de ce que la situation de Wardhus ne lui a pas permis d'observer des Éclipses de satellites de Jupiter; il est malheureusement obligé de se contenter d'une Éclipse de Soleil, quelque insuffisant que soit ce moyen, selon lui, pour déterminer avec précision la différence des Méridiens. Je suis cependant persuadé que si le P. Hell vouloit mettre un moment de côté les préjugés qu'il a conçus contre les occultations d'Étoiles par la Lune & contre les Éclipses de Soleil, il concevrait facilement que dans les cas les plus défavorables, cas extrêmement rares, & qui n'ont guère lieu que dans la zone Torride, l'erreur d'une seconde dans l'observation de ces phénomènes ne peut occasionner plus d'une seconde & demie d'erreur dans les longitudes qu'on en déduit. Le P. Hell ayant comparé son observation de la fin de l'Éclipse avec celles de Stockholm & quelques autres qui étoient parvenues à sa connoissance, a trouvé que le Méridien de Wardhus étoit plus oriental que celui de Paris de $1^h 55' 06''$. J'ai trouvé le même résultat, à une seconde près, en comparant cette même observation avec celle de M. Cassini à Paris & celle de M. Maskelyne, à Greenwich; cette comparaison m'a donné $1^h 55' 07''$ pour longitude de Wardhus. Quant au commencement de l'Éclipse, pour lequel le P. Hell s'est contenté d'une lunette de 4 pieds, j'ai trouvé qu'à $2^h 22' 47''$ la Lune mordoit déjà de 18 à 20 secondes. En admettant l'heure du commencement, telle que le P. Hell la conjecture, il faudroit reculer Wardhus de 25 à 30 secondes à l'est; il faudroit au contraire rapprocher d'autant son Méridien vers l'ouest, si on vouloit régler sa longitude sur les observations de l'entrée de Vénus faites à Wardhus d'une part, & de l'autre à Cajanebourg, à Stockholm & à Upsal. On pourroit sauver cette difficulté en donnant à Stockholm $1^h 03' 13''$.

de longitude orientale, comme on le faisoit autrefois, & en reculant d'autant vers l'est Cajanebourg & Upsal; on peut voir ce que j'ai cru pouvoir dire de plus plausible sur ce sujet dans un Mémoire sur les Longitudes de plusieurs villes. (*Mémoires de l'Académie, année 1766, pages 61 & suivantes*) Mais je ne dois pas dissimuler que la fin de l'Éclipse de 1769, observée à Stockolm à $2^h 04' 51''$ (a) par M. Wargentín avec une lunette de 20 pieds, ne permet pas de donner à cette ville plus de $1^h 02' 53''$ de longitude orientale. Enfin le contact intérieur à la sortie de Vénus, observée tant à Wardhus qu'à Saint-Pétersbourg, concouroit encore à rapprocher Wardhus de 25 à 30 secondes vers notre méridien; il y a dans tout cela quelque chose que je ne conçois pas facilement, & que je n'entreprendrai pas d'expliquer.

On a de plus demandé pourquoi le P. Hell avoit tant tardé à communiquer ses Observations au Public? Cet Astronome s'est excusé sur ce qu'observant sous les auspices du Roi de Danemarck, il avoit cru devoir faire à ce Monarque le premier hommage de son Observation. Soit, mais cet hommage pour n'être que manuscrit, auroit-il perdu de son mérite? pourquoi attendre une impression qui n'a été exécutée que plusieurs mois après l'observation? Il est certain que le P. Hell, avant de publier son observation, a eu le temps d'en voir & d'en combiner beaucoup d'autres. Qui assurera qu'il n'a pas travaillé la sienne, pour la faire cadrer avec les préjugés, tant physiques qu'astronomiques, qu'il avoit pu précédemment concevoir? Voilà, je pense, tout ce que l'on peut objecter pour répandre quelque doute sur l'observation du P. Hell, & sur les conséquences qu'on en peut tirer pour la détermination de la parallaxe du Soleil. Si cette Observation est exacte, elle doit nous être bien précieuse, puisqu'elle est unique quant à la longueur de la durée du passage; & c'est la longueur de cette durée qui nous intéresse principalement ici. Je ferai usage

(b) Le P. Hell marque $22^h 04' 53''$; il y a $22^h 04' 51''$ dans une lettre de M. Wargentín à M. de la Lande. Admettant la leçon du P. Hell, la longitude orientale de Stockolm à l'égard de Paris, seroit de $1^h 02' 54'' \frac{1}{2}$ selon l'observation de la fin de l'éclipse.

de la durée observée par le P. Hell, & je me flatte que j'établirai sa certitude sur des raisons fort supérieures à celles que je viens d'employer pour infirmer le total de l'observation, c'est-à-dire sur des raisons prises de la combinaison des autres observations, tant de l'entrée que de la sortie de Vénus, faites au nord de l'Europe dans des Observatoires bien déterminés de position, & par des Observateurs dont l'expérience est universellement reconnue.

Un de ces Observatoires sera Saint-Pétersbourg; l'Impératrice Catherine II, protectrice éclairée des Lettres & des Sciences, héritière des vertus comme du trône de Pierre le Grand, avoit attiré dans cette ville le P. Mayer, Astronome de l'Électeur Palatin & Professeur de Mathématiques. Outre le P. Mayer, le passage fut observé par le P. Stahl, que le P. Mayer avoit mené avec lui, par M. le Professeur Euler & par M. Lexell; le P. Mayer se servoit d'une excellente lunette achromatique de 18 pieds, faite à Londres, le P. Stahl d'un télescope catoptrique de Short de 3 pieds & demi, M. Lexell d'un semblable télescope de 2 pieds & demi, & M. Euler, d'une lunette achromatique de Dollond de 7 pieds.

Le P. Mayer crut voir le premier contact extérieur à $9^h\ 09' 39''$ temps vrai, le Soleil étant déjà presque entièrement couché; il ne donne pas cependant cette observation comme bien certaine, & elle ne l'est pas en effet, le contact extérieur n'a dû arriver pour Saint-Pétersbourg que 2 minutes après le coucher total du Soleil.

Contact intérieur à la sortie de Vénus.

Selon le P. Stahl..... à $15^h\ 25' 33''{,}7$

Selon M. Lexell..... à $15. 25. 40{,}7$

Selon le Professeur Mayer..... à $15. 25. 43{,}7$

Il est certainement passé selon le P. Mayer, à $15. 25. 46{,}7$

Il est passé selon le Professeur Euler.... à $15. 25. 47{,}7$

Le limbe du Soleil étoit un peu ondulant, celui de Vénus étoit cependant bien déterminé.

Contact extérieur.

Selon le P. Stahl.....	à 15 ^h 43' 13",7
Selon M. Lexell.....	à 15. 43. 23,7
Selon M. Euler.....	à 15. 43. 30,7
Selon le P. Mayer.....	à 15. 43. 40,7

Le P. Mayer avec la lunette achromatique de 7 pieds, marqua le commencement de l'éclipse de Soleil à 21^h 10' 28",7, la fin à 23^h 06' 14". Commencement, selon M. Lexell avec le télescope de 2 pieds & demi, à 21^h 10' 28",7; fin à 23^h 06' 09". Le P. Stahl détermina le commencement à 21^h 10' 24",7; il se servoit de la lunette du quart-de-cercle palatin; il n'observa point la fin. M. Euler vit l'éclipse finir dès 23^h 06' 05", mais ce fut à l'aide d'une chambre obscure. M. le Professeur Kotelnikow s'accorda avec M. Euler pour la fin de l'éclipse. Le P. Mayer croit qu'on peut fixer le commencement de l'éclipse à 21^h 10' 23", & la fin à 23^h 06' 14". Cette détermination de la fin de l'éclipse met Saint-Pétersbourg par 1^h 51' 56" à l'est de Paris, & telle est probablement la véritable longitude de cette ville; mais dans cette supposition, à l'heure marquée pour le commencement, la Lune mordoit déjà de 6 à 7 secondes. En admettant la longitude que l'on a coutume de donner à Saint-Pétersbourg, de 1^h 52' 00", le commencement auroit dû être observé environ 8 secondes plus tôt, & la fin 3 à 4 secondes plus tard.

L'Impératrice de Russie, persuadée que les observations d'un phénomène aussi rare & aussi intéressant que le passage de Vénus ne pouvoient être trop multipliées, ne s'est pas contentée d'envoyer des Observateurs au nord de ses États d'Europe, elle en a fait partir pour le Nord, le Sud & l'Est des vastes provinces qu'elle possède en Asie. Il n'est encore parvenu à ma connoissance que quatre observations asiatiques. M. Islenief à Jakoutzk n'a pu observer l'entrée; il détermina le contact intérieur, à la sortie de Vénus, à 22^h 02' 55", & le contact extérieur à 22^h 19' 15"; le temps de cette sortie est bien court; j'ignore d'ailleurs la latitude précise de Jakoutzk.

M. Lowitz a fait un mystère des observations qu'il a faites

à Gurief, on a cependant réussi à avoir connoissance des principales. De trois hauteurs méridiennes du Soleil, d'une de α de l'Aigle & d'une de θ d'Antinoüs, j'ai conclu la latitude de Gurief de $47^{\text{d}} 07' 08'',5$. Contact intérieur, à la sortie de Vénus, à $16^{\text{h}} 52' 54'',4$; contact extérieur à $17^{\text{h}} 11' 06'',1$. Commencement de l'éclipse le 3 Juin à $23^{\text{h}} 29' 44'',7$ ou à $23^{\text{h}} 29' 50'',7$; fin le 4, à $0^{\text{h}} 26' 47'',7$; donc selon l'observation de la fin, la différence des méridiens de Paris & de Gurief est de $3^{\text{h}} 18' 28''$, & en admettant cette longitude, la Lune ne mordoit pas tout-à-fait de 4 secondes à $23^{\text{h}} 29' 44'',7$.

M. Wolfgang-Louis Krafft observa la sortie de Vénus à Orenbourg. « A $17^{\text{h}} 05' 00''\frac{1}{2}$, temps vrai, les bords parurent se toucher; encore, dit M. Krafft, je remarquai là clairement l'effet « d'un mouvement de vacillation; à $17^{\text{h}} 05' 06''$, continue-t-il, « les bords me parurent se joindre très-vîte, je regarde ce moment « comme celui du contact intérieur; à $17^{\text{h}} 05' 08''\frac{1}{2}$, le contact « est certainement arrivé; à $17^{\text{h}} 23' 30''\frac{1}{2}$, on ne voyoit plus qu'une « très-petite partie de Vénus; à $17^{\text{h}} 23' 34''\frac{1}{2}$, sortie totale. Au « temps de la sortie totale le ciel étoit parfaitement serein; je crois l'ob- « servation de cette sortie aussi exacte & même plus exacte que celle du « contact intérieur. A $23^{\text{h}} 30' 22''$ la Lune mord sur le disque du « Soleil; bonne observation, quoique la lunette fût un peu agitée « par le vent, & que j'eusse été obligé d'attendre ce commencement « dans une posture fort incommode. A $23^{\text{h}} 30' 29''$, l'éclipse est « notablement commencée. Le 4 à $1^{\text{h}} 02' 44''$, fin de l'éclipse. » Orenbourg est par $51^{\text{d}} 46'$ de latitude nord, selon M. Krafft, & à $3^{\text{h}} 31' 01''$ à l'Est du méridien de Paris, tant selon l'observation du commencement, que selon celle de la fin de l'éclipse.

M. Christophe Euler, à Orsk, n'a point épargné les observations; de soixante-dix-huit hauteurs méridiennes, tant du Soleil que des Étoiles qu'il a observées, j'ai calculé les cinquante-quatre principales, & j'ai conclu la latitude d'Orsk de $51^{\text{d}} 12' 11''$. Au défaut de l'Éclipse du Soleil, il a observé plusieurs immersions & émerfions des satellites de Jupiter; j'en ai comparé quelques-unes à nos observations d'Europe, la conclusion seroit que Orsk est plus oriental que Paris de $3^{\text{h}} 45' 03''$, mais ce résultat ne peut se soutenir;

le contact intérieur de Vénus à sa sortie a dû être observé à Orsk une minute plus tard qu'à Saint-Pétersbourg, & il y auroit été observé 20 à 25 secondes plus tôt. A $17^h 17' 36''$, temps vrai, les bords de Vénus & du Soleil se joignirent subitement, & à $17^h 18' 26''$, la sortie commença. A $17^h 36' 58''$, la dernière marque de Vénus se perdit entièrement. A $23^h 52' 13''$, l'Éclipse du Soleil étoit commencée, je crois depuis 30 secondes au plus, dit M. Euler; à $1^h 30' 42''$, elle étoit déjà finie. Si la longitude d'Orsk est $3^h 45' 03''$, à $23^h 52' 13''$ la Lune ne couvroit encore que 3 secondes & un quart du diamètre du Soleil; combien d'Observateurs n'auroient pas même jugé l'Éclipse commencée? en diminuant cette longitude d'Orsk de 50 secondes, la Lune à ladite heure auroit mordu de 20 secondes, ce qui paroîtroit plus vraisemblable; quant à la fin de l'Éclipse, le temps en étoit déjà bien écoulé à $1^h 30' 42''$.

Dans cette observation d'Orsk, il est une circonstance qui par sa singularité me donne lieu de faire ici quelques réflexions. Que signifie cette jonction des bords, distinguée du commencement de la sortie de Vénus? j'ai bien observé en 1761 comme un nuage noir, qui rompit en un instant le fil lumineux qui séparoit les bords de Vénus & du Soleil, lorsque je jugeois ce fil assez large pour durer encore plusieurs secondes, mais je n'ai pas balancé à prendre ce jugement pour une illusion d'optique, & à marquer l'instant de la rupture du fil lumineux pour celui du contact intérieur, & en cela je pense avoir bien fait; on a trouvé que mon observation donnoit trop de parallaxe au Soleil; elle lui en auroit donné bien davantage, si j'eusse attendu un commencement de la sortie postérieure de près d'une minute à cette rupture de l'anneau lumineux. Le P. Hell a remarqué quelque chose d'analogue au temps de la sortie de Vénus, mais outre que ce n'a été que 11 secondes avant ce qu'il nous donne pour contact intérieur, cette tache du P. Hell après s'être montrée, a diminué & disparu totalement. On a pareillement jugé à Rouen, & sur-tout à Greenwich, que les bords des deux Astres se touchoient à l'entrée de Vénus plusieurs secondes avant que le filet lumineux parût, mais on a marqué l'apparition ou la disparition de ce filet lumineux comme lié immédiatement

immédiatement avec le contact intérieur. Si les deux conférences ne paroissent pas se toucher géométriquement au moment de la formation ou de la rupture de ce filet, je pense que c'est à des causes purement physiques & étrangères à l'observation, qu'il faut attribuer cet effet illusoire; ce qui me le persuade, est que peu d'Observateurs ont remarqué cet effet, soit en 1761, soit en 1769: je l'ai vu très-clairement en 1761, le Soleil ayant 45 degrés environ de hauteur, & le Ciel paroissant très-serein dans cette partie; il est vrai que 20 ou 25 minutes après commença une pluie abondante & qui fut de durée: je m'attendois à revoir le même phénomène en 1769, je ne vis rien d'approchant, le Soleil n'étoit cependant guère plus élevé qu'en 1761. A Wardhus il ne paroît pas que le P. Sajnovics ni M. Borgrewing aient observé la goutte noire dont parle le P. Hell. A Greenwich, de quatre Observateurs qui ont remarqué ce phénomène, un le fait durer 73 secondes, un autre 52 secondes, un troisième 20 secondes, enfin un quatrième, celui qui manioit le meilleur instrument, 10 secondes seulement. Je conclusois volontiers que ce phénomène dépend des vapeurs de notre atmosphère, de la qualité de l'instrument qu'on emploie, & peut-être même en partie de l'état de l'œil qui observe; que ces causes concourent à faire paroître le disque obscur de Vénus plus petit qu'il n'est réellement, l'effet dont nous parlons me paroît se présenter nécessairement, sur-tout si les mêmes causes, comme cela ne peut manquer d'arriver, se réunissent pour donner au disque du Soleil une étendue apparente plus grande que la réelle.

Pour revenir à l'observation d'Orsk, j'ai été tenté de regarder la première jonction ou confluence des bords, comme le commencement de la sortie; deux considérations m'ont retenu, il faudroit conclure de ce contact une longitude d'Orsk, moindre de 2 minutes & plus qu'elle n'est donnée par les Éclipses des satellites de Jupiter, & d'ailleurs la durée de la sortie de Vénus auroit été à Orsk plus longue que par-tout ailleurs, tandis que selon le calcul, ce lieu est un de ceux où la parallaxe devoit diminuer le plus cette durée.

Comme je me propose d'employer les observations de Stockholm, d'Upsal & de Greenwich, je vais en donner un précis.

Mém. 1770.

. C c c c

À STOCKOLM, premier contact à l'entrée de Vénus.

Selon M. Ferner... à $8^h\ 24' \ 07''$ lunette achromatique de 10 pieds

Selon M. Wargentin à $8. \ 23. \ 57$ lunette de 20 pieds.

Selon M. Wilke... à $8. \ 24. \ 06$ télescope catoptrique de 1 pied $\frac{1}{2}$.

Contact intérieur.

Selon M. Ferner... à $8^h \ 41' \ 48''$.

Selon M. Wargentin à $8. \ 41. \ 47$.

Selon M. Wilke... à $8. \ 41. \ 45$.

Par un milieu..... à $8. \ 41. \ 46\frac{1}{2}$.

À UPSAL, premier contact.

Selon M. Melander... à $8^h \ 22' \ 01''$.

Selon M. Prosperin... à $8. \ 22. \ 12$.

Contact intérieur.

Selon M. Melander... à $8^h \ 40' \ 12''$ lunette de 20 pieds.

Selon M. Bergmann à $8. \ 40. \ 09$ lunette de 21 pieds.

Selon M. Prosperin... à $8. \ 40. \ 12$ lunette de 16 pieds.

Selon M. Salenius... à $8. \ 40. \ 15$ lunette de 12 pieds.

Par un milieu..... à $8. \ 40. \ 12$.

À GREENWICH, premier contact.

Selon

M. Nevil Maskelyne à $7^h \ 10' \ 58''$ télesc. de 2 pieds, grossiss. 140 fois.

M. Malachie Hitchins à $7. \ 10. \ 54$ télesc. de 6 pieds, grossiss. 90 fois.

M. Guillaume Hirst... à $7. \ 11. \ 11$ télesc. de 2 pieds, grossiss. 55 fois.

M. Jean Horsley... à $7. \ 10. \ 44$ lun.achr. de 10 pieds, grossiss. 50 fois

M. Samuel Dunn... à $7. \ 10. \ 37$ lun.achr. de $3\frac{1}{2}$ pieds, gross. 140 fois.

M. Pierre Dollond... à $7. \ 11. \ 19$ lun.achr. de $3\frac{1}{2}$ pieds, gross. 150 fois

M. Édouard Nairne... à $7. \ 11. \ 30$ télesc. de 2 pieds, grossiss. 120 fois.

Les circonférences des deux disques paroissent se toucher,

Selon M. Maskelyne..... à $7^h \ 28' \ 31''$.

Selon M. Hitchins..... à $7. \ 28. \ 47$.

Selon M. Horsley..... à $7. \ 28. \ 15$.

Selon M. Dunn..... à $7. \ 29. \ 28$.

Fil de lumière complet, ou Contact intérieur,

Selon M. Maskelyne..... à 7^h 29' 23".

Selon M. Hitchins..... à 7. 28. 57.

Selon M. Hirst..... à 7. 29. 18.

Selon M. Horsley..... à 7. 29. 28.

Selon M. Dunn..... à 7. 29. 48.

Selon M. Dollond..... à 7. 29. 20.

Selon M. Nairne..... à 7. 29. 20.

J'ai tiré tout ce détail d'une Lettre de M. Maskelyne à M. de la Lande; M. Maskelyne ajoute que M.^{rs} Dollond & Nairne ont marqué, non pas l'heure à laquelle le filet de lumière étoit complet, mais celle à laquelle ils ont jugé qu'il étoit prêt de se compléter; ainsi ces deux observations se rapprochent encore davantage de celle de M. Maskelyne; celle de M.^{rs} Hirst & Horsley n'en diffèrent que de 5 secondes, l'une en plus, l'autre en moins; les deux autres se compenseront réciproquement, & je regarderai 7^h 29' 23" comme l'heure vraie du contact intérieur à Greenwich: c'est aussi d'après M. Maskelyne que j'ai supposé plus haut que le télescope de 6 pieds étoit le meilleur de tous les instrumens employés à cette observation à Greenwich.

En supposant le diamètre apparent de Vénus de 58 secondes, presque tous les Observateurs ont trouvé l'entrée & la sortie de Vénus moindre qu'elle ne devoit être; je n'en suis pas surpris; vu la lenteur du mouvement de Vénus & la petitesse de cette Planète relativement au Soleil, il est difficile de saisir avec précision les contacts extérieurs des deux limbes: d'ailleurs n'est-il pas probable qu'on doit reconnoître encore ici cette inflexion des rayons du Soleil, dont M. le Monnier a si bien démontré l'existence dans les Éclipses du Soleil? son effet doit être d'abréger la durée de l'entrée & de la sortie de Vénus; or l'entrée à Greenwich devoit durer 18' 40" selon le calcul, elle a duré moins selon cinq Observateurs, & 4 secondes seulement de plus selon M. Horsley; mais qu'elle ait pu durer 19' 11" comme il paroît que M. Dunn l'a observé, c'est ce que j'ai beaucoup de peine à me persuader: de trente-huit observations de l'entrée de Vénus, que j'ai sous les

yeux, celle de M. Dunn est la seule dont la durée excède 18' 44".

Le fort du Prince de Galles sur la baie d'Hudson, est situé par 58^d 47' 30" de latitude boréale selon plusieurs observations.

Premier contact extérieur à l'entrée de Vénus.

Par M. J. Dymond..... à 0^h 57' 01".

Par M. Wales..... à 0. 57. 08.

Premier contact intérieur.

Par M. Dymond..... à 1. 15. 25.

Par M. Wales..... à 1. 15. 21.

En prenant un milieu..... à 1. 15. 23.

Contact intérieur à la sortie de Vénus.

Par M. Dymond..... à 7. 00. 49.

Par M. Wales..... à 7. 00. 46.

En prenant un milieu..... à 7. 00. 47 $\frac{1}{2}$.

Dernier contact extérieur.

Par M. Dymond..... à 7. 19. 21.

Par M. Wales..... à 7. 19. 02.

Les deux Observateurs employoient chacun un télescope catoptrique amplifiant de cent vingt fois le diamètre des objets : au moment de la sortie totale, le Ciel étoit très-brumeux & les bords mal terminés : telle est l'unique observation que nous avons actuellement d'une durée du passage, sensiblement plus courte que toutes les durées qu'on auroit pu observer au nord de l'Europe & de l'Asie : on voit que l'observation du second contact extérieur n'est pas exempte d'incertitude, l'inconvénient n'est pas grand, pourvu que cette brume n'ait pas nui à la précision de l'observation du contact intérieur, ce que je n'oserois décider bien affirmativement : quant aux contacts extérieurs, j'aurois peine à leur accorder une entière confiance ; Vénus employoit 19 secondes de temps pour couvrir seulement une seconde du diamètre du Soleil, qu'une seconde de degré occupe bien peu d'espace dans le Ciel, & qu'il est difficile de saisir, sur-tout le commencement des Éclipses de

Soleil avec cette précision, quoique la Lune ait un tout autre volume & un mouvement bien plus sensible que celui de Vénus? Je me dispenserai donc de faire usage des contacts extérieurs, quoique je les aie calculés avec autant de précision que les contacts intérieurs.

Il nous est parvenu bien d'autres observations de l'entrée de Vénus, faites en Amérique par des Observateurs Anglois, mais l'incertitude de la longitude des lieux où elles ont été faites, permet d'autant moins de les employer à la recherche de la parallaxe du Soleil, que de petites erreurs sur la longitude de ces lieux en produisent de très-sensibles sur la parallaxe: il n'est aucun de ces lieux où 20 secondes de longitude ne répondent à une seconde & plus de parallaxe, & les longitudes ne sont fondées que sur un petit nombre d'Éclipses des satellites de Jupiter.

Dans un *Mémoire sur le choix & l'état des lieux où le passage de Vénus du 3 Juin 1769, pouvoit être observé avec le plus d'avantage, &c.* Mémoire qui a été imprimé séparément de ceux de l'Académie, je donnois une Table des lieux du Soleil & de Vénus pour le jour du passage depuis 7 heures jusqu'à 14 heures: cette Table, plus exacte que celle qu'on auroit tirée des Tables astronomiques, n'étoit cependant pas assez précise, le passage est arrivé 5 à 6 minutes plus tard que je ne l'avois annoncé; j'aurois pu pourtant m'en tenir à cette Table, son erreur étoit légère, elle portoit également sur toutes les observations, & par conséquent elle influoit peu ou même point du tout sur leur combinaison réciproque: nonobstant cette réflexion j'ai voulu corriger au moins la plus grande partie de cette erreur: la Table suivante représente avec assez de précision presque toutes les observations européennes, dans la supposition que la parallaxe du Soleil est de $9''.2$, son demi-diamètre $15' 47''$ & celui de Vénus $29''$: l'erreur qui pourroit être dans ces suppositions n'en peut occasionner qu'une absolument insensible dans la détermination de la vraie parallaxe solaire, pourvu que celle-ci ne soit pas énormément différente de celle que j'ai supposée.

TABLE des lieux du Soleil & de Vénus, le 3 Juin 1769.

TEMPS MOYENS.	L I E U moyen du SOLEIL.			L I E U V R A I du S O L E I L.			L I E U V R A I de V É N U S.			LATITUDE boréale de VÉNUS.	
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.
7. 00				72. 28. 50	73. 19. 40,30		73. 32. 20,70			12. 13,25	
7. 05				72. 29. 00	73. 19. 52,25		73. 32. 12,85			12. 10,30	
7. 10				72. 29. 15	73. 20. 04,20		73. 32. 05,05			12. 07,35	
7. 15				72. 29. 25	73. 20. 16,20		73. 31. 57,20			12. 04,40	
7. 20				72. 29. 40	73. 20. 28,15		73. 31. 49,35			12. 01,45	
7. 25				72. 29. 50	73. 20. 40,10		73. 31. 41,55			11. 58,50	
7. 30				72. 30. 05	73. 20. 52,05		73. 31. 33,70			11. 55,55	
7. 35				72. 30. 20	73. 21. 04,00		73. 31. 25,85			11. 52,55	
7. 40				72. 30. 30	73. 21. 15,95		73. 31. 18,00			11. 49,60	
7. 45				72. 30. 45	73. 21. 27,90		73. 31. 10,15			11. 46,65	
7. 50				72. 30. 55	73. 21. 39,90		73. 31. 02,35			11. 43,70	
7. 55				72. 31. 10	73. 21. 51,85		73. 30. 54,50			11. 40,75	
8. 00				72. 31. 20	73. 22. 03,80		73. 30. 46,70			11. 37,80	
9. 00				72. 33. 50	73. 24. 27,30		73. 29. 12,75			11. 02,35	
10. 00				72. 36. 15	73. 26. 50,80		73. 27. 38,75			10. 26,90	
11. 00				72. 38. 45	73. 29. 14,30		73. 26. 04,75			9. 51,50	
12. 00				72. 41. 10	73. 31. 37,80		73. 24. 30,75			9. 16,05	
13. 00				72. 43. 40	73. 34. 01,30		73. 22. 56,80			8. 40,60	
13. 05				72. 43. 50	73. 34. 13,25		73. 22. 48,95			8. 37,65	
13. 10				72. 44. 05	73. 34. 25,20		73. 22. 41,15			8. 34,70	
13. 15				72. 44. 15	73. 34. 37,20		73. 22. 33,30			8. 31,75	
13. 20				72. 44. 30	73. 34. 49,15		73. 22. 25,45			8. 28,80	
13. 25				72. 44. 40	74. 35. 01,10		73. 22. 17,65			8. 25,85	
13. 30				72. 44. 55	73. 35. 13,05		73. 22. 09,80			8. 22,85	
13. 35				72. 45. 10	73. 35. 25,00		73. 22. 02,00			8. 19,90	
13. 40				72. 45. 20	73. 35. 36,95		73. 21. 54,15			8. 16,95	
13. 45				72. 45. 35	73. 35. 48,90		73. 21. 46,35			8. 14,00	
13. 50				72. 45. 45	73. 36. 00,90		73. 21. 38,50			8. 11,05	
13. 55				72. 46. 00	73. 36. 12,85		73. 21. 30,65			8. 08,10	
14. 00				72. 46. 10	73. 36. 24,80		73. 21. 22,85			8. 05,15	

La première colonne donne le temps moyen pour le méridien de l'Observatoire royal de Paris, la seconde contient le lieu moyen du Soleil dans la précision de 5 secondes, précision suffisante pour

l'usage qu'on peut faire de cette colonne : dans les trois colonnes suivantes on a poussé la précision jusqu'aux demi-dixièmes de secondes : le vrai lieu du Soleil a été calculé sur les Tables de M. l'abbé de la Caille, celui de Vénus est affecté de la nutation & de l'aberration.

Pour réduire les temps vrais des observations en temps moyens, j'ai par-tout retranché $2' 15''$ des temps vrais, lorsqu'il s'est agi de l'entrée de Vénus, & $2' 13''$ seulement lorsqu'il a été question de la sortie : pour plus de précision, j'aurois pu ajouter à ces nombres ou en retrancher quelques décimales de seconde, mais ce défaut de précision, si c'en est véritablement un, étant commun à toutes les observations, & d'ailleurs la variation diurne de l'équation étant à peine de 10 secondes, quelques décimales de plus ou de moins n'auroient influé en rien sur le résultat des observations.

Pour déduire maintenant la parallaxe horizontale du Soleil des observations faites à Wardhus & au fort du Prince de Galles, je suppose comme auparavant cette parallaxe de $9'',2$, le demi-diamètre du Soleil de $15' 47''$, & celui de Vénus de $29''$, la longitude de Wardhus de $1^h 55' 07''$ à l'est, & celle du fort du Prince de Galles de $6^h 26' 06''$ à l'ouest ; il nous suffit que ces longitudes soient à peu près connues, une erreur de quelques minutes ne devoit pas passer ici pour bien importante, il faudroit en dire autant à proportion des latitudes, si elles étoient moins parfaitement connues qu'elles ne le sont.

Par un calcul direct, strict & précis, fondé sur la Table précédente, j'ai trouvé que le passage de Vénus entre les deux contacts intérieurs, a dû durer à Wardhus $5^h 53' 32'',4$, & au fort du Prince de Galles $5^h 45' 26'',3$; donc le passage a dû durer au fort du Prince de Galles $8' 06'',1$ de temps moyen moins qu'à Wardhus ; or en prenant un milieu entre les observations du P. Hell & du P. Sajnovics, le passage a duré à Wardhus $5^h 53' 29''$ de temps moyen, au fort du Prince de Galles, en prenant pareillement un milieu entre les deux observations, il a duré $5^h 45' 26'',5$; donc la différence des durées observées a été de $8' 02'',5$, & elle devoit être de $8' 06'',1$;

dans la supposition de $9'',2$ de parallaxe du Soleil : je dis ; $8' 06'',1 : 8' 02'',5 :: 9'',2 : 9'',132$; telle est la vraie parallaxe horizontale du Soleil, si nous admettons les observations de Wardhus & du fort du Prince de Galles comme exactes & précises.

On n'a rien objecté contre les observations du fort du Prince de Galles, & en effet ces observations paroissent se suivre très-bien en elles-mêmes ; d'ailleurs elles ont été envoyées en Europe, lorsque les observations européennes, & sur-tout celles de Wardhus n'avoient pu pénétrer jusqu'en Amérique. Quant à celles de Wardhus, mettons les un moment de côté, & employons au lieu d'elles des observations qui soient à l'abri de tout soupçon. Nous ne trouverons point, il est vrai, de durée entière observée ; mais ne pouvons-nous pas suppléer à ce défaut, en comparant l'entrée de Vénus, observée en des lieux bien donnés de position, avec la sortie observée en d'autres lieux, dont la position soit également bien déterminée. Par exemple, Stockholm est au moins par $1^h 02' 50''$ de longitude orientale, & Saint-Pétersbourg au plus par $1^h 52' 00''$ de longitude aussi orientale à l'égard de Paris ; donc Saint-Pétersbourg est de $49' 10''$ au plus à l'orient de Stockholm. Selon la Table précédente, & dans la supposition de $9'',2$ de parallaxe, le premier contact intérieur a dû être observé à Stockholm à $7^h 36' 40'',4$, temps moyen, méridien de Paris ; & le second contact intérieur a dû arriver à Saint-Pétersbourg lorsqu'il étoit à Paris $13^h 31' 27'',4$ de temps moyen. Donc entre l'entrée de Vénus à Stockholm, & sa sortie à S.^t Pétersbourg, il a dû s'écouler $5^h 54' 47''$, c'est-à-dire, $9' 20'',7$ plus que la durée du passage calculée pour le fort du Prince de Galles. Or le premier contact intérieur a été observé à Stockholm à $8^h 39' 31'',5$, temps moyen ; le second a été observé à Saint-Pétersbourg par un milieu entre les observations de M. Lexell & des PP. Stahl & Mayer, à $15^h 23' 26'',4$, temps moyen. La différence est de $6^h 43' 54'',9$; ôtez au plus $49' 10''$ pour la différence des méridiens, il restera au moins $5^h 54' 44'',9$ pour le véritable intervalle de temps moyen écoulé entre le premier contact intérieur observé à Stockholm, & le second observé à Saint-Pétersbourg.

Cet

Cet intervalle excède de $9' 18'',4$ la durée observée au fort du Prince de Galles; or l'excès devoit être de $9' 20'',7$ dans la supposition de $9'',2$ de parallaxe horizontale du Soleil. Je dis $9' 20'',7 : 9' 18'',4 :: 9'',2 : 9'',161$; donc selon les observations de Stockholm & de Saint-Pétersbourg, combinées avec celles du fort du Prince de Galles, la parallaxe horizontale du Soleil est au moins de $9'',161$; elle sera plus forte, si la longitude de Stockholm excède $1^h 02' 50''$, ou si celle de Saint-Pétersbourg est au-dessous de $1^h 52' 00''$; la fin de l'éclipse du 3 Juin 1769 met Stockholm par $1^h 02' 52'',5$, & Saint-Pétersbourg par $1^h 51' 56''$, alors la parallaxe conclue seroit de $9'',267$.

En comparant pareillement les observations d'Upsal & de Saint-Pétersbourg avec celles du fort du Prince de Galles, & donnant à Upsal $1^h 01' 10''$ de longitude à l'Est de Paris, on trouve que l'intervalle entre la fin de l'entrée à Upsal & le commencement de la sortie à Saint-Pétersbourg, a dû être de $9' 20'',7$ plus long que la durée observée au fort du Prince de Galles, dans la supposition de $9'',2$ de parallaxe horizontale. Or cet excès a été au moins de $9' 12'',9$; donc la parallaxe est au moins de $9'',072$.

Substituant Cajanebourg à Upsal, & donnant à Cajanebourg $1^h 41' 41''$ de longitude orientale, la parallaxe seroit de $9'',242$; de $9'',302$, en prenant l'observation de M. Maskelyne à Greenwich au lieu de celle de Cajanebourg (celle de M. Hitchins donneroit $9'',747$); enfin prenant un milieu entre les observations de M.^{rs} Cassini, Maraldi & Messier, on a le premier contact intérieur observé à Paris à $7^h 36' 33'',7$ de temps moyen; comparant ce milieu avec les observations de Saint-Pétersbourg & du fort du Prince de Galles, la parallaxe horizontale du Soleil est de $9'',150$. Il me semble que l'accord de tous ces résultats avec celui de l'observation de Wardhus, ne laisse aucun lieu de douter de l'exactitude de cette observation; comparée avec celles que nous attendons de la Californie & de la mer du Sud, elle décidera la question de la parallaxe avec toute la précision que l'on peut désirer, & le passage de 1769 nous aura procuré une connoissance, dont celui de 1761 n'avoit fait que nous approcher.

Mém. 1770.

. Dddd

Si la parallaxe horizontale du Soleil étoit le 3 Juin de $9'',150$; la parallaxe horizontale moyenne est de $9'',288$, ou de $9'',339$ si la première est de $9'',2$, ou enfin de $9'',135$ si celle du 3 Juin n'est que de 9 secondes.

Je n'ai point fait usage des observations de Gurief & d'Orenburg, parce que je me crois moins assuré de la longitude de ces deux villes que de celle de Saint-Pétersbourg; leur longitude n'est fondée que sur la dernière éclipse de Soleil, & cette éclipse étoit bien petite, sur-tout à Gurief. Je remarquerai seulement qu'en substituant dans les comparaisons précédentes les observations de Gurief & d'Orenburg à celle de Saint-Pétersbourg, la parallaxe du Soleil seroit un peu au-dessous de 9 secondes; celle qui résulteroit de l'observation de M. Rumowski à Kola, excéderoit à peine 9 secondes; elle excéderoit au contraire $9'',3$, si à l'observation de M. Rumowski on substituoit celle de M.^{rs} Ochtenski & Borodulin.

Admettant la parallaxe du Soleil de $9'',15$, nous pouvons nous servir des observations américaines, pour déterminer la longitude des lieux où elles ont été faites; observant qu'il faudra augmenter ou diminuer cette longitude de 2 secondes par chaque dixième de seconde, dont on augmentera ou dont on diminuera la parallaxe. Je prends l'observation de M. Maskelyne à Greenwich pour terme de comparaison; si au lieu de cette observation on vouloit prendre un milieu entre les observations de Paris, Greenwich, Hawkhill, Stockolm, Upsal & Cajanebourg, il faudroit augmenter de 4 à 5 secondes de temps toutes les longitudes américaines que je vais déterminer. J'ai préféré l'observation de Greenwich, parce que le Soleil y étoit plus élevé, & peut-être le ciel plus pur qu'à Paris, Stockolm & Upsal.

A Norriton en Pensilvanie, par $40^d\ 09'\ 56''$ de latitude boréale, contact intérieur à l'entrée de Vénus, ou apparition du fil de lumière à $2^h\ 30'\ 14''$ selon M. Lukens, à $2^h\ 30'\ 15''$ selon le Docteur Smith, par un milieu à $2^h\ 30'\ 14''\frac{1}{2}$. Donc longitude de Norriton $5^h\ 11'\ 44''\frac{1}{2}$ à l'ouest de Paris; par quelques éclipses du 1.^{er} satellite de Jupiter, j'avois trouvé $5^h\ 11'\ 17''$.

A Philadelphie, dans la place de la maison-de-ville, par la

latitude boréale de $39^{\text{d}} 56' 55''$, contact intérieur à $2^{\text{h}} 29' 11''$ temps moyen, selon M. Ewing, & selon M. Prior à $2^{\text{h}} 29' 23''$; donc longitude occidentale de Philadelphie de $5^{\text{h}} 10' 33''$ selon l'observation de M. Ewing, ou de $5^{\text{h}} 10' 21''$ selon celle de M. Prior.

A Lewestonn, dans la maison du Capitaine de Laware, latitude nord $38^{\text{d}} 47' 27''$, sous un méridien, dit-on, d'une seconde de temps seulement plus oriental que la partie la plus sud de Philadelphie, ou exactement sous le même méridien que la place de la maison-de-ville, M. Owen Biddle a observé l'apparition du fil de lumière à $2^{\text{h}} 29' 57''$, temps moyen; donc longitude de Lewestonn $5^{\text{h}} 09' 52''$ à l'ouest de Paris. Si cela est ainsi, il paroît que les mesures géodésiques, d'après lesquelles on a probablement décidé que Lewestonn & la place de la maison-de-ville de Philadelphie étoient sous le même méridien, n'ont pas été prises avec la plus grande précision.

A New Cambridge dans la nouvelle Angleterre, par $42^{\text{d}} 25'$ de latitude nord, M. le Professeur Winthrop vit à $2^{\text{h}} 47' 33''$ la circonférence du disque solaire rendue à sa parfaite intégrité; donc Cambridge est de $4^{\text{h}} 54' 01''$ plus occidentale que Paris. M. Maskelyne avoit déterminé cette longitude moindre seulement de 2 secondes, d'après quelques observations d'émerfions du 1.^{er} satellite de Jupiter, faites à Cambridge par M. Winthrop, & comparées avec les siennes.

A l'île Coudre, près de Québec, par la latitude de $47^{\text{d}} 17'$ nord, M. Thomas Wright vit le fil de lumière se compléter à $2^{\text{h}} 50' 50'' \frac{1}{2}$, temps vrai; cette île est donc plus occidentale que Paris de $4^{\text{h}} 50' 20'' \frac{1}{2}$. On ajoute que cette île est située au nord $41^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Est de Québec, à 55 milles Anglois de distance; le mille Anglois terrestre est de $69 \frac{1}{6}$ au degré. Il est clair d'abord que cette distance & ce gisement sont incompatibles avec la latitude qu'on donne à l'île Coudre, combinée avec celle de Québec. De plus, la longitude de cette île, telle qu'elle résulte de l'observation, est plus occidentale d'une minute & demie de temps, que celle par laquelle on place ordinairement Québec. Au reste, je ne voudrois pas garantir l'exactitude de celle-ci; je crois l'île Coudre réellement plus orientale que Québec.

Le premier contact intérieur, observé au fort du Prince de Galles sur la baie d'Hudson, détermine la longitude occidentale de ce fort, de $6^h 26' 20''$.

Par un milieu entre l'observation de M. de Fleurieu & la mienne, le contact intérieur des bords est arrivé au cap François, île de Saint-Domingue, à $2^h 44' 44'' \frac{1}{2}$; donc la longitude de cette ville est de $4^h 58' 43''$ à l'ouest de Paris. Cette longitude doit être augmentée ou diminuée, non de deux, mais de 3 secondes par chaque dixième de seconde, dont on augmentera ou dont on diminuera la parallaxe.

On pourroit par cette même voie parvenir à déterminer la position d'Édimbourg, qui n'est pas encore assez précisément connue; on peut aussi employer à cette même fin l'observation de l'éclipse du Soleil faite à Hawkill, à un mille & demi Anglois de distance du collège d'Édimbourg, au nord-est. Avec deux lunettes achromatiques, l'une de trois pieds & demi, l'autre de deux pieds, on s'accorda à une seconde près à déterminer la fin de l'Éclipse le 3 Juin 1769 à $20^h 17' 30''$, temps moyen. Latitude du lieu $55^d 57' 37''$ nord; donc longitude occidentale $0^h 21' 55'' \frac{1}{2}$ ou $0^h 21' 56'' \frac{1}{2}$, selon qu'on prendra pour terme de comparaison l'observation de M. Cassini ou celle de M. Maskelyne. Le Lord Alemoer avec un télescope catoptrique de dix-huit pouces, avoit déterminé le premier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil à $7^h 14' 32''$, temps moyen; M. Jacques Hey avec une lunette achromatique de 3 pieds & demi, à $7^h 14' 35''$, & M. le Docteur Lind à $7^h 14' 37''$, avec une lunette achromatique de deux pieds; par un milieu, ce contact est arrivé à $7^h 14' 34'' \frac{7}{10}$, temps moyen; & la longitude de Hawkhill seroit de $0^h 21' 53''$, je l'établis de $0^h 21' 55'' \frac{1}{2}$, comme elle est donnée par l'éclipse du Soleil. Ceci posé, le collège d'Édimbourg étant à un mille & demi Anglois (le mille de $69 \frac{1}{6}$ au degré) au sud-ouest de Hawkhill, sera plus méridional que Hawkhill de $55''$, & plus occidental de $1' 38''$ ou de $24'' \frac{1}{2}$ de temps; sa latitude sera donc de $55^d 56' 42''$, & sa longitude de $22' 20''$ de temps à l'ouest de Paris.

La longitude de Coppenhague n'est que de $41' 01''$ de temps.

à l'est de Paris, selon l'observation de la fin de l'éclipse du Soleil; cette phase a été observée par M. Horrebow à $21^{\text{h}} 30' 55''$, temps vrai. M. Johnson l'a observée 5 secondes plus tôt, M. Karup 2 secondes plus tôt, M. Soroé 3 secondes plus tard, & M. Aasheim 5 secondes plus tard. L'observation de M. Horrebow tient le milieu entre toutes; selon celle de M. Aasheim, la longitude de Copenhague seroit de $41' 06''$: c'est la plus forte qu'on puisse conclure de cette éclipse.

Cette même fin d'Éclipse observée à Ingolstat à $21^{\text{h}} 07' 41''$ par le P. Aman, donne $36' 18''$ de longitude orientale à cette ville.

La même phase observée à Vienne à $21^{\text{h}} 48' 42''$ par le P. Pilgram, & à $21^{\text{h}} 28' 50''$ par M. Sambach, restreindroit la longitude de cette ville à $55' 57''$ selon la première observation, & à $56' 05''$ selon la seconde.

Cadiz, selon la fin de l'Éclipse observée à $19^{\text{h}} 17' 59''$ par Don Vincent Tosiño, est plus occidentale que Paris de $34' 37\frac{1}{2}''$; le contact intérieur à l'entrée de Vénus, observé par le même Don Vincent, donneroit une longitude encore plus occidentale à cette ville, mais le Soleil étoit à Cadiz trop voisin de l'horizon pour permettre une observation bien précise.

P. S. Depuis la lecture de ce Mémoire, il nous est parvenu plusieurs Observations du passage de Vénus, les plus intéressantes sont celles qui ont été faites à Saint-Joseph en Californie, & à l'île du Roi George dans la mer du Sud.

Je n'entrerai point dans le détail des observations de feu M. l'abbé Chappe à Saint-Joseph, M. Cassini le fils, s'est chargé de ce soin, il s'en acquittera mieux que je ne pourrois le faire: d'un nombre presque infini d'observations de hauteurs méridiennes du Soleil & de différentes Étoiles prises tant au Nord qu'au Sud, j'ai conclu la latitude de l'Observatoire de M. l'abbé Chappe, de $23^{\text{d}} 03' 42''$ vers le Nord: l'observation du passage de Vénus faite à Saint-Joseph & comparée avec les observations européennes, place le méridien de ce même Observatoire $7^{\text{h}} 28' 24''$ à l'ouest de celui de Paris.

Le 3 Juin 1769 à $11^{\text{h}} 59' 16''$, 9, temps vrai selon M. l'abbé

Chappe; à $11^h 59' 13'' 41''' \frac{1}{2}$ selon Don Vincent Doz; à $11^h 59' 17'' 41''' \frac{1}{2}$ selon Don Salvador de Medina, premier contact extérieur des bords du Soleil & de Vénus.

Le fil de lumière paroît, ou premier contact intérieur, à $0^h 17' 26'',7$ selon l'abbé Chappe, à $0^h 17' 24'' 55'''$ selon Don Vincent, à $0^h 17' 29'' 55'''$ selon Don Salvador.

Ce même fil disparoît à la sortie, ou second contact intérieur, à $5^h 54' 50'',2$ selon l'abbé Chappe, à $5^h 54' 44'' 32'''$, ou à $5^h 54' 47'' 32'''$, selon les deux autres Observateurs.

Enfin sortie totale à $6^h 13' 19'',1$ selon M. l'abbé Chappe, à $6^h 12' 40'' 58''' \frac{1}{2}$ selon Don Vincent, 5 secondes plus tard selon Don Salvador.

La durée observée par M. l'abbé Chappe, comparée avec celle qui a été observée à Wardhus, selon la méthode que j'ai exposée ci-dessus, restreint la parallaxe du Soleil à $8'',75$. Les observations de Don Vincent & de Don Salvador, donnent le même résultat, à quelques centièmes de seconde près, dont elles augmentent cette parallaxe.

Sur l'île du Roi George (a), située, selon M. Maskelyne, par $17^d 28' 55''$ de latitude australe, & $149^d 26'$ à l'ouest de Greenwich, M. Green a observé le 1.^{er} contact extérieur le 2 Juin à $21^h 25' 40''$ temps vrai, & le Capitaine Cook à $21^h 25' 45''$. Filet de lumière à $21^h 43' 55'' \frac{1}{2}$ selon M. Green, à $21^h 44' 15'' \frac{1}{2}$ selon M. Cook, à $21^h 44' 02'' \frac{1}{2}$ selon le Docteur Solander. Ce filet disparoît le 3 à $3^h 14' 03''$ selon M. Green, à $3^h 14' 13''$ selon M. Cook. Sortie totale à $3^h 32' 14''$ selon M. Green, à $3^h 32' 02''$ selon M. Cook, à $3^h 32' 13''$ selon M. Solander. Le ciel étoit parfaitement serein; ainsi la durée du passage entre les deux contacts intérieurs a été de $5^h 30' 07'' \frac{1}{2}$ selon M. Green, de $5^h 29' 57'' \frac{1}{2}$ selon M. Cook; par un milieu de $5^h 30' 02''$ de temps vrai, ou $5^h 30' 04''$ de temps moyen, moindre par conséquent de $23' 25''$ que la durée observée à Wardhus. Or dans la supposition de $9'',2$ de parallaxe

(a) Cette île ne diffère point de l'île Taïti, découverte par M. de Bougainville, la latitude est la même, la longitude ne diffère pas d'un degré, précision que les méthodes employées par feu M. Verron ne pouvoient excéder.

solaire, la différence des durées devoit être de $24^{\circ} 40'' 6$; donc la parallaxe horizontale du Soleil le 3 Juin 1769, étoit de $8'' 73$. Si au lieu de comparer l'observation de la mer du Sud avec celle de Wardhus, on veut la comparer avec celles de Stockholm, Upsal, Paris, Greenwich, Cajanebourg, d'une part, & Saint-Pétersbourg de l'autre, comme nous avons fait ci-dessus à l'égard de l'observation du fort du Prince de Galles, on trouvera $8'' 76$ pour parallaxe solaire. Nouvelle preuve, à mon avis, de l'exactitude de la durée observée à Wardhus.

En admettant $8'' 75$ pour parallaxe solaire le 3 Juin, je pense que cet élément sera déterminé mieux que dans la précision d'un demi-dixième de seconde, & alors la parallaxe horizontale du Soleil dans ses moyennes distances, sera de $8'' 88$.

L'observation des deux contacts intérieurs, faite dans l'île du Roi George, & comparée aux observations Européennes, donne $10^h 07' 41''$ pour différence occidentale du méridien de Paris à celui de l'observation.

Le second contact intérieur a été observé à Batavia par $6^d 12'$ de latitude sud à $20^h 30' 13''$, & la sortie totale à $20^h 48' 31''$ avec un télescope grégorien de 3 pieds & demi; selon la première observation, Batavia seroit de $5^h 05' 54''$ plus oriental que Saint-Pétersbourg, & par conséquent de $6^h 57' 50''$ plus oriental que notre Observatoire royal.

A Mexico, le premier contact intérieur a été observé à $0^h 55' 34''$, par Don Joseph-Antoine de Alzate & Don Gama, 2 secondes plus tard par Don Joseph-Ignace-Antoine Bartolachi, ce qui réduit la longitude de Mexico à $6^h 50' 01''$ dont son méridien est plus occidental que celui de notre Observatoire royal.



O B S E R V A T I O N S BOTANICO - MÉTÉOROLOGIQUES;

*Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers
en Gâtinois, pendant l'année 1769.*

Par M. DU HAMEL.

A V E R T I S S E M E N T.

LES Observations météorologiques sont divisées en sept colonnes, de même que les années précédentes. On s'est toujours servi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-dessous de zéro; quand les degrés sont au-dessus, il n'y a point de barre; o désigne que la température de l'air étoit précisément au terme de la congélation.

Il est bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud plusieurs jours de suite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-dessus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conservé une certaine chaleur; c'est pourquoi on a mis dans la septième colonne, *Gelée*.

Les Observations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du soir.

Nota. Les Observations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites sur un baromètre callé sur celui de l'Observatoire, qui est 3 lignes plus haut que celui dont nous nous servions les années précédentes.

JANVIER.

JANVIER 1769.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	4 $\frac{1}{2}$	6	4	27.	6	pluvieux.
2	O.	2	4	3	27.	6	beau avec nuages.
3	N.	2	3 $\frac{1}{2}$	1	27.	9	couvert.
4	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert & venteux.
5	E.	0	2 $\frac{1}{2}$	1	27.	6	beau avec nuages ; gelée blanche.
6	E.	1 $\frac{1}{2}$	4	2	27.	8	beau avec nuages.
7	N.	2	2	1 $\frac{1}{2}$	27.	10	couvert & bruine.
8	N.	2	2 $\frac{1}{2}$	2	28.		couvert.
9	E.	1	2 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27.	11	couvert & nébuleux.
10	S.	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	2	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
11	S.	2	4	6	27.	7 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
12	S. O.	6	7 $\frac{1}{2}$	4	27.	9	pluvieux & venteux.
13	S. O.	6	8 $\frac{1}{2}$	8	27.	9	<i>idem.</i>
14	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	4	1	28.	1	beau temps.
15	S. E.	-1 $\frac{1}{4}$	3	1 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
16	S. O.	3 $\frac{1}{2}$	5	3	28.	1	couvert & variable avec brouillard.
17	N. E.	1 $\frac{1}{2}$	4	1	27.	10 $\frac{1}{2}$	grand brouillard, beau & venteux.
18	E.	-1 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	2	27.	7	beau temps.
19	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	1	-1	27.	6	beau avec nuages.
20	E.	-3 $\frac{1}{2}$	-1	-3	27.	5	beau & venteux.
21	N. E.	-4 $\frac{1}{4}$	-1	-3 $\frac{1}{2}$	27.	6	beau avec nuages.
22	N. E.	-5 $\frac{1}{2}$	-2	-4 $\frac{1}{2}$	27.	8	givre & beau temps.
23	E.	-5	1	1 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau temps.
24	E.	-1 $\frac{1}{2}$	1	-1 $\frac{1}{2}$	27.	8	brouillard & givre, beau le soir.
25	E.	0	5 $\frac{1}{2}$	2	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
26	E.	1 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	3	27.	9	beau & couvert.
27	S.	4 $\frac{1}{2}$	7	4	27.	10	brouillard, grande pluie, grêle, vent & tonnerre.
28	S. O.	3 $\frac{1}{2}$	6	5	27.	6	couvert & pluvieux.
29	O.	1 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	variable avec nuage & vent.
30	N.	-2 $\frac{1}{2}$	0	-3	27.	8	grand vent & nébuleux.
31	N. O.	-3	0	-2 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau avec nuages.

Le 6, la grande & la petite Bouffole, 19 degrés 30 minutes.

Mém. 1770.

. Eccc

Quoiqu'il n'y ait pas eu de grandes gelées pendant ce mois, & que le 22, au matin, le thermomètre n'ait pas descendu plus bas que $5\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro; cependant il peut passer pour froid: il est très-peu tombé de neige, & seulement 1 pouce $\frac{24}{48}$ de pluie; néanmoins les chemins ont été extrêmement mauvais, & on n'a pu faire de voitures, parce que les premiers jours de la gelée les chemins étoient trop rudes, & sur la fin lorsque la gelée a commencé à diminuer, la terre ne portoit plus.

Comme les pluies d'automne avoient rempli les étangs ainsi que les mares, la rivière d'Essonne a débordé plusieurs fois, mais ces débordemens n'ont pas duré, parce que les sources au lieu de pousser, recevoient une partie de l'eau qui les couvroit; cependant après les débordemens elles ont un peu poussé, mais ce n'étoit que pour rendre ce qu'elles avoient pris pendant le débordement, car les eaux n'ont point augmenté dans les puits où elles étoient même plus basses que l'année dernière.

Les perdrix se sont appareillées & les moineaux francs ont travaillé à faire des nids pendant les jours où le temps a été doux; mais ces premiers travaux sont abandonnés dès qu'il survient de la gelée.

Il y a eu pendant ce mois plusieurs fièvres malignes.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pou.	lign.	
1	S.	-4	$\frac{1}{2}$	-1	27.	10	beau avec nuages.
2	S.	-2	0	$-1\frac{1}{2}$	27.	$5\frac{1}{2}$	couvert, pluvieux & verglas.
3	S. O.	2	5	2	27.	$4\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	S.	$1\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	27.	2	couvert & pluvieux.
5	S.	2	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	27.	2	variable & pluvieux.
6	E.	$3\frac{1}{2}$	2	1	27.	$2\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
7	S.	2	$3\frac{1}{2}$	2	27.	3	grand vent, pluie & grêle.
8	S. O.	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	3	le matin $27\frac{1}{2}$, beau avec gros nuages.
9	N. E.	$-\frac{1}{2}$	3	1	27.	3	couvert & neige fondue.
10	N.	0	$\frac{1}{2}$	0	27.	$3\frac{1}{2}$	couvert & neigeux.
11	E.	1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	5	couvert & bruine.
12	N. E.	0	2	0	27.	6	beau avec nuages.
13	N. E.	$-\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1	27.	8	couvert & neigeux.
14	E.	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	-1	27.	$7\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
15	N.	$-1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	27.	11	beau avec nuages.
16	S.	$1\frac{1}{2}$	3	1	27.	8	couvert & pluvieux.
17	N. O.	1	$4\frac{1}{2}$	2	27.	9	idem.
18	N. O.	0	$2\frac{1}{2}$	1	27.	11	couvert & bruine.
19	S. O.	1	3	2	27.	10	pluvieux.
20	E.	$1\frac{1}{2}$	4	$1\frac{1}{2}$	28.	$\frac{1}{2}$	beau temps.
21	S. O.	2	5	$4\frac{1}{2}$	27.	10	couvert & bruine.
22	S. O.	5	7	3	27.	5	pluvieux.
23	S. O.	1	4	3	27.	$2\frac{1}{2}$	couvert, venteux & pluvieux.
24	O.	0	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	6	grand vent & giboulées.
25	S. O.	$-1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	3	27.	$5\frac{1}{2}$	couvert, venteux & pluvieux.
26	O.	5	6	3	27.	6	mat. 27° $21\frac{1}{2}$, variable avec giboulées.
27	S.	3	6	7	27.	8	couvert & pluvieux.
28	S.	$6\frac{1}{2}$	9	7	27.	8	couvert & bruine.

Le 11, la grande & la petite Bouffole, 19 degrés 30 minutes.

Les chemins ayant continué à être très-mauvais & la terre très-molle, on a fait peu d'ouvrages pendant ce mois, qui peut passer pour humide.

Le 3, on a vu quelques grives en bandes; on n'en avoit point encore vu cette année ni la précédente.

Le 4, la perce-neige & le petit ellebore jaune étoient en fleur.

Le 26, à 7 heures du soir, on vit une espèce d'aurore boréale qui a duré deux heures; c'étoit un grand bandeau blanc dont la direction étoit Est & Ouest, & qui fournissoit autant de clarté que la Lune en son plein; ce bandeau a augmenté entre 7 & 8 heures, & a diminué entre 8 & 9; il n'y a eu pendant ces deux heures rien de remarquable que son augmentation & sa diminution progressives.

M A R S.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.	pouc.	lign.	
1	S.	Degrés. 7	Degrés. 8	Degrés. 4	27.	8	beau avec nuages.
2	S.	3	6	4	28.		variable avec giboulées.
3	S. O.	$\frac{1}{2}$	9	5	28.	$2\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	S.	$2\frac{1}{2}$	10	$4\frac{1}{2}$	28.		beau temps.
5	O.	$\frac{1}{2}$	12	$4\frac{1}{2}$	27.	10	beau temps, gelée blanche.
6	O.	$4\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	5	27.	11	beau avec nuages.
7	S. E.	$3\frac{1}{2}$	7	4	27.	8	couvert.
8	N.	$\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	2	27.	10	petite gelée blanche, beau & froid.
9	N.	1	4	0	27.	9	beau avec nuages & vent.
10	E.	$-2\frac{1}{2}$	6	0	27.	6	beau temps.
11	S.	$-1\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4	27.	2	variable avec pluie & vent.
12	O.	4	7	3	27.	4	mat. 27 ^P 1 ^I , venteux & nébuleux.
13	S.	1	$8\frac{1}{2}$	6	27.	$5\frac{1}{2}$	gelée blanche, pluie & vent.
14	S.	6	7	5	27.	$9\frac{1}{2}$	variable avec giboulées.
15	S. O.	4	10	$6\frac{1}{2}$	28.		beau avec nuages.
16	O.	5	6	2	28.	$\frac{1}{2}$	pluvieux, giboulées.
17	N. O.	$\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	3	28.	2	gelée blanche, beau temps.
18	O.	2	6	1	28.	$\frac{1}{2}$	variable avec vent & bruine.
19	N. O.	1	5	3	28.	$1\frac{1}{2}$	variable & couvert avec bruine.
20	S.	3	$5\frac{1}{2}$	2	27.	10	couvert & pluvieux.
21	N. E.	$\frac{1}{2}$	7	$2\frac{1}{2}$	28.		gelée blanche, beau temps.
22	N. E.	0	6	2	27.	$11\frac{1}{2}$	gelée, brouillard & beau temps.
23	N. E.	$-\frac{1}{2}$	9	3	28.	$1\frac{1}{4}$	beau temps.
24	N.	0	8	$3\frac{1}{2}$	28.	2	variable avec vent & giboulées.
25	N. E.	2	$6\frac{1}{2}$	3	28.	$\frac{1}{2}$	mat. 28 ^P 2 ^I , couvert & pluvieux.
26	N. E.	$\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	27.	11	gelée, venteux & giboulées.
27	N. E.	$\frac{1}{2}$	3	2	27.	10	gelée, couvert & venteux.
28	N. E.	$-\frac{1}{2}$	7	$2\frac{1}{4}$	27.	8	beau temps.
29	N. E.	0	$7\frac{1}{2}$	2	27.	6	idem.
30	N. E.	$-1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	5	beau & grand vent.
31	N. E.	$-1\frac{1}{2}$	2	-1	27.	$3\frac{1}{2}$	grand vent & neige.

Le 18, la grande & la petite Bouffole, 19 degrés 30 minutes.

Ce mois peut passer pour sec, il a été variable & froid, ce qui a été avantageux pour retarder la sève tant de la vigne que des arbres fruitiers.

On a été occupé à semer les mars; à la fin du mois il y avoit environ la moitié des avoines de semées, & la moitié des vignes de taillées; il n'y avoit encore que les abricotiers en fleur; les boutons des pêchers commençoient à s'ouvrir; les poiriers étoient très-peu préparés ou monstroient peu de boutons à fruits; les pommiers promettoient beaucoup plus; les oyaux, les jacinthes, les primevères étoient en fleur.

Le blé a valu, comme le mois dernier, entre 24 & 27 livres le setier de Paris; l'avoine 8 à 9 livres la même mesure, mais celle de la dernière récolte étoit de très-mauvaise qualité.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pou.	lign.	
1	N.	-3 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	2	27.	6	couvert & nébuleux.
2	N.	3	4 $\frac{1}{2}$	2	27.	6	couvert & pluvieux.
3	N.	$\frac{1}{2}$	5	2 $\frac{1}{2}$	27.	7	couvert & nébuleux.
4	N.	1 $\frac{1}{2}$	6	1	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & neige.
5	N. E.	-1	6	3 $\frac{1}{2}$	27.	6	nébuleux, couvert & bruine.
6	E.	1 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	2	27.	6	couvert & bruine.
7	N. E.	0	5 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	27.	3	couvert & vent froid.
8	S.	3 $\frac{1}{2}$	6	5 $\frac{1}{2}$	26.	11	pluvieux.
9	S.	4 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	8	27.	3	variable avec vent & bruine.
10	S.	9	14 $\frac{1}{2}$	11	27.	3	tonnerre, grand vent & pluie.
11	S. O.	11	17 $\frac{1}{2}$	8	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau après midi, vent de tempête, tonnerre & pluie.
12	S. O.	8	12 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27.	9	variable avec petites ondées.
13	S. E.	6	14 $\frac{1}{2}$	11	27.	5 $\frac{1}{2}$	couvert & grand vent.
14	S. O.	11	9	9	27.	8	couvert, venteux & petite bruine.
15	S. O.	6	13	7 $\frac{1}{2}$	27.	10	variable avec petites ondées.
16	S. O.	4	13	8	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent.
17	S.	6	7 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec pluie & vent.
18	N.	5	10	6	27.	10	variable avec pluie, grêle & tonnerre.
19	N.	3	12	7	27.	10	beau avec nuages.
20	N. E.	6	15	5	27.	10	beau temps.
21	N. E.	6	15 $\frac{1}{2}$	9	27.	10	
22	E.	8	16	10 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	
23	N. E.	10	17	11	27.	10	beau avec nuages & tonnerre.
24	N. E.	9	17	10	27.	11	beau temps.
25	N. E.	8	16	11	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec vent.
26	N. E.	10	15 $\frac{1}{2}$	9	27.	9	idem.
27	S.	17	17	11	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
28	N. E.	12	19 $\frac{1}{2}$	12	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau & brumeux.
29	N. E.	11	19	11	27.	1 $\frac{1}{2}$	beau temps.
30	N.	10	18	11	28.	$\frac{1}{2}$	beau & brumeux.

Le 6, la grande Bouffole, 19 degrés 30 minutes, la petite, 19 degrés.

Ce mois a été fort venteux & fort sec, ce qui étoit contraire aux seigles qui avoient très-mauvaise mine, qui étoient fort clairs & qui n'ont point monté en tuyau, parce qu'il n'y avoit point de chaleur pour les faire pousser, & que c'est dans le mois d'Avril qu'ils doivent montrer leurs épis; ils étoient même si foibles qu'on étoit tenté d'en retourner pour semer des pois; à l'égard des blés; ils étoient beaux sans être forts.

Les Vignerons se plaignoient que la taille de la vigne n'étoit pas bonne, que la moëlle étoit noire, & que beaucoup de sarments étoient secs, parce que le bois n'avoit pas mûri l'année dernière.

Le 6 il tomba une petite pluie, il gela le matin, & quoique le soleil n'ait pas paru, beaucoup d'abricots & de pêches furent gelés.

Le 10, il tonna à 9 heures du matin, il plut toute la matinée, & l'après-midi par ondées avec un grand vent forcé; le 11 il fit un vent de tempête avec du tonnerre; le 18 le baromètre étant à 27 pouces 10 lignes, il tonna toute l'après-midi & il tomba assez de grêle pour blanchir la terre; les grains de la première ondée étoient la plupart gros comme de gros pois & plusieurs comme de petites noisettes, celles des autres ondées étoient comme des pois verts.

Le 8 au soir, on vit quatre hirondelles voler dans une cour; le 20, on vit le soir de ces petits hannetons rouges qui annoncent l'arrivée des gros; aussi le 24 & le 25 il en parut beaucoup, & le 31 il y en avoit une grande quantité.

Le 13 au matin, on entendit chanter le rossignol; le 30 le coucou chanta: les buis n'ont point fleuri cette année, ainsi on s'attendoit qu'on n'auroit point de graine.

L'élévation du mercure dans le baromètre a beaucoup varié.

On tua à la basse-cour une poule qui avoit un cul gros comme celles qui ont une descente, elle avoit de très-petits œufs dans le corps, elle étoit maigre, & étant vidée elle ne pesoit avec la tête, les pattes, les ailes, le gésier & le foie que 26 onces, & le foie seul en pesoit 8, ce qui est monstrueux; il étoit de couleur blonde, fort sain & délicat, ainsi les gros foies, qu'on nomme *gras*, à cause de leur délicatesse, n'appartiennent pas toujours aux volailles les plus grasses.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	9	15 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau & grand vent.
2	N. E.	7	12	7	28.	2	beau & grand vent froid.
3	N.	6	14	9	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
4	N.	8	15	10	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau temps.
5	N. O.	9	18 $\frac{1}{2}$	12	28.		beau avec nuages.
6	N. O.	10	17 $\frac{1}{2}$	9	28.		beau avec nuages & vent.
7	N.	5 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	6	28.		<i>idem.</i>
8	S.	7	8	7 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
9	O.	8 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux par ondées.
10	O.	8	10	6 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert.
11	N. O.	8	10	5 $\frac{1}{2}$	27.	7	gelée ; variable.
12	S.	4	12	7	27.	6 $\frac{1}{2}$	gelée, beau avec nuages.
13	E.	7	9 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	5	pluvieux.
14	E.	9	15	10	27.	4 $\frac{1}{2}$	couvert.
15	N	9 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{2}{1}$	beau avec nuages.
16	N.	9 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	12	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau temps.
17	E.	11	19	12	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
18	S. O.	13	13	10	27.	8	tonnerre & pluie tout le jour.
19	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	10	27.	9	pluvieux.
20	S.	10 $\frac{1}{2}$	10	12	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
21	S. E.	10 $\frac{1}{2}$	15	13	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable & pluvieux.
22	E.	14	22	15 $\frac{1}{2}$	27.	8	beau avec nuages & temps lourd.
23	S.	16 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{2}$	18	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau & nébuleux.
24	S. O.	16	22	14	27.	10	nébuleux, tonnerre & éclairs.
25	S. O.	14	18	13	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
26	S.	13 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	<i>idem</i>
27	S.	13 $\frac{1}{2}$	20	13	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
28	S.	12	12 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
29		10	11	9	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
30	S.	11	14 $\frac{1}{2}$	10	27.	6 $\frac{3}{2}$	couvert & pluvieux.
31	S.	12	14	11 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre au loin.

Le 8, la grande Bouffole 20 degrés, la petite 19 degrés 15 minutes.

Ce mois a été fort sec dans le commencement & pluvieux vers la fin; la nuit du 12 au 13 il a gelé très blanc, & le soleil a paru en se levant, ce qui a gelé une grande quantité de vignes; il y a des cantons qui sont gelés entièrement pendant que d'autres n'ont presque point été endommagés, ce qui peut venir de ce que les petites ondées de la veille n'avoient tombé que par endroits.

Le 13, il est tombé une bonne pluie qui a été fort avantageuse aux grains, sur-tout dans les terres légères; les blés étoient beaux, mais bas, & on s'attendoit à avoir peu de fourrage; les avoines étoient belles en herbe dans les endroits où elles n'avoient pas été attaquées par les vers.

Les sainfoins entroient en fleur le 15 & ils étoient fort bas.

Le 23, les abeilles avoient commencé à donner quelques essaims; à la fin du mois il y avoit beaucoup d'hametons, & le rossignol chantoit.

J U I N.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	9	11 $\frac{1}{2}$	8	27.	8	pluvieux.
2	S. O.	9	12 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27.	10	pluvieux & tonnerre.
3	O.	11	15 $\frac{1}{2}$	10	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau & nébuleux.
4	E.	10	16	11 $\frac{1}{2}$	27.	10	<i>idem.</i>
5	S.	11 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	13	27.	8	variable avec grande pluie.
6	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	12	27.	10	variable avec petite pluie & tonnerre.
7	N.	11 $\frac{1}{2}$	14	12	28.	1	couvert.
8	N.	12 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	13	27.	11 $\frac{1}{2}$	variable avec brouillard.
9	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau avec nuages.
10	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau & couvert.
11	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	16	11 $\frac{1}{2}$	28.		beau avec nuages.
12	N. E.	11 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	12	27.	11	<i>idem.</i>
13	S.	10	14	10 $\frac{1}{2}$	27.	10	couvert & pluvieux.
14	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
15	N.	10	14	9 $\frac{1}{2}$	27.	7	couvert avec ondées de pluie.
16	O.	11 $\frac{1}{2}$	14	10	27.	7	<i>idem.</i>
17	O.	10 $\frac{1}{2}$	11	10	27.	6	venteux & pluvieux.
18	O.	10 $\frac{1}{2}$	12	9 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec ondées.
19	N. O.	10	14	8	28.	1	beau avec nuages.
20	S.	9	14	11	27.	11 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
21	S.	10 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	11	27.	9	venteux, couvert & bruine.
22	O.	12 $\frac{1}{2}$	16	12	27.	10	couvert.
23	S. E.	13	17	13	27.	8	petite pluie.
24	S.	13	16	11	27.	8 $\frac{1}{2}$	pluie & tonnerre.
25	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux par ondées.
26	S. O.	11	17	12	28.		beau temps.
27	S. O.	14	19	15	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
28	O.	14	16	11	27.	10 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
29	N. O.	12	16 $\frac{2}{3}$	10	27.	9	ondée le soir.
30	N. O.	11	14 $\frac{1}{2}$	10	27.	11 $\frac{1}{2}$	petites ondées.

Le 11, la grande & la petite Bouffole 19 degrés 45 minutes.

Quoiqu'il ne soit pas tombé beaucoup d'eau, la terre étoit fort humide & les chemins très-mauvais, ce qu'on doit attribuer à ce qu'il se faisoit peu d'évaporation, & pour cette raison la végétation étoit très-tardive : les ouvrages de labour étoient retardés à cause de l'humidité, tant pour les blés que pour les vignes qui étoient pleines d'herbes; cependant les blés étoient beaux quoique bas : à l'égard des avoines elles étoient fort belles: il y avoit des vers dans les vignes qui endommageoient les grappes, & la vigne étoit en pleine fleur le 20 de ce mois; les pois étoient très-beaux, mais les vesces ont été mangées par les pucerons.

Il y avoit beaucoup d'arbres fruitiers qui pouissoient jaune, parce que le temps étoit très-humide & qu'il faisoit toujours froid.

Le 4, il n'y avoit presque plus de hannétons; le rossignol chantoit encore un peu, mais on a cessé de l'entendre vers le 7.

Le 8, la moitié des foin étoient fauchés; comme le temps étoit venteux & pluvieux, il est sorti fort peu d'essaims & les abeilles qui ne pouvoient pas aller aux champs, consommoient leurs provisions.

Le 24, les orangers commençoient à fleurir, le 30 ils étoient en pleine fleur.

On a travaillé pendant ce mois à arracher & à planter les oignons de safran.

DES SCIENCES.

JUILLET.

597

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pous.	lin.	
1	N. O.	10	13 $\frac{1}{2}$	19	28.	$\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
2	N. O.	11	18 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	28.	$\frac{1}{2}$	
3	N. E.	13	18	12	28.	$\frac{1}{2}$	
4	N. E.	14	20 $\frac{1}{2}$	15	28.	$\frac{1}{2}$	
5	E.	16	23	17	28.		beau temps.
6	N. E.	17 $\frac{1}{2}$	25	18	27. 11		
7	S. E.	19	25 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$		beau avec nuages.
8	S. O.	16 $\frac{1}{2}$	18	15	27. 9		<i>idem.</i>
9	N.	14 $\frac{1}{2}$	16	13 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$		petites ondées & tonnerre au loin.
10	N.	12 $\frac{1}{2}$	15	11	27. 12 $\frac{1}{2}$		couvert.
11	N.	12	18	14	28.		beau temps.
12	E.	15	22 $\frac{1}{2}$	16	27. 11		
13	E.	16	23 $\frac{1}{2}$	19	27. 11		
14	N. E.	18	25	18	27. 11		beau avec nuages.
15	S.	17	24 $\frac{1}{2}$	21	27. 10		<i>idem</i> , l'horizon chargé.
16	S. O.	18	25	15	27. 8 $\frac{1}{2}$		pluie & tonnerre.
17	S. O.	14 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{1}{2}$	15	27. 9		petite pluie & tonnerre.
18	S. O.	15	17	12 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$		variable avec pluie & tonnerre.
19	O.	14 $\frac{1}{2}$	20	13 $\frac{1}{2}$	27. 11		beau avec nuages.
20	N. E.	14	21 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$		beau avec nuages.
21	N. O.	17	20	13	27. 8 $\frac{1}{2}$		variable avec petite pluie.
22	N. O.	12 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	10	27. 9 $\frac{1}{2}$		pluvieux toute la journée.
23	N. O.	10	16 $\frac{1}{2}$	13	27. 10		vent, tonnerre & grande pluie.
24	N.	12 $\frac{1}{2}$	18	14	27. 11		beau avec nuages.
25	N. O.	14	19	15	27. 11 $\frac{1}{2}$		variable avec une ondée.
26	N.	14	19	15	28.		beau avec nuages.
27	S.	14	20	15	27. 10		<i>idem.</i>
28	S. O.	13	17	15	27. 8 $\frac{1}{2}$		petite pluie & grand vent.
29	O.	13 $\frac{1}{2}$	16	12 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$		couvert & venteux.
30	N. O.	13 $\frac{1}{2}$	17	12 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$		<i>idem.</i>
31	S. O.	12	19	15	27. 9 $\frac{1}{2}$		gros nuages, petite pluie.

Le 13, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés 15 minutes.

Le commencement de ce mois a été froid & sec, & la fin fort humide. La terre étoit si pénétrée d'eau, qu'on ne pouvoit labourer les vignes pour leur donner la dernière façon appelée *binage*.

Il y avoit des vignes entièrement gelées, & d'autres qui n'avoient pas souffert de la gelée, mais où il n'y avoit pas beaucoup de fruit, & où la coulure avoit encore diminué plus de moitié de ce qu'il y avoit.

Le 17, on commença à fêver les seigles; la pluie fit interrompre ce travail, & on ne le recommença que le 31. Les blés étoient fort mêlés & difficiles à couper, parce que le tuyau n'étoit pas bien sec dans le pied.

On a continué pendant ce mois à arracher & à replanter les oignons de safran.

Les fraises ont donné beaucoup de fruit, & pendant long-temps. On a servi vers le milieu du mois la prune jaune hâtive ou de Catalogne. Les avant-pêches blanches & rouges entroient en maturité, & à la fin du mois on servoit les cerneaux.

On a changé de ruche une partie des abeilles, & on les a conduit dans les pays de bruyères pour se remplir. Elles avoient jeté fort tard, à cause du froid; & depuis un mois elles avoient consommé beaucoup de leurs provisions.

A O U S T.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.		
1	N. E.	Degrés. 13 $\frac{1}{2}$	Degrés. 19	Degrés. 14	pouc. lign. 27. 11	beau avec nuages.
2	N. E.	15 $\frac{1}{2}$	21 $\frac{1}{2}$	15	27. 11	
3	E.	15 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{1}{2}$	17	27. 11	
4	E.	17	25	18	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
5	S. O.	17	20	15	27. 8	variable avec pluie & tonnerre.
6	S. O.	15	22	14 $\frac{1}{2}$	27. 10	pluie & tonnerre au loin.
7	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	18	14	28.	beau avec nuages.
8	E.	14	21	16 $\frac{1}{2}$	27. 10	
9	S. O.	15 $\frac{1}{2}$	24	20	27. 8 $\frac{1}{2}$	
10	S. O.	16	18 $\frac{1}{2}$	15	27. 10	beau avec nuages, tonnerre la nuit.
11	S. O.	14	19	15 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
12	S. O.	14	18	15	27. 10 $\frac{1}{2}$	couvert, venteux & pluvieux.
13	S. O.	16	21	15 $\frac{1}{2}$	27. 10	beau avec nuages & vent.
14	S. O.	14 $\frac{1}{2}$	20	14 $\frac{1}{2}$	27. 10	variable avec petite pluie.
15	S. O.	14 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{1}{2}$	13	27. 9	gros nuages.
16	S.	13	16 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
17	N. O.	13	16 $\frac{1}{2}$	11	27. 11	tonnerre & pluie.
18	O.	11 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	12	28.	beau avec nuages.
19	S. O.	10	15	12	27. 9	pluvieux tout le jour.
20	N. O.	13	16	12	27. 7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
21	S.	10	14 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux.
22	S.	10 $\frac{1}{2}$	16	12	27. 4 $\frac{1}{2}$	beau avec gros nuages.
23	S.	10	15 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	
24	S. O.	10	16	11	27. 9	
25	S.	11 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	11	27. 10 $\frac{1}{2}$	pluie & tonnerre au loin.
26	S.	10	16	11 $\frac{2}{1}$	28.	beau avec nuages.
27	S.	12	18	13	27. 9 $\frac{1}{2}$	
28	S.	13	16 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27. 9	
29	E.	11	17	12 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
30	S.	13 $\frac{1}{2}$	20	14	27. 8 $\frac{1}{2}$	
31	S. O.	14	19 $\frac{1}{2}$	14	27. 10	beau avec nuages, tonnerre le soir.

Le 15, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés 15 minutes.

Ce mois a été froid, & l'on peut dire qu'il n'y a point eu d'été; c'est pourquoi les melons ne valoient rien & les pêches ont eu peu de qualité. Quoiqu'il ait plu assez fréquemment, en général il a tombé peu d'eau, excepté dans les endroits où il y a eu de grands orages.

On a commencé la moisson des fromens, qui a duré tout le mois, & à la fin il n'y avoit plus que quelques avoines à serrer. Les blés ont été serrés secs, parce qu'il n'est venu de la pluie que par ondées, qui ont été assez abondantes en plusieurs endroits pour gêner les chemins. La récolte des blés n'a pas été fort abondante, mais elle étoit bonne; il y avoit moins de fourrage que l'année dernière, mais on espéroit qu'il y auroit autant de grain, & qu'il seroit de meilleure qualité.

S E P T E M B R E.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
1	N.	Degrés. 11	Degrés. 10	Degrés. 10	pouc. lign. 27. 10	pluie & vent toute la journée.
2	N. E.	11 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	28. 1	beau avec nuages.
3	N. E.	12	17 $\frac{1}{2}$	14	28.	<i>idem.</i>
4	S.	13	18	13	27. 9	pluie & tonnerre.
5	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	17	14	27. 9	variable avec gros nuages & ondées.
6	E.	12	19	14	27. 7 $\frac{1}{2}$	beau temps.
7	S.	13	12	11	27. 2 $\frac{1}{2}$	pluie & grand vent.
8	S.	11	13	11	27. 8	vent, petite pluie & tonnerre.
9	S.	11 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	pluie & tonnerre.
10	S.	11	15	10 $\frac{1}{2}$	27. 6	beau avec nuages.
11	S. O.	11	12 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27. 7	pluie la nuit, grand vent.
12	S. O.	10	14 $\frac{1}{2}$	11	27. 7	grand vent & pluie par ondées.
13	S.	11	14 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27. 10	couvert.
14	E.	11 $\frac{1}{2}$	18	15 $\frac{1}{2}$	27. 8	} beau avec nuages.
15	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	15	11	27. 11 $\frac{1}{2}$	
16	S. O.	9	14	10	28. $\frac{1}{2}$	
17	E.	8 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	28.	
18	S. O.	8	18	11 $\frac{1}{2}$	28.	
19	S. E.	10 $\frac{1}{2}$	21	14 $\frac{1}{2}$	27. 11	} variable avec petite pluie.
20	E.	12 $\frac{1}{2}$	21	11	27. 10 $\frac{1}{2}$	
21	N. E.	12 $\frac{1}{2}$	14	11	27. 9 $\frac{1}{2}$	petites ondées.
22	E.	10	14	13	27. 9	pluvieux la nuit, le jour variable.
23	S.	10 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	10	27. 8	} pluvieux.
24	S.	9	12 $\frac{1}{2}$	10	27. 9	
25	O.	11	13 $\frac{1}{2}$	10	27. 9 $\frac{1}{2}$	
26	O.	9	12 $\frac{1}{2}$	8	27. 11	beau avec nuages.
27	S. O.	9	15	11	28. 10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
28	E.	10	18	12 $\frac{1}{2}$	27. 11	beau temps.
29	N.	9 $\frac{1}{2}$	15	9	28. 2	<i>idem.</i>
30	N. E.	6	13	8	28. 3	beau le soir.

Le 11, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés 1 minute.

Ce mois a été humide, sans qu'il soit tombé beaucoup d'eau; mais parce qu'il a été froid, & qu'il n'y a point eu d'évaporation, les Laboureurs ont été plusieurs jours sans pouvoir labourer leurs terres, qui étoient trop molles. On peut dire qu'il n'y a point eu d'été cette année; car il a fait si froid, que l'on a souvent été obligé de se chauffer. Cependant les raisins mûrissent, & l'on se préparoit à faire la vendange.

Dès le commencement du mois il est parti beaucoup d'hirondelles, qui faisoient route vers le Midi; elles étoient fort élevées, alloient en ligne droite, ce qu'on a observé le vent étant au Nord. Le 25 on n'en voyoit plus.

Il y a eu une grande quantité de mouches-guêpes, qui ont beaucoup endommagé les fruits, & en particulier les muscats.

Les oies ont été attaquées d'une maladie qui en a fait périr une grande quantité. Un de nos Fermiers, de vingt-trois douzaines, en a perdu quatorze. Leur maladie venoit d'une glande ou bouton sur le croupion, qui venant à abs céder, produisoit la gangrène. Ils perdoient l'appétit, & ne faisoient plus que boire, sans vouloir manger : ils mouroient les unes au bout de 7 ou 8 jours, & d'autres plus tôt. Enfin on s'est avisé de couper ce bouton pour le faire saigner, & de laver la plaie avec du sel & du vinaigre. Il a fallu les nourrir pendant 8 ou 10 jours; ensuite la plupart ont été en état d'aller aux champs avec les autres, & se sont rétablies.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc. lgn.	
1	N. E.	7	12	8	27. 11	grand brouillard, beau avec nuages.
2	N. E.	5	9	5	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent froid.
3	N. E.	4	7	4	27. 11	<i>idem.</i>
4	N. E.	4	8	4	27. 9	couvert & petite pluie.
5	N. E.	3	4 $\frac{1}{2}$	3	27. 9 $\frac{1}{2}$	couvert.
6	S. O.	4	4 $\frac{1}{2}$	3	27. 8	couvert, pluie, grêle & neige.
7	N.	3	3 $\frac{1}{2}$	2	27. 9	<i>idem.</i>
8	N.	2 $\frac{1}{2}$	4	3 $\frac{1}{2}$	27. 9	couvert.
9	N.	2 $\frac{1}{2}$	7	3	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
10	N. E.	3	9	6 $\frac{1}{2}$	28.	<i>idem.</i>
11	N. E.	3	9 $\frac{1}{2}$	7	28. 1	gelée blanche, temps couvert.
12	N. E.	5	10 $\frac{1}{2}$	5	28. 1	beau avec nuages & vent.
13	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	8	2	28. 1 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
14	N. E.	2	6 $\frac{1}{2}$	1	27. 11 $\frac{1}{2}$	gelée, beau temps, vent froid.
15	N. E.	-1	5	4 $\frac{1}{2}$	27. 9	couvert.
16	E.	4	11	8 $\frac{1}{2}$	27. 9	pluie & tonnerre.
17	E.	8	15	9	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
18	S. E.	8	14 $\frac{1}{2}$	9	27. 10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
19	E.	7	15 $\frac{1}{2}$	9	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
20	E.	5	14 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	grand brouillard, beau temps.
21	O.	5	12 $\frac{1}{2}$	7	27. 7 $\frac{1}{2}$	beau temps.
22	N.	4 $\frac{1}{2}$	10	7	27. 7	brouillard & petite pluie.
23	N. E.	5	8 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	27. 9	couvert.
24	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	3	28.	<i>idem.</i>
25	N. E.	-1	6	1	28. 1	beau; le soir aurore boréale rayonnante.
26	E.	1	8	2	28. 1	beau temps, gelée blanche.
27	E.	-2	7 $\frac{1}{2}$	1	28.	<i>idem.</i>
28	S. E.	-2	8 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	beau temps.
29	S. E.	2	10 $\frac{1}{2}$	9	27. 5	variable avec petite pluie.
30	S.	9	12 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27. 4 $\frac{1}{2}$	pluvieux.
31	S.	9	12	7	27. 6 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>

Le 14, la grande Bouffole 19 degrés 15 minutes, la petite 19 degrés.

On a commencé la vendange le mardi 3, dans nos environs. Les raisins étoient noirs, mais peu sucrés, ayant été nourris d'eau. Ils ont demeuré trois semaines dans la cuve, & ont peu bouilli; cependant le vin paroïssoit avoir plus de couleur que l'année dernière.

On ne voyoit point encore de grives.

Les abeilles qui avoient très-bien travaillé au printemps, ont consommé en grande partie leurs provisions pendant les jours de pluie & de vent qu'elles n'ont pu aller aux champs; mais celles qu'on a portées dans les pays de bruyères ont fait une bonne récolte pendant ce mois, & on les jugeoit en état de passer l'hiver.

DES SCIENCES : 605
NOVEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre.	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pous. lign.	
1	S. O.	6 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	7	27. 8	beau avec nuages.
2	E.	4 $\frac{1}{2}$	8	8	27. 5	idem.
3	S.	9	11	9	27. 7	beau avec nuages & vent.
4	S. O.	10	15 $\frac{1}{2}$	12	27. 8	couvert & venteux.
5	S. O.	10	14 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27. 7	idem.
6	S. O.	10	13 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	grand vent, ondées de pluie.
7	S.	9	12	10 $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	couvert.
8	S. O.	10	12 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	couvert & venteux.
9	E.	8	11 $\frac{1}{2}$	9	27. 6	idem.
10	N. E.	8	8	7	27. 6	venteux & pluvieux.
11	N. E.	4	4	4	27. 9	couvert & venteux.
12	E.	$\frac{1}{2}$	4	4 $\frac{1}{2}$	27. 6	petite pluie.
13	S.	4	12	8 $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	couvert, éclairs & tonnerre à l'est.
14	O.	8	4 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27. 5	grande pluie continue, & vent.
15	N.	2	4 $\frac{1}{2}$	1	27. 8	beau avec nuages & vent.
16	N. E.	1	1	- 2	27. 6	gelée blanche, beau temps.
17	N. E.	- 2 $\frac{1}{2}$	0	- 2	27. 4 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
18	N. E.	- 4	- $\frac{1}{2}$	- 2 $\frac{1}{2}$	27. 6	beau & grand vent.
19	N. E.	- 4	- $\frac{1}{2}$	- 3	27. 11	idem.
20	N. E.	- 4 $\frac{3}{4}$	- $\frac{1}{2}$	- 3	27. 11 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
21	S.	- 2 $\frac{1}{2}$	1	0	27. 10 $\frac{1}{2}$	
22	E.	- 2	2 $\frac{1}{2}$	4	27. 4	
23	S.	- $\frac{1}{2}$	4	1 $\frac{1}{2}$	27. 7	variable avec pluie.
24	S. O.	0	3 $\frac{1}{2}$	1	27. 10 $\frac{1}{2}$	pluie & vent.
25	S. O.	1	8	7 $\frac{1}{2}$	27. 11	couvert & petite pluie.
26	S. O.	4 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	idem.
27	N.	5	5 $\frac{1}{2}$	1	28. 4 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
28	S.	- 1	4	$\frac{1}{2}$	28. 5	beau temps.
29	S. O.	0	5 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27. 10	variable avec pluie.
30	N. O.	4 $\frac{1}{2}$	5	2 $\frac{1}{2}$	28. 1	beau avec nuages & vent.

Le 13, la grande Bouffole 19 degrés 45 minutes, la petite 19 degrés.

Depuis le 15 il a toujours fait froid, il a même gelé le 20 jusqu'à $4\frac{3}{4}$ au-dessous de zéro. Le 28, le mercure a monté plus haut qu'on l'ait encore vu ici ; il étoit à 28 pouces 5 lignes : à Paris il étoit à 28 pouces 8 lignes. Le 29, il est descendu ici à 27 pouc. 10 lign. & il a plu ; le 30, il a remonté à 28 pouc. 1 ligne, le vent étant Nord-Ouest, & le temps chargé de nuages.

On a achevé dans le commencement de ce mois de semer les blés dans la plaine, la levée a été très-belle. Les semailles ont été plus tardives dans les terres noires & fortes, du côté de la forêt.

On a fait aussi la récolte du safran ; elle n'a pas été fort abondante, parce que plusieurs fleurs n'avoient pu sortir de terre.

Vers la fin du mois on a rapporté les ruches d'abeilles qu'on avoit portées aux pays de bruyères pour faire leur provision d'hiver. Elles ont beaucoup travaillé ; mais les paniers qui viennent de la forêt de Fontainebleau, sont beaucoup plus gros que ceux de la forêt d'Orléans. Il a péri beaucoup de ruches pendant l'hiver dernier ; mais celles qui ont passé l'hiver ont donné de bons essaims.

DES SCIENCES. 607
D É C E M B R E.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	1	3	-1	28.	3	beau & venteux.
2	N.	-3 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	28.	3	beau & couvert.
3	N. E.	1	3	2	28.	3 $\frac{1}{2}$	brouillard tout le jour.
4	E.	1	1	1	28.	2	couvert & petite pluie.
5	E.	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	28.	$\frac{1}{2}$	couvert.
6	E.	-1	-1	-1 $\frac{1}{2}$	28.	1 $\frac{1}{2}$	idem.
7	E.	-1 $\frac{3}{4}$	-1 $\frac{1}{2}$	-1 $\frac{1}{2}$	28.	1 $\frac{1}{2}$	givre & beau soleil.
8	E.	-3	2 $\frac{1}{2}$	-2	28.	1	beau temps.
9	E.	-3 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	- $\frac{1}{2}$	27.	10	idem.
10	E.	$\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	11	couvert & petite pluie.
11	S.	4	8	8	27.	11 $\frac{1}{2}$	venteux, pluvieux & grande humidité.
12	S. O.	9	9 $\frac{1}{2}$	6	28.	1	pluvieux, le soir brouillard.
13	S.	4 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	11	brouillard le matin.
14	S.	4	4 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert, pluvieux & venteux.
15	S.	3 $\frac{1}{2}$	6	7 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	
16	S. O.	4 $\frac{1}{2}$	8	8	28.	1	
17	S. O.	7 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	28.	2	
18	S. O.	0	4 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	28.	2 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
19	S. O.	4 $\frac{1}{2}$	7	7	27.	11	couvert & petite pluie.
20	S. O.	5	7	6	27.	10	couvert & pluvieux, aurore boréale.
21	S.	4	7 $\frac{1}{2}$	8	27.	6 $\frac{1}{2}$	pluie & vent.
22	S. O.	4	5	2 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	couvert & venteux.
23	S.	5	5 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	*	variab. * 26, 11 $\frac{1}{4}$; 26, 11; 26, 10 $\frac{1}{4}$; 26, 9.
24	O.	3 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	2	27.	8	beau avec nuages & une ondée.
25	S.	4 $\frac{1}{2}$	8	8 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert, venteux & bruine.
26	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	6	4	27.	5	couvert & bruine.
27	O.	3	4 $\frac{1}{2}$	4	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable, couvert & pluvieux.
28	N.	1	1	-2	-7.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & de la neige.
29	N. E.	-2	-2	-2 $\frac{1}{2}$	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau & venteux, neige.
30	N.	-2 $\frac{1}{2}$	-1	-2 $\frac{1}{2}$	28.	2 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
31	S.	-2 $\frac{1}{4}$	-1	-1	28.	2	couvert & nébuleux, pluie & verglas.

Le 21, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés.

Ce mois a été très-humide & très-doux pour la saison. Les chemins ont été si mauvais, qu'on n'a pu avancer les ouvrages de la campagne.

Les blés ont bien levé, & étoient beaux & verts.

Le baromètre a effuyé de prodigieuses variations. Le 3, il a été à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$. Le 18, à 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$. Le 23 au matin, à 26 pouces 11 lignes $\frac{3}{4}$; à midi, à 26 pouces 11 lignes; à 2 heures, à 26 pouces 10 lignes $\frac{3}{4}$; à 5 heures, à 26 pouces 9 lignes, & enfin à 27 pouces. Lorsque le mercure a été le plus haut, le temps a toujours été couvert & chargé de brouillard; & quand il a descendu très-bas, sur-tout le 23, où on devoit s'attendre à quelque tempête ou à quelque pluie abondante, le temps a été beau, ou au plus variable.

IDE E G É N É R A L E

des Productions de la Terre, pendant l'année 1769.

F R O M E N S.

LA récolte des blés a été bonne, en comparaison de plusieurs endroits, même en Beauce, sans pouvoir être estimée plus de bonne demi-année. Ils ont beaucoup gerbé dans les bonnes terres, & fort peu dans les terres médiocres : il en faut l'un dans l'autre de 15 à 18 gerbes à la mine. La qualité est bonne, sur-tout celui qui a été serré avant les pluies. Il est assez net de graines, & il a valu pendant l'année de 20 à 23 livres le sac ou le setier de Paris, pesant 240 livres.

O R G E S E T A V O I N E S.

Les orges ont beaucoup rendu; les avoines étoient claires, parce qu'elles ont été faites tard, & par la sécheresse, mais le grain est d'une excellente qualité; & les chevaux, qui étoient très-fatigués à la sortie de la moisson, parce que l'avoine de l'année dernière ne valoit rien, se sont refaits avec l'avoine nouvelle; mais en Beauce il y en a eu très-peu; elle a toujours valu de 7 à 8 livres 10 sous le sac.

Foins.

FOINS ET SAINFOINS.

Les sainfoins ont été fort bas; comme ils ont été coupés pendant l'humidité, on les a ferrés avant qu'ils fussent secs, & il y en a beaucoup qui se sont échauffés dans le tas, & qui ont moisi.

Les foins ont été faits fort tard; cependant avec beaucoup de foins & de frais, ils ont été ferrés en bon état: ils ont rendu un peu moins que l'année dernière.

LÉGUMES.

Les pois ont été bons, mais les vesces ont été mangées par les insectes, & les fèves ont pourri en terre.

VINS.

La vendange a été faite fort tard. La récolte a été médiocre pour la quantité dans les cantons qui n'ont point été gelés, parce que le verjus a coulé, & dans les vignobles qui ont été gelés, il n'y a point eu de récolte. Comme il n'y a point eu d'été, le vin a peu de qualité; cependant on trouve qu'il en a un peu plus que l'année dernière, & un peu plus de couleur. Il a valu toute l'année de 100 à 120 livres le tonneau, & les vins vieux n'ont point eu de prix. Suivant leur qualité, ils ont valu dans le pays de 200 à 250 livres le tonneau.

SAFRANS.

Il y a eu une demi-année de safran, parce que beaucoup de fleurs n'ont pu sortir de terre à cause de la sécheresse; mais la qualité en a été très-bonne, & il s'est vendu de 33 à 36 francs la livre.

CHANVRES.

Les chanvres ont été bons, mais fort chers; ils ont valu à Malesherbes 50 livres le cent pesant.

ABEILLES.

Les abeilles ont bien travaillé au printemps, mais pendant les pluies & les mauvais temps elles ont beaucoup consommé, &

Mém. 1770.

. H h h h

on n'a vendu que 7 livres les paniers qui l'année dernière valoient 12 livres; c'est pourquoi beaucoup de Marchands ne les ont point fait sortir, & ont envoyé leurs paniers à la bruyère. Celles qui ont été portées du côté de Fontainebleau ont bien travaillé; mais celles de la forêt d'Orléans n'ont pour la plupart pas ramassé de quoi passer leur hiver, il a fallu les nourrir, & plusieurs ont péri.

FRUITS.

Il y a eu peu d'abricots & de pêches, assez de cerises & de prunes, peu de poires, mais abondamment de pommes, pas beaucoup de noix & de mauvaise qualité.

PLANTES ÉTRANGÈRES.

L'hiver n'ayant pas été rude, nos arbres étrangers ont peu souffert; seulement les arbres dont les branches avoient été gelées les années précédentes, qui avoient produit des bourgeons, & dont le bois n'avoit pas mûri avant l'hiver, ont été gelés; de ce nombre sont les figuiers, qui n'ont point donné de fruit; les *fyderoxilon*, &c. Néanmoins les cédres du Liban, qui les années précédentes avoient beaucoup de fleurs mâles, n'en ont point eu; mais il s'est formé sur un de nos grands cédres un fruit qui paroît d'une bonne grosseur.

GIBIER.

Il y a eu beaucoup de lièvres, peu de perdrix, beaucoup de cailles. On a vu pendant la vendange beaucoup de petites grives passagères, qu'on appelle *mauviettes*; mais cette année-ci est la troisième où l'on voit plus des deux espèces, qu'on appelle *Traves* & *Chachats*, qui passent ordinairement l'hiver dans les garennes & le long des haies d'épine blanche, où elles vivent de genièvre & de fenelles.

INSECTES.

Il n'y a point eu de chenilles, peu de charançons, assez de guêpes, & beaucoup de hannetons, qui ont fait peu de dégât, parce qu'ils sont sortis tard de terre, & que les feuilles commençoient à être dures: les noyers ont été plus endommagés.

MALADIES.

Il n'y a point eu de maladie régnante, si ce n'est quelques fièvres malignes.

BÉTAIL.

Il n'y a point eu non plus de maladie fâcheuse sur le bétail. A l'égard des volailles, nous avons rapporté la maladie qui a fait périr beaucoup d'oies.

NIVEAU DES EAUX.

Pendant l'été les sources ont commencé à pousser, & elles ont beaucoup augmenté pendant l'hiver.

EAU DE PLUIE.

HIVER.

	pouces	lignes		pouces	lignes
Janvier.....	1.	0 $\frac{24}{48}$	}	4.	4 $\frac{8}{48}$
Février.....	2.	6 $\frac{17}{48}$			
Mars.....	0.	9 $\frac{13}{48}$			

PRINTEMPS.

Avril.....	1.	3 $\frac{2}{48}$	}	6.	2 $\frac{16}{48}$
Mai.....	2.	2 $\frac{21}{48}$			
Juin.....	2.	9 $\frac{13}{48}$			

ÉTÉ.

Juillet.....	2.	7 $\frac{10}{48}$	}	3.	11 $\frac{40}{48}$
Août.....	0.	5.			
Septembre.....	0.	11 $\frac{30}{48}$			

AUTOMNE.

Octobre.....	1.	1 $\frac{4}{48}$	}	3.	2 $\frac{43}{48}$
Novembre.....	1.	0 $\frac{33}{48}$			
Décembre.....	1.	1 $\frac{6}{48}$			

TOTAL de la pluie tombée en 1769..... 17. 9 $\frac{31}{48}$



M É M O I R E

QUI EXPLIQUE

LA CONSTRUCTION D'UNE TOUR PORTATIVE
FAITE POUR SERVIR D'OBSERVATOIRE.

Par M. DE BORY.

CETTE Tour doit être de bois; le plus sec est le meilleur; parce que comme elle doit se démonter en plusieurs pièces, il faut que toutes les parties se rapportent très-exactement.

Elle a sept pieds de diamètre, elle est ronde & surmontée d'un toit tournant sur un pivot de fer; elle a cinq pieds de hauteur depuis le plancher jusques & compris la roue qui porte le toit.

Huit piquets (*A*) ferrés légèrement par le bout inférieur (*B*), servent de montans; on enfonce dans la terre à coups de maillet, & l'on met de niveau huit douilles de fer dont la pointe est solide & bien acérée, & dans lesquelles entrent les huit piquets: ceux-ci soutiennent tout l'édifice, & sont joints les uns aux autres par des traverses parallèles (*C, c*) & chevillées dans les piquets; on peut les fortifier par des traverses diagonales.

Deux piquets ainsi liés forment un chassis (*D*), sur lequel on ajuste un panneau à l'aide d'une feuillure pratiquée sur chaque montant & sur chaque traverse, & qui est recouverte par une feuillure du panneau.

Chaque panneau est couvert de deux toiles imprimées de peinture, l'une en dedans, l'autre en dehors; les panneaux sont liés aux piquets par des vis ou crochets.

Il est aisé de pratiquer à chaque panneau quatre ouvertures, dont trois serviront de fenêtre, & la quatrième de porte fermant à clé. Sur le sommet des piquets est mise une roue (*E, e*), dont la circonférence est égale à celle de la tour; cette roue se brise en quatre

parties que l'on assemble à l'aide des entailles qui y sont faites, & dans lesquelles on passe des chevilles.

Dans cette roue, on pourra, s'il est nécessaire, pratiquer quatre rouets (F, f), qui faciliteront le mouvement de la couverture.

Cette couverture faite en cône (G, g), a pour base une autre roue semblable à la précédente, qui se partage en autant de parties, & qui s'assemble de même.

Chaque partie de cette roue-supérieure (H), est surmontée d'un segment de cône; chaque segment est un cadre ou chassis (I, i) à peu-près triangulaire, sur lequel on cloue une toile peinte à l'huile (I'). Ces quatre segments sont liés par des crochets, des charnières ou toutes autres liaisons quelconques, & ils aboutissent au sommet du cône (G, g), qui est leur centre commun; ce centre est un boulon de fer, autour duquel s'adaptent les sommets des quatre secteurs.

Ce boulon de fer est le pivot sur lequel le toit tourne; il traverse un petit cône solide de bois (K, k), exactement tourné, dont la base est de sept à huit pouces, & il est goupillé en dedans.

Quatre barres de fer (L, l), appuyées sur quatre des montans par des écrous, soutiennent le petit cône, auquel elles sont adaptées par des charnières, de façon que quand on ôte les écrous, les barres de fer sont libres, & même peuvent se séparer du petit cône.

Il y a de plus au dôme une fois assemblé, deux trappes à charnières (M) vis-à-vis l'une de l'autre, qui se lèvent & se baissent quand on le juge à propos.

On empêche la pluie de pénétrer le toit, en le couvrant entier d'un capuchon de toile peinte à l'huile; & pour conserver plus sûrement les instrumens, on a deux autres capuchons de rechange dont on se sert dans les cas de nécessité.

On a préféré la forme ronde, parce qu'il paroît que de cette façon elle est plus solide & donne moins de prise au vent.

Pour lui donner encore plus de solidité, il est aisé de placer extérieurement aux montans quelques anneaux de fer dans lesquels

on passe des cordages qui se roidissent sur de petits piquets mis en terre, & qui servent de haubans à l'édifice.

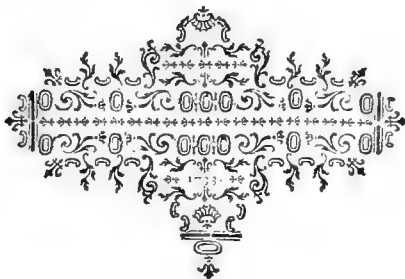
Cette tour étoit bien exécutée & elle a eu tous les avantages d'un observatoire fixe.

Si dans la tour on place la pendule sur un montant isolé, rien ne peut plus lui causer d'ébranlement.

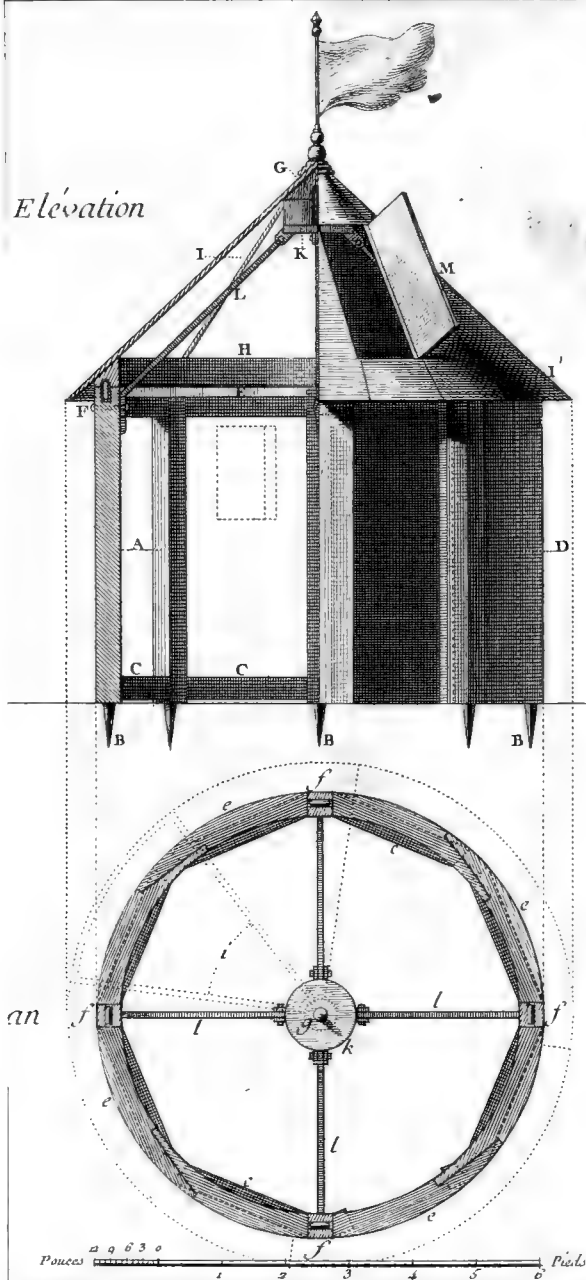
Pour bien établir cette tour, il paroît nécessaire de choisir un terrain fort uni & de le rendre de niveau le plus qu'il sera possible. Cette précaution contribue beaucoup à tracer une méridienne exacte.

Si l'on prend les précautions dont on a parlé plus haut, la pluie ne pénètre point dans la tour; par conséquent les instrumens, le quart-de-cercle sur-tout, ne sont pas exposés à être mouillés.

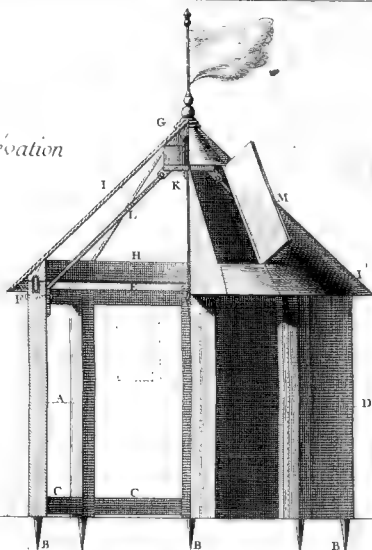
Nota. Les lettres italiques du Plan, répondent aux lettres capitales de l'Élévation.



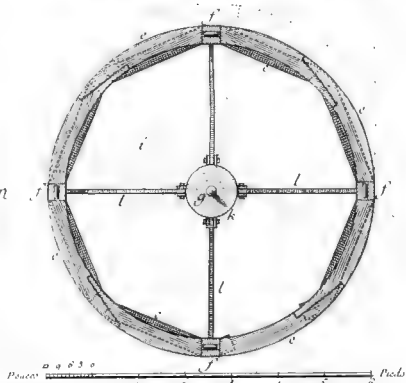
Elevation



Elevation



Plan



A D D I T I O N

*Aux Mémoires de M. le Marquis DE CONDORCET,
pages 108, 151 & 191 de ce Volume.*

I. **J**E crois devoir éclaircir ici ce que j'ai dit dans le cours du Mémoire imprimé à la page 151, sur les transcendentes qui peuvent entrer dans les intégrales des équations aux différences partielles.

On fait que dans les intégrales des équations aux différences totales, ce n'est pas une transcendente seule que chaque différenciation peut faire disparaître, mais une somme indéfinie de fonctions logarithmiques, ou un produit indéfini d'exponentielles & d'intercendantes; mais ici non-seulement chacune des transcendentes dont j'ai parlé, peut être un de ces produits ou sommes, mais elle peut être beaucoup plus compliquée.

En effet, soit Z l'intégrale d'une équation partielle du premier ordre, & que $Z = A + F \cdot B$, F désignant une fonction arbitraire, & A n'en contenant point, je dis que A peut être de la forme $A' + B' C + B'' D + B''' E$, &c. C, D, E , &c. étant tels que $B' dC, B'' dD$, &c. soient sans transcendentes, & B', B'' , &c. étant des fonctions déterminées de B ; en effet, en faisant évanouir FB par la différentiation de la proposée, $C dB', C dB''$, &c. disparaissent aussi. Or cela peut arriver si B' , &c. sont algébriques, & que C, D , &c. sont des fonctions logarithmiques, & le nombre des C, D peut être indéfini. Si B' n'est pas algébrique, alors il faut que

$$dC = \frac{m dx + n dy}{B'}$$

m & n étant algébriques; ce qui donne

C' fonction de B .

Soit Z une fonction contenant deux fonctions arbitraires, & telle que $AZ + B dZ + C \partial Z + D d d Z + E \partial d Z + F \partial \partial Z$ soient sans arbitraires, & Z', Z'', Z''' , &c. des valeurs particulières de Z , en déterminant ces arbitraires

d'une manière quelconque; il est clair que si P' , P'' , P''' sont tels que faisant $P'Z' + P''Z'' + P'''Z'''$, &c. $+ Z$, l'intégrale d'une équation du second ordre, on ait $BZ' \partial P' + CZ' dP' + D \partial (Z' \partial P') + E d(Z' \partial P') + D \partial Z' \partial P' + E dZ' \partial P' + F d(Z' dP') + F dZ dP$, sans transcendentes, cette forme conviendra aux équations du second ordre.

Or cela peut arriver, quoique P' contienne des transcendentes, & il peut y avoir un nombre indéfini de ces fonctions P' .

Maintenant si l'on examine l'ordre des transcendentes qui peuvent entrer dans chaque $Z'P'$, on verra qu'il est égal à

$$\frac{n + 1 \times n + 2}{2} - 1, \text{ celui de l'ordre de l'équation étant } n;$$

en effet un plus grand nombre de ces fonctions ne peut s'y trouver sans qu'il y ait des fonctions arbitraires nouvelles, ce qui rentre dans la recherche de la fonction Z .

II. Dans le Mémoire sur les différences finies, je n'ai considéré de transcendentes que celles qui viennent de ce que x devenant $x + \Delta x$, on a $f = nf$, f désignant la fonction transcendente; mais il y en a d'autres dont j'ai parlé dans ma Lettre à M. d'Alembert, ce sont celles qui viennent lorsque x devenant $x + \Delta x$, f devient f^n , n étant rationnel. Ces fonctions peuvent entrer dans les intégrales; voyons donc quelle en peut être la nature.

Si on a une fonction $e^{Ne^{ax}}$, & que x y devienne $x + \Delta x$, cette fonction devient $e^{Ne^{ax}e^{a\Delta x}}$; donc si $e^{a\Delta x}$ est un nombre rationnel, on peut en comparant l'intégrale Z & la différentielle ΔZ ou $Z + \Delta Z$, faire évanouir cette fonction. La quantité arbitraire est N ; donc si une équation proposée contient cette fonction dans son intégrale; il faut que si on a $Z = e^{Ne^{ax}}$, on ait $\frac{1Z}{e^{ax}} = N$, ou différentiant, $\frac{1Z + \Delta Z}{e^{ax} + a\Delta x} - \frac{1Z}{e^{ax}} = 0$, ou $1 \frac{Z + \Delta Z}{Z^n} = 0$, & cette quantité est une différentielle

exacte;

exacte; donc il faudra dans la méthode ci-dessus, que lorsqu'on a $V = 0$, après avoir cherché si $AV \times e^{-ax}$ est une différentielle exacte, on cherche pour chaque valeur hypothétique de A , si $\frac{1AV}{e^{ax}}$ n'est pas une différentielle exacte; & cette supposition ne peut faire entrer aucune nouvelle irrationabilité dans l'intégrale.

En effet, si n est une fraction $\frac{p}{q}$, on peut prendre $\frac{1}{q} \int \frac{(Z + \Delta Z)^q}{Z^p} dz$ qui doit être une différentielle exacte.

Si la proposée est des ordres supérieurs, & que l'on ait dans une des intégrales une fonction de cette espèce, il est aisé de voir que la seconde pourra en contenir une nouvelle, ou bien $e^{N'bx} + N'' \times e^{ax}$; en effet $Z + \Delta Z$ ne contient alors que $e^{bx} e^{ax} \times e^{(b\Delta x + N'')x}$, quantités qu'on peut faire évanouir lorsque $(b\Delta x + N'') = N$, & on aura une formule comme ci-dessus à vérifier, excepté qu'il faudra vérifier pour chaque valeur hypothétique du facteur A , si $\int \frac{Z + \Delta Z}{Z^n e^{ax}}$ est une différentielle exacte.

Si la proposée a deux intégrales de la forme que je viens d'examiner, & qu'elle soit d'un ordre supérieur au second, il y aura encore une intégrale qui pourra venir de la forme $e^{bx^2} e^{ax}$ avec les arbitraires convenables, & ainsi de suite.

EXEMPLE I.

Soit l'équation $y + xy - x^2y^2 + x\Delta y + \Delta y = 0$, & $\Delta x = 0$, je trouve que faisant $AV = \frac{y + xy + \Delta y + x\Delta y}{x^2y^2}$, $\frac{1AV}{e^x}$ est une différentielle exacte, pourvu que $e^a = \frac{1}{2}$; & intégrant, j'ai $\frac{1xy}{e^{ax}} = N$, & $xy = e^{N} e^{-ax}$.

E X E M P L E I I.

Soit $\frac{y + 2\Delta y + \Delta^2 y}{(y + \Delta y^2)} = \frac{y + \Delta y^3}{y^2}$, j'aurai par la même méthode que ci-dessus, $\frac{+ 2\Delta y + \Delta \Delta y \times y^2}{e^{ax}}$, différentielle exacte, lorsque $e^{ax} \Delta x = \frac{1}{3}$; & intégrant comme ci-dessus, j'ai $\frac{y + \Delta y}{y^3} = e^{N e^{-ax}}$, & par conséquent $\int \frac{y + \Delta y}{y^3} dx$ qui sera $\frac{x e^{ax} + N e^{ax}}{x e^{ax} + N e^{ax}}$

une différentielle exacte; d'où intégrant & repassant aux nombres $y = e^{N(x + N)} e^{-ax}$.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences établie à Montpellier, ont
envoyé à l'Académie les Mémoires suivans, pour
entretenir l'union intime qui doit être entre
elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux
termes des Statuts accordés par le Roi au mois
de Février 1706.*

OBSERVATION

DE L'ÉCLIPSE PARTIALE DE LUNE,

Du 29 Avril 1771;

*Faite à l'Observatoire de la Société Royale des Sciences,
à Montpellier.*

Par M.^{rs} DE RATTE & POITEVIN.

LES nuages n'ont laissé voir la Lune que dans des intervalles très-courts, & l'on n'a pu saisir qu'un très-petit nombre de phases, avec une lunette de sept pieds, garnie d'un réticule propre à déterminer la quantité de doigts éclipsés.

On a réduit ces phases au temps vrai, la pendule ayant été réglée par des hauteurs correspondantes, prises la veille & le lendemain de l'Éclipse.

Temps vrai.

1^h 4' 0" On aperçoit un peu de pénombre du côté d'Héraclide & d'Aristarque.

1. 16. 33. Commencement, douteux.

1. 18. 18. L'Éclipse est certainement commencée.

(Beaucoup de nuages).

2. 18. 5. L'Éclipse est de 4 doigts 27 minutes.

2. 23. 59. L'ombre à Manilius; la moitié de la Mer des Crifes est couverte; Aristarque près du bord de l'ombre, qui paroît peu-à-peu s'en éloigner.

Les nuages devenus plus épais, ont couvert presque tout le Ciel, & il n'a pas été possible de continuer l'observation.

Cette Éclipse devoit commencer, suivant les Éphémérides de M. de la Caille, à 1^h 17' 40", & suivant le calcul de la Connoissance des Temps, à 1^h 19' 18". Nous avons vu qu'à 1^h 18' 18", elle étoit certainement commencée. Pour la grandeur, elle ne devoit être que de 4 doigts 12 minutes, selon la Connoissance des Temps; mais les Éphémérides l'avoient marquée de 4 doigts 24 minutes, ce qui paroît mieux s'accorder avec l'Observation.

M É M O I R E

SUR l'effervescence & la chaleur du Vin dans la fermentation spiritueuse.

Par M. P O I T E V I N*.

L'EXAMEN de l'effervescence & de la chaleur du Vin fermentant, fait sur de très-grandes masses de ce liquide, est l'objet de ce Mémoire. On voit que ce sujet est purement Physique.

* Quoique les Auteurs qui ont écrit sur la fermentation spiritueuse, aient parlé presque tous de la chaleur qui l'accompagne, & que M. l'abbé Rozier, ait même suivi ce phénomène

avec une attention particulière, comme on le voit dans son Mémoire *sur la manière de faire & de gouverner les vins*. Cependant, comme les Observations de M. Poitevin forment une suite de faits

Les phénomènes qui tiennent à la fermentation, proprement dite, c'est-à-dire, au développement des principes déjà préexistens dans un corps naturel, appartiennent à la Chimie; mais ceux que présente la substance fermentescible, considérée par rapport au volume, à la chaleur, aux variations de l'atmosphère, &c. . . sont du ressort de la Physique. J'ose même dire que, quoique les recherches des Chimistes aient répandu le plus grand jour sur la fermentation en général, & en particulier sur celle du vin, en nous faisant connoître les différens produits qui en résultent; on a très-peu observé les principaux caractères, & les phénomènes les plus sensibles que présente le vin dans sa formation. Le silence des Physiciens sur cette matière, a été pour moi un motif de plus pour m'en occuper (a).

Ce Mémoire est divisé en deux parties; dans la première, je rapporterai, dans le plus grand détail, mes observations & mes expériences; dans la seconde j'exposerai les vues & les réflexions auxquelles elles ont donné lieu.

P R E M I È R E P A R T I E.

LES observations que je vais rapporter, ont été faites sur des vins rouges, pendant l'Automne de 1772, dans une terre que je possède aux environs de Montpellier (b).

J'avois préparé, avec le plus grand soin, plusieurs thermomètres à esprit-de-vin, gradués sur l'échelle de M. de Reaumur. Comme je me proposois de faire marcher, d'un pas égal, les observations météorologiques, & celles de la chaleur du vin en fermentation; j'avois un thermomètre exposé au nord, à l'air libre; un second

intéressans, qu'il s'est servi de thermomètres comparables, & que les circonstances dans lesquelles il a opéré, ne sont pas précisément les mêmes que celles dans lesquelles a opéré M. l'abbé Rozier; l'Académie a pensé que son Mémoire seroit utile aux Savans & à ceux qui s'occupent de la fabrication des vins.

(a) Le célèbre M. Macquer, (*Dict.*

de Chimie, art. VIN) dit que cet objet est des plus vastes & des plus difficiles à connoître d'une manière générale.

(b) Le château de Mezouls, où j'ai fait ces observations, est à une lieue & demie au Sud-est de Montpellier, & éloigné d'environ une lieue de la mer. Les terres des environs sont en général peu substantielles & mêlées de cailloux.

placé dans un cellier près de la cuve où je devois observer; le troisième étoit destiné à marquer les degrés de chaleur de la cuve. La boule de ce dernier n'étoit point enchâssée, elle étoit détachée, avec une portion considérable du tube, de la planche sur laquelle étoient marqués les degrés de division. L'esprit-de-vin, de ces instrumens, étoit tel que l'employoit M. de Reaumur; savoir, cinq parties distillées au bain de sable, après avoir enflammé la poudre, & mêlées avec une partie d'eau.

Deux cuves différentes ont servi à mes observations. La première, que j'appellerai *A*, n'a été remplie qu'aux quatre cinquièmes de sa hauteur; elle renfermoit 226 pieds cubiques de vin, y compris le marc. La vendange, ou les raisins qui ont fourni cette première quantité, ont été pris de vignes de différens âges (*c*), & la plupart situées sur des côteaux exposés au midi. On a commencé la vendange le 3 d'Octobre, & on a cessé de porter dans cette cuve le 6.

La seconde cuve que je nomme *B*, a été remplie du 10 au 14 inclusivement; la contenance est de 550 pieds cubiques. Des vignes situées dans la plaine ont servi à la remplir.

Ces deux cuves sont bâties en pierre de taille, & leur enduit est composé d'excellente chaux mêlée, par portion égale, avec de la pozzelane; elles sont exposées au midi; & le cellier est ouvert en plusieurs endroits, ce qui est très-nécessaire pour établir des courans d'air propres à dissiper la vapeur du vin.

J'omets à dessein, de parler de la manière dont on fait la vendange, la méthode que l'on suit aux environs de Montpellier étant très-con nue. Je me contenterai d'observer que l'on égrape les raisins avec le plus grand soin, avant que de les fouler, ce que l'on ne fait pas dans tous les pays.

J'aurois peut-être dû faire mention des différentes espèces de raisins qui formoient les différentes masses de liquide sur lesquelles j'ai fait mes observations; mais je n'aurois pu remplir cet objet que d'une manière très-vague, parce qu'une nomenclature arbitraire

(*c*) Les vignes, dont il est ici fait mention, sont de différens âges. J'ai noté cette circonstance, parce que dans les plantes vivaces, & sur-tout dans la

vigne, la *différence* de l'âge produit des *différences* remarquables dans le fruit. On n'a peut-être point assez observé les végétaux sous ce point de vue.

a répandu une obscurité étonnante sur les différentes espèces, & sur les variétés des raisins, au point que l'on ne sauroit reconnoître les espèces cultivées par les anciens, par les noms seuls qu'ils nous ont transmis, & que même, d'une Province à l'autre, les mêmes espèces marquées par différens noms, ont été & ont dû nécessairement être altérées par l'influence du sol, du climat, & de la culture. D'ailleurs, une pareille omission ne sauroit influencer sensiblement sur l'objet que j'ai eu en vue, qui étoit d'examiner d'une manière générale, & par les voies les plus simples, la chaleur & l'effervescence sur de très-grandes masses. Les observations que l'on pourroit faire sur des espèces différentes, & séparément, exigeroient des expériences très-déliées; elles doivent d'ailleurs être placées dans l'ordre de nos connoissances, à la suite des vues générales; dont nous nous sommes d'abord occupés.

L'Été dernier avoit été très-chaud & très-sec, ce qui a avancé la maturité des raisins. Des pluies considérables survenues au mois de Septembre, & qui ont duré, avec des intervalles assez rares, jusqu'au 5 Octobre, des brouillards fréquens, des temps couverts, & des vents presque toujours au Sud ou au Sud-est, toutes ces causes combinées ensemble ont détruit une partie des raisins. Les espèces qui ont la peau la plus fine avoient réellement subi une fermentation putride; il a fallu absolument rejeter ceux qui étoient entièrement pourris; d'autres n'avoient éprouvé que différens degrés de cette fermentation, qui, dans quelques individus n'avoient altéré que la peau. En général, la constitution de l'atmosphère a été telle qu'elle a détruit ou altéré sensiblement le fruit, de manière que la quantité de marc a été très-considérable: on sent aisément la raison de ce dernier fait.

J'ai cru devoir rapporter tous ces détails, parce que les mêmes observations pouvant être faites dans des lieux différens, elles deviennent plus aisément comparables, & qu'ils peuvent faire apercevoir les causes particulières ou locales, qui font toujours varier le même phénomène vu en grand, en se compliquant avec les causes générales.

624 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES.

OCTOBRE 1772

Jours du Mois.	VENTS		THERMOMÈTRE exposé au Nord.			ÉTAT DU CIEL	
			À 8 heures du matin.	À midi.	À 8 heures du soir.		
	Matin.	Soir.	Degrés.	Degrés.	Degrés.		
10.	E. foible.	S.	12 $\frac{1}{2}$.	17 $\frac{1}{2}$.	11 $\frac{1}{2}$.	Nuages.	Nota. Du 10 au 18, il est tombé une forte rosée tous les matins.
11.	E. foible.	S.	14.	18.	13.	Beau temps.	
12.	N. O.		13.	17.	13.	Beau avec nuages.	
13.	N. O.		12 $\frac{1}{2}$.	16.	13.	Nuages.	
14.	N.		13.	17.	12 $\frac{1}{2}$.	Nuages & vent frais.	
15.	N.	S.	14.	16 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	Beau temps, vent frais.	
16.	N. foible.	S.	13.	16 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	Beau temps.	
17.	S. O.	N.	13.	17.	13.	Beau temps.	
18.	S. O.	N.	12 $\frac{1}{2}$.	16 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	Couvert le matin, beau le soir.	
19.	N.	S. O.	13.	17 $\frac{1}{2}$.	13.	Couvert le matin, beau le soir.	
20.	N.	S. O.	12 $\frac{1}{2}$.	17.	13.	Beau temps.	
21.	N.	S. E.	13.	17 $\frac{1}{2}$.	13 $\frac{1}{2}$.	Nuages le matin, beau le soir.	
22.	S. E.		13.	16.	13 $\frac{1}{2}$.	Pluie le matin, orage avec tonnerre vers le S. O. nuages le soir.	
23.	S. E.		12 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	14.	Pluie & quelques tonnerres.	
24.	S. E.		14 $\frac{1}{2}$.	16.	14.	Pluie & tonnerre le matin, couvert & vent très fort le soir.	
25.	S. E.		13 $\frac{1}{2}$.	15.	13.	Couvert, grand vent & un peu de pluie.	
26.	N.	S. E.	12 $\frac{1}{2}$.	16 $\frac{1}{2}$.	13.	Beau temps.	
27.	N.	S. E.	12.	14 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	Beau avec nuages, couvert, grand vent & pluie pendant la nuit.	
28.	N. O.		12.	15.	12 $\frac{1}{2}$.	Beau temps.	

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS SUR LA CUVE A.

OCTOBRE 1772.

On a cessé de porter dans cette cuve le 6. Le même jour l'effervescence s'étoit déjà déclarée, & étoit très-forte. Ayant été obligé de quitter la campagne, je n'ai commencé à observer que le 11.

JOURS du Mois.	HEURE de l'Observation.	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans la Cuve.	CHALEUR de la Cuve, ou Degrés observés sur le thermomètre.	Température du Cellier.	REMARQUES sur L'EFFERVESCENCE.
11.	9 ^h du matin.	25 minutes.	26 ^d $\frac{1}{2}$.	14 ^d .	} Très-forte.
11.	Vers midi...	25 minutes.	26 ^d $\frac{1}{2}$.	14.	
11.	Le soir....	Cinq heures.	26 ^d $\frac{1}{2}$.	14.	
12.	Le matin..	Fixe depuis la veille...	25 ^d $\frac{1}{2}$.	13 ^d $\frac{1}{2}$.	
12.	Le soir....	Fixe.....	24.	13 ^d $\frac{1}{2}$.	} Elle paroît moindre.
13.	Le soir....	Fixe.....	23 ^d $\frac{1}{2}$.	14.	
14.	Le soir....	Fixe.....	22 ^d $\frac{1}{2}$.	14.	} Elle a diminué sensi- blement.
15.	Le soir....	Deux heures.	22.	12 ^d $\frac{1}{2}$.	
					L'effervescence paroît détruite, le marc est abaissé, & on juge le Vin assez coloré.

Cette cuve a été vidée le 16 au matin. Le thermomètre ayant été plongé dans un tonneau que l'on venoit de remplir, la liqueur de cet instrument s'est arrêtée au bout d'une heure à 21^d $\frac{1}{2}$, la température du cellier étant alors à 14 degrés, l'effervescence étoit très-sensible dans les tonneaux, par les bulles d'air qui paroissoient à la surface du vin.

OBSERVATIONS SUR LA CUVE B.

OCTOBRE 1772.

JOURS du Mois.	HEURE de l'Observation	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans la Cuve.	CHALEUR de la Cuve, ou Degrés observés sur le thermomètre.	Température du Cellier.	REMARQUES sur L'EFFERVESCENCE
15.	Le matin..	2 heures..	28 ^d $\frac{3}{4}$.	12 ^d $\frac{1}{2}$.	L'effervescence étoit très-forte les 15, 16, 17 & 18; elle étoit sensiblement décroissante les 19, 20, 21, 23, & paroïssoit éteinte, le 24 & le 25.
15.	Vers midi..	30 minutes.	28 $\frac{1}{2}$.	14.	
15.	Le soir...	50 minutes.	28 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	
16.	Le matin..	2 heures...	28 $\frac{1}{2}$.	14.	
16.	Vers midi.	30 minutes.	28 $\frac{1}{2}$.	14 $\frac{1}{2}$.	
16.	Le soir...	50 minutes.	28 $\frac{1}{2}$.	14.	Le 26 au matin, elle a paru se ranimer, & la cuve a donné des marques d'ébullition. Le marc s'étoit affaïssé depuis le 24. Le 27, on a jugé que le vin étoit assez coloré.
17.	Vers midi.	} Fixe... }	28.	15.	
17.	7 ^h $\frac{1}{2}$ du soir.		27 $\frac{3}{4}$.	14.	
18.	Le matin..		27 $\frac{1}{4}$.	14.	
19.	Le matin..		27 $\frac{1}{4}$.	14.	
19.	Le soir...		27.	14.	
20.	} Le matin. }		26 $\frac{1}{4}$.	14.	
21.			25 $\frac{1}{2}$.	13 $\frac{1}{2}$.	
22.			24 $\frac{1}{2}$.	13.	
23.			23 $\frac{3}{4}$.	12 $\frac{1}{2}$.	
24.			22 $\frac{1}{2}$.	13 $\frac{1}{2}$.	
25.			22 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	
26.			25 $\frac{1}{4}$.	12 $\frac{1}{2}$.	
27.			24 $\frac{1}{2}$.	13.	

Le 27 au soir, cette cuve a été vidée. J'ai observé la chaleur du vin en plongeant le thermomètre dans un tonneau que l'on venoit de remplir. Au bout d'une heure, il s'est arrêté à $21^{\text{d}} \frac{1}{2}$, comme dans l'expérience semblable faite sur le vin de la première cuve; la température du cellier étoit alors à 13^{d} . Le thermomètre

a resté dans la même position jusqu'au lendemain matin; je l'ai trouvé, alors au 20^e degré; mais la boule ne touchoit que légèrement la surface du vin, qui avoit baissé. L'effervescence étoit sensible dans tous les tonneaux.

Après avoir observé la chaleur sur les deux cuves, il me restoit à comparer la chaleur respective des vins de la première & de la seconde; ce qui a donné lieu aux observations suivantes, faites dans le mois de Novembre.

JOURS du Mois.	Heure de l'Observation.	VENTS.....	ÉTAT du CIEL.	Thermomètre au Nord	Température du Cellier.	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans le Tonneau.	Chaleur du Vin de la Cuve A.	Chaleur du Vin de la Cuve B.	Différence de la chaleur des deux Vins.
2.	Matin.	S.	Beau temps.	13 ^{d.}	11 ^{d. $\frac{1}{2}$}	30 minutes.	14 ^{d. $\frac{1}{2}$}	16 ^{d. $\frac{1}{4}$}	1 ^{d. $\frac{3}{4}$}
5.		N.		7.	9.		12 ^{$\frac{3}{4}$}	14 ^{$\frac{1}{4}$}	1 ^{$\frac{1}{2}$}
23.		S. O.	Nuages. . .	8.	10 ^{$\frac{1}{2}$}		10.	11 ^{$\frac{1}{2}$}	1 ^{$\frac{1}{2}$}
28.		S.		8 ^{$\frac{1}{2}$}	11.		10.	10.	C.

Le 2 & le 5 Novembre on apercevoit une effervescence assez légère, qui se manifestoit par un pétilllement momentané, & quelques bulles d'air. Le 23 & le 28, la surface du vin étoit tranquille.

SECONDE PARTIE.

LES réflexions auxquelles j'ai été conduit par les observations précédentes, seront l'objet de quelques propositions générales, qui me paroissent être autant de corollaires que l'on peut déduire de l'observation des faits. Il est vrai que ces propositions ne sont, à proprement parler, que relatives à la qualité du vin, à la nature du climat, & aux autres circonstances que j'ai eu soin d'indiquer, & qu'elles peuvent n'être regardées que comme locales & particulières. Cependant, comme il est très-probable que les mêmes

phénomènes, considérés en grand, ont lieu par-tout, & ne doivent présenter que des variétés, & non des exceptions, je n'ai pas craint de généraliser mes idées, mais j'ai tâché de les développer & de les éclaircir par des remarques nécessaires.

PROPOSITION I. Les degrés de chaleur du vin en fermentation; forment une progression irrégulière, mais toujours décroissante, depuis le premier instant de la fermentation, jusqu'au moment où la chaleur du vin est au même degré que celle de l'air ambiant.

PROPOSITION II. L'effervescence est à son plus haut degré, dans les premiers instans de la fermentation (*d*), & elle décroît, ainsi que la chaleur, jusqu'à ce que le vin ait acquis la température de l'air ambiant.

Ces deux propositions résultent des observations rapportées dans la première partie de ce Mémoire, & nous les avons placées à côté l'une de l'autre, parce qu'en effet le décroissement s'observe dans la chaleur, en même temps que dans l'effervescence. Ces deux phénomènes paroissent être liés ensemble & avoir la même marche. On voit par les observations faites sur la cuve *B*, que le 26 Octobre la chaleur étoit montée à $25^{\frac{1}{4}}$, de $22^{\frac{1}{2}}$ où elle étoit la veille; l'effervescence s'est ranimée aussi, & la cuve a donné de nouveau des marques d'ébullition, ce qui paroît s'accorder avec l'augmentation subite de la chaleur. Nous parlerons plus bas des causes qui peuvent avoir influé sur cette irrégularité momentanée, qui présente une interruption à la marche rétrograde observée jusqu'alors.

Nous ne chercherons point à expliquer les rapports que la chaleur peut avoir avec l'effervescence, mais nous remarquerons, 1.^o que la chaleur, mesurée par le thermomètre, peut être considérée comme exprimant le degré de raréfaction du liquide fermentant, & que la mesure de l'effervescence doit être celle de l'air élastique surabondant, qui se dégage dans la fermentation;

(*d*) Les Chimistes exacts ont toujours distingué l'effervescence de la fermentation, proprement dite. L'effervescence est l'agitation du liquide, le mouvement tumultueux occasionné par l'éruption de l'air, & elle n'est qu'un mode de la fermentation, qui

est le phénomène général. M. Veneî a employé une expression ingénieuse & vraie, en appelant l'effervescence une *précipitation d'air*. (Mémoire sur les eaux de Selters, dans le second volume des Mémoires présentés à l'Académie Royale des Sciences).

2.^o que tous les degrés de chaleur, au-dessous du premier observé, expriment les différentes condensations du liquide, de même qu'à mesure que l'air s'échappe par l'effervescence, le volume du liquide devient moindre d'une quantité, qui est vraisemblablement proportionnelle au volume d'air qui s'est dégagé; 3.^o que le premier période de fermentation du vin, celui pendant lequel elle est le plus sensible, a lieu tant que la chaleur du vin est supérieure à celle de l'air ambiant, & que ce temps est compris entre deux termes, qui doivent, à la vérité, varier selon les lieux & les circonstances, mais qui peuvent être déterminés par l'observation. Le premier terme est celui où le liquide commence à donner des marques de chaleur & d'effervescence, & le dernier, celui où il ne donne plus de signes d'effervescence, & où il acquiert la température de l'air ambiant; 4.^o qu'en considérant les Vins sous ce point de vue général, on peut les rapporter à une échelle commune de comparaison, qui sera renfermée entre ces deux termes, & que l'on pourra tirer de cette comparaison même, des connoissances utiles, & parvenir à connoître les degrés intermédiaires, dont l'examen peut fournir des conséquences utiles pour la pratique.

PROPOSITION III. Les variations de l'atmosphère influent sur la chaleur & sur l'effervescence, mais leur action n'est guère sensible que lorsque ces variations sont promptes & inégales, & elles peuvent être regardées comme cause principale des irrégularités que l'on observe dans la progression décroissante.

Dans la première vue générale, nous avons considéré une masse quelconque de vin en fermentation, comme subissant diverses condensations, soit dans la cuve, soit dans le tonneau. Nous avons même observé que ces condensations pouvoient être représentées par les degrés de chaleur vus sur le thermomètre; il résulte encore des observations que la chaleur a toujours été en décroissant. Quelle que soit la cause de ce décroissement, il paroît qu'il doit toujours avoir lieu, & nous l'avons établi comme l'un des principaux caractères de la fermentation spiritueuse. Mais s'il arrive une interruption à cette chaîne de condensations successives, ne peut-on pas conjecturer qu'elle est dûe en grande partie aux variations de l'atmosphère? Il se présente ici une considération importante à faire.

A mesure que l'esprit ardent se développe, le liquide est plus susceptible de raréfaction & de condensation, & tandis qu'il tend sans cesse vers la diminution de chaleur, l'augmentation subite du froid ou du chaud, ou quelque autre variation de l'atmosphère, peut hâter, suspendre, ou déranger cette loi. Tout concourt donc à nous faire regarder les variations de l'atmosphère, comme la cause principale de l'irrégularité observée dans la progression décroissante de la chaleur, sans l'admettre cependant comme l'unique cause Physique, la quantité du liquide, le choix des vaisseaux qui le contiennent, la température particulière du lieu où ils sont renfermés, pouvant apporter des modifications à la cause générale que nous avons assignée.

Le vin de la cuve *A* a parcouru du 11 Octobre au 23 Novembre, les degrés de chaleur compris entre le $26^{\frac{3}{4}}$ & le 10. Celui de la cuve *B*, du 15 Octobre au 28 Novembre, a parcouru les degrés compris entre le $29^{\frac{3}{4}}$ & le 10. On doit remarquer en passant; 1.^o que le second a dû arriver plus tard que le premier, au degré de la température de l'air ambiant; 2.^o que ce période a été pour le premier, de quarante-quatre jours, & pour le second, de quarante-cinq, intervalles sensiblement égaux.

Ces deux termes extrêmes, déterminés par l'observation, établissent suffisamment le décroissement de la chaleur. Cela posé, il faut examiner les balancemens, ou l'irrégularité qu'elle a subis dans les degrés intermédiaires, & les comparer avec l'état de l'atmosphère, tel qu'il résulte de la Table Météorologique.

On trouve, par cette Table, que la chaleur moyenne de l'atmosphère du 10 au 28 Octobre, est exprimée par le $16^{\frac{1}{2}}$ à midi, & celle du cellier, par le $13^{\frac{1}{2}}$, à peu-près.

La cuve *A* n'a présenté aucune exception; & la chaleur a toujours été en diminuant.

La cuve *B* s'est soutenue les 15, 16 & 17 Octobre, à peu-près au même degré, au $28^{\frac{1}{2}}$, terme moyen. La chaleur a diminué sensiblement les jours suivans, & elle étoit descendue le 25 au $22^{\frac{1}{2}}$. Le 26 elle est remontée au $25^{\frac{1}{4}}$, & a repris ensuite l'ordre

rétrograde. Si l'on jette les yeux sur les observations Météorologiques (e), on voit que le vent ayant été très-fort, & au Sud-est pendant cinq jours, par un temps très-pluvieux, il a passé tout-à-coup au Nord, le 26 au matin. C'est alors que l'on observe cette augmentation de chaleur, qui fait monter la cuve *B* au $25^{\text{d}}\frac{1}{4}$, du $22\frac{1}{2}$ où elle étoit la veille. Quelle que soit la cause de cet écart, si je puis m'exprimer ainsi, nous nous contentons d'indiquer le changement qui eut lieu alors dans l'atmosphère, comme la cause principale qui peut l'avoir produit, & nous ne l'admettons qu'avec ce doute raisonnable, toujours inséparable des recherches Physiques.

PREMIÈRE QUESTION.

L'air ambiant, ou l'air en masse qui environne le liquide fermentant (qu'il faut distinguer de cet air élastique qui s'échappe par l'effervescence) ne doit-il pas être considéré par rapport à son action sur le vin, dans des temps très-différens ? Dans le premier temps, celui durant lequel son degré de chaleur est au-dessous de celui du vin, son action paroît nulle, & il peut n'être regardé que comme un milieu non résistant. Dans le second temps, celui qui suit l'identité de son degré de chaleur & de celui du vin, ce liquide demeure exposé à toutes les impressions de l'air, & à subir toutes les modifications que l'expérience nous démontre, telles que l'absorption de l'air, le tourner, &c.

SECONDE QUESTION.

En suivant cette analogie, ne doit-on pas regarder l'identité des degrés de chaleur du vin & de l'air ambiant, comme l'indication du moment où il faut boucher exactement les vaisseaux qui contiennent le vin, & le préserver de l'action de l'air ?

TROISIÈME QUESTION.

Ce terme de la première fermentation sensible étant arrivé, & étant déterminé par l'observation (ce qu'il est très-aisé de faire

(e) La température du mois d'Octobre, dans nos provinces méridionales, est ordinairement très-douce, & doit contribuer, non-seulement à la maturité des raisins, mais encore à l'ouvrage de la fermentation.

au moyen du thermomètre), & les causes qui doivent altérer le vin, telles, par exemple, que l'évaporation, ne commençant à agir que depuis ce moment, ne doit-on pas le regarder comme indiquant le temps où le vin est le plus spiritueux, & celui qu'on doit choisir pour le soumettre à la distillation ?

On voit, par tout ce que nous venons d'exposer, combien il seroit nécessaire que l'on fit des observations semblables en différens pays. Ces observations nous feroient voir, peut-être, dans tel ou tel climat les deux termes extrêmes de la première fermentation sensible, plus rapprochés ou plus éloignés qu'ils ne le sont dans le cas particulier de nos expériences. Les variétés que pourroient présenter les degrés intermédiaires, seroient encore un objet de recherches intéressantes, qui répandroient un grand jour sur l'art de faire & de gouverner les vins ; & dans un objet si important pour les Cultivateurs, ils verroient leurs doutes éclaircis, leurs pratiques justifiées ou démenties, & ils ne se plaindroient plus de l'inaction des Physiciens.



